WORKING PAPER SERIES

Unscharfe Regelsysteme im Strategischen Management

Thomas Spengler/ Sebastian Herzog/ Kim Michelle Siegling

Working Paper No. 02/2024

OTTO VON GUERICKE
UNIVERSITÄT
MAGDEBURG

FACULTY OF ECONOMICS
AND MANAGEMENT

Impressum (§ 5 TMG)

Herausgeber:

Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Fakultät für Wirtschaftswissenschaft
Der Dekan

Verantwortlich für diese Ausgabe:

T. Spengler, S. Herzog, K. M. Siegling
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Fakultät für Wirtschaftswissenschaft
Postfach 4120
39016 Magdeburg
Germany

http://www.fww.ovgu.de/femm

Bezug über den Herausgeber
ISSN 1615-4274

Unscharfe Regelsysteme im Strategischen Management

Thomas Spengler, Sebastian Herzog und Kim Michelle Siegling[1]

Abstract

Im Kontext des Strategischen Managements der Unternehmung sind Bündel abstrakter Maßnahmen zur Steuerung und Führung von und in Systemen zu entwickeln sowie anzuwenden, die erst zu späteren Zeitpunkten konkretisiert und ausdifferenziert werden. Solche Maßnahmenbündel nennen wir Strategien. Strategien müssen logisch fundiert und formuliert werden, es sind also aus wahren Prämissen die richtigen Schlüsse zu ziehen und Fehlschlüsse zu vermeiden. Zu deren Generierung, Evaluierung und Selektion benötigt man Regelsysteme, die entweder univok oder ambiguos konstruiert sein können. Unscharfen Regelsystemen im Strategischen Management ist die vorliegende Arbeit gewidmet.

In the context of the strategic management of the company, bundles of abstract measures for the control and management of and in systems are to be developed and applied, which are only concretized and differentiated at later points in time. We call such bundles of measures strategies. Strategies must be logically founded and formulated, i.e. the correct conclusions must be drawn from true premises and false conclusions must be avoided. To generate, evaluate and select them, rule systems are required that can be constructed either univocally or ambiguously. This paper is dedicated to fuzzy rule systems in strategic management.

JEL: A10, A22, A23, C60, C67, M20, M21

Schlüsselwörter: Strategisches Management, (Unscharfe) Regelsysteme, Fuzzy-Logik, Szenariomanagement

[1] Thomas Spengler, Prof. Dr., thomas.spengler@ovgu.de; Lehrstuhl für Unternehmensführung und Organisation, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Universitätsplatz 2, 39106 Magdeburg, Telefonnr.: +49 391 67 58440; Sebastian Herzog, M. Sc., sebastian.herzog@ovgu.de; Lehrstuhl für Unternehmensführung und Organisation, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Universitätsplatz 2, 39106 Magdeburg, Telefonnr.: +49 391 67 50176; Kim Michelle Siegling, M. Sc., kim.siegling@ovgu.de; Lehrstuhl für Unternehmensführung und Organisation, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Universitätsplatz 2, 39106 Magdeburg, Telefonnr.: +49 391 67 52626.

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung

Im Kontext des Strategischen Managements sind Bündel abstrakter Maßnahmen zur Steuerung und Führung von und in Systemen[2] zu entwickeln sowie anzuwenden, die erst zu späteren Zeitpunkten konkretisiert und ausdifferenziert werden. Solche Maßnahmenbündel nennen wir Strategien (Spengler 1999). An diese werden die Anforderungen der Relevanz (für das System), der (methodischen) Simplizität und der Proaktivität (in Plan und Aktion) gestellt (Scholz 1987). Relevanz bedeutet dabei, dass die zu treffenden Entscheidungen eine besondere Bedeutung für das zu führende bzw. zu steuernde System aufweisen, während Simplizität meint, dass man methodisch nicht „mit Kanonen auf Spatzen schießen“ sollte, die Methoden mithin möglichst einfach aber auch effektiv oder gar effizient sein müssen. Unter dem Rubrum der Proaktivität ist zu gewährleisten, dass möglichst frühzeitig Chancen und Risiken erkannt werden, um Handlungsmöglichkeiten nutzen und Bedrohungen abwenden zu können. Aus betriebswirtschaftlicher Perspektive (und diese wollen wir hier einnehmen) steht dabei die ökonomische Rationalität im Vordergrund. Letztlich geht es um das Treffen „guter“ Managemententscheidungen, wobei wir hier nur solche Entscheidungen als „gut“ bezeichnen, die auf „guten“ Regeln basieren, welche wiederum logisch fundiert und formuliert sind, wobei dies nur für solche Regeln gelten kann, bei denen aus wahren Prämissen die richtigen Schlüsse gezogen und Fehlschlüsse vermieden werden. Im wissenschaftlichen Schrifttum wird eine kaum überschaubare Fülle von Ansätzen zur Analyse der strategischen Konditionen, Probleme und Effekte sowie zur Strategieformulierung und -auswahl vorgeschlagen, die mehr oder weniger stark elaboriert sind. Dies geht bis hin zu wahrscheinlichkeitstheoretisch ausgefeilten Prognosemodellen und komplexen sowie komplizierten streng optimierendenden Entscheidungsverfahren. In der vorliegenden Arbeit wollen wir jedoch zeigen, dass man auch einfachere, wenngleich effektive (und ggf. effiziente) regelbasierte Systeme formulieren und anwenden kann. Da wir in der vorliegenden Arbeit selbstverständlich nicht den gesamten Problem- und Instrumentenkanon des Strategischen Managements thematisieren können, beschäftigen wir uns im Folgenden exemplarisch und selektiv mit der Formulierung von Regelsystemen in den Bereichen der strategischen Konsistenz- und Cross-Impact-Analyse.

[2] Z.B. eines Unternehmens oder eines Unternehmensteilbereiches.

2 Terminologische Grundlagen: Regeln und Gesetze

2.1 Allgemeine Grundlagen

Akteure in Unternehmen benötigen Regeln, um letztlich zielgerichtet und vernünftig handeln zu können. Bezüglich der Vernunft unterscheidet Kant (1793 und 1867) die theoretische von der praktischen. Basis der theoretischen Vernunft sind die Grundsätze der Logik und das folgerichtige Schließen. „Vernunft, als Vermögen einer gewissen logischen Form der Erkenntnis betrachtet, ist das Vermögen zu schließen.“ (Kant 1867, S. 247). Im Kontext der darauf aufbauenden praktischen (und damit handlungsbestimmenden) Vernunft werden die „vernünftige Tat“ (Kant 1788, S. 292) und somit das rationale Handeln thematisiert. Theoretische Vernunft ist somit notwendige Voraussetzung für praktische.

Der deutschsprachige Begriff der Regel ist dem lateinischen regula entlehnt, das direkt übersetzt Leiste, Latte oder Schiene aber auch Stab zum Teilen und Messen (Lineal) bedeutet. Im übertragenen Sinne gelangt man dann zur Regel als Richtschnur, Vorschrift, Norm (regula norma, „vorgeschribne weisz und form“[3]) aber auch als Gewohnheit, Gesetzmäßigkeit oder Grundsatz.[4] Eine besondere Art von Regeln sind die sog. Maximen, die eine allgemeine oder oberste (Lebens-) Regel und einen Grundsatz darstellen, an dem man sich aus Vernunftsmotiven orientiert (Kant 1788). Die Mathematiker kennen Regeln als mathematische Lehrsätze, wie z.B. regula alligationis (die Mischregel) oder regula proportionum (der Dreisatz). In Lichtwers Schriften heißt es zur Bedeutung von Regeln: „Ein gründlicher Verstand ist eines jeden Pflicht; nach Regeln denkt der Mensch, und seiner Seele Licht nimmt mit den Jahren zu.“ (Lichtwer 1828, S. 187). Regeln gibt es (auch außerhalb der Ökonomie) in allen Lebensbereichen, z.B. als Sprach-, Kunst-, Lebens-, Bauern-, Staats-, Ordens- oder Klosterregel etc. So auch die Abseitsregel im Fußball (Regel 11 der FIFA), die in einem ersten Teil die Abseitsposition und im zweiten die Sanktion regelt.[5] Diese Regel ist ein typisches Beispiel für komplexe und nur schwer durchdringbare Regeln (Gischer 2011), wenn man z.B. bedenkt, dass es zu Regel 11 mehrere Druckseiten umfassende Erläuterungen und Ausführungsbestimmungen gibt.[6] Solche Regeln führen häufig zu Interpretationsspielräumen und Verhaltensunsicherheiten und sollten aus Gründen der Verständlichkeit und Praktikabilität vereinfacht werden. Eine Regel, die nicht

[3] „rechteln“, in: Deutsches Wörterbuch von Jacob Grimm und Wilhelm Grimm, Erstbearbeitung (1854–1960), digitalisierte Version im Digitalen Wörterbuch der deutschen Sprache, <https://www.dwds.de/wb/dwb/rechteln>, abgerufen am 27.03.2024.

[4] „Regel“, bereitgestellt durch das Digitale Wörterbuch der deutschen Sprache, <https://www.dwds.de/wb/Regel>, abgerufen am 27.03.2024.

[5] https://www.theifab.com/de/laws/latest/offside/#offside-position, abgerufen am 27.03.2024.

[6] https://www.dfb.de/fileadmin/_dfbdam/287914-AU2300707_PL_Broschuere.pdf, abgerufen am 27.03.2024.

befolgt werden kann, weil sie die Adressaten nicht verstehen und in der Folge ablehnen, bringt keinerlei Vorteile.

Als Zwischenfazit, auf das wir unten noch intensiv eingehen, sei festgehalten, dass im Management eine Regel eine Wenn-Dann-Verknüpfung darstellt, bei der aus mindestens zwei Prämissen eine Implikation abgeleitet wird.

Der Begriff des Gesetzes[7] stammt aus dem Mittel- und Neuhochdeutschen und bedeutet soviel wie das Festgesetze und in Ableitung das, was gesetzt oder bestimmt ist, die Bestimmung einer höheren Macht, des Schicksals oder Gottes. Zudem geht es um obrigkeitliche Gebote, Verordnungen und Erlasse aber auch um eine Vorschrift, Regel, Norm, oder „Richtschnur, nach der man handeln muss oder handelt“.[8] Wir kennen Gesetze der Ehrfurcht, der Vernunft, der Natur, (religiöse) Sittengesetze u.v.a.m. Dabei handelt es sich jeweils um „feste Regeln, in denen sich die Weltordnung, die Erscheinungen der Natur, die Erzeugnisse der Kunst, die Arbeit und Ergebnisse der Wissenschaft bewegen und vollziehen.“[9] Goethe (1907) konstatiert (unter Verwendung eines heutzutage als politisch inkorrekt zu bewertendes Stereotyp) zum Zusammenhang von Gesetzen, Regeln und Ausnahmen von der Regel: „Alle Gesetze sind von Alten und Männern gemacht. Junge und Weiber wollen die Ausnahme, Alte die Regel.“

2.2 Spezielle Grundlagen: Eherne Gesetze und goldene Regeln

Das Adjektiv „ehern“ stammt aus dem Alt- und Mittelhochdeutschen und bedeutet „das zum Grund liegende Uralte“[10], aber auch aus Erz bestehend, eisern, hart, ewig während und unumstößlich. Als golden hingegen bezeichnet man solche „Weisheitssprüche, Lehren [und, *d. Verf.*] Regeln [...], die besonders wertvoll erscheinen.“[11] U.a. werden in der Philosophie, den Religions-, den Natur-, den Wirtschafts-[12] sowie den Rechtswissenschaften (teilweise seit der Antike)

---

[7]Vgl. „Gesetz“, bereitgestellt durch das Digitale Wörterbuch der deutschen Sprache, <https://www.dwds.de/wb/Gesetz>, abgerufen am 27.03.2024 sowie „Gesetz“, in: Deutsches Wörterbuch von Jacob Grimm und Wilhelm Grimm, digitalisierte Fassung im Wörterbuchnetz des Trier Center for Digital Humanities, Version 01/23, <https://www.woerterbuchnetz.de/DWB>, abgerufen am 27.03.2024.

[8] In der vorliegenden Arbeit verzichten wir aus Gründen der Simplifizierung bewusst auf feinsinnige Unterscheidungen des Regel- und des Gesetzesbegriffes: wir verwenden beide synonym.

[9] Ebd.

[10] „Ehern“, in: Deutsches Wörterbuch von Jacob Grimm und Wilhelm Grimm, digitalisierte Fassung im Wörterbuchnetz des Trier Center for Digital Humanities, Version 01/23, <https://www.woerterbuchnetz.de/DWB>, abgerufen am 27.03.2024.

[11] „Golden“, in: Deutsches Wörterbuch von Jacob Grimm und Wilhelm Grimm, digitalisierte Fassung im Wörterbuchnetz des Trier Center for Digital Humanities, Version 01/23, <https://www.woerterbuchnetz.de/DWB>, abgerufen am 27.03.2024.

[12] In der vorliegenden Arbeit fokussieren wir betriebswirtschaftliche Regelsysteme. Zu volkswirtschaftlichen bzw. wirtschaftspolitischen Regelsystemen vgl. z.B. Gischer (2011).

goldene Regeln und eherne Gesetze formuliert. Man denke z.B. an das Eherne Gesetz der Oligarchie von Robert Michels(1910)[13], das Eherne Lohngesetz von Ferdinand Lassalle[14] oder das Eherne Gesetz des Fatalismus von G. Büchner.[15] Weitere Beispiele sind u.a. Fermis Goldene Regel der quantenmechanischen Strömungstheorie (Fermi 1974), die Goldene Regel der Mechanik von Galileo Galilei (Mahnken 2016), die Goldene Regel der Kapitalakkumulation (Phelps 1961) oder auch die Goldene Regel der Finanzpolitik des Sachverständigenrates (SVR 2019). Hinzu kommen (goldene) Finanzierungsregeln wie z.B. die Goldene Bankregel, die Goldene Bilanzregel oder die Goldene Finanzregel (Köhler/Zöller 1971).

Weithin bekannt ist auch die sog. Goldene Regel aus der Bibel (Regula aurea) die im apokryphischen Buch Tobias (1932a, Kap. 4, Vers 16) und im Evangelium des Matthäus (1932b, Kap. 7, Vers 12) enthalten ist. Sie besagt (in einer negativ formulierten Fassung) „was du nicht willst, das man dir tue, das tu einem andern auch nicht“ (Die Bibel 1932a, S. 34) und redensartlich „Was du nicht willst, das man dir tu, das füg‘ auch keinem andern zu“. Positiv formuliert lautet sie: „Was Du vom anderen erwartest, das tu selbst“. Die Goldene Regel bietet ein Prüfkriterium für die ethische Eignung einer Regel dahingehend, wie man behandelt werden möchte. Diese darf nicht verwechselt werden mit dem sog. kategorischen Imperativ von Kant. Er bezeichnet diese Handlungsmaxime als Imperativ, denn „die Vorstellung eines objektiven Prinzips, sofern es für einen Willen nötigend ist, heißt ein Gebot (der Vernunft) und die Formel des Gebots heißt Imperativ.“ (Kant 1919, S. 225) Er stellt den kategorischen dem hypothetischen Imperativ gegenüber, wobei jener „[...] der sein [würde, *d. Verf.*], welcher eine Handlung als für sich selbst, ohne Beziehung auf einen anderen Zweck, als objektiv-notwendig vorstellte.“ (ebd., S. 226) In einer von mehreren Fassungen formuliert Kant den kategorischen Imperativ wie folgt: „Handle nur nach derjenigen Maxime, durch die du zugleich wollen kannst; dass sie ein allgemeines Gesetz werde.“ (ebd., S. 251) In einer zweiten Fassung heißt es: „[...] Weil die Allgemeinheit

---

[13] „Die Bildung von Oligarchien [...] ist eine organische, also eine Tendenz, der jede Organisation [...] notwendigerweise unterliegt.“ (Michels 1910, S. 385) „Die Ursachen für die oligarchischen Erscheinungen [...] sind [...] folgende: Abgesehen von den Fällen der Organisierung und Kartellbildung der Führer untereinander, sowie der ganz generellen Immobilität der Massen, liegen sie außer in der Dankbarkeit der Geführten vorzugsweise in der technischen Unentbehrlichkeit der Führer.“ (ebd. S. 384).

[14] Das Eherne ökonomische (Lohn-, *d. Verf.*) Gesetz besagt, „[...] dass der durchschnittliche Arbeitslohn immer auf den notwendigen Lebensunterhalt reduziert bleibt, der in einem Volke gewohnheitsmäßig zur Fristung der Existenz und zur Fortpflanzung erforderlich ist.“ (Lassalle 1863, S. 30).

[15] Das Eherne Gesetz des Fatalismus umschreibt Büchner in einem Brief an seine Braut Wilhelmine Jaeglé in Straßburg (nach dem 10. März 1834): „Ich fühlte mich wie zernichtet unter dem grässlichen Fatalismus der Geschichte. Ich finde in der Menschennatur eine entsetzliche Gleichheit, in den menschlichen Verhältnissen eine unabwendbare Gewalt, Allen und Keinem verliehen. Der Einzelne nur Schaum auf der Welle, die Größe ein bloßer Zufall, die Herrschaft des Genies ein Puppenspiel, ein lächerliches Ringen gegen ein ehernes Gesetz, es zu erkennen das Höchste, es zu beherrschen unmöglich.“ (Büchner 1978, S. 24).

des Gesetzes, wonach Wirkungen geschehen, dasjenige ausmacht, was eigentlich Natur im allgemeinsten Verstande (der Form nach), d.i. das Dasein der Dinge, heißt, sofern es nach allgemeinen Gesetzen bestimmt ist, so könnte der allgemeine Imperativ der Pflicht auch so lauten: „Handle so, als ob die Maxime deiner Handlung durch deinen Willen zum allgemeinen Naturgesetze werden sollte." (ebd., S. 232) In Form des sog. praktischen Imperativs lautet er hingegen: „Handle so, dass du die Menschheit, sowohl in deiner Person, als in der Person eines jeden anderen, jederzeit zugleich als Zweck, niemals bloß als Mittel brauchest." (Kant 1785, S. 44) Der kategorische Imperativ bietet im Gegensatz zur Goldenen Regel ein Prüfkriterium für die ethische Eignung einer Regel (Maxime) dahingehend, ob sie sich verallgemeinern lässt.

Intentional ist mit solchen goldenen Regeln und ehernen Gesetzen die Vorstellung verknüpft, mit ihnen über generell gültige, uneingeschränkt wahre sowie objektiv generierte Erkenntnisse und Verhaltenspostulate zu verfügen. An ihnen, so zumindest die Hoffnung, gibt es nichts zu deuteln oder zu kritisieren. Aber was ist, wenn die Gültigkeit, Wahrheit oder Objektivität eingeschränkt, wenn die Regeln und Gesetze nicht ganz so golden oder ehern sind? Muss oder sollte man dann auf sie verzichten? Die Antwort lautet eindeutig nein. Auch und gerade im Bereich des Strategischen Managements wird man mit solchen Unwägbarkeiten und Ambiguitäten konfrontiert und ist bei Geltung des Rationalitätspostulates gut beraten, geeignete Regeln (bzw. Regelsysteme) zu konstruieren und anzuwenden, und zwar völlig unabhängig davon, ob man z.B. die Forderungen nach Relevanz, Simplizität und Proaktivität als goldene Regeln oder eherne Gesetze des Strategischen Managements einordnet oder nicht.

3 Systematische Grundlagen: Strategisches Management

Zur Generierung von Strategien stehen viele verschiedene Methoden und Techniken zur Verfügung. Ihnen ist gemein, dass sie als systematische Entscheidungsgrundlage bzw. Orientierungshilfe für das Treffen „guter" Managemententscheidungen dienen sollen. Die strategischen Bedingungen (Konditionen), Ziele (Probleme), Maßnahmen (Instrumente) und Wirkungen (Effekte) stellen die Elementarkategorien des Strategischen Managements dar (Spengler 1993). Eine erschöpfende Besprechung dieser Kategorien würde den Rahmen der vorliegenden Arbeit sprengen. Wir beschränken uns hier deshalb auf die strategischen Bedingungen und somit auf das strategische Umfeld. Der Methodenkanon lässt sich dabei in analytische (z.B. Potenzial- und Lückenanalyse), bewertende (z.B. Nutzwertanalyse), messende und schätzende (z.B. Clusteranalyse), heuristische (z.B. Brainstorming) und prognostische Methoden (z.B. Trendextrapolation) differenzieren (Staehle 1999). Die Szenario-Technik gehört zu den analytischen Methoden und dient im Strategischen Management als ein Instrument, mit welchem verschiedene

Zukunftsszenarien ermittelt und analysiert werden, sodass darauf aufbauend betriebswirtschaftlich sinnvolle Strategien formuliert werden können. Da sich die Szenario-Technik, die streng genommen nicht eine isolierte Methode, sondern eine Toolbox darstellt, als besonders bedeutsam etabliert hat, soll sie im Folgenden näher betrachtet werden. Szenarien werden definiert als „in die Zukunft reichende Entwicklungspfade entscheidungsrelevanter Datenkonstellationen“ (Spengler 2012, S. 76). Sie bestehen aus logischen und konsistenten Prämissen bzw. Bündeln von Prämissen und dienen der Beschreibung möglicher künftiger Datenentwicklungen. Der Raum, der in einer Problemstellung verwendbaren Szenarien, ist dabei unendlich. Aufgrund dessen ist dieser auf eine operable Größe zu reduzieren. Die auszuwählenden Szenarien sollten laut herrschender Meinungen im wissenschaftlichen Schrifttum möglichst unterschiedlich, möglichst konsistent und möglichst wahrscheinlich sein (Amara/Lipinski 1983, Chandler/Cockler 1982, Chermack et al. 2001, Heijden 1997, Spengler/Herzog 2023). Da sich die Kolmogoroffschen Axiome der klassischen Wahrscheinlichkeitstheorie im strategischen Kontext schlechterdings nicht erfüllen lassen (Spengler 2012, Spengler/Herzog 2023), empfehlen wir anstatt der Szenariowahrscheinlichkeit die Szenariomöglichkeit als Auswahlkriterium zu verwenden. Wie wir unten noch genauer sehen werden, rekurrieren wir auf die Modallogik, im Zuge derer die Modalitäten „Möglichkeit“ (Possibilität) und „Notwendigkeit“ (Nezessität) in Ansatz gebracht werden.[16]

Die einschlägige Literatur empfiehlt das Bilden von insgesamt drei bis fünf Szenarien, zu denen mit dem Worst-Case- und dem Best-Case-Szenario zwei Extremszenarien und daneben eins bis drei mittlere Szenarien gehören. Heinecke und Schwager (1995) legen einen Kriterienkatalog bezüglich der Anforderungen der Szenario-Güte vor, der unter anderem folgende Punkte umfasst:[17]

- Verständlichkeit (Präzision, Transparenz, Angemessenheit)
- Inhaltliche Gründlichkeit (z.B. Fehlerlosigkeit, Vollständigkeit)
- Relevanz (z.B. Entscheidungsfunktion, Orientierungsfunktion)
- Gesamterscheinungsbild und Verhältnis der Szenarien untereinander (z.B. Unterschiedlichkeit, gleichartige Form und entsprechende Aussagen, Stabilität)

[16] Vgl. Kapitel 4.4 und 5.2 der vorliegenden Arbeit.
[17] Aus Komplexitätsgründen verzichten wir hier auf Erläuterungen dieses Kriterienkataloges.

Es existieren verschiedene Methoden zur adäquaten Szenario-Erstellung (Kratzberg 2008), um den genannten Anforderungen nachzukommen. Im Kontext der vorliegenden Arbeit beschäftigen wir uns mit solchen, die einer systematischen und formalisierten Vorgehensweise sowie der modellgestützten Logik folgen. In einschlägigen Literaturquellen werden mehrere Schritte zur Generierung relevanter Szenarien thematisiert (Götze 1993, Heinecke/Schwager 1995, Spengler 2012):

(1) Problemanalyse
(2) Einflussanalyse
(3) Konsistenzanalyse
(4) Cross-Impact-Analyse

Der Schritt der Problemanalyse (1) begrenzt die zu untersuchenden Bereiche. Im Kontext des Strategischen Managements können z.B. das Umfeld eines ganzen Unternehmens oder aber eines Teilbereiches Gegenstand der Szenario-Analyse werden. Das Ziel besteht darin, das Untersuchungsfeld zeitlich sowie sachlich strukturiert zu differenzieren, um darauf aufbauend Unterkategorien einzelner Problemkomplexe zu generieren. Verschiedene Methoden, wie z.B. die Stärken-Schwächen- oder die Chancen-Risiken-Analyse, sollen sicherstellen, dass das Untersuchungsfeld möglichst vollständig und gewissenhaft beleuchtet wird (Heinecke/Schwager 1995). „Im Zuge der analytischen Szenario-Technik werden […] für das interessierende Untersuchungsfeld [(2), *d. Verf.*] Einflussbereiche und -faktoren ermittelt, die vermittels korrespondierender Einflussanalysen zu einer (hinsichtlich Quantität und Qualität) operablen Menge sog. Deskriptoren reduziert werden.“ (Spengler 2012, S. 77) Unterschiedliche Wirkungszusammenhänge können bspw. mittels eines System-Grids grafisch dargestellt und strukturiert analysiert werden (Götze 1993). Die Deskriptoren „[…] kombiniert man anschließend zu sog. Annahmebündeln, die per Konsistenzanalysen [(3), *d. Verf.*] hinsichtlich Stimmigkeit zu analysieren sind.“ (Spengler 2012, S. 77) Bei drei Deskriptoren mit jeweils zwei potenziellen Ausprägungen kommt man zu zwölf bezüglich der Konsistenz zu beurteilenden Deskriptorenpaaren. „Im nächsten Schritt sind die Annahmebündel durch probabilistische oder possibilistische Cross-Impact-Analysen [(4), *d. Verf.*] auf Kreuzeinflüsse [z.B. temporale Differenzen zwischen dem Eintritt zweier Deskriptoren, *d. Verf.*] hin zu untersuchen.“ (Spengler 2012, S. 77) Bei Konsistenzanalysen verzichtet man auf die Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten (Heinecke/Schwager 1995). Aufgrund diverser Kritik in Hinblick auf die Verwendung von Eintrittswahrscheinlichkeiten, existieren mittlerweile auch Ansätze (wie z.B. die verbale Cross-Impact-Analyse), die auf Wahrscheinlichkeitswerte verzichten (Scholz 1987, Spengler 2012). In einer Matrix wird für jedes Paar von Deskriptoren ein Schätzwert bestimmt, der angibt, ob die Ausprägungen sich gegenseitig verstärken, neutral oder unabhängig voneinander sind oder ob sie sich ausschließen. Innerhalb der Cross-Impact-Analysen kann weiterhin zwischen korrelierten und kausalen Verfahren unterschieden werden.[18]

Für das Vorgehen im Rahmen der Konsistenz- sowie der Cross-Impact-Analyse eignet sich aufgrund typischer terminologischer und relationaler Unschärfen die Fuzzy-Logik-basierte Konstruktion von Regelsystemen. Analog zur Fuzzy-Konsistenzanalyse werden deshalb auch bei der Cross-Impact-Analyse zunächst die Eintrittspossibilitäten der Deskriptorenpaare und im Anschluss die gesamten Annahmebündel evaluiert (Spengler 2012). Basierend auf der Gesamtkonsistenz und der Gesamtpossibilität jedes Annahmebündels kann dann auf deren Gesamtrelevanz geschlossen werden, um letztendlich die zu wählenden Szenarien festzulegen.[19] Um von der Gesamtkonsistenz und der Gesamtpossibilität auf die Gesamtrelevanz schließen zu können, sind Kenntnisse der logischen Inferenz notwendig, weshalb im Folgenden ausgewählte Aspekte der Logik und des logischen Schließens dargelegt werden.

4 Logik und logisches Schließen

4.1 Überblick

Der Begriff der Logik ist zurückzuführen auf die Lehre des folgerichtigen Denkens und des vernünftigen Schließens.[20] Wir unterscheiden zwischen der klassischen und der nicht-klassischen Logik. Während sich die klassische Logik aus der Aussagen- und der Prädikatenlogik zusammensetzt, sind zur nicht-klassischen Logik die Modal- sowie die unscharfe Logik zugehörig (Zoglauer 2008).

4.2 Basiselemente der Aussagenlogik

Die Aussagenlogik (Junktorenlogik) beschäftigt sich mit der Analyse von Aussagen und deren Verknüpfungen. Aussagen werden hier als Sätze betrachtet, die dem Bivalenzprinzip folgend entweder den Wahrheitswert wahr (w) oder falsch (f) annehmen können. Das Instrumentarium der Aussagenlogik ermöglicht es, Aussagen zu verknüpfen und den Gesamtwahrheitswert zu bewerten, der sich aus den Teilwahrheitswerten ergibt (Stichwort: Wahrheitsfunktionalität; Metzger 2020). Es ist wichtig anzumerken, dass die logische Wahrheit von der faktischen

[18] Zu weiteren Erläuterungen vgl. z.B. Heinecke/Schwager (1995).
[19] Siehe zur formalisierten Darstellung Kap. 5.
[20] „Logik“, bereitgestellt durch das Digitale Wörterbuch der deutschen Sprache, <https://www.dwds.de/wb/Logik>, abgerufen am 09.04.2024.

Wahrheit abgegrenzt ist. Die faktische Wahrheit bezieht sich auf die Übereinstimmung einer Aussage mit einem tatsächlichen Sachverhalt, während die logische Wahrheit die formale Gültigkeit von Aussagenverknüpfungen unabhängig von ihrem Inhalt beurteilt. Die Analyse solcher Strukturen erfordert Unabhängigkeit von der Person, dem Ort und der Zeit der Aussagetätigung. Im Kontext der Aussagen- und der (weiter unten thematisierten) Prädikatenlogik können faktische Kausalitätsbeziehungen nicht berücksichtigt und beurteilt werden. Somit kann eine Aussagenverknüpfung faktisch unsinnig sein, aber dennoch logisch wahr (Metzger 2020). Obwohl die Beurteilung faktischer Wahrheit in Entscheidungsprozessen wichtig ist, erfordert eine konsistente Problemlösung immer formallogische Gültigkeit.

Im Rahmen der Aussagenlogik werden fünf grundlegende Junktoren verwendet, die verschiedene Arten logischer Aussagenverknüpfungen ermöglichen. Zur Erläuterung betrachten wir exemplarisch folgende Aussagen A und B:

A: „Die Entscheidung ist wichtig."

B: „Die Entscheidungsfrist ist kurz."

Die *Negation* ist eine Operation, die die Verneinung einer Aussage ausdrückt. Die Verneinung einer Aussage A wird als "nicht A" bezeichnet und als $\neg A$ formal dargestellt (Zoglauer 2008). Die Negation $\neg A$ hat immer den entgegengesetzten Wahrheitswert von A. Für unsere exemplarischen Aussagen resultiert daher Folgendes:

$\neg A$: „Die Entscheidung ist nicht wichtig."

$\neg B$: „Die Entscheidungsfrist ist nicht kurz."

Die *Konjunktion* verknüpft mindestens zwei Aussagen (z.B. A und B) durch das logische *Und* ($\wedge$). Dieses bedeutet „sowohl … als auch …" (Zoglauer 2008).

$A \wedge B$: „Die Entscheidung ist wichtig und die Entscheidungsfrist ist kurz."

Die Konjunktion ist nur dann logisch wahr, wenn alle Teilaussagen ebenfalls logisch wahr sind. Wenn mindestens eine der Teilaussagen den Wahrheitswert f aufweist, so nimmt auch die Aussagenverknüpfung den Wert f an.

Bei der *Disjunktion* werden mindestens zwei Aussagen (z.B. A oder B) mithilfe des logischen *Oder* ($\vee$) verknüpft. Es gilt: Entweder A oder B oder beide.

$A \vee B$: „Die Entscheidung ist wichtig oder die Entscheidungsfrist ist kurz oder beides."

Wenn mindestens eine der Teilaussagen den Wahrheitswert w aufweist, nimmt auch diese Aussagenverknüpfung den Wert w an. Lediglich wenn alle Teilaussagen falsch sind, ist auch die entsprechende Verknüpfung falsch.

Mithilfe der *Implikation* werden mindestens zwei Aussagen (z.B. A, B) durch "wenn…, dann" verknüpft (Zoglauer 2008).[21]

> $A \rightarrow B$: „Wenn die Entscheidung wichtig ist, dann ist die Entscheidungsfrist kurz."

Die Implikation ist ausschließlich dann falsch, wenn die Konklusion (in unserem Beispiel B) mit f bewertet wird, ansonsten ist ihr der Gesamtwahrheitswert für alle anderen Kombinationen wahr (w). Dies folgt aus dem logischen Prinzip „ex falso sequitur quodlibet"[22], das besagt, dass aus Falschem Beliebiges folgt (Zoglauer 2008).

Die *Äquivalenz* entspricht einer beidseitigen Implikation (d.h. A impliziert B und B impliziert A) und wird formal als $A \leftrightarrow B$ dargestellt (Zoglauer 2008). Eine solche Aussagenverknüpfung ist wahr, wenn die Wahrheitswerte von A und B übereinstimmen.

> $A \leftrightarrow B$: „Wenn die Entscheidung wichtig ist, dann ist die Entscheidungsfrist kurz und wenn die Entscheidungsfrist kurz ist, ist sie wichtig."

4.3 Basiselemente der Prädikatenlogik

Die Prädikatenlogik untersucht im Gegensatz zur Aussagenlogik die innere Struktur von Aussagen. Sie erweitert das aussagenlogische Instrumentarium, um Generalisierungen und Partikularisierungen von Aussagen durchzuführen. Dabei werden strukturelle Stimmigkeit und formale Gültigkeit von Aussagen detaillierter betrachtet und analysiert. In der Prädikatenlogik bilden Subjekt und Prädikat die zentralen Elemente von Aussagen. Das Subjekt beschreibt üblicherweise ein Individuum, Kollektiv oder eine Sache, während das Prädikat eine Tätigkeit oder Eigenschaft widerspiegelt. Prädikate können Verben, Verbindungen mit den Hilfswörtern "sein", "haben" oder "werden", sowie Adjektive, Gattungsnamen oder Partizipien sein. In der Prädikatenlogik werden einzelne Subjekte als Individuenkonstanten bezeichnet und mit Kleinbuchstaben vom Beginn des Alphabets symbolisiert, während Prädikate mit Großbuchstaben dargestellt werden (Metzger 2020). Wenn beispielsweise eine konkrete Entscheidung (a) wichtig ist (Z), so notieren wir dies formallogisch $Z(a)$. Sind Subjekte jedoch nicht individuell spe-

---

[21] Vgl. hierzu ausführlich Kap. 4.6.
[22] Siehe auch Kap. 4.7 der vorliegenden Arbeit.

zifiziert, bezeichnet man sie (möglicherweise kontraintuitiv) als Individuenvariablen und symbolisiert sie mit Kleinbuchstaben vom Ende des Alphabets. Betrachtet man hier in Ergänzung das Beispiel „Entscheidungen (x) sind wichtig (Z).“, so besagt der formale Ausdruck $Z(x)$, dass die Eigenschaft, wichtig zu sein, generell allen Entscheidungen zugeordnet wird (Metzger 2020). Die Ausdrucksfähigkeit prädikatenlogischer Aussagen wird durch die Einführung von zwei weiteren Operatoren, dem All- und Existenzquantor, erweitert. Der Allquantor ($\forall$) ermöglicht die Generalisierung von Subjekten, während der Existenzquantor ($\exists$) sie partikularisiert (Zoglauer 2008). Zum Beispiel wird die Aussage „Alle Entscheidungen sind wichtig.“ prädikatenlogisch als $\forall x Z(x)$[23] notiert, während „Eine konkrete Entscheidung x ist wichtig.“ formal als $\exists x Z(x)$[24] dargestellt wird. Durch eine Kombination prädikaten- und aussagenlogischer Instrumente lassen sich komplexe Aussagenverknüpfungen bilden. Durch Konjunktionen können beispielsweise Subjekten weitere Eigenschaften zugeordnet werden, während die Implikation die Beziehung zwischen verschiedenen Eigenschaften beschreibt. Zum Beispiel kann man Entscheidungen (x) neben der Eigenschaft Wichtigkeit (Z) auch das Prädikat Kurzfristigkeit (K) zuordnen (Metzger 2020). Formal würde das bedeuten, dass Entscheidungen wichtig und kurzfristig sind: $Z(x) \wedge K(x)$. Bei einer Implikation $Z(x) \rightarrow K(x)$ bedeutet dies, dass wichtige Entscheidungen immer zu Kurzfristigkeit führen. Wenn Individuenvariablen in Aussagen nicht näher konkretisiert werden, bleiben sie allgemein. Im Beispiel wären immer alle Entscheidungen mit entsprechenden Eigenschaften gemeint. Um die Strukturkonsistenz zu gewährleisten und die Instrumente später im Kontext existierender Sachverhalte zu verwenden, ist es sinnvoll, die Subjekte in Mengen zusammenzufassen. Dies wird in der Prädikatenlogik mithilfe des Extensionalitätsprinzips umgesetzt, das besagt, dass zu jedem Prädikat die Menge der zutreffenden Subjekte gebildet werden kann. Diese Menge wird als Extensionsbereich des Prädikats bezeichnet. Wenn beispielsweise das Prädikat Z für „ist wichtig“ betrachtet wird, ist die Menge M_Z die Menge aller Entscheidungen, auf die die Aussage $Z(x)$ zutrifft. Das Extensionalitätsprinzip verbindet die Prädikatenlogik mit der Mengentheorie. So lassen sich mit Hilfe des aussagenlogischen Instrumentariums verschiedene Mengenoperationen (Zoglauer 2008), wie

Vereinigungsmengen: $A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$,

Durchschnittsmengen: $A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$ und

---

[23] Lies: Für alle Entscheidungen x gilt, dass sie wichtig sind.
[24] Lies: Es existiert mindestens eine Entscheidung x, die wichtig ist.

Differenzmengen: $A \backslash B = \{x | x \in A \land x \notin B\}$

formulieren.

4.4 Basiselemente der Modallogik

Die Modallogik erweitert zweiwertige Logiksysteme und behandelt die Modalitäten Möglichkeit und Notwendigkeit. Diese werden als Operatoren betrachtet, die einer Aussage eine bestimmte Modalität zuordnen. Die Erweiterung von zweiwertigen Aussagen um Modalitäten führt dazu, dass die Wahrheitsfunktionalität nicht mehr eindeutig ist, da nicht nur über wahr oder falsch, sondern auch über Möglichkeit und Notwendigkeit geurteilt wird.[25]

Die Zusammenhänge zwischen den vier modallogischen Grundformen von Aussagen können wie folgt formal zusammengefasst werden (Zoglauer 2008):

$\Diamond A$	„Es ist möglich, dass A.“
$\neg \Diamond A$	„Es ist nicht möglich, dass A.“
$\Box A$	„Es ist notwendig, dass A.“
$\neg \Box A$	„Es ist nicht notwendig, dass A.“

Possibilität und Nezessität lassen sich folgendermaßen kombinieren (Metzger 2020):

1. Möglichkeit und Unmöglichkeit sowie Notwendigkeit und Nicht-Notwendigkeit sind kontradiktorische Gegensätze. Das bedeutet, dass etwas entweder möglich oder unmöglich sowie entweder notwendig oder nicht-notwendig sein muss, jedoch nicht beides gleichzeitig.
2. Notwendigkeit und Unmöglichkeit sind konträre Gegensätze, die nicht beide zugleich gelten können, aber auch nicht kontradiktorisch sind. Es ist möglich, dass etwas weder notwendig noch unmöglich ist.
3. Aus der Notwendigkeit folgt die Möglichkeit und aus der Unmöglichkeit folgt die Nicht-Notwendigkeit, jedoch nicht umgekehrt. Diese Beziehungen werden als subaltern bezeichnet.
4. Das Verhältnis von Möglichem zu Nicht-Notwendigem wird als subkonträr charakterisiert, was bedeutet, dass beide Aussagen sich nicht ausschließen müssen und somit beide zugleich gültig sein können. Aussagen, die zugleich möglich und nicht notwendig sind, werden als kontingent bezeichnet.

[25] Darüber hinaus existieren noch weitere Modalitäten, wie z.B. die deontische oder die epistemische Modalität (Metzger 2020).

Diese Differenzierung lässt sich sinnfällig im sog. logischen Quadrat der Modalitäten darstellen (Metzger 2020):

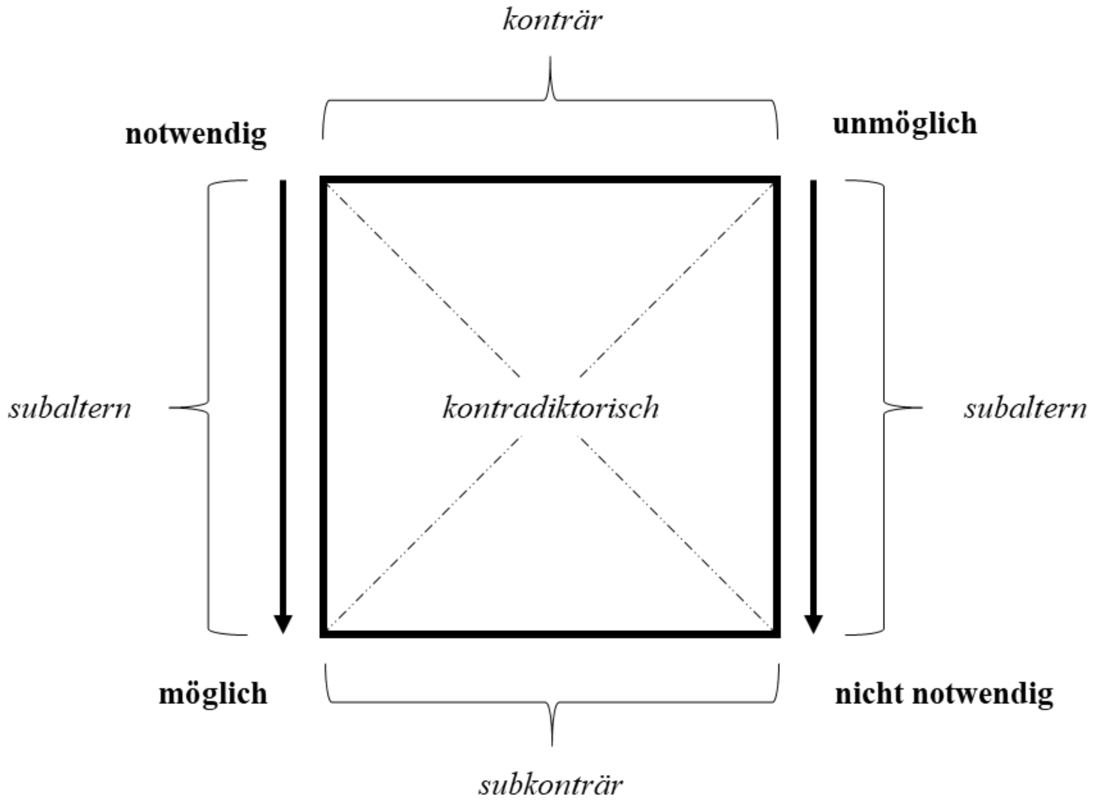


Abbildung 1: Das logische Quadrat der Modalitäten (Metzger 2020, S. 94)

Die *Kontingenz* spielt eine besondere Rolle in der Modallogik, da sie Abstufungen der Wahrheitswerte ermöglicht, und zwar von notwendig wahr über kontingent wahr und kontingent falsch bis hin zu notwendig falsch (Zoglauer 2008):

- Notwendig wahr: Eine Aussage *A* muss wahr sein.
- Kontingent wahr: Eine Aussage *A* kann wahr sein.
- Notwendig falsch: Eine Aussage *A* muss falsch sein.
- Kontingent falsch: Eine Aussage *A* kann falsch sein.

Vor diesem Hintergrund kann es sinnvoll sein, den verschiedenen Möglichkeitsstufen Werte zuzuordnen, um einen formalen Umgang mit entsprechenden Aussagen zu ermöglichen. Zum Beispiel kann einer Aussage, die notwendig wahr ist, der Wert 1 und einer Aussage, die notwendig falsch ist, der Wert 0 zugeordnet werden. Kontingente Aussagen können dann mit Werten zwischen 0 und 1 belegt werden, da sie weder notwendig wahr noch notwendig falsch sind (Metzger 2020).

4.5 Basiselemente der Fuzzy-Logik

4.5.1 Traditionelle Fuzzy-Logik

Die Fuzzy-Logik ermöglicht die Formulierung unscharfer Aussagen, die graduell zwischen den Wahrheitswerten falsch und wahr liegen und somit Wahrheitswerte aus dem Intervall [0, 1] annehmen können. Im Gegensatz zur zweiwertigen Prädikatenlogik, in der Prädikate entweder wahr oder falsch sind, erlaubt die Fuzzy-Logik die Formalisierung unscharfer Prädikate, die abgestuft erfüllt sein können. Dies wird durch Steigerungs- oder Intensitätspartikel wie z.B. „mittelmäßig", „stark", „sehr" erreicht (Rommelfanger 1994, Spengler 1993). Solche unscharfen Aussagen ermöglichen es, Prädikate nicht nur zu negieren, sondern auch abzuschwächen, zu verstärken oder anderweitig zu modifizieren. Während ein Element x zu einer scharfen Menge A entweder eindeutig gehört oder nicht gehört und damit für den Zugehörigkeitswert $\mu_A(x)$ von x zu A $\mu_A(x) \in \{0,1\}$ gilt, kann ein Element x zu einer unscharfen Menge $\tilde{A}$ auch graduell gehören (Bellmann/Zadeh 1970, Buckley/Eslami 2002, Dubois/Ostasiewicz/Prade 2000, Dubois/Prade 1980a, Gottwald 1993, Pedrycz 1993, Piegat 2001, Wang/Chang 2000, Zadeh 1983, Zimmermann 1987, Zimmermann 1996), sodass für den Zugehörigkeitswert $\mu_{\tilde{A}}(x)$ von x zu $\tilde{A}$ $\mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]$ gilt.

Durch Fuzzy-Logik wird dann ausgedrückt, dass ein Prädikat auch nur teilweise auf ein Subjekt zutreffen kann und die entsprechende Aussage somit nur zu einem gewissen Grad wahr ist. So wird beispielsweise die Formulierung ermöglicht, dass eine Entscheidung sehr, mittelmäßig oder kaum wichtig ist, während in der klassischen (zweiwertigen) Logik eine entsprechende Entscheidung entweder wichtig oder nicht wichtig sein kann.

4.5.2 Intuitionistische Fuzzy-Logik

Die intuitionistische (Fuzzy-)Logik (Atanassov 1986) bietet eine weitere Interpretation für Aussagen, die nicht dem Bivalenzprinzip folgen und abgestufte Wahrheitswerte aufweisen können. Sie baut auf der traditionellen Fuzzy-Logik auf und erweitert diese mit dem Grad der Indeterminiertheit (Unbestimmtheit) um eine weitere Komponente. Dadurch werden bei intuitionistischen Fuzzy-Sets Graduierungen für Zugehörigkeiten, Nicht-Zugehörigkeiten und Unbestimmtheiten vorgenommen (Metzger/Spengler 2017). Dabei drückt der Grad der Unbestimmtheit aus, dass es zu einem bestimmten Grad ungewiss ist, ob ein Prädikat zu einer unscharfen Menge zugehörig oder nicht zugehörig ist. Diese Definition ermöglicht eine genauere Beschreibung der Unschärfe in Aussagen, wobei der Grad der Unbestimmtheit formal die Wahrheitswertlücke darstellt. Ein intuitionistisches Fuzzy-Set ist demnach definiert als eine Menge $\hat{A}$, die jedem Element x einen Grad der Zugehörigkeit $\mu_{\hat{A}}(x)$ sowie einen Grad der Nicht-Zugehörigkeit $v_{\hat{A}}(x)$ zuordnet (Atanassov 1986). Die Summe aus dem Zugehörigkeitswert $\mu_{\hat{A}}(x)$ und dem Nicht-Zugehörigkeitswert $v_{\hat{A}}(x)$ liegt im abgeschlossenen Intervall von 0 bis 1. Der Grad der Indeterminiertheit $\pi_{\hat{A}}(x)$ resultiert aus $1 - \mu_{\hat{A}}(x) - v_{\hat{A}}(x)$ und drückt somit inhaltlich aus, zu welchem Grad unbekannt ist, inwieweit das Element x zu der Menge $\hat{A}$ gehört oder nicht gehört (Metzger/Spengler 2017). Im Vergleich zur traditionellen Fuzzy-Set-Theorie bietet die intuitionistsische Fuzzy-Set-Theorie durch die Einführung dieser zwei zusätzlichen Grade erheblich mehr Möglichkeiten der Informationsdifferenzierung (Metzger 2020). Intuitionistische Fuzzy-Sets basieren, wie die Bezeichnung schon andeutet, auf Intuitionen oder ahnendem Erfassen, weniger auf wissenschaftlich-diskursiven Begründungen.[26]

4.6 Klassisches und approximatives logisches Schließen

Das Instrumentarium des logischen Schließens bildet die Basis für Vernunft und rationales Handeln. Die Logik kennt mit der Deduktion, Induktion und Abduktion drei Schlussarten (Inferenzarten). Wir bezeichnen mit A eine (situationsspezifische) Bedingung, mit $A \rightarrow B$ eine Regel (generelle Bedingung) und mit B eine Konsequenz. Bei der Deduktion wird ein logischer Schluss von Regel ($A \rightarrow B$) und (situationsspezifischer) Bedingung (A) auf die Konsequenz (B) gezogen. Dabei bilden A und $A \rightarrow B$ den Regelinput, während B den Regeloutput darstellt.[27]

Beispiel:

$A \rightarrow B$	Wenn ein Mitarbeiter produktiv ist, dann erhält er eine Bonuszahlung.
A	Ein bestimmter Mitarbeiter ist produktiv.
B	Dieser Mitarbeiter erhält eine Bonuszahlung.

Im Zuge der Induktion wird ein logischer Schluss von der (situationsspezifischen) Bedingung (A) und der Konsequenz (B) auf eine Regel ($A \rightarrow B$) gezogen.

[26] „Intuition“, bereitgestellt durch das Digitale Wörterbuch der deutschen Sprache, <https://www.dwds.de/wb/Intuition>, abgerufen am 09.04.2024.
[27] Den Regelinput bezeichnet man auch als Prämisse, Antezedenz oder Vordersatz. Der Regeloutput hingegen wird auch als Konklusion, Schluss oder Nachsatz bezeichnet.

Beispiel:

A	Ein bestimmter Mitarbeiter ist produktiv.
B	Dieser Mitarbeiter erhält eine Bonuszahlung.
$A \rightarrow B$	Wenn ein Mitarbeiter produktiv ist, dann erhält er eine Bonuszahlung.

Die Abduktion stellt einen logischen Schluss von der Konsequenz (B) und einer Regel ($A \rightarrow B$) auf die (situationsspezifische) Bedingung (A) dar.

Beispiel:

B	Ein bestimmter Mitarbeiter erhält eine Bonuszahlung.
$A \rightarrow B$	Wenn ein Mitarbeiter produktiv ist, dann erhält er eine Bonuszahlung.
A	Dieser Mitarbeiter ist produktiv.

Diese drei Inferenzarten folgen in ihrer Grundform der zweiwertigen Logik, können aber auch auf mehrwertige Logikkalküle erweitert werden. Beim Schließen auf Basis mehrwertigen Logiken (approximatives Schließen) werden, zu (ebenfalls) ungenauen Schlussfolgerungen führende, vage Informationen verarbeitet (Metzger 2020).

Beim deduktiven Schließen zieht man Schlüsse vom Allgemeinen auf das Besondere. Klassische deduktive Schlüsse sind informationserhaltend, d.h. sie erzeugen keine neuen Informationen, sondern basieren allein auf den bereits vorhandenen Prämissen. Dementsprechend können aus einer Konklusion nicht mehr Informationen gewonnen werden, als bereits in den Prämissen enthalten sind. Die logische Wahrheit der Prämissen und die Zuweisung von Wahrheitswerten sind entscheidend für die Gültigkeit der Schlussfolgerung (Metzger 2020, Zoglauer 2008). Der Modus (ponendo) ponens[28] zählt zu den wichtigsten Schlussformen des deduktiven Schließens (Zoglauer 2008). In allgemeiner Form lässt sich dieser folgendermaßen darstellen:

[28] Modus entstammt dem *lat.* modus und bedeutet *Art und Weise* oder *Vorschrift* („Modus“, bereitgestellt durch das Digitale Wörterbuch der deutschen Sprache, <https://www.dwds.de/wb/Modus>, abgerufen am 09.04.2024). Dem etymologischen Ursprung folgend bedeutet Modus im Rahmen der Logik die *Art und Weise des Schließens*. Ponendo entstammt als Substantivierung dem lat. Verb *ponere*, was so viel wie *setzen* bedeutet. Ponens stellt das korrespondierende Partizip dar und bedeutet *setzend*. Zusammenführend lässt sich der Modus ponendo ponens als „Setzende Schlussart durch Setzung“ (Metzger 2020, S. 107) übersetzen.

Regel	Wenn A, dann B.	$A \rightarrow B$
Prämisse	Es gilt A.	A
Schluss	Also folgt: B.	B

Der scharfe Modus ponens unterliegt der Annahme, dass A und B in präziser Form vorliegen. Dementsprechend können A und B hinsichtlich ihres Wahrheitsgehaltes im Sinne der Boolschen (zweiwertigen bzw. binären) Logik lediglich die Ausprägungen *wahr* oder *falsch* bzw. 1 oder 0 annehmen.

Das Gegenstück zum Modus ponens ist der Modus (tollendo) tollens[29]. Auch hier gibt es eine erste Prämisse in Form einer Wenn-Dann-Aussage. Allerdings stellt die zweite Prämisse eine verneinte Form des Nachsatzes (der Dann-Komponente) dar. So ergibt sich Folgendes:

Regel	Wenn A, dann B.	$A \rightarrow B$
Prämisse	Es gilt nicht B.	$\neg B$
Schluss	Also folgt: nicht A.	$\neg A$

Beim induktiven Schließen werden Schlüsse vom Besonderen auf das Allgemeine gezogen, also von Konsequenz und Bedingung auf eine Regel. Die Prämissen eines induktiven Schlusses sind Aussagen über konkrete Einzelfälle, während die Konklusion eine daraus abgeleitete allgemeine Aussage ist. Es gibt mit Verallgemeinerungs- und Prognoseschlüssen zwei grundlegende Arten induktiver Schlüsse (Zoglauer 2008). Verallgemeinerungsschlüsse[30] schließen von beobachteten Einzelfällen auf eine basale Regel, während Prognoseschlüsse von beobachteten, bereits eingetretenen Einzelfällen ausgehend das nächstfolgende Ereignis vorhersagen. Verallgemeinerungsschlüsse finden sich häufig im Kontext von Kundenumfragen. Angenommen, ein Unternehmen führt eine Umfrage durch und fragt einzelne Kunden, wie zufrieden sie mit einem neu eingeführten Produkt sind. Sind die Umfrageergebnisse überwiegend positiv, könnte das Unternehmen den Schluss ziehen, dass nicht nur die befragten, sondern alle Kunden des Unternehmens mit diesem Produkt zufrieden sind. Bei Prognoseschlüssen hingegen können vergangene Unternehmensdaten, wie z.B. der bisherige Anstieg der Verkäufe elektronischer Geräte, verwendet werden, um die Konklusion zu formulieren. Der zunehmende Absatz der letzten

[29] Für den etymologischen Ursprung des Begriffs „Modus" siehe Fußnote 28. Vom Modus ponendo ponens ist der Modus tollendo ponens abzugrenzen, welcher eine Schlussart darstellt, bei der durch Aufhebung (*lat.* tollere, *dt.* aufheben) einer Aussage eine andere Aussage gesetzt wird. Vgl. hierzu ausführlich Zoglauer (2008), S. 65.

[30] Eine wesentliche Spielart von Verallgemeinerungsschlüssen sind die sog. Analogieschlüsse (Mill 1886). Siehe hierzu auch Kap. 4.7 der vorliegenden Arbeit.

Jahre dient dann als Prämisse für die abgeleitete Konklusion, dass auch im kommenden Jahr ein Verkaufsanstieg elektronischer Geräte zu erwarten ist. Wir schließen dann von vergangenen Trends (von Einzelfällen) auf eine zukünftige Entwicklung[31] (das Allgemeine).

Die klassischen Schlussweisen können zur Ermöglichung approximativer[32] Schlüsse um mehrwertige Logikkalküle erweitert werden. Wenn Aussagen ambiguos formuliert sind, können unscharfe Schlussfolgerungen aus vagen Prämissen abgeleitet werden. Ein Beispiel hierfür ist der unscharfe Modus ponens, bei dem die erste Prämisse eine präzise Implikation und die zweite Prämisse eine unscharfe Aussage enthält, was zu einer vagen Konklusion führt. Dies ermöglicht eine graduelle Bewertung des Vordersatzes und hebt die strikte Zweiwertigkeit der klassischen Deduktion auf. Die Berücksichtigung solcher unscharfen Ausdrücke lässt sich mit Hilfe der unscharfen Logik mathematisch sinnvoll operationalisieren. Wie bereits oben (Kap. 4.5) im Kontext der sog. unscharfen Logik beschrieben, können Zugehörigkeitswerte (Wahrheitswerte) beim approximatven Schließen auch graduell abgestuft werden, so dass für die Zugehörigkeit eines Elementes x zu einer unscharfen Menge $\tilde{A}$ $\mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]$ gilt.[33]

Als unscharfe Menge ($\tilde{A}$) bezeichnet Zadeh (1965) eine Menge geordneter Zweitupel $(x \in \overline{X}, \mu_{\tilde{A}}(x))$. Dabei ist $\bar{X} = \{x\}$ eine scharfe (Grund-) Menge von Elementen x, die hinsichtlich einer unscharfen Aussage $\tilde{A}$ zu bewerten sind. $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ist der Grad der Zugehörigkeit von x zu $\tilde{A}$.

Beispiel:

$\bar{X}$ sei eine Menge erwarteter Absatzzahlen. Dabei gelte $\bar{X} = \{0, 50, 100, 150, 200\}$. Diese Absatzzahlen werden nun dahingehend beurteilt, inwieweit sie als hoch angesehen werden. Somit sind alle $x \in \overline{X}$ hinsichtlich einer unscharfen Aussage („Der Absatz ist hoch.“) zu bewerten, sodass eine unscharfe Menge $\tilde{A}$ (hier: der „hohen“ Absätze) formuliert wird. Wenn z.B. die Absatzzahlen 0 und 50 als überhaupt nicht hoch, 100 als etwas hoch, 150 als ziemlich hoch und 200 als vollkommen hoch eingeordnet werden, so könnte beispielsweise $\tilde{A} = \{(0; 0), (50; 0), (100; 0{,}2), (150; 0{,}7), (200; 1)\}$ gelten.

---

[31] Man spricht in diesem Kontext auch von einer Trendextrapolation.

[32] Approximativ bedeutet *annähernd* oder *ungefähr* oder *nicht ganz exakt* („approximativ“, bereitgestellt durch das Digitale Wörterbuch der deutschen Sprache, <https://www.dwds.de/wb/approximativ>, abgerufen am 09.04.2024). Dementsprechend kann approximatives Schließen mit *ungefährem Schließen* oder *nicht ganz exaktem Schließen* gleichgesetzt werden.

[33] Da $\{0,1\} \subset [0,1]$ ist Schärfe immer ein Sonderfall des Unscharfen.

In Abwandlung zum scharfen Modus ponens gilt für den unscharfen Fall:

Regel	Wenn $\tilde{A}$, dann $\tilde{B}$.	$\tilde{A} \rightarrow \tilde{B}$
Prämisse	Es gilt $\tilde{A}$.	$\tilde{A}$
Schluss	Also folgt: $\tilde{B}$.	$\tilde{B}$

An einem einfachen Beispiel des Reifegrades einer Tomate (Kahlert/Frank 1994, S. 43) oder am Beispiel der Beurteilung einer Kreditwürdigkeit eines Unternehmens (Rommelfanger 2010) lässt sich der grundsätzliche Unterschied zwischen der Anwendung des scharfen und des unscharfen Modus ponens verdeutlichen:

	Scharfer Modus ponens:	Unscharfer Modus ponens:
Regel:	WENN eine Tomate rot ist, DANN ist sie reif.	WENN eine Tomate rot ist, DANN ist sie reif.
Faktum:	Die (vorliegende) Tomate ist rot.	Die (vorliegende) Tomate ist hellrot.
Schluss	Die (vorliegende) Tomate ist reif.	Die (vorliegende) Tomate ist weniger reif.

	Scharfer Modus ponens:	Unscharfer Modus ponens:
Regel:	WENN die Eigenkapital-quote hoch ist DANN ist die Kreditwürdigkeit gut.	WENN die Eigenkapital-quote hoch ist DANN ist die Kreditwürdigkeit gut.
Faktum:	Die Eigenkapitelquote ist nicht hoch.	Die Eigenkapitalquote ist mittelmäßig.
Schluss	Die Kreditwürdigkeit ist nicht gut.	Die Kreditwürdigkeit ist nicht vollständig gut.

Die Grundannahme einer dichotomen Beurteilung der Wahrheitsgrade der Prämissen und dementsprechend der Konklusion wird also beim unscharfen Modus ponens relaxiert. Für die vorliegenden Beispiele gilt in den unscharfen Fällen, dass auf Basis der Fakten (Farbe der Tomate bzw. Höhe der Eigenkapitalquote) die Vordersätze der Regeln (WENN eine Tomate rot ist,… bzw. WENN die Eigenkapitelquote hoch ist,…) abgestuft (zu einem gewissen Grad) wahr bzw. falsch sind (Farbe der Tomate ist hellrot bzw. Eigenkapitalquote ist mittelmäßig). Darauf aufbauend sind auch die Nachsätze der Regeln (…, DANN ist sie reif bzw. …, DANN ist die Kreditwürdigkeit gut) und dementsprechend die Konklusionen abgestuft wahr bzw. falsch.

Im betriebswirtschaftlichen Kontext im Allgemeinen und im Strategischen Management im Speziellen können dann alternierend zum scharfen Modus ponens Formen des unscharfen Modus ponens verwendet und in unscharfen Regelsystemen verarbeitet werden, um unscharfe Schlussfolgerungen abzuleiten, die ggf. anschließend in präzise umgewandelt werden (Stichwort: Defuzzifizierung, Kap. 5.2.2.3 der vorliegenden Arbeit).

Im Kontext des korrespondierenden Fuzzy Control werden häufig Linguistische Variable (für $\tilde{A}$ und $\tilde{B}$) in Ansatz gebracht. Diese stellen Quadrupel dar (Dubois/Prade 1978, Spengler/Herzog 2023, Zadeh 1975, 1987). Sie bestehen aus dem Namen der Linguistischen Variable, aus der Menge der linguistischen Terme, aus der Grundmenge, auf der die Linguistische Variable definiert ist und aus einer semantischen Regel, die jedem linguistischen Term eine Zugehörigkeitsfunktion zuweist. Linguistische Variable sind häufig wesentliche Bestandteile unscharfer Regelsysteme (Hall/Kandel 1991, Zimmermann 1996). Die Gestaltung solcher Systeme vollzieht sich im Kern in drei Schritten, welche in Kap. 5.2 am Beispiel der strategischen Konsistenz- und Cross-Impact-Analyse näher beleuchtet werden.

4.7 Fehlschlüsse

Wir haben bereits oben konstatiert, dass nur solche Regeln als „gut“ zu bezeichnen sind, bei denen aus wahren Prämissen die richtigen Schlüsse gezogen und Fehlschlüsse vermieden werden. Der Mensch neigt häufig zu sog. Fehl- (Trug-) Schlüssen (Mill 1886) und um nicht immer wieder in dieselben Fallen zu tappen, ist es wichtig, sich mit dem fehlerhaften Schließen auseinanderzusetzen.[34] Auch und gerade im Strategischen (Unternehmens-) Management, das wesentliche Relevanz für den Fortbestand und die Fortentwicklung des Unternehmens aufweist (Spengler 1993), können Fehlschlüsse fatale Folgen haben, bis hin zum Ruin der Firma. Als Fehlschlüsse werden solche Schlussfolgerungen bezeichnet, bei denen die Konklusion nicht aus den betrachteten Regeln und Prämissen folgt und man den Wahrheitswert der Konklusion nicht beurteilen kann. Fehlschlüsse lassen sich u.a. in zwei Gruppen einteilen: die unbeabsichtigten und die beabsichtigten. Erstere bezeichnet man auch als Paralogismus, letztere hingegen als Fangschluss oder Scheinargument.

[34] „Die Lehre vom Schließen muss, um vollständig zu sein, die Lehre vom schlechten als vom guten Schließen in sich begreifen.“ (Mill 1886, S. 111)

Auf der nächsten Seite findet man eine auf Mill (1886) zurückgehende Klassifizierung von Fehlschlüssen (vgl. Abbildung 2). Dabei sind Fehlschlüsse a priori solche, die auf dem (irrigen) Glauben an die oder auf der schlichten Vermutung der Gültigkeit eines Satzes beruhen.[35] Während Fehlschlüsse der Beobachtung auf Nicht- oder auf Fehlbeobachtungen basieren, gehen Fehlschlüsse der Verallgemeinerung u.a. auf fehlerhafte Analogiebildungen zurück. Fehlschlüsse der Schlussfolgerung können an allen Bestandteilen des Modus ponens anknüpfen und Fehlschlüsse der Verwirrung basieren auf der Interpretationsoffenheit von Begriffen, der Petitio Principii (Zirkelschluss)[36] oder der Unkenntnis der Widerlegung (Ignoratio elenchi).[37]

Die Liste von Fehlschlüssen ist schier unerschöpflich. Wir wollen im Folgenden einige dieser Fehler (ausgewählt) in gebotener Kürze charakterisieren (Metzger 2020, Mill 1986, Zoglauer 2008):

Die fehlerhafte Anwendung genereller Regeln auf spezielle Ausnahmen liegt z.B. vor, dass man das Gebot „Du sollst nicht töten" akzeptiert und daraus folgert, dass es keine Soldaten oder Polizisten geben darf. Vielfach wird auch die fehlerhafte Umkehrung von Prämisse und Konklusion vorgenommen.

Beispiel: $A \to B$ Wenn es draußen regnet, wird die Straße nass.

B Die Straße ist nass.

Schluss: Also hat es geregnet (A).

Fehler des Typs „a nescire ad non esse" (*dt.* „vom Nichtwissen auf das Nicht-sein") sind Fehlschlüsse, dass nicht sein kann, was man nicht kennt. „Non sequitur" (*dt.* „es folgt nicht") hingegen sind Fehlschlüsse, bei denen die Konklusion nicht aus der verwendeten Prämisse folgt.

Beispiel: $A \to B$ Wenn die Sonne scheint, geht es mir gut.

$\neg A$ Die Sonne scheint nicht.

Schluss: Also geht es mir nicht gut ($\neg B$).

[35] Hierzu zählt auch die fehlerhafte Verwendung von Axiomen, welche Sätze darstellen, die keines Beweises bedürfen oder nicht bewiesen werden sollen.
[36] Ein Zirkelschluss (*lat.* Circulus vitiosus) liegt vor, wenn im Kontext der Deduktion die zu beweisende Aussage bereits in den Prämissen enthalten ist.
[37] Es handelt sich hierbei um Fehlschlüsse der Relevanz, da sie mit der zu beweisenden Thematik nichts zu tun haben (Scheinargumente).

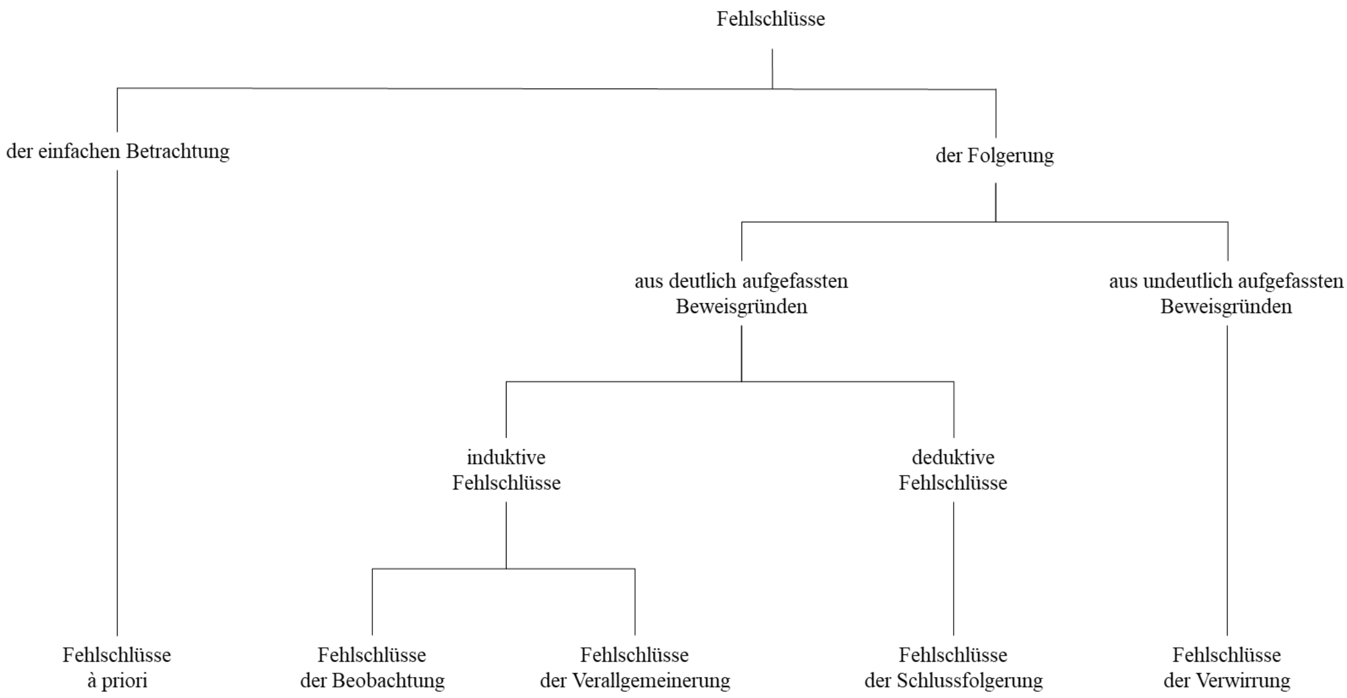


Abbildung 2: Arten von Fehlschlüssen (in Anlehnung an Mill, 1886)

Ein Spezialfall von „non sequitur“ ist ein Fehlschluss, bei dem man fälschlicheweise annimmt, dass das Wahrscheinliche auch tatsächlich eintreten wird. Weit verbreitet ist auch die Verwechslung von Korrelation und Kausalität, wie sie z.B. in der nicht ganz ernstgemeinten und als Paradebeispiel für diese Art von Fehlschlüssen dienenden Theory oft the Stork vorkommt (Höfer et al. 2004). Fehlschlüsse der Scheinkausalität liegen auch in Bezug zum zeitlichen Auftreten von Ereignissen in Form von „cum hoc, ergo propter hoc“ oder „post hoc, ergo propter hoc“ vor. Beim erstgenannten (*dt.* „mit diesem, also deswegen“) werden zwei gemeinsam aufgetretene Ereignisse als Ursache und als Konklusion verwendet. Ein Beispiel hierfür ist der vermeintliche Zusammenhang zwischen sportlicher Trägheit und dem Erleiden eines Herzinfarktes. Beim zweitgenannten hingegen (*dt.* „danach, also deswegen“), wird fehlerhaft auf Kausalität (hier zwischen vor- und nachgelagertem Ereignis) geschlossen. Einen solchen Fehler begeht beispielsweise der Fußballer, der meint, nur dann ein Spiel gewinnen zu können, wenn er erst den linken und dann den rechten Schuh anzieht. Dabei wird häufig auch die logische Grundregel „ex falso quodlibet“ (*dt.* „aus Falschem folgt Beliebiges“) verletzt. Davon abzugrenzen sind Vorurteilsfehler durch Scheinkorrelationen. Zu Fehlschlüssen kommt es auch, wenn eine bedingte Wahrscheinlichkeit $w(A|B)$ mit ihrer Umkehrung $w(B|A)$ verwechselt wird. Wir wollen die Liste der hier dargestellten Beispiele mit einem Fehlschluss abschließen, den viele Spieler begehen, wenn sie glauben, dass eine Augenzahl, die beim Würfeln länger nicht aufgetreten ist, beim nächsten Wurf auf jeden Fall fallen muss. Um Fehlschlüsse im Kontext des Strategischen Managements zu vermeiden, wird im Folgenden die bereits angesprochene Konstruktion formallogisch korrekter Regelsysteme vorgestellt.

5 Regelsysteme

5.1 Grundlagen

Ein System ist definiert als eine Menge aus Elementen, die durch Relationen verknüpft sind (Beer 1962, Hall/Fagen 1956, Mirow 1969, Wollnik 1978). Somit ergibt sich aus einer Menge miteinander verbundener Regeln ein sog. Regelsystem. Im vorliegenden Teilkapitel wollen wir die grundsätzliche Funktionsweise von (scharfen) Regelsystemen einführend exemplifizieren. Dazu formulieren wir ein Beispiel aus dem Bereich der Personalführung, bevor wir in Kap. 5.2 ausführlich auf unscharfe Regelsysteme im Kontext der strategischen Konsistenz- und Cross-Impact-Analyse eingehen.

Beispiel:

Der Geschäftsführer der UfO-Tischlerei GmbH möchte einem Mitarbeiter eine Bonuszahlung (B) in Geldeinheiten (GE) gewähren. Die Höhe der Bonuszahlung hängt zunächst allein von der Anzahl der produzierten Tische $z \in \overline{Z}$ ab und dementsprechend gilt $B(z)$. Für z werden drei verschiedene, scharf abgegrenzte Intervalle z_i mit $i = 1,2,3$ in Ansatz gebracht: $z_1 = z < 10$, $z_2 = 10 \leq z < 20$; $z_3 = z \geq 20$.

Mit den Intervallen z_i lassen sich nun recht einfach gehaltene Regeln formulieren, z.B.:

$WENN\ z \in z_1\ DANN\ B = 0GE$
$WENN\ z \in z_2\ DANN\ B = 100GE$
$WENN\ z \in z_3\ DANN\ B = 200GE$

Alternativ können diese Regeln selbstverständlich auch in Funktionsschreibweise (1) und grafisch dargestellt werden (vgl. Abbildung 3).

$$B(z) = \begin{cases} 0\ GE\ für\ z < 10 \\ 100\ GE\ für\ 10 \leq z < 20 \\ 200\ GE\ für\ z \geq 20 \end{cases} \tag{1}$$

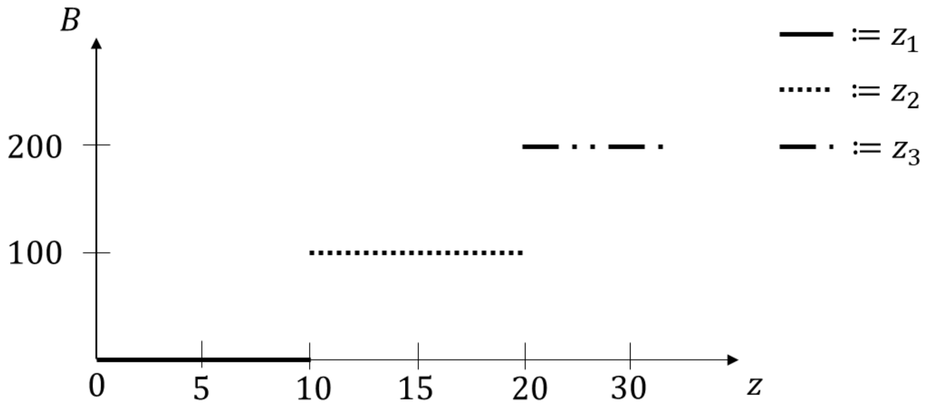


Abbildung 3: Bonuszahlungen auf Basis diskreter scharfer Regeln

Es zeigt sich, dass die verwendete Belohnungsfunktion sprungfix ist. Nur an den Sprungstellen gilt, dass mit dem Unterschied eines produzierten Tisches zugleich auch eine Differenz der Bonuszahlung in Höhe von 100 GE einhergeht.

Selbstverständlich lassen sich auch stetige Funktionsverläufe zwischen den produzierten Stückzahlen und den zu gewährenden Bonuszahlungen in Ansatz bringen (vgl. Abbildung 4).

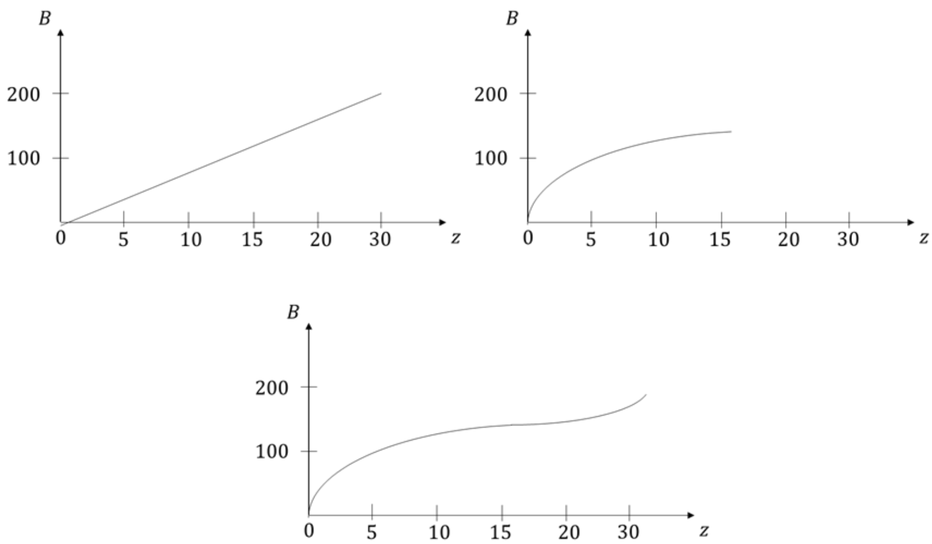


Abbildung 4: Beispiele für stetige Belohnungsfunktionen

Wir wollen das Beispiel nun in der Form variieren, dass neben den produzierten Stückzahlen auch die Anzahl unerlaubter Fehltage $a \in \overline{A}$ (mit den Ausprägungen $a = 0, a = 1, a > 1$) und die durch den Mitarbeiter verursachten Reklamationsfälle $g \in \overline{G}$ (mit den Ausprägungen $g = 0, g = 1, g > 1$) einen Einfluss auf die Bonuszahlung haben. Dementsprechend gilt nun: $B(z, g, a)$. Zur präzisen Beschreibung der Abhängigkeit zwischen den Bonuszahlungen, den produzierten Stückzahlen, den unerlaubten Fehltagen und den verursachten Reklamationsfällen sind vom Entscheider tiefgehende Überlegungen anzustellen. Dabei ist u.a. zur Determinierung der Bonuszahlung zu klären, ob zwischen den produzierten Stückzahlen und den unerlaubten Fehltagen ein total oder peripher substitutionaler Zusammenhang besteht.

Ein vollständiger scharfer (aus $3^3 = 27$ Regeln bestehender) Regelsatz zur Bestimmung einer Bonuszahlung auf Basis der drei vorgestellten Kriterien und den zugehörigen Intervallen könnte nachfolgende Gestalt besitzen (vgl. Tabelle 1):

Regel-Nr.	produzierte Stückzahlen z	unerlaubte Fehltage a	Verursachte Reklamationsfälle g	Bonuszahlung B in GE
1	$z < 10$	$a = 0$	$g = 0$	300
2	$z < 10$	$a = 0$	$g = 1$	300
3	$z < 10$	$a = 0$	$g > 1$	200
4	$z < 10$	$a = 1$	$g = 0$	300
5	$z < 10$	$a = 1$	$g = 1$	200
6	$z < 10$	$a = 1$	$g > 1$	200
7	$z < 10$	$a > 1$	$g = 0$	200
8	$z < 10$	$a > 1$	$g = 1$	200
9	$z < 10$	$a > 1$	$g > 1$	0
10	$10 \leq z < 20$	$a = 0$	$g = 0$	400
11	$10 \leq z < 20$	$a = 0$	$g = 1$	300
12	$10 \leq z < 20$	$a = 0$	$g > 1$	300
13	$10 \leq z < 20$	$a = 1$	$g = 0$	300
14	$10 \leq z < 20$	$a = 1$	$g = 1$	300
15	$10 \leq z < 20$	$a = 1$	$g > 1$	200
16	$10 \leq z < 20$	$a > 1$	$g = 0$	300
17	$10 \leq z < 20$	$a > 1$	$g = 1$	200
18	$10 \leq z < 20$	$a > 1$	$g > 1$	200
19	$z \geq 20$	$a = 0$	$g = 0$	500
20	$z \geq 20$	$a = 0$	$g = 1$	400
21	$z \geq 20$	$a = 0$	$g > 1$	300
22	$z \geq 20$	$a = 1$	$g = 0$	400
23	$z \geq 20$	$a = 1$	$g = 1$	300
24	$z \geq 20$	$a = 1$	$g > 1$	300
25	$z \geq 20$	$a > 1$	$g = 0$	300
26	$z \geq 20$	$a > 1$	$g = 1$	300
27	$z \geq 20$	$a > 1$	$g > 1$	200

Tabelle 1: Regelbasis zur Bestimmung einer scharfen Bonuszahlung

Die Regeln 1 und 27 lassen sich z.B. wie folgt verbal ausformulieren:

Regel 1: **WENN** $z < 10$ **UND** $a = 0$ **UND** $g = 0$ **DANN** $B = 300\ GE$

Regel 27: **WENN** $z \geq 20$ **UND** $a > 1$ **UND** $g > 1$ **DANN** $B = 200\ GE$

Menschliche Denkmuster folgen vielfach nicht der klaren Abgrenzung von wahr oder falsch bzw. 1 oder 0, sondern eher dem Denken in unscharfen Termini wie „etwas“, „ein bisschen“ oder „recht viel“. Entgegen der oben dargestellten präzisen und scharfen Formulierung der Zusammenhänge zwischen den vorgestellten Kriterien erlaubt die Verwendung der Theorie unscharfer Mengen einen mathematischen Umgang mit terminologischer und relationer Unschärfe.

Bezogen auf das obige Beispiel kann dies für die betrachteten Kriterien und eine resultierende Bonuszahlung folgendermaßen unscharf verbalisiert werden: Wenn die Anzahl der produzierten Stückzahlen „hoch“ ist und die Anzahl unerlaubter Fehltage „gering“ ist und die Anzahl verursachter Reklamationsfälle ebenfalls „gering“ ist, dann wird eine „hohe“ Bonuszahlung gewährt.

5.2 Schritte bei der Konstruktion und Anwendung unscharfer Regelsysteme im Kontext der strategischen Konsistenz- und Cross-Impact-Analyse

5.2.1 Vorbemerkungen

Wie bereits oben (Kap. 3 der vorliegenden Arbeit) dargestellt, beinhalten szenariotechnische Untersuchungen Problem- und Einflussanalysen sowie Konsistenz- und Cross-Impact-Analysen. Über Konsistenzanalysen werden Deskriptoren und deren Ausprägungen zu Annahmebündeln (Szenarien) amalgamiert und auf Stimmigkeit hin beurteilt. Im Zuge von Cross-Impact-Analysen hingegen beurteilt man die Szenarien hinsichtlich ihrer (Eintritts-) Possibilität. Da diese (wie bereits oben dargestellt) nicht nur stimmig und möglich, sondern auch relevant sein müssen, wird anschließend von den Konsistenz- und Possibilitätswerten vermittels eines weiteren Regelsystems auf Relevanzgrade geschlossen. Wir verwenden folgende Symbole:

$\bar{I}$	$:=$	$\{i \mid i = 1,..,3\}$ Menge der Deskriptoren
$\tilde{R}_{ijk}$	$:=$	Unscharfer Relevanzgrad eines Annahmebündels mit den Deskriptoren i, j und k
$\tilde{C}_{ijk}$	$:=$	Unscharfe Gesamtkonsistenz eines Annahmebündels mit den Deskriptoren i, j und k
$\tilde{P}_{ijk}$	$:=$	Unscharfe Gesamtpossibilität eines Annahmebündels mit den Deskriptoren i, j und k

Die Ausprägung des unscharfen Relevanzgrades $\tilde{R}_{ijk}$ eines Annahmebündels mit den Deskriptoren i, j und k hängt von der unscharfen Gesamtkonsistenz $\tilde{C}_{ijk}$ und der unscharfen Gesamtpossibilität $\tilde{P}_{ijk}$ ab. Bei der Konstruktion und Anwendung unscharfer Regelsysteme sind im Allgemeinen folgende Schritte einzuhalten:

Schritt 1: Fuzzifizierung der Regelinputs durch Konstruktion von Zugehörigkeitsfunktionen für die Input-Größen (siehe Kap. 5.2.2.1 und 5.2.3.1 der vorliegenden Arbeit)

Schritt 2: Durchführung der Fuzzy-Inferenz durch Formulierung der Regelbasen, durch Anwendung des Inferenzmechanismus und durch Ableitung der linguistischen Outputgröße (Bouchon-Meunier 1991, Dubois/Prade 1991, Piegat 2001, Schneider/Kandel 1991, Yager 1991, Zadeh 1983) (siehe Kap. 5.2.2.2 und 5.2.3.2 der vorliegenden Arbeit)

Schritt 3: Defuzzifizierung des unscharfen Outputs zur Ermittlung eines scharfen Outputwertes (siehe Kap. 5.2.2.3 der vorliegenden Arbeit)

5.2.2 Konsistenzanalyse

5.2.2.1 Fuzzifizierung der Regelinputs

Für die unscharfe Gesamtkonsistenz sind zunächst Zugehörigkeitsfunktionen zu formulieren. Im Folgenden gelten folgende zusätzliche Symbole:

x_{ij}	$:=$	Ausprägung der Konsistenz eines Deskriptorenpaares ij mit $i \neq j$ und $x_{ij} \in [0;6]$[38]
$\tilde{c}^l{}_{ij}$	$:=$	Unscharfe Konsistenz des Deskriptorenpaares ij mit der linguistischen Ausprägung l, wobei $l = sehr\ gering\ (sg),\ gering\ (g),\ mittel\ (m),\ hoch\ (h),\ sehr\ hoch\ (sh)$
$\mu_{\tilde{c}^l{}_{ij}}(x_{ij})$	$:=$	Zugehörigkeitsgrad eines Elementes x_{ij} zu einer linguistischen Ausprägung l der unscharfen Konsistenz $\tilde{c}^l{}_{ij}$
$x_{C_{ijk}}$	$:=$	Ausprägung der Gesamtkonsistenz eines Deskriptorenpaares ijk mit $i,j,k \in \bar{I}$, $i \neq j \neq k$, $x_{C_{ijk}} \in [0;6]$
$\tilde{C}^l{}_{ijk}$	$:=$	Unscharfe Gesamtkonsistenz der Deskriptoren i,j,k mit $i,j,k \in \bar{I}$ und $i \neq j \neq k$, wobei $l = sehr\ gering\ (sg),\ gering\ (g),\ mittel\ (m),\ hoch\ (h),\ sehr\ hoch\ (sh)$
$\mu_{\tilde{C}^l{}_{ijk}}\left(x_{C_{ijk}}\right)$	$:=$	Zugehörigkeitsgrad eines Elementes $x_{C_{ijk}}$ zu einer linguistischen Ausprägung l der unscharfen Gesamtkonsistenz $\tilde{C}^l{}_{ijk}$

Für die Verläufe der Zugehörigkeitsfunktionen $\mu_{\tilde{c}^l{}_{ij}}(x_{ij})$ (2.1-2.5) gelte z.B. für die unscharfe Konsistenz $\tilde{c}^l{}_{12}$ des Deskriptorenpaares $i = 1, j = 2$ mit $\mu_{\tilde{c}^l{}_{12}}(x_{12})$ (vgl. Abbildung 5.1):

$$\mu_{\tilde{c}^{sg}{}_{12}}(x_{12}) = \begin{cases} 1\ f\ddot{u}r\ 0 \leq x_{12} < 1 \\ 2 - x_{12}\ f\ddot{u}r\ 1 \leq x_{12} < 2 \\ 0\ sonst \end{cases} \tag{2.1}$$

$$\mu_{\tilde{c}^{g}{}_{12}}(x_{12}) = \begin{cases} -1 + x_{12}\ f\ddot{u}r\ 1 \leq x_{12} < 2 \\ 3 - x_{12}\ f\ddot{u}r\ 2 \leq x_{12} < 3 \\ 0\ sonst \end{cases} \tag{2.2}$$

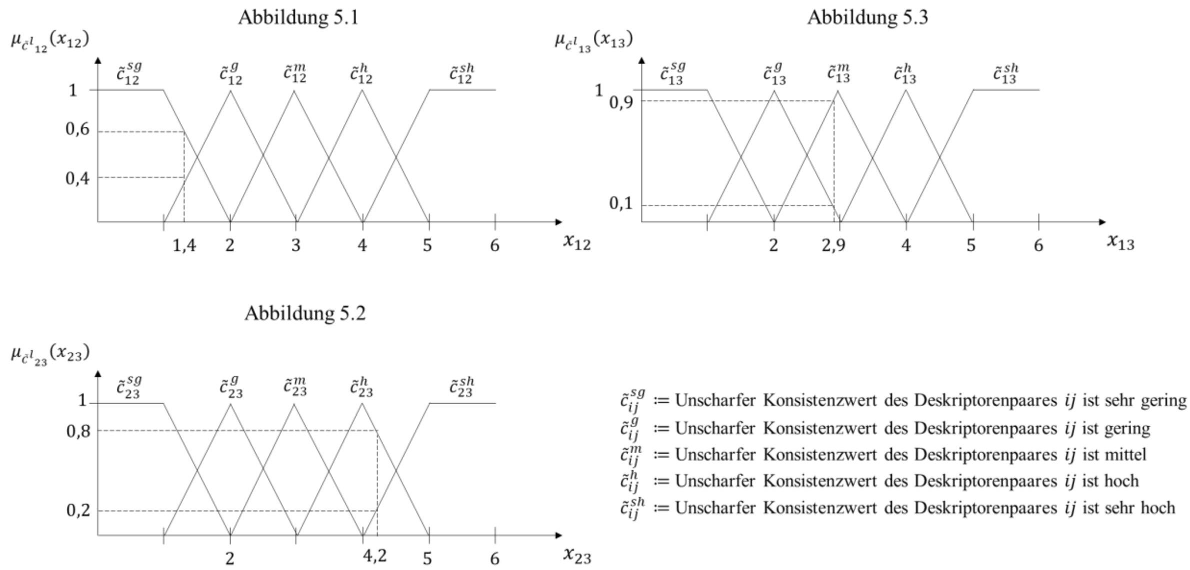
[38] Der Ausprägungsraum kann selbstverständlich auch auf engere oder weitere Intervalle bezogen werden und muss nicht dem Intervall [0,6] entstammen.

$$\mu_{\tilde{c}^m{}_{12}}(x_{12}) = \begin{cases} -2 + x_{12} \; für \; 2 \leq x_{12} < 3 \\ 4 - x_{12} \; für \; 3 \leq x_{12} < 4 \\ 0 \; sonst \end{cases} \tag{2.3}$$

$$\mu_{\tilde{c}^h{}_{12}}(x_{12}) = \begin{cases} -3 + x_{12} \; für \; 3 \leq x_{12} < 4 \\ 5 - x_{12} \; für \; 4 \leq x_{12} < 5 \\ 0 \; sonst \end{cases} \tag{2.4}$$

$$\mu_{\tilde{c}^{sh}{}_{12}}(x_{12}) = \begin{cases} -4 + x_{12} \; für \; 4 \leq x_{12} < 5 \\ 1 \; für \; 5 \leq x_{12} < 6 \\ 0 \; sonst \end{cases} \tag{2.5}$$

Für die Verläufe der Zugehörigkeitsfunktionen für $\tilde{c}^l{}_{23}$ sowie $\tilde{c}^l{}_{13}$ gelte z.B. (vgl. Abbildungen 5.2, 5.3): $\mu_{\tilde{c}^l{}_{12}}(x_{12}) = \mu_{\tilde{c}^l{}_{23}}(x_{23}) = \mu_{\tilde{c}^l{}_{13}}(x_{13}) \quad \forall l$



Abbildungen 5.1-5.3: Zugehörigkeitsfunktionsverläufe von $\mu_{\tilde{c}^l{}_{ij}}(x_{ij})$ (Spengler 2012)[39]

Zusätzlich zur Konstruktion der Zugehörigkeitsfunktionsverläufe für $\mu_{\tilde{c}^l{}_{ij}}(x_{ij})$ ist auch eine Zugehörigkeitsfunktion für die linguistischen Ausprägungen der unscharfen Gesamtkonsistenz als Output-Größe zu konstruieren (vgl. Abbildung 6):

[39] Erläuterungen zu den markierten Stellen 1,4, 2,9 und 4,2 folgen unten.

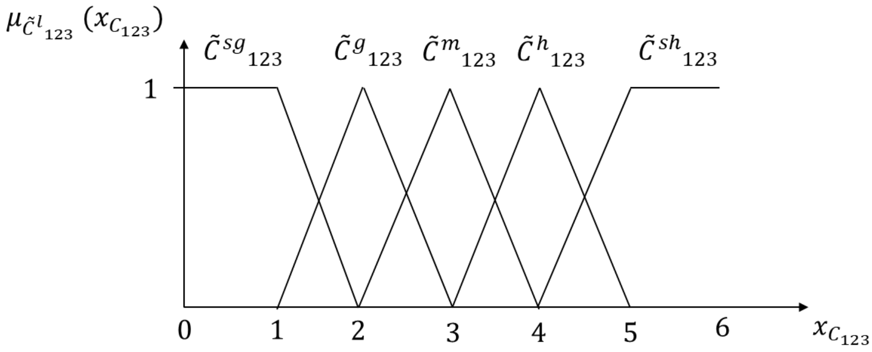


Abbildung 6: Zugehörigkeitsfunktionen $\mu_{\tilde{C}^l_{123}}(x_{C_{123}})$ der unscharfen Gesamtkonsistenz $\tilde{C}_{123}$

Im Beispiel gehen wir von folgenden scharfen Inputwerten aus:

$x_{12} = 1{,}4 \quad x_{13} = 2{,}9 \quad x_{23} = 4{,}2$

Auf Basis der Zugehörigkeitsfunktionen lassen sich die Zugehörigkeitswerte einer Ausprägung x_{ij} zu einer unscharfen Konsistenz $\tilde{c}^l{}_{ij}$ ermitteln. Damit ist feststellbar, dass die Konsistenz des Deskriptorenpaares 12 zu einem gewissen Grad als *sehr gering* ($\mu_{\tilde{C}^{sg}{}_{12}}(x_{12}) = 0{,}6$) und zu einem gewissen Grad als *gering* ($\mu_{\tilde{C}^{g}{}_{12}}(x_{12}) = 0{,}4$), die Konsistenz des Deskriptorenpaares 13 zu einem gewissen Grad als *gering* ($\mu_{\tilde{C}^{g}{}_{13}}(x_{13}) = 0{,}1$) und zu einem gewissen Grad als *mittel* ($\mu_{\tilde{C}^{m}{}_{13}}(x_{13}) = 0{,}9$) und die Konsistenz des Deskriptorenpaares 23 zu einem gewissen Grad als *hoch* ($\mu_{\tilde{C}^{h}{}_{23}}(x_{23}) = 0{,}8$) und zu einem gewissen Grad als *sehr hoch* ($\mu_{\tilde{C}^{sh}{}_{23}}(x_{23}) = 0{,}2$) eingestuft werden.

Durch die anschließend durchzuführende Fuzzy-Inferenz können die Konsistenzbeurteilungen in Bezug auf die Deskriptorenpaare zu einer Beurteilung hinsichtlich der Gesamtkonsistenz der drei betrachteten Deskriptoren aggregiert werden.

5.2.2.2 Durchführung der Fuzzy-Inferenz

Zunächst ist für die Bestimmung der unscharfen Gesamtkonsistenz $\tilde{C}_{123}$ eine Regelbasis zu formulieren. Es gelten für eine allgemeine Regelbasis folgende Symbole (Rommelfanger 1994):

$\overline{R}$	$:=$	$\{r \mid r = 1, \dots, R\}$ Menge der Regeln
$\overline{I}$	$:=$	$\{i \mid i = 1, \dots, I\}$ Menge der Inputgrößen
x_i	$:=$	Scharfe Ausprägung der Inputgröße i[40]
$\overline{L}_i$	$:=$	$\{l\}$ Menge der linguistischen Terme l der Inputgröße i

[40] In der vorliegenden Arbeit gehen wir durchgängig von scharfen Ausprägungen der Inputs aus. Eine Verwendung unscharfer Inputs ist freilich auch möglich, wird aber hier aus Komplexitätsgründen nicht weiter betrachtet (Schroll 2007).

$\tilde{A}_{l,i}$:= Linguistischer Term l der Inputgröße i
y := Outputgröße
$\tilde{B}_l$:= Linguistischer Term der Outputgröße

Mit Geltung obiger Symbole gilt dann für eine Regel r (3):

$$r\text{: WENN } x_1 = \tilde{A}_{l,1} \text{ UND } x_2 = \tilde{A}_{l,2} \text{ UND } \dots \text{ UND } x_I = \tilde{A}_{l,I} \text{ DANN } y = \tilde{B}_l \quad \forall r \in \overline{R} \qquad (3)$$

Verbal gilt für (3):

Wenn die scharfe Ausprägung einer Inputgröße x_i in Regel r einem linguistischen Term $\tilde{A}_{l,i}$ zugeordnet wird und die scharfe Ausprägung einer weiteren Inputgröße einem linguistischen Term zugeordnet wird usw., dann entspricht die Outputgröße der Regel einem linguistischen Term der Outputgröße $\tilde{B}_l$.

Bezugnehmend auf unseren Anwendungsfall der Konsistenzanalyse lässt sich die Gesamtkonsistenz aus den Konsistenzen der Deskriptorenpaare x_{12}, x_{13} und x_{23} ableiten. Bei jeweils fünf linguistischen Ausprägungen und den drei paarweisen Betrachtungen der Konsistenzen ergeben sich 5^3 zu formulierende Regeln r (vgl. Auszug der Regelbasis in Tabelle 2).[41] Die Bestimmung der linguistischen Ausprägungen der unscharfen Gesamtkonsistenz einer Regel $\tilde{C}^r{}_{123}$ kann zum einen auf Basis sachlogischer Überlegungen und zum anderen durch mathematische Fundierung geschehen (Volkmer et al. 2019). Wir wollen uns hier ohne weiter Diskussion darauf beschränken, dass die möglichen linguistischen Ausprägungen der Outputgröße bereits festgelegt sind.

Regel r	Konsistenz des Deskriptorenpaares 12 x_{12}	Konsistenz des Deskriptorenpaares 13 x_{13}	Konsistenz des Deskriptorenpaares 23 x_{23}	Gesamtkonsistenz einer Regel $\tilde{C}^r{}_{123}$
1	sg	sg	sg	sg
2	sg	sg	g	sg
3	sg	sg	m	g
4	sg	sg	h	g
5	sg	sg	sh	g
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
125	sh	sh	sh	sh

Tabelle 2: Auszug aus der Regelbasis zur Bestimmung der unscharfen Gesamtkonsistenz $\tilde{C}_{123}$

Wie ersichtlich, ermittelt sich der Regeloutput hier aus der Verknüpfung der Konsistenzen der drei Deskriptorenpaare. Die Verknüpfung soll hier mittels logischem *Und* erfolgen. Die $\wedge$-

[41] Eine vollständige Auflistung der Regeln befindet sich im Anhang der vorliegenden Arbeit.

Verknüpfung wird im Fuzzy Control über einen Operator aus der Gruppe der sog. *t*-Normen gebildet. Wir wollen uns hier auf die Verwendung des sog. Minimumoperators als spezifische *t*-Norm beschränken. Zur Definition von *t*-Normen (Dubois/Prade 1980b, Fodor/Yager 2000, Klement/Mesiar/Pap 2004, Pap 2002, Yager 1980, Zimmermann 1996) und weiteren korrespondierenden Operatoren (z.B. algebraisches Produkt, beschränkte Differenz, drastisches Produkt oder Yager-Durchschnitt) vgl. z.B. Zimmermann (1996).

Verbal ausgedrückt lässt sich Regel $r = 1$ unter Rückgriff auf das logische *Und* folgendermaßen lesen:

WENN Konsistenz des Deskriptorenpaares 12 = sehr gering **UND** Konsistenz des Deskriptorenpaares 13 = sehr gering **UND** Konsistenz des Deskriptorenpaares 23 = sehr gering **DANN** Gesamtkonsistenz = sehr gering

In formaler Schreibweise gilt für Regel $r = 1$ äquivalent:

$$x_{12} = \tilde{c}_{12}^{sg} \wedge x_{13} = \tilde{c}_{13}^{sg} \wedge x_{23} = \tilde{c}_{23}^{sg} \rightarrow \tilde{C}^1{}_{123} = sg$$

Nach Konstruktion der Regelbasen ist zu bestimmen, auf Basis welches Schließmechanismus (Inferenz) die Ausprägung der Outputgröße zu ermitteln ist. Aufgabe des Inferenzmechanismus ist die Aggregation der Inputgrößen und die darauf aufbauende Ermittlung einer resultierenden unscharfen Menge des Outputs. Hierfür kommen verschiedene Schlussweisen auf der Grundlage mehrwertiger Logiken in Betracht. Neben der Max-Min-Inferenz, die wir im Folgenden skizzieren wollen, kann beispielsweise auch die Max-Prod-Inferenz durchgeführt werden.

Bei der Max-Min-Inferenz ist zunächst für jede Regel r der Regelbasis eine resultierende, unscharfe Outputgröße mit korrespondierender Zugehörigkeitsfunktion $\mu^{*,r}_{\tilde{C}l_{ijk}}\left(x_{C_{ijk}}\right)$ zu identifizieren (Rommelfanger 1994, Siegling et al. 2023a) (4). Zur Aggregation der Kriterienausprägungen und dementsprechend der Konsistenzausprägungen der Deskriptorenpaare gilt bei Anwendung der Max-Min-Inferenz:

$$\mu^{*,r}_{\tilde{C}l_{123}}\left(x_{C_{123}}\right) = Min\left(DOF_r; \mu^{r}_{\tilde{C}l_{123}}\left(x_{C_{123}}\right)\right) \quad \forall r \in \overline{R} \tag{4}$$

Für den regelspezifischen Erfüllungsgrad (*engl.* Degree of Fulfilment) DOF_r gilt:

$$DOF_r = min\left(\mu_{\tilde{c}l_{12}}(x_{12}); \mu_{\tilde{c}l_{13}}(x_{13}); \mu_{\tilde{c}l_{23}}(x_{23})\right) \quad \forall r \in \overline{R} \tag{5}$$

Aufgrund der in Kapitel 5.2.2.1 vorgestellten Zugehörigkeitsfunktionen und den Beispielwerten ist bekannt, dass $\mu_{\tilde{c}^{sg}{}_{12}}(x_{12}) = 0{,}6$, $\mu_{\tilde{c}^{sg}{}_{13}}(x_{13}) = 0$ und $\mu_{\tilde{c}^{sg}{}_{23}}(x_{23}) = 0$. Daher gilt unter Rückgriff auf die getätigten Erläuterungen zum Modus ponens (siehe Kap. 4.6 der vorliegenden Arbeit) für Regel $r = 1$:

Regel:	$x_{12} = \tilde{c}_{12}^{sg} \wedge x_{13} = \tilde{c}_{13}^{sg} \wedge x_{23} = \tilde{c}_{23}^{sg} \rightarrow \tilde{C}^{1}{}_{123} = sg$
Fakten:	$x_{12} = \tilde{c}_{12}^{sg}; x_{13} \neq \tilde{c}_{13}^{sg}; x_{23} \neq \tilde{c}_{23}^{sg}$
Schluss:	$\tilde{C}^{1}{}_{123} \neq sg$ bzw. $DOF_1 = 0$

Es gilt, dass aufgrund der Nichterfüllung der Fakten $x_{13} \neq \tilde{c}_{13}^{sg}$ und $x_{23} \neq \tilde{c}_{23}^{sg}$ der Schluss gezogen wird, dass die Gesamtkonsistenz auf Basis der ersten Regel (vollständig) nicht sehr gering ist ($DOF_1 = 0$). Zur Bestimmung der Gesamtkonsistenz $\tilde{C}_{123}$ sind nur die Regeln der Regelbasis zu betrachten, die aktiv sind („feuern“). Eine Regel wird genau dann als aktiv bezeichnet, wenn alle Prämissen zu einem positiven Grad wahr und somit deren Zugehörigkeitswerte positiv sind. Regelinputs mit einem Wahrheits- bzw. Zugehörigkeitswert in Höhe von Null sind demzufolge inaktiv.

Die dann noch benötigte, resultierende Zugehörigkeitsfunktion der unscharfen Outputmenge wird über eine geeignete *s*-Norm (Klement et al. 2004, Zimmermann 1996) als Operator für die $\vee$-Verknüpfung gebildet. Oben legen wir fest, dass die Max-Min-Inferenz angewendet wird. Zur Bestimmung einer Gesamtbeurteilung hinsichtlich der Konsistenz wird deshalb der Maximum-Operator herangezogen. Dieser bildet über alle aktiven Regeln des Regelblockes das Maximum der resultierten Zugehörigkeitswerte $\mu^{*,r}_{\tilde{C}^{l}{}_{123}}(x_{C_{123}})$. Dementsprechend gilt für die resultierende Gesamtzugehörigkeitsfunktion $\mu^{gesamt}_{\tilde{C}^{l}{}_{123}}(x_{C_{123}})$ grundsätzlich (Rommelfanger 1994):

$$\mu^{gesamt}_{\tilde{C}^{l}{}_{123}}(x_{C_{123}}) = \max\left(\mu^{*,r}_{\tilde{C}^{l}{}_{123}}(x_{C_{123}}), \ldots, \mu^{*,R}_{\tilde{C}^{l}{}_{123}}(x_{C_{123}})\right) \quad (6)$$

Tabelle 3 enthält für alle aktiven Regeln der Regelbasis zur Bestimmung der unscharfen Gesamtkonsistenz die Bestimmungsgleichungen der regelspezifischen Erfüllungsgrade.

$DOF_9 = min\left(\mu_{\tilde{C}^{sg}{}_{12}}(x_{12}); \mu_{\tilde{C}^{g}{}_{13}}(x_{13}); \mu_{\tilde{C}^{h}{}_{23}}(x_{23})\right) = \min(0{,}6; 0{,}1; 0{,}8) = 0{,}1$	$\tilde{C}^{9}{}_{123} = gering$
$DOF_{10} = min\left(\mu_{\tilde{C}^{sg}{}_{12}}(x_{12}); \mu_{\tilde{C}^{g}{}_{13}}(x_{13}); \mu_{\tilde{C}^{sh}{}_{23}}(x_{23})\right) = \min(0{,}6; 0{,}1; 0{,}2) = 0{,}1$	$\tilde{C}^{10}{}_{123} = mittel$
$DOF_{14} = min\left(\mu_{\tilde{C}^{sg}{}_{12}}(x_{12}); \mu_{\tilde{C}^{m}{}_{13}}(x_{13}); \mu_{\tilde{C}^{h}{}_{23}}(x_{23})\right) = \min(0{,}6; 0{,}9; 0{,}8) = 0{,}6$	$\tilde{C}^{14}{}_{123} = mittel$
$DOF_{15} = min\left(\mu_{\tilde{C}^{sg}{}_{12}}(x_{12}); \mu_{\tilde{C}^{m}{}_{13}}(x_{13}); \mu_{\tilde{C}^{sh}{}_{23}}(x_{23})\right) = \min(0{,}6; 0{,}9; 0{,}2) = 0{,}6$	$\tilde{C}^{15}{}_{123} = mittel$
$DOF_{34} = min\left(\mu_{\tilde{C}^{g}{}_{12}}(x_{12}); \mu_{\tilde{C}^{g}{}_{13}}(x_{13}); \mu_{\tilde{C}^{h}{}_{23}}(x_{23})\right) = \min(0{,}4; 0{,}1; 0{,}8) = 0{,}1$	$\tilde{C}^{34}{}_{123} = mittel$
$DOF_{35} = min\left(\mu_{\tilde{C}^{g}{}_{12}}(x_{12}); \mu_{\tilde{C}^{g}{}_{13}}(x_{13}); \mu_{\tilde{C}^{sh}{}_{23}}(x_{23})\right) = \min(0{,}4; 0{,}1; 0{,}2) = 0{,}1$	$\tilde{C}^{35}{}_{123} = mittel$
$DOF_{39} = min\left(\mu_{\tilde{C}^{g}{}_{12}}(x_{12}); \mu_{\tilde{C}^{m}{}_{13}}(x_{13}); \mu_{\tilde{C}^{h}{}_{23}}(x_{23})\right) = \min(0{,}4; 0{,}9; 0{,}8) = 0{,}4$	$\tilde{C}^{39}{}_{123} = mittel$
$DOF_{40} = min\left(\mu_{\tilde{C}^{g}{}_{12}}(x_{12}); \mu_{\tilde{C}^{m}{}_{13}}(x_{13}); \mu_{\tilde{C}^{sh}{}_{23}}(x_{23})\right) = \min(0{,}4; 0{,}9; 0{,}2) = 0{,}2$	$\tilde{C}^{40}{}_{123} = mittel$

Tabelle 3: Aktive Regeln zur Bestimmung der Gesamtkonsistenz $\tilde{C}_{123}$

Es ist ersichtlich, dass lediglich eine aktive Regel dazu führt, dass die Gesamtkonsistenz der drei Deskriptoren die Ausprägung *gering* annimmt. Es führen jedoch insgesamt sieben Regeln dazu, dass die Gesamtkonsistenz als *mittel* eingestuft wird (vgl. Tabelle 3).

Um zu einem Gesamturteil hinsichtlich der Ausprägung des Erfüllungsgrades für den linguistischen Ausdruck *mittel* zu gelangen, existieren verschiedene Möglichkeiten (Rommelfanger 1994).

Wir wollen uns an dieser Stelle ebenfalls auf die Anwendung des Maximum-Operators beschränken. Bei dessen Anwendung gilt für die Bestimmung der Gesamterfüllungsgrade DOF_{Gesamt} der linguistischen Ausprägungen der Gesamtkonsistenz:

$DOF_{Gesamt}(sehr\ gering) = 0$
$DOF_{Gesamt}(gering) = DOF_9 = 0{,}1$
$DOF_{Gesamt}(mittel) = \max(DOF_{10}, DOF_{14}, DOF_{15}, DOF_{34}, DOF_{35}, DOF_{39}, DOF_{40}) = 0{,}6$
$DOF_{Gesamt}(hoch) = 0$
$DOF_{Gesamt}(sehr\ hoch) = 0$

Diese Gesamterfüllungsgrade geben an, zu welchem Grad ein linguistischer Term der Outputgröße erfüllt ist. Die konstruierten Zugehörigkeitsfunktionen der linguistischen Ausprägungen der Outputgröße werden nun auf der jeweiligen Höhe des korrespondierenden Zugehörigkeitswertes „abgeschnitten“ (vgl. Abbildung 7).

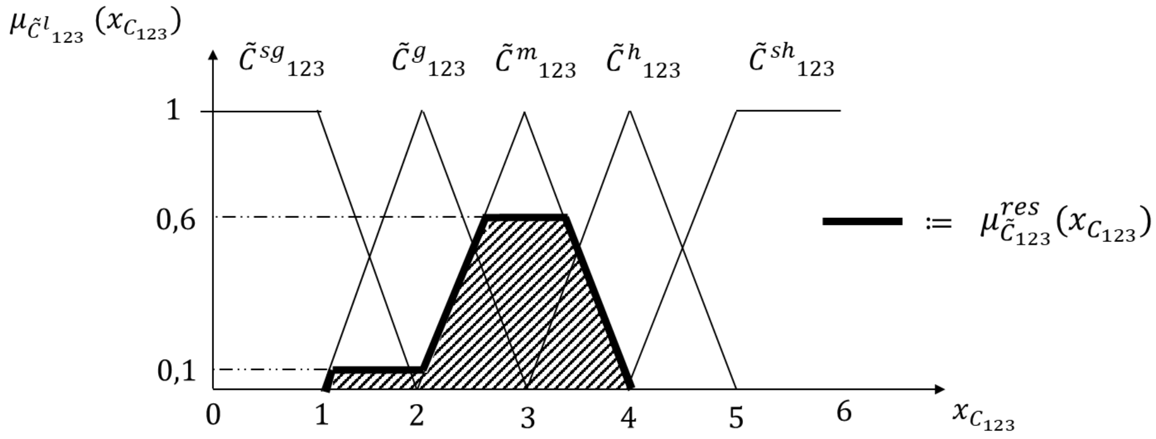


Abbildung 7: Darstellung der resultierenden Zugehörigkeitsfunktion $\mu^{res}_{\tilde{C}_{123}}(x_{C_{123}})$

Die resultierende Zugehörigkeitsfunktion $\mu^{res}_{\tilde{C}_{123}}(x_{C_{123}})$ der unscharfen Gesamtkonsistenz $\tilde{C}_{123}$ basiert auf folgender Vorschrift:

$$\mu^{res}_{\tilde{C}_{123}}(x_{C_{123}}) = \begin{cases} -1 + x_{C_{123}} \; für \; 1 \le x_{C_{123}} < 1{,}1 \\ 0{,}1 \; für \; 1{,}1 \le x_{C_{123}} < 2{,}1 \\ -2 + x_{C_{123}} \; für \; 2{,}1 \le x_{C_{123}} < 2{,}6 \\ 0{,}6 \; für \; 2{,}6 \le x_{C_{123}} < 3{,}4 \\ 4 - x_{C_{123}} \; für \; 3{,}4 \le x_{C_{123}} \le 4 \\ 0 \; sonst \end{cases} \tag{7}$$

Verbal ausgedrückt bedeutet dies beispielsweise, dass eine *sehr geringe*, *hohe* und *sehr hohe* Konsistenz auf Basis der exemplarischen Inputwerte überhaupt nicht erfüllt, eine *geringe* Konsistenz zum Grad 0,1 und eine *mittlere* Konsistenz zum Grad 0,6 erfüllt sind.

Möglicherweise möchte der Anwender des Regelsystems die unscharfe Konsistenzbewertung der betrachteten Deskriptoren zu einer scharfen Outputgröße verdichten. Dies erfolgt durch Anwendung sog. Defuzzifizierungsverfahren, welche im Folgenden näher beleuchtet werden.

5.2.2.3 Defuzzifizierung des unscharfen Outputs

Zu den heranziehbaren Defuzzifizierungsverfahren zählen u.a. neben den sog. Maximum-Methoden auch die Flächenschwerpunktmethode (*engl*. center of gravity method). Die Maximum-Methoden zielen darauf ab, aus den identifizierten Abszissenwerten der resultierenden Zugehörigkeitsfunktion $\mu^{res}_{\tilde{C}_{123}}(x_{C_{123}})$ der unscharfen Gesamtkonsistenz $\tilde{C}_{123}$ denjenigen Abszissenwert zu bestimmen, der den maximalen Zugehörigkeitsgrad aufweist. Es ist ersichtlich, dass aus der Zugehörigkeitsfunktion $\mu^{res}_{\tilde{C}_{123}}(x_{C_{123}})$ für verschiedene Abszissenwerte derselbe Zugehörigkeitswert resultiert. Deshalb muss zur Defuzzifizierung aus der Menge der zum maximalen Zughehörigkeitswert führenden Abszissenwerte ein spezifischer ausgewählt werden (Schroll 2007). Zur Auswahl des Abszissenwertes existieren verschiedene Methoden, wie zum Beispiel die First-of-Maxima-, die Last-of-Maxima-, die Random-Choice-of-Maxima- oder die Maximum-Mittelwert-Methode.

Bei der First-of-Maxima- bzw. Last-of-Maxima-Methode wird der kleinste ($x^*_{C_{123}} = 2{,}6$) bzw. größte ($x^*_{C_{123}} = 3{,}4$) Abszissenwert aus der Menge der zum maximalen Zugehörigkeitswert führenden Abszissenwerte ausgewählt. Bei der Random-Choic-of-Maxima-Methode wird mit Hilfe eines geeigneten Zufallsmechanismus der Abszissenwert ($x^*_{C_{123}} \in [2{,}6; 3{,}4]$) ausgewählt. Bei der Maximum-Mittelwert-Methode wird das arithmetische Mittel aus den Intervallgrenzen $x^*_{u,C_{123}}$ und $x^*_{o,C_{123}}$ der zum maximalen Zugehörigkeitswert führenden Abszissenwerte gebildet ($x^*_{C_{123}} = \frac{x^*_{u,C_{123}} + x^*_{o,C_{123}}}{2} = \frac{2{,}6+3{,}4}{2} = 3$) (vgl. Abbildung 8).

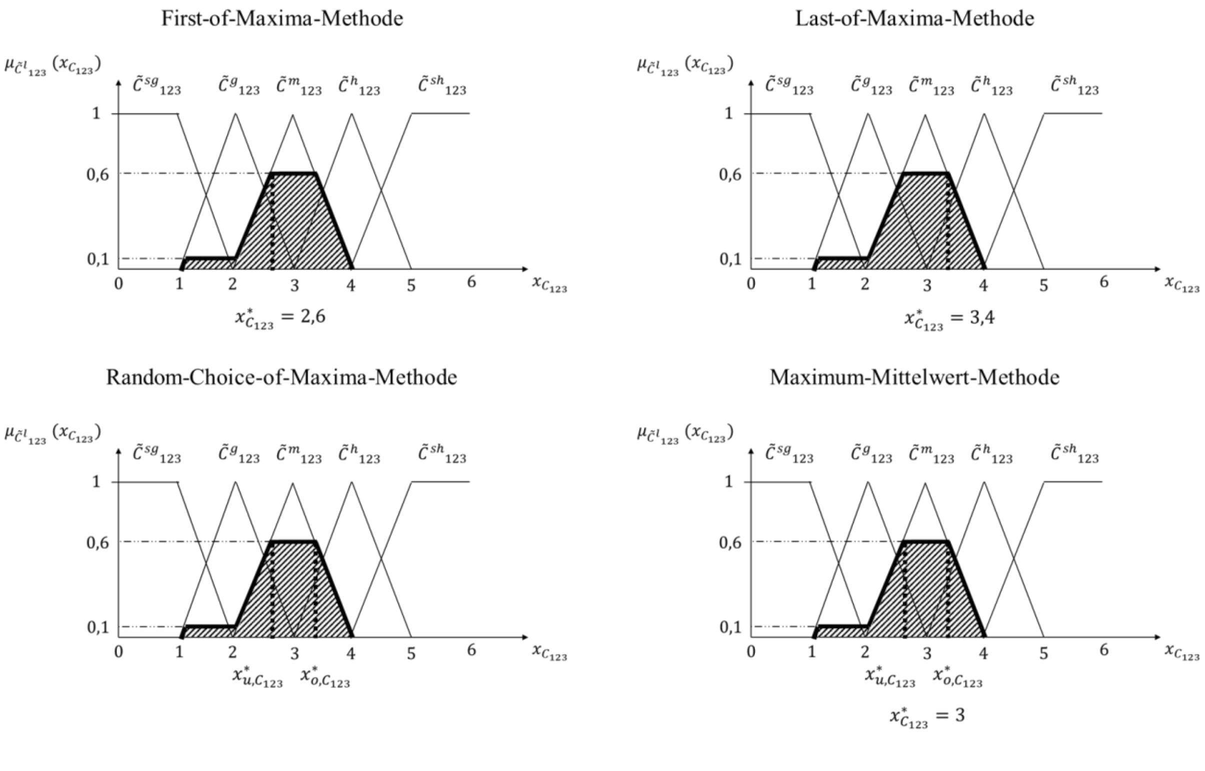


Abbildung 8: Anwendung ausgewählter Defuzzifizierungsmethoden

Bei Anwendung der Maximum-Methoden werden lediglich diejenigen Abszissenwerte berücksichtigt, die zum maximalen Zugehörigkeitswert führen und dementsprechend im vorliegenden Fall lediglich die Abszissenwerte im Intervall $x_{C_{123}} \in [2{,}6; 3{,}4]$. Die restlichen Abszissenwerte, die ebenfalls zu einem positiven Zugehörigkeitsgrad $\mu^{res}_{\tilde{C}_{123}}(x_{C_{123}}) \geq 0$ führen ($x_{C_{123}} \in [1; 2{,}6)$

und $x_{C_{123}} \in (2{,}6; 4])$, bleiben bei der Bestimmung eines defuzzifizierten Outputwertes unberücksichtigt.

In Situationen, in denen der Entscheidungsträger sämtliche Abszissenwerte mit einem positiven Zugehörigkeitswert zur unscharfen Gesamtkonsistenz $\tilde{C}_{123}$ berücksichtigen möchte, kann beispielsweise die Schwerpunktmethode herangezogen werden.

Im physikalischen Kontext entspricht der Schwerpunkt einer Figur dem Masseschwerpunkt. In Analogie hierzu entspricht der Schwerpunkt einer durch eine Zugehörigkeitsfunktion aufgespannten Fläche dem Schwerpunkt der Masse der positiven Zugehörigkeitswerte. Die Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes kann dann als Mittelwert der zu einem positiven Zugehörigkeitswert führenden Abszissenwerte interpretiert werden. Dementsprechend vereint dieser Abszissenwerte die Masse der Abszissenwerte in einem Punkt. Analog hierzu vereint die Ordinatenkoordinate die Masse der Zugehörigkeitswerte in einem Punkt und entspricht dem mittleren Zugehörigkeitswert der unscharfen Outputmenge (Spengler/Herzog 2023).

Im vorliegenden Fall hat der Flächenschwerpunkt SP die Koordinaten $(x_{C_{123}}^{SP} = 2{,}85 | \mu_{\tilde{C}_{123}}\left(x_{C_{123}}^{SP}\right) = 0{,}24)$ (vgl. Abbildung 9).

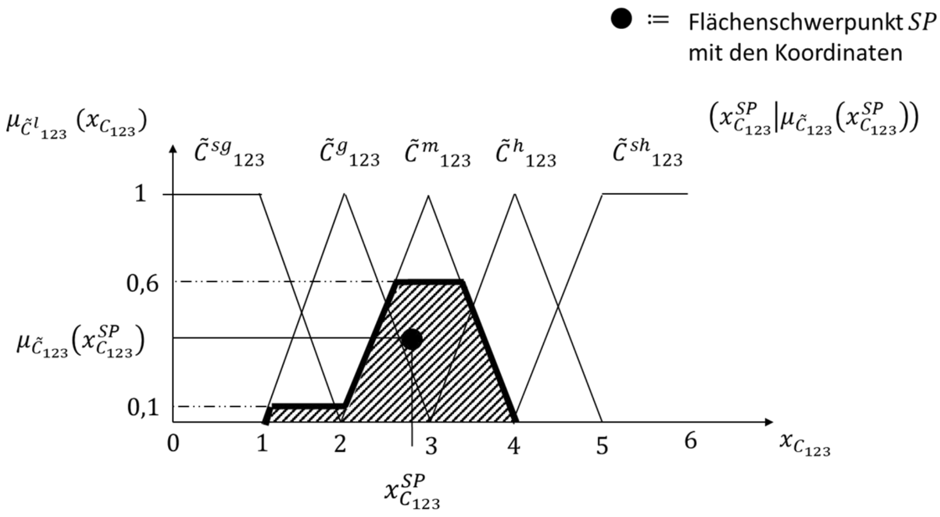


Abbildung 9: Anwendung der Flächenschwerpunktmethode

Tabelle 4 fasst die Ergebnisse der hier betrachteten Defuzzifizierungsverfahren zusammen.

Methode	Ausprägung $x^*_{C_{123}}$	Ausprägung $\mu_{\tilde{C}_{123}}(x^*_{C_{123}})$
First-of-Maxima	$x^*_{C_{123}} = 2{,}6$	$\mu_{\tilde{C}_{123}}(x^*_{C_{123}}) = 0{,}6$
Last-of-Maxima	$x^*_{C_{123}} = 3{,}4$	$\mu_{\tilde{C}_{123}}(x^*_{C_{123}}) = 0{,}6$
Random-Choice-of-Maxima	$x^*_{C_{123}} \in [2{,}6; 3{,}4]$	$\mu_{\tilde{C}_{123}}(x^*_{C_{123}}) = 0{,}6$
Maximum-Mittelwert-Methode	$x^*_{C_{123}} = 3$	$\mu_{\tilde{C}_{123}}(x^*_{C_{123}}) = 0{,}6$
Flächenschwerpunktmethode	$x^*_{C_{123}} = 2{,}85$	$\mu_{\tilde{C}_{123}}(x^*_{C_{123}}) = 0{,}24$

Tabelle 4: Zusammenfassung der Ergebnisse ausgewählter Defuzzifizierungsmethoden

Die Wahl eines entsprechenden Defuzzifizierungsverfahren sollte letztendlich aus ökonomischen Gesichtspunkten fundiert werden. Je nach Situation kann es sinnvoll sein, ein recht simples Verfahren aus dem Komplex der Maximum-Methoden oder aber die bereits bei linearen Zugehörigkeitsfunktionen recht komplexe Flächenschwerpunktmethode heranzuziehen. Hierbei sollte stets die Betrachtung entsprechender Output-Input-Relationen (Stichwort: Effizienz, Siegling et al. 2023b) im Vordergrund stehen.

In diesem Kontext ist auch zu beurteilen, ob eine Defuzzifizierung notwendig ist oder bereits das Vorliegen einer unscharfen Outputmenge zur Fundierung von Entscheidungen herangezogen werden kann.

Im vorliegenden Fall wird ein Relevanzgrad auf Basis der Gesamtkonsistenz sowie der Gesamtpossibilität bestimmt. Im vorliegenden Teilkapitel ermitteln wir zunächst die unscharfe Gesamtkonsistenz. Das verwendete Beispiel sieht eine geringe Konsistenz zum Grad 0,1 und eine mittlere Konsistenz zum Grad 0,6 vor. Anstatt diese Informationen derart zu verdichten, dass gegebenfalls sogar ein Informationsverlust herbeigeführt wird (Stichwort: Maximum-Methoden), gehen diese Informationen als neue Inputwerte in einen Aggregationsregelblock ein. Bevor wir darauf eingehen, werden jedoch zunächst die vorangestellten Schritte zur Konstruktion und Anwendung unscharfer Regelsysteme im Kontext der Cross-Impact-Analyse und dementsprechend im Kontext der Bestimmung der Gesamtpossibilität analog vorgestellt.

5.2.3 Cross-Impact-Analyse

5.2.3.1 Fuzzifizierung der Regelinputs

In analoger Vorgehensweise zur Fuzzifizierung der Reglinputs im Kontext der Konsistenzanalyse sind auch im Kontext der Cross-Impact-Analyse zunächst Zugehörigkeitsfunktionen zu konstruieren.

Hierfür gelten nachfolgende zusätzliche Symbole:

y_{ij}	$:=$	Ausprägung der Possibilität eines Deskriptorenpaares ij mit $i \neq j$ und $y_{ij} \in [0;1]$
$\tilde{p}^{l}{}_{ij}$	$:=$	Unscharfe Possibilität des Deskriptorenpaares ij mit der linguistischen Ausprägung l, wobei $l = sehr\ gering\ (sg),\ gering\ (g),\ mittel\ (m),\ hoch\ (h),\ sehr\ hoch\ (sh)$
$\mu_{\tilde{p}^{l}{}_{ij}}(y_{ij})$	$:=$	Zugehörigkeitsgrad eines Elementes y_{ij} zu einer linguistischen Ausprägung l der unscharfen Possibilität $\tilde{p}^{l}{}_{ij}$
$y_{P_{ijk}}$	$:=$	Ausprägung der Gesamtpossibilität eines Deskriptorenpaares ijk mit $i,j,k \in \bar{I}$, $i \neq j \neq k$, $y_{P_{ijk}} \in [0;1]$
$\tilde{P}^{l}{}_{ijk}$	$:=$	Unscharfe Gesamtpossibilität der Deskriptoren i,j,k mit $i,j,k \in \bar{I}$ und $i \neq j \neq k$, wobei $l = gering\ (g),\ mittel\ (m),\ hoch\ (h)$
$\mu_{\tilde{P}^{l}{}_{ijk}}\left(y_{P_{ijk}}\right)$	$:=$	Zugehörigkeitsgrad eines Elementes $y_{P_{ijk}}$ zu einer linguistischen Ausprägung l der unscharfen Gesamtpossibilität $\tilde{P}^{l}{}_{ijk}$

In Abwandlung der vorgestellten Konsistenzanalyse werden für die unscharfe Gesamtpossibilität $\tilde{P}^{l}{}_{ijk}$ lediglich drei linguistische Terme (*gering*, *mittel* und *hoch*) in Ansatz gebracht. Weiterhin wird nun der Definitionsbereich möglicher Ausprägungen der Possibilität eines Deskriptorenpaares auf das Intervall $y_{ij} \in [0;1]$ beschränkt. Für die Zugehörigkeitsfunktionen $\mu_{\tilde{p}^{l}{}_{ij}}(y_{ij})$ sowie $\mu_{\tilde{P}^{l}{}_{ijk}}\left(y_{P_{ijk}}\right)$ verwenden wir die in den Abbildungen 10.1-10.3 sowie Abbildung 11 dargestellten Verläufe.

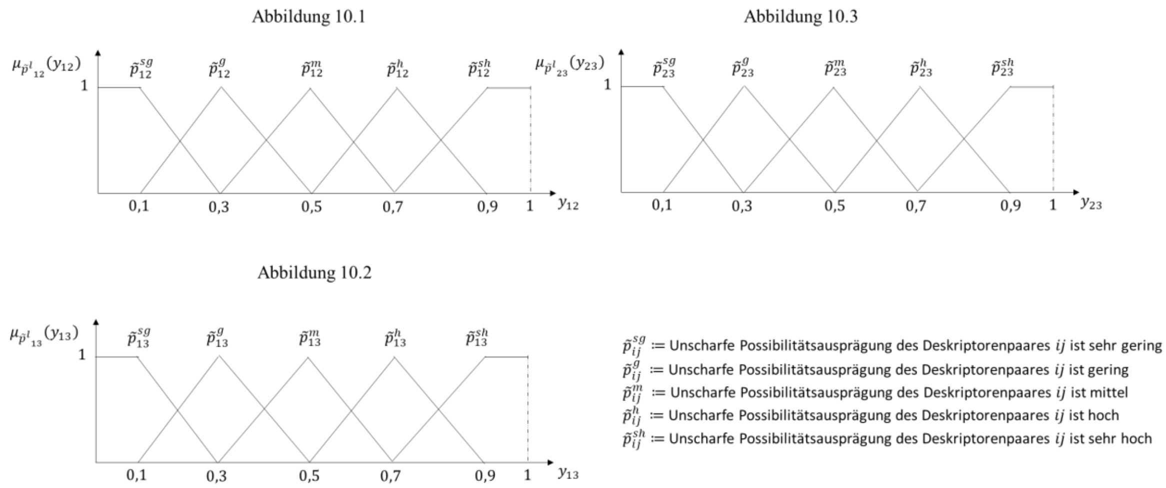


Abbildung 10.1-10.3: Zugehörigkeitsfunktionsverläufe von $\mu_{\tilde{p}^l_{ij}}(y_{ij})$

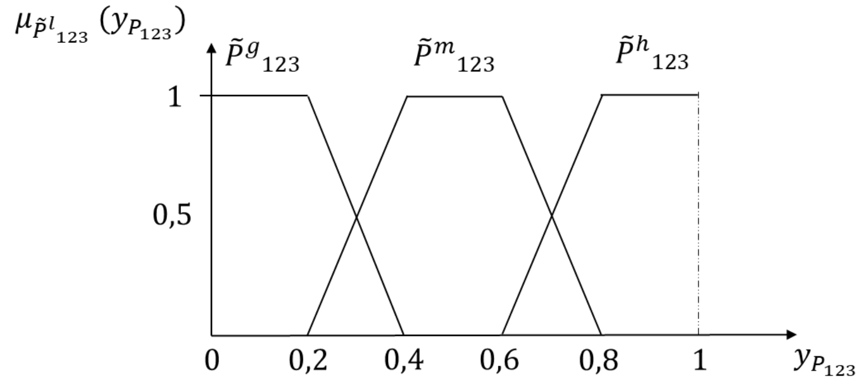


Abbildung 11: Zugehörigkeitsfunktionen $\mu_{\tilde{P}^l_{123}}(y_{P_{123}})$ der unscharfen Gesamtpossibilität $\tilde{P}^l_{123}$

Für die Possibilitäten der Vergleiche werden folgende exemplarische Inputwerte in Ansatz gebracht:

$y_{12} = 0{,}1 \quad y_{13} = 0{,}25 \quad y_{23} = 0{,}6$

Aus diesen resultieren folgende Zugehörigkeitswerte:

$\mu_{\tilde{P}^{sg}_{12}}(y_{12}) = 0{,}5$	$\mu_{\tilde{P}^{sg}_{13}}(y_{13}) = 0{,}25$	$\mu_{\tilde{P}^{sg}_{23}}(y_{23}) = 0$
$\mu_{\tilde{P}^{g}_{12}}(y_{12}) = 0{,}5$	$\mu_{\tilde{P}^{g}_{13}}(y_{13}) = 0{,}75$	$\mu_{\tilde{P}^{g}_{23}}(y_{23}) = 0$
$\mu_{\tilde{P}^{m}_{12}}(y_{12}) = 0$	$\mu_{\tilde{P}^{m}_{13}}(y_{13}) = 0$	$\mu_{\tilde{P}^{m}_{23}}(y_{23}) = 0{,}5$
$\mu_{\tilde{P}^{h}_{12}}(y_{12}) = 0$	$\mu_{\tilde{P}^{h}_{13}}(y_{13}) = 0$	$\mu_{\tilde{P}^{h}_{23}}(y_{23}) = 0{,}5$
$\mu_{\tilde{P}^{sh}_{12}}(y_{12}) = 0$	$\mu_{\tilde{P}^{sh}_{13}}(y_{13}) = 0$	$\mu_{\tilde{P}^{sh}_{23}}(y_{23}) = 0$

5.2.3.2 Durchführung der Fuzzy-Inferenz

In Analogie zur obigen Vorgehensweise ist auch hier zunächst zur Bestimmung der Gesamtpossibilität $\tilde{P}_{123}$ eine Regelbasis aufzustellen (vgl. Tabelle 5)[42].

[42] Die vollständige Regelbasis ist dem Anhang zu entnehmen.

Regel r	Possibilität des Deskriptorenpaares 12 y_{12}	Possibilität des Deskriptorenpaares 13 y_{13}	Possibilität des Deskriptorenpaares 23 y_{23}	Gesamtpossibilität $\tilde{P}^{r}{}_{123}$
1	sg	sg	sg	g
2	sg	sg	g	g
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
34	g	g	h	m
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
85	h	g	sh	h
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
111	sh	m	sg	m
125	sh	sh	sh	h

Tabelle 5: Auszug aus der Regelbasis zur Bestimmung der unscharfen Gesamtpossibilität $\tilde{P}_{123}$

Ebenfalls in Analogie zur bisher vorgestellten Vorgehensweise wird erneut die in Kap. 5.2.2.2 vorgestellte Max-Min-Inferenz angewendet. Bei Anwendung des Minimum-Operators zur Bestimmung des Erfüllungsgrades einer Regel resultieren folgende, regelspezifische DOF_r (vgl Tabelle 6):

$DOF_3 = min\left(\mu_{\tilde{P}^{sg}{}_{12}}(y_{12}); \mu_{\tilde{P}^{sg}{}_{13}}(y_{13}); \mu_{\tilde{P}^{m}{}_{23}}(y_{23})\right) = \min(0{,}5; 0{,}25; 0{,}5) = 0{,}25$	$\tilde{P}^{3}{}_{123} = gering$
$DOF_4 = min\left(\mu_{\tilde{P}^{sg}{}_{12}}(y_{12}); \mu_{\tilde{P}^{sg}{}_{13}}(y_{13}); \mu_{\tilde{P}^{h}{}_{23}}(y_{23})\right) = \min(0{,}5; 0{,}25; 0{,}5) = 0{,}25$	$\tilde{P}^{4}{}_{123} = gering$
$DOF_8 = min\left(\mu_{\tilde{P}^{sg}{}_{12}}(y_{12}); \mu_{\tilde{P}^{g}{}_{13}}(y_{13}); \mu_{\tilde{P}^{m}{}_{23}}(y_{23})\right) = \min(0{,}5; 0{,}75; 0{,}5) = 0{,}5$	$\tilde{P}^{8}{}_{123} = gering$
$DOF_9 = min\left(\mu_{\tilde{P}^{sg}{}_{12}}(y_{12}); \mu_{\tilde{P}^{g}{}_{13}}(y_{13}); \mu_{\tilde{P}^{h}{}_{23}}(y_{23})\right) = \min(0{,}5; 0{,}75; 0{,}5) = 0{,}5$	$\tilde{P}^{9}{}_{123} = gering$
$DOF_{28} = min\left(\mu_{\tilde{P}^{g}{}_{12}}(y_{12}); \mu_{\tilde{P}^{sg}{}_{13}}(y_{13}); \mu_{\tilde{P}^{m}{}_{23}}(y_{23})\right) = \min(0{,}5; 0{,}25; 0{,}5) = 0{,}25$	$\tilde{P}^{28}{}_{123} = gering$
$DOF_{29} = min\left(\mu_{\tilde{P}^{g}{}_{12}}(y_{12}); \mu_{\tilde{P}^{sg}{}_{13}}(y_{13}); \mu_{\tilde{P}^{h}{}_{23}}(y_{23})\right) = \min(0{,}5; 0{,}25; 0{,}5) = 0{,}25$	$\tilde{P}^{29}{}_{123} = gering$
$DOF_{33} = min\left(\mu_{\tilde{P}^{g}{}_{12}}(y_{12}); \mu_{\tilde{P}^{g}{}_{13}}(y_{13}); \mu_{\tilde{P}^{m}{}_{23}}(y_{23})\right) = \min(0{,}5; 0{,}75; 0{,}5) = 0{,}5$	$\tilde{P}^{33}{}_{123} = gering$
$DOF_{34} = min\left(\mu_{\tilde{P}^{g}{}_{12}}(y_{12}); \mu_{\tilde{P}^{g}{}_{13}}(y_{13}); \mu_{\tilde{P}^{h}{}_{23}}(y_{23})\right) = \min(0{,}5; 0{,}75; 0{,}5) = 0{,}5$	$\tilde{P}^{33}{}_{123} = mittel$

Tabelle 6: Aktive Regeln zur Bestimmung der Gesamtpossibilität $\tilde{P}_{123}$

Unter Rückgriff auf den Maximum-Operator resultieren dann die folgenden Gesamterfüllungsgrade für die Bewertungen *gering*, *mittel* und *hoch* der Gesamtpossibilität $\tilde{P}_{123}$ (vgl. Abbildung 12):

$DOF_{Gesamt}(gering) = \max(DOF_3, DOF_4, DOF_8, DOF_9, DOF_{28}, DOF_{29}, DOF_{33}) = 0{,}5$

$DOF_{Gesamt}(mittel) = DOF_{34} = 0{,}5$

$DOF_{Gesamt}(hoch) = 0$

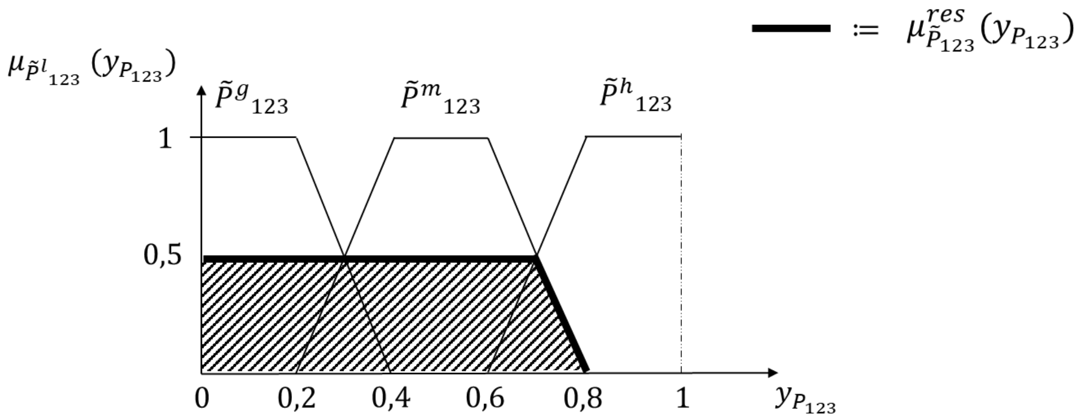


Abbildung 12: Darstellung der resultierenden Zugehörigkeitsfunktion $\mu^{res}_{\tilde{P}_{123}}(y_{P_{123}})$

Im Folgenden gehen nun die resultierenden, unscharfen Ergebnisse $\tilde{C}_{123}$ aus der Konsistenz-analyse sowie $\tilde{P}_{123}$ aus der Cross-Impact-Analayse in einen Aggregationsregelblock ein.

5.2.4 Zusammenführung der Ergebnisse der Konsistenz- und Cross-Impact-Analyse

Tabelle 7 enthält die zusammengefassten Ergebnisse aus der Bestimmung der unscharfen Gesamtkonsistenz $\tilde{C}_{123}$ sowie der unscharfen Gesamtpossibilität $\tilde{P}_{123}$.

Unscharfe Gesamtkonsistenz $\tilde{C}_{123}$:	Unscharfe Gesamtpossibilität $\tilde{P}_{123}$:
$DOF_{Gesamt}(sehr\ gering) = 0$	$DOF_{Gesamt}(gering) = 0{,}5$
$DOF_{Gesamt}(gering) = 0{,}1$	$DOF_{Gesamt}(mittel) = 0{,}5$
$DOF_{Gesamt}(mittel) = 0{,}6$	$DOF_{Gesamt}(hoch) = 0$
$DOF_{Gesamt}(hoch) = 0$	
$DOF_{Gesamt}(sehr\ hoch) = 0$	

Tabelle 7: Zusammenfassung der Ergebnisse aus der Bestimmung der unscharfen Gesamtkonsistenz $\tilde{C}_{123}$ sowie der unscharfen Gesamtpossibilität $\tilde{P}_{123}$

Diese Ergebnisse können nun in einen weiteren Regelblock überführt werden, um eine Aussage zum unscharfen Relevanzgrad $\tilde{R}_{123}$ abzuleiten (vgl. Tabelle 8). Hierbei gehen die Erfüllungsgrade der Bewertungen der unscharfen Gesamtkonsistenz und der unscharfen Gesamtpossibilität als Inputwerte in den Regelblock ein.

Dabei gelten folgende zusätzliche Symbole:

z_{ijk}	:=	Ausprägung des Relevanzgrades der Deskriptoren ijk
$\tilde{R}^l{}_{ijk}$	:=	Unscharfer Relevanzgrad der Deskriptoren i, j, k mit $i, j, k \in \bar{I}$ und $i \neq j \neq k$, wobei $l = sehr\ gering\ (sg),\ gering\ (g), mittel\ (m),\ hoch\ (h)$
$\mu_{\tilde{R}^l{}_{ijk}}(z_{ijk})$	:=	Zugehörigkeitsgrad eines Elementes z_{ijk} zu einer linguistischen Ausprägung l des unscharfen Relevanzgrades $\tilde{R}^l{}_{ijk}$

Regel r	Gesamtkonsistenz $\tilde{C}_{123}$	Gesamtpossibilität $\tilde{P}_{123}$	Relevanzgrad $\tilde{R}_{123}$
1	sg	g	sg
2	sg	m	sg
3	sg	h	sg
4	g	g	g
5	g	m	g
6	g	h	g
7	m	g	g
8	m	m	m
9	m	h	m
10	h	g	m
11	h	m	m
12	h	h	h
13	sh	g	m
14	sh	m	h
15	sh	h	h

Tabelle 8: Regelbasis zur Aggregation der Gesamtkonsistenz und Gesamtpossibilität zum Relevanzgrad

Weiterhin werden für die unscharfen Relevanzgrade $\tilde{R}^{l}{}_{123}$ nachfolgende Zugehörigkeitsfunktionen in Ansatz gebracht (vgl. Abbildung 13):

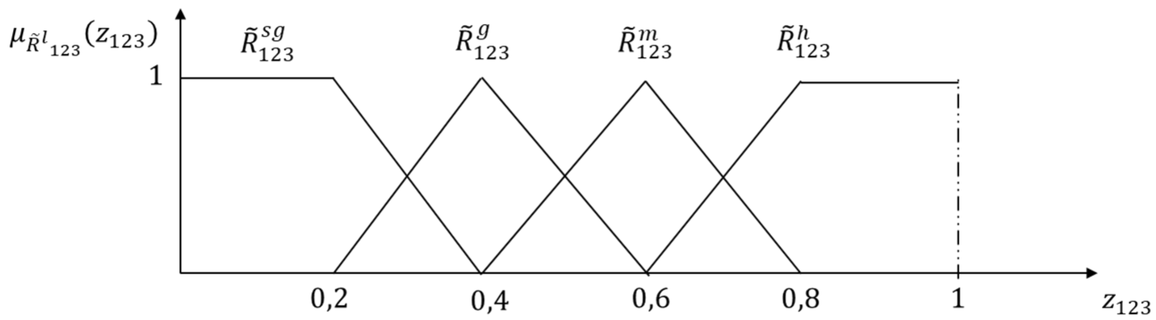


Abbildung 13: Zugehörigkeitsfunktionen unscharfer Relevanzgrade $\tilde{R}^{l}{}_{123}$

Bei Verwendung der dargestellten Zugehörigkeitsfunktionen und des Regelblockes führt dies bei erneuter Anwendung des Minimum-Operators zur Bestimmung regelspezifischer unscharfer Relevanzgradausprägungen $\tilde{R}^{r}{}_{123}$ und bei Anwendung des Maximum-Operators zur Bestimmung der Gesamterfüllungsgrade zu:

$DOF_{Gesamt}(sehr\ gering) = 0$
$DOF_{Gesamt}(gering) = 0{,}5$
$DOF_{Gesamt}(mittel) = 0{,}5$
$DOF_{Gesamt}(hoch) = 0$

Auch diese Gesamterfüllungsgrade können grafisch dargestellt werden (vgl. Abbildung 14).

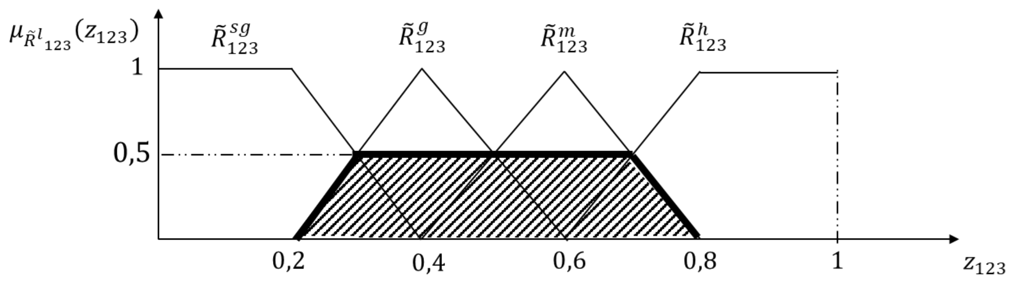


Abbildung 14: Darstellung der resultierenden Zugehörigkeitsfunktion $\mu^{res}_{\tilde{R}_{123}}(z_{123})$ des unscharfen Relevanzgrades $\tilde{R}_{123}$

Auf Basis der in den vorherigen Teilkapiteln vorgestellten, exemplarischen Inputwerte, den konstruierten Zugehörigkeitsfunktionen sowie den aufgestellten Regelbasen ergibt sich, dass der Relevanzgrad des vorgestellten Annahmebündels mit den drei Deskriptoren zu einem Grad von 0,5 gering und zu einem Grad von 0,5 mittel ist.

Hierauf aufbauend kann wiederum die Überlegung angestellt werden, ob der unscharfe Relevanzgrad zur Generierung eines scharfen Outputwertes defuzzifiziert wird oder ob dem Entscheidungsträger die in der unscharfen Menge enthaltenen Informationen ausreichen.

6 Fazit und Ausblick

Nachdem wir zunächst terminologische und systematische Grundlagen von Regeln und Gesetzen, des Strategischen Managements sowie der Logik und des logischen Schließens thematisieren, folgen anschließend Erläuterungen zur Szenario-Technik, ein in der einschlägigen Literatur häufig verwendetes Instrument zur Generierung von Szenarien, auf deren Basis betriebswirtschaftlich sinnvolle Strategien formuliert werden können. Da ein Szenarienraum grundsätzlich unendlich viele verschiedene Szenarien umfasst, muss dieser auf ein operables Maß reduziert werden. Die vorliegende Arbeit setzt an dieser Stelle an und zeigt, wie eine Konstruktion von (unscharfen) Regelsystemen zur Szenarienraumbeschränkung und damit zur Auswahl entscheidungsrelevanter Annahmebündel erfolgen kann. Anhand der in der vorliegenden Arbeit exemplarisch durchgeführten Konsistenz- und Cross-Impact-Analysen werden die Relevanzgrade für unterschiedliche Annahmebündel bestimmt. Vermittels Konsistenzanalysen werden Deskriptoren und deren Ausprägungen zu Szenarien kombiniert und hinsichtlich ihrer Stimmigkeit beurteilt. Im Zuge der Cross-Impact-Analysen hingegen werden die Szenarien hinsichtlich ihrer (Eintritts-) Possibilität bewertet. Da diese nicht nur stimmig und möglich, sondern auch relevant sein müssen, wird anschließend von den Konsistenz- und Possibilitätswerten vermittels eines weiteren Regelsystems auf Relevanzgrade geschlossen. Unter Verwendung Fuzzy-Logik-basierter Regelsysteme werden zunächst Regelinputs fuzzifiziert, indem Zugehörigkeitsfunktionen für die (präzisen) Inputgrößen konstruiert werden (siehe Kap. 5.2.2.1 und 5.2.3.1 der vorliegenden Arbeit). Darauf folgt eine Durchführung der Fuzzy-Inferenz durch Formulierung der Regelbasen, mittels Anwendung des Inferenzmechanismus und durch Ableitung der linguistischen Outputgröße (siehe Kap. 5.2.2.2 und 5.2.3.2 der vorliegenden Arbeit). Abschließend kann der unscharfe Output defuzzifiziert werden, um einen scharfen Outputwert zu generieren (siehe Kap. 5.2.2.3 der vorliegenden Arbeit). Da wir in dieser Arbeit ausschließlich mit scharfen Inputgrößen arbeiten, bieten sich in der Folge darauf aufbauende Forschungsprojekte an, um korrespondierende Analysen unter Verwendung unscharfer Inputwerte auszuführen. Zudem lassen sich weitere Inferenzmechanismen, t- und s-Normen sowie, um ein letztes Beispiel anzuführen, intuitionistische Fuzzy-Sets in Ansatz bringen.

Anhang

Vollständige Regelbasis zur Bestimmung der unscharfen Gesamtkonsistenz $\tilde{C}_{123}$

Regel r	x_{12}	x_{13}	x_{23}	$\tilde{C}_{123}$	Regel r	x_{12}	x_{13}	x_{23}	$\tilde{C}_{123}$
1	sg	sg	sg	sg	64	m	m	h	m
2	sg	sg	g	sg	65	m	m	sh	h
3	sg	sg	m	g	66	m	h	sg	m
4	sg	sg	h	g	67	m	h	g	m
5	sg	sg	sh	g	68	m	h	m	m
6	sg	g	sg	sg	69	m	h	h	h
7	sg	g	g	g	70	m	h	sh	h
8	sg	g	m	g	71	m	sh	sg	m
9	sg	g	h	g	72	m	sh	g	m
10	sg	g	sh	m	73	m	sh	m	h
11	sg	m	sg	g	74	m	sh	h	h
12	sg	m	g	g	75	m	sh	sh	h
13	sg	m	m	g	76	h	sg	sg	g
14	sg	m	h	m	77	h	sg	g	g
15	sg	m	sh	m	78	h	sg	m	m
16	sg	h	sg	g	79	h	sg	h	m
17	sg	h	g	g	80	h	sg	sh	m
18	sg	h	m	m	81	h	g	sg	g
19	sg	h	h	m	82	h	g	g	m
20	sg	h	sh	m	83	h	g	m	m
21	sg	sh	sg	g	84	h	g	h	m
22	sg	sh	g	m	85	h	g	sh	h
23	sg	sh	m	m	86	h	m	sg	m
24	sg	sh	h	m	87	h	m	g	m
25	sg	sh	sh	h	88	h	m	m	m
26	g	sg	sg	sg	89	h	m	h	h
27	g	sg	g	g	90	h	m	sh	h
28	g	sg	m	g	91	h	h	sg	m
29	g	sg	h	g	92	h	h	g	m
30	g	sg	sh	m	93	h	h	m	h
31	g	g	sg	g	94	h	h	h	h
32	g	g	g	g	95	h	h	sh	h
33	g	g	m	g	96	h	sh	sg	m
34	g	g	h	m	97	h	sh	g	h
35	g	g	sh	m	98	h	sh	m	h
36	g	m	sg	g	99	h	sh	h	h
37	g	m	g	g	100	h	sh	sh	sh
38	g	m	m	m	101	sh	sg	sg	g
39	g	m	h	m	102	sh	sg	g	m
40	g	m	sh	m	103	sh	sg	m	m
41	g	h	sg	g	104	sh	sg	h	m
42	g	h	g	m	105	sh	sg	sh	h
43	g	h	m	m	106	sh	g	sg	m

44	g	h	h	m	107	sh	g	g	m
45	g	h	sh	h	108	sh	g	m	m
46	g	sh	sg	m	109	sh	g	h	h
47	g	sh	g	m	110	sh	g	sh	h
48	g	sh	m	m	111	sh	m	sg	m
49	g	sh	h	h	112	sh	m	g	m
50	g	sh	sh	h	113	sh	m	m	h
51	m	sg	sg	g	114	sh	m	h	h
52	m	sg	g	g	115	sh	m	sh	h
53	m	sg	m	g	116	sh	h	sg	m
54	m	sg	h	m	117	sh	h	g	h
55	m	sg	sh	m	118	sh	h	m	h
56	m	g	sg	g	119	sh	h	h	h
57	m	g	g	g	120	sh	h	sh	sh
58	m	g	m	m	121	sh	sh	sg	h
59	m	g	h	m	122	sh	sh	g	h
60	m	g	sh	m	123	sh	sh	m	h
61	m	m	sg	g	124	sh	sh	h	sh
62	m	m	g	m	125	sh	sh	sh	sh
63	m	m	m	m					

Tabelle 9: Vollständige Regelbasis zur Bestimmung der unscharfen Gesamtkonsistenz $\tilde{C}_{123}$

Vollständige Regelbasis zur Bestimmung der unscharfen Gesamtpossibilität $\tilde{P}_{ijk}$

Regel r	y_{12}	y_{13}	y_{23}	$\tilde{P}_{123}$	Regel r	y_{12}	y_{13}	y_{23}	$\tilde{P}_{123}$
1	sg	sg	sg	g	64	m	m	h	m
2	sg	sg	g	g	65	m	m	sh	m
3	sg	sg	m	g	66	m	h	sg	m
4	sg	sg	h	g	67	m	h	g	m
5	sg	sg	sh	g	68	m	h	m	m
6	sg	g	sg	g	69	m	h	h	m
7	sg	g	g	g	70	m	h	sh	m
8	sg	g	m	g	71	m	sh	sg	m
9	sg	g	h	g	72	m	sh	g	m
10	sg	g	sh	m	73	m	sh	m	m
11	sg	m	sg	g	74	m	sh	h	m
12	sg	m	g	g	75	m	sh	sh	m
13	sg	m	m	g	76	h	sg	sg	g
14	sg	m	h	m	77	h	sg	g	g
15	sg	m	sh	m	78	h	sg	m	m
16	sg	h	sg	g	79	h	sg	h	m
17	sg	h	g	g	80	h	sg	sh	m
18	sg	h	m	m	81	h	g	sg	g
19	sg	h	h	m	82	h	g	g	m
20	sg	h	sh	m	83	h	g	m	m
21	sg	sh	sg	g	84	h	g	h	m
22	sg	sh	g	m	85	h	g	sh	m
23	sg	sh	m	m	86	h	m	sg	m

24	sg	sh	h	m	87	h	m	g	m
25	sg	sh	sh	m	88	h	m	m	m
26	g	sg	sg	g	89	h	m	h	m
27	g	sg	g	g	90	h	m	sh	m
28	g	sg	m	g	91	h	h	sg	m
29	g	sg	h	g	92	h	h	g	m
30	g	sg	sh	m	93	h	h	m	m
31	g	g	sg	g	94	h	h	h	m
32	g	g	g	g	95	h	h	sh	m
33	g	g	m	g	96	h	sh	sg	m
34	g	g	h	m	97	h	sh	g	m
35	g	g	sh	m	98	h	sh	m	m
36	g	m	sg	g	99	h	sh	h	m
37	g	m	g	g	100	h	sh	sh	h
38	g	m	m	m	101	sh	sg	sg	g
39	g	m	h	m	102	sh	sg	g	m
40	g	m	sh	m	103	sh	sg	m	m
41	g	h	sg	g	104	sh	sg	h	m
42	g	h	g	m	105	sh	sg	sh	m
43	g	h	m	m	106	sh	g	sg	m
44	g	h	h	m	107	sh	g	g	m
45	g	h	sh	m	108	sh	g	m	m
46	g	sh	sg	m	109	sh	g	h	m
47	g	sh	g	m	110	sh	g	sh	m
48	g	sh	m	m	111	sh	m	sg	m
49	g	sh	h	m	112	sh	m	g	m
50	g	sh	sh	m	113	sh	m	m	m
51	m	sg	sg	g	114	sh	m	h	m
52	m	sg	g	g	115	sh	m	sh	m
53	m	sg	m	g	116	sh	h	sg	m
54	m	sg	h	m	117	sh	h	g	m
55	m	sg	sh	m	118	sh	h	m	m
56	m	g	sg	g	119	sh	h	h	m
57	m	g	g	g	120	sh	h	sh	h
58	m	g	m	m	121	sh	sh	sg	m
59	m	g	h	m	122	sh	sh	g	m
60	m	g	sh	m	123	sh	sh	m	m
61	m	m	sg	g	124	sh	sh	h	h
62	m	m	g	m	125	sh	sh	sh	h
63	m	m	m	m					

Tabelle 10: Vollständige Regelbasis zur Bestimmung der unscharfen Gesamtpossibilität $\tilde{P}_{ijk}$

Literaturverzeichnis

Amara, R./Lipinski, A. J. (1983): Business Planning for An Uncertain Future: Scenarios and Strategies, Pergamon: New York.

Atanassov, K.T. (1986): Intuitionistic Fuzzy Sets. In: Fuzzy Sets and Systems, 20(1), S. 87–96.

Beer, S. (1959): Kybernetik und Management, dt. Übersetzung von Cybernetics and Management, Fischer: Hamburg.

Bellmann, R.E./Zadeh, L.A. (1970): Decision-Making in a Fuzzy Environment, in: Management Science, Vol. 17, No. 4, pp. 141-164.

Bouchon-Meunier, B. (1991): Inferences With Imprecisions and Uncertainities in Expert Systems, in: Kandel, A. (Ed.) Fuzzy Expert Systems, pp. 43-54, CRC Press: London et al.

Büchner, G. (1978): Briefe von ihm und Briefe an ihn - Erinnerungen an Büchner. Berlin.

Buckley, J.J./Eslami, E. (2002): An Introduction to Fuzzy Logic and Fuzzy Sets, Springer: Heidelberg/New York.

Chandler, J./ Cockler, P. (1982): Techniques of Scenario Planning, McGraw-Hill: London.

Chermack, T.J./ Lynham, S.A./ Ruona, W.E.A. (2001): A Review of Scenario Planning Literature, in: Futures Research Quarterly, Vol. 17, No. 2, pp. 7-32.

Die Bibel oder die ganze Heilige Schrift des alten und Neuen Testaments nach der deutschen Übersetzung Dr. Martin Luthers. Apokryphischer Teil, Privileg. Württ. Bibelanstalt: Stuttgart 1932a.

Die Bibel oder die ganze Heilige Schrift des alten und Neuen Testaments nach der deutschen Übersetzung Dr. Martin Luthers. Neues Testament, Privileg. Württ. Bibelanstalt: Stuttgart 1932b.

Dubois, D./Ostasiewicz, W./Prade, H. (2000): Fuzzy Sets: History and Basic Notions, in: Dubois, D./Prade, H. (Ed.): Fundamentals of Fuzzy Sets, pp. 21-124., Springer: Boston et al.

Dubois, D./Prade, H. (1978): Operations on Fuzzy Numbers, in: International Journal of Systems and Science, Vol. 9, No. 6, pp. 613-626.

Dubois, D./Prade, H. (1980a): Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications, Academic Press: New York et al.

Dubois, D./Prade, H. (1980b): New results about properties and semantics of fuzzy set-theoretic operators, in: Wang, P. P./ Chang, S. K. (Ed.): Fuzzy Sets, pp. 59-75, Springer: Boston.

Dubois, D./Prade, H. (1991): Fuzzy sets in approximate reasoning, Part 1: Inference with possibility distributions, in: Fuzzy Sets and Systems, Vol. 40, pp. 143-202.

Fermi, E. (1974): Nuclear Physics. Chicago.

Fodor, J./Yager, R.R. (2000): Fuzzy-Set-Theoretic Operators and Quantifiers, in: Dubois, D./ Prade, H. (Ed.): Fundamentals of Fuzzy Sets, pp. 125-193, Springer: Boston et al.

Gischer, H. (2011): Wider besseres Wissen – wann und wie sind Regeln sinnvoll?, In: Theurl, T. (Hrsg.): Gute Regeln oder Wirtschaftslenkung – Europas neue Herausforderungen, Schriften des Vereins für Socialpolitik, Band 333, Berlin, S. 13-30.

Goethe, J.W.v. (1907): Maximen und Reflexionen: nach den Handschriften des Goethe- und Schiller-Archivs, Hrsg.: Hecker, M.

Gottwald, S. (1993): Fuzzy Sets and Fuzzy Logic. Foundations of Application from a Mathematical Point of View, Springer: Wiesbaden.

Götze, U. (1993): Szenario-Technik in der strategischen Unternehmensplanung. In: ZfP, Bd. 2, Heft 4, S. 355.

Hall, A.D./Fagen, R.E. (1956): Definition of System, in: General Systems, Vol. 1, pp. 18-28.

Hall, L.O./Kandel, A. (1991): The Evolution From Expert Systems to Fuzzy Expert Systems, in: Kandel, A. (Ed.) Fuzzy Expert Systems, pp. 3-21, CRC Press: London et al.

Heijden, K.v.d. (1997): Scenarios, Strategies and the Strategy Process, Nijenrode University: Netherlands.

Heinecke, A./Schwager, M. (1995): Die Szenario-Technik als Instrument der strategischen Planung, Technische Universität Braunschweig.

Höfer, T./Przyrembel, H./Verleger, S. (2004): New evidence for the theory of the stork. In: Paediatric and perinatal epidemiology, Vol. 18, Nr. 1, S. 88-92.

Kahlert, J./Frank, H. (1994): Fuzzy-Logik und Fuzzy-Control. Eine anwendungsorientierte Einführung, 2. Auflage, Vieweg: Braunschweig.

Kant, I. (1785): Grundlegung zur Metaphysik der Sitten, Riga. Hrsg., eingeleitet und erläutert von Timmermann, J. (2004), Göttingen.

Kant, I. (1788): Critik der practischen Vernunft, Hartknoch: Riga.

Kant, I. (1793): Ueber den Gemeinspruch: Das mag in der Theorie richtig sein, taugt aber nicht für die Praxis. In: Berlinische Monatsschrift, 2, S. 201–284.

Kant, I. (1867): Kritik der reinen Vernunft 1781. In: Hartenstein G. (Hrsg.): Immanuel Kant's sämmtliche Werke, 3. Bd., Leopold Voss: Leipzig.

Kant, I. (1919): Grundlegung der Metaphysik der Sitten. In: Ramhorst, F.: Anthologie der neueren Philosophie, Berlin, S. 218-232.

Klement, E.P./Mesiar, R./Pap, E. (2004): Triangular norms. Position paper I: basic analytical and algebraic properties, in: Fuzzy Sets and Systems, Vol. 143, pp. 5-26.

Köhler, R./Zöller, W. (1971): Die Problematik von Finanzierungsregeln. In: Arbeitsbuch zu „Finanzierung". Heidelberger Arbeitsbücher, vol 3, Springer: Berlin et al., S. 124-132.

Kratzberg, F.C.F. (2008): Fuzzy-Szenario-Management, Sierke Verlag: Göttingen.

Lassalle, F. (1863): Offenes Antwortschreiben an das Zentral-Komitee zur Berufung eines Allgemeinen Deutschen Arbeiter-Kongresses zu Leipzig. Berlin.

Lichtwer, M.G. (1828): Magnus Gottfried Lichtwer'ʻs Schriften, Hrsg.: Pott, E. L. M v., Halberstadt.

Mahnken, R. (2016): Lehrbuch der Technischen Mechanik – Bd. 1: Starrkörperstatik, 2. Aufl., Springer: Berlin/Heidelberg.

Metzger, O. (2020): Personalführung und Organisation in vagen Kontexten, Springer Gabler: Wiesbaden.

Metzger, O./Spengler, T. (2017): Subjektiver Erwartungsnutzen und intuitionistische Fuzzy-Werte. In: Entscheidungsunterstützung in Theorie und Praxis: Tagungsband zum Workshop FEU 2016 der Gesellschaft für Operations Research eV (pp. 109-137). Springer Fachmedien: Wiesbaden.

Michels, R. (1910): Zur Soziologie des Parteiwesens in der modernen Demokratie: Untersuchungen über die oligarchischen Tendenzen des Gruppenlebens, Klinkhardt: Leipzig.

Mill, J.S. (1886): System der induktiven und deduktiven Logik, Band 3, unter Mitwirkung des Verfassers übersetzt und mit Anmerkungen versehen von Theodor Gomperz, Leipzig, Nachdruck: Aalen 1968.

Mirow, H.M. (1969): Kybernetik, Grundlage einer allgemeinen Theorie der Organisation, Gabler: Wiesbaden.

Pap, E. (2002): Aggregation Operators in Engineering Design, in: Calvo, T./ Mayor, G./ Mesiar, R. (Ed.): Aggregation Operators. New Trends and Applications, pp. 195-223, Physica: Heidelberg, New York.

Pedrycz, W. (1993): Fuzzy Control and Fuzzy System, 2. Edition, Wiley: New York et al.

Phelps, E.S. (1961): The golden rule of accumulation. A fable for growthmen. In: The American Economic Review, Vol. 51, S. 638-643.

Piegat, A. (2001): Fuzzy Modeling and Control, Physica: Heidelberg, New York.

Rommelfanger, H. (1994): Fuzzy Decision Support-Systeme - Entscheiden bei Unschärfe, 2. Auflage, Springer: Berlin, Heidelberg.

Rommelfanger, H. (2010): Fuzzy-Logik-basierte Expertensysteme, in: Das Wirtschaftsstudium, Jg. 39, Heft 6, S. 826-832.

Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung (SVR) (2019): Den Strukturwandel meistern. Jahresgutachten 2019/20. Paderborn.

Schneider, M./Kandel, A. (1991): General Purpose Fuzzy Expert Systems, in: Kandel, A. (Ed.) Fuzzy Expert Systems, pp. 23-41, CRC Press: London et al.

Scholz, C. (1987): Strategisches Management: Ein integrativer Ansatz, DeGruyter: Berlin, NewYork.

Schroll, A. (2007): Bedarfs- und mitarbeitergerechte Dienstplanung mit Fuzzy-Control. Sierke: Göttingen.

Siegling, K.M./Spengler, T./Herzog, S. (2023a): Rule-based systems for leadership style selectio, In: FEMM: Faculty of Economics and Management Magdeburg, working paper series, Nr. 7, 2023.

Siegling, K.M./Spengler, T./Herzog, S. (2023b): Personnel Planning and Leadership as Central Personnel Economic Instruments, In: FEMM: Faculty of Economics and Management Magdeburg, working paper series, Nr. 9, 2023.

Spengler, T. (1993): Lineare Entscheidungsmodelle zur Organisations- und Personalplanung, Physica-Verlag: Heidelberg.

Spengler, T. (1999): Grundlagen und Ansätze der strategischen Personalplanung mit vagen Informationen, Rainer Hampp: München und Mering.

Spengler, T. (2012): Präzision im Strategischen (Personal-)Management: Genauigkeit durch Ungenauigkeit, In Stein, V./Müller, S. (Hrsg.): Aufbruch des Strategischen Personalmanagements in die Dynamisierung, S: 76-83, Nomos: Baden-Baden.

Spengler, T./Herzog, S. (2023): Defuzzification in Scenario Management – A theoretical and practical Guide, In: FEMM: Faculty of Economics and Management Magdeburg, working paper series, Nr. 5, 2023.

Staehle, W. (1999): Management, 8. Aufl., Vahlen: München.

Volkmer, T./Metzger, O./Spengler, T./Vogt, B. (2019): An Extended Fuzzy Approach to Multicriteria Modelling of Bilateral Bargaining. In: Küfer, K.-H./Ruzika, S./Halffmann, P. (Hrsg.) Multikriterielle Optimierung und Entscheidungsunterstützung, S. 89-105, Springer Gabler: Wiesbaden.

Wang, H.-F./Chang, W.-Y. (2000): Fuzzy Scenario Analysis in Strategic Planning, in: Int. J. General Systems, Vol. 30, No. 2, pp. 193-207.

Wollnik, M. (1978): Systemtheoretische Ansätze, In: Kieser, A. / Kubicek, H. (Hrsg.): Organisationstheorien II – Kritische Analyse neuerer sozialwissenschaftlicher Ansätze, S. 77-104, Kohlhammer: Stuttgart.

Yager, R.R. (1980): On a General Class of Fuzzy Connectives, in: Fuzzy Sets and Systems, Vol. 3, pp. 235-242.

Yager, R.R. (1991): On the Representation of Relational Production Rules in Expert Systems, in: Kandel, A. (Ed.) Fuzzy Expert Systems, pp. 55-67, CRC Press: London et al.

Zadeh, L.A. (1965): Fuzzy Sets, in: Information and Control, Vol. 8, pp. 338-353.

Zadeh, L.A (1975): The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning – Part I, in: Information Sciences, Vol. 8, pp. 199-249.

Zadeh, L.A. (1983): The role of fuzzy logic in the management of uncertainty in expert systems, in: Fuzzy sets and systems, Vol. 11, No. 1-3, pp. 199-227.

Zimmermann, H.-J. (1987): Fuzzy Sets, Decision Making, and Expert Systems, Kluwer Academic: Boston et al.

Zimmermann, H.-J. (1996): Fuzzy Set Theory – and Its Applications, Third Printing, Kluwer-Nijhoff: Boston et al.

Zoglauer, T. (2008): Einführung in die formale Logik für Philosophen, 4. Auflage, Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen.

Otto von Guericke University Magdeburg
Faculty of Economics and Management
P.O. Box 4120 | 39016 Magdeburg | Germany

Tel.: +49 (0) 3 91/67-1 85 84
Fax: +49 (0) 3 91/67-1 21 20

www.fww.ovgu.de/femm

ISSN 1615-4274