

# **Lagerhaltungstheoretische Analyse der Lagerkennlinien nach Nyhuis/Wiendahl**

***Karl Inderfurth***

*Lehrstuhl für Produktion und Logistik  
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 39106 Magdeburg  
karl.inderfurth@ww.uni-magdeburg.de*

***Tobias Schulz***

*Lehrstuhl für Produktion und Logistik  
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 39106 Magdeburg  
tobias.schulz@ww.uni-magdeburg.de*

## **Zusammenfassung**

In ihrer Monografie „Logistische Kennlinien“ erheben die Autoren P. Nyhuis und H.-P. Wiendahl unter anderem den Anspruch, mithilfe der von ihnen etablierten Kennlinientheorie den funktionalen Zusammenhang zwischen Kenngrößen des Bestandsmanagements hinreichend genau abbilden zu können. Dabei analysieren sie vor allem die Abhängigkeit der Kenngrößen Bestand und Lieferverzug. Während der entsprechende funktionale Zusammenhang in einem idealisierten, deterministischen Umfeld exakt wiedergegeben wird, erweitern die Autoren die Betrachtung in einer realen, durch stochastische Störeinflüsse geprägten Umwelt durch eine Transformation des deterministischen Ansatzes, der diesen Zusammenhang nur noch approximativ beschreibt. Der vorliegende Beitrag setzt sich kritisch mit der konzeptionellen Vorgehensweise bei Nyhuis und Wiendahl auseinander und beschreibt, wie ein lagerhaltungstheoretischer Ansatz zur exakten Ableitung von Lagerkennlinien genutzt werden kann. Ein Vergleich beider Ansätze zeigt, dass die sog. Kennlinientheorie aufgrund konzeptioneller Schwachstellen den abzubildenden Zusammenhang vielfach nur mit unzureichender Genauigkeit wiedergeben kann.

# 1 Zum Verständnis logistischer Kennlinien

Zur Konfiguration logistischer Systeme sowie zur Planung und Kontrolle logistischer Prozesse ist es notwendig, messbare Kenngrößen zu deren Beurteilung heranzuziehen sowie qualitative und quantitative Zusammenhänge zwischen diesen Kenngrößen zu einschätzen zu können. Für die Darstellung funktionaler Zusammenhänge zwischen wichtigen Kenngrößen und deren graphische Umsetzung in Form von Kurvenverläufen wird im ingenieurwissenschaftlichen Bereich der Begriff der „logistischen Kennlinie“ verwendet<sup>1)</sup>. Ganz allgemein wird in diesem Zusammenhang unter einer Kennlinie „die graphische Darstellung des Zusammenhangs zwischen einer unabhängigen Einflussgröße und einer sich ergebenden Zielgröße in Form einer Kurve“ verstanden<sup>2)</sup>, wobei parallel zur graphischen Darstellung auch immer der mathematische Funktionszusammenhang gesehen wird. Den höchsten Bekanntheitsgrad haben in diesem Rahmen die sogenannten Betriebskennlinien bzw. Produktionskennlinien erlangt, die insbesondere den Zusammenhang zwischen Auftragsbestand sowie Durchlaufzeit und Leistung bzw. Auslastung in einem produktionslogistischen System beschreiben<sup>3)</sup>. Ein bekanntes Anwendungsfeld der Betriebskennlinien bildet hierbei die sogenannte belastungsorientierte Auftragsfreigabe, die am Institut für Fabrikanlagen der Universität Hannover (IFA) als Konzept zur Fertigungssteuerung in Produktionssystemen entwickelt wurde<sup>4)</sup>. Die Veröffentlichung dieses Konzepts hat eine rege Diskussion seiner grundlegenden Ideen und seiner Anwendungsmöglichkeiten angestoßen, die nicht zuletzt von betriebswirtschaftlichen Fachvertretern der Produktionswirtschaft geführt wurde<sup>5)</sup>.

In einer Monografie über „Logistische Kennlinien“, die 2003 in zweiter Auflage erschienen ist, haben P. Nyhuis und H.-P. Wiendahl die Weiterentwicklung der Ideen zur Ableitung von Kennlinien und deren Einsatz in zusätzlichen Anwendungsbereichen zusammenfassend wiedergegeben. Diese im Weiteren als Nyhuis/Wiendahl abgekürzte Veröffentlichung reizt zu einer Weiterführung der Diskussion dieser ingenieurwissenschaftlichen Forschungsergebnisse aus einer betriebswirtschaftlichen Sicht. Dies gilt umso mehr, als die dort entwickelten Konzepte nicht nur rein pragmatischen Anwendungscharakter haben, sondern unter der vielversprechenden Bezeichnung „Kennlinientheorie“ den Anspruch erheben, allgemeine Strukturzusammenhänge abbilden zu können. Diese Kennlinientheorie, die auf Basis eines idealisierten Prozessmodells sowie einer spezifischen mathematischen Approximationsmethode die Zusammenhänge zwischen logistischen Kenngrößen in unterschiedlichen Anwendungsbereichen analytisch beschreibt, grenzt sich von solchen Methoden ab, die derartige Zusammenhänge auf Basis von Simulationsuntersuchungen bzw. auf der Grundlage warteschlangentheoretischer Analysen (für die Produktionslogistik) durchleuchten. Hinter dem Kennlinienansatz steht der Anspruch, produktionslogistische Zusammenhänge mit weniger Aufwand als bei der Anwendung der Simulationstechnik und mit stärkerer Realitätsnähe als bei der Nutzung der Warteschlangentheorie allgemeingültig beschreiben und für den praktischen Einsatz nutzen zu kön-

nen<sup>6)</sup>. Im traditionellen Bereich der Produktionskennlinien ist dieser Ansatz schon intensiv diskutiert worden und hat gerade in jüngster Zeit aus Sicht der Praxis eine kritische Betrachtung erfahren<sup>7)</sup>.

In Nyhuis/Wiendahl und weiteren Veröffentlichungen neueren Datums<sup>8)</sup> wird nun darauf hingewiesen, dass das fortentwickelte Konzept der Kennlinientheorie sich über die Produktionslogistik hinaus auch auf weitere Bereiche wie insbesondere auf das Management von Lagerprozessen in einstufigen Lagersystemen und mehrstufigen logistischen Ketten anwenden lässt. Damit tritt die Kennlinientheorie in Konkurrenz zu schon etablierten Ansätzen der Analyse und Erklärung von Zusammenhängen zwischen Kenngrößen im Bestandsmanagement, die im Wesentlichen auf den weitentwickelten Grundlagen der Lagerhaltungstheorie aufbauen. Ziel des vorliegenden Beitrags ist es, zu untersuchen, inwieweit die Basisanwendung der Kennlinientheorie für Lagerprozesse in Form der Entwicklung einer sogenannten Lagerkennlinie (LKL) einen sinnvollen Beitrag zur Analyse von Lagerkenngrößen im Rahmen des Bestandsmanagements leistet. Dazu wird zunächst auf Basis der Darstellung in Nyhuis/Wiendahl das Konzept der Lagerkennlinie und ihre Einordnung in die Analysemethoden des Bestandsmanagements dargestellt, bevor auf die Methodik der Kennlinienermittlung genauer eingegangen wird. Diese Methodik wird einem alternativen Entwicklungskonzept auf lagerhaltungstheoretischer Grundlage gegenübergestellt und einer vergleichenden Bewertung unterzogen.

## **2 Das Konzept der Lagerkennlinie (LKL) von Nyhuis/Wiendahl**

### **2.1 Lagerkennlinie und Performancemaße des Bestandsmanagements**

Traditionelle Kenngrößen zur Messung der Performance von Lagersystemen sind neben Kostengrößen insbesondere technische Maße wie Bestandsgrößen und Größen, die den Lieferservice charakterisieren<sup>9)</sup>. Zu den Kenngrößen, die den Lieferservice quantitativ beschreiben, gehören insbesondere die Lieferzeit und die Lieferzuverlässigkeit, wobei Lieferzuverlässigkeit durch Servicegrade verschiedenen Typs beschrieben werden kann<sup>10)</sup>. Eine klassische Aufgabe im Rahmen von Bestandsplanung und Bestandscontrolling besteht darin, den Zielkonflikt zwischen Bestandsgrößen auf der einen Seite und Kenngrößen der Lieferfähigkeit auf der anderen Seite zu analysieren und zu beschreiben. Der Trade-off zwischen Lieferfähigkeit und Lagerbestand (insbesondere Sicherheitsbestand) findet sich häufig in Form von Ausgleichskurven dargestellt<sup>11)</sup>, die auf einer stochastischen Analyse des Lagersystems aufbauen. Bei den gängigen Messgrößen der Lieferzuverlässigkeit (wie beim sogenannten  $\alpha$ - bzw.  $\beta$ -Servicegrad) wird in der Regel nur auf die Häufigkeit und das Ausmaß einer Lieferunfähigkeit Bezug genommen, während deren Dauer unberück-

sichtigt bleibt. Dagegen werden Maße, die auf die zeitliche Dimension einer Lieferunfähigkeit Bezug nehmen (wie der sogenannte  $\gamma$ -Servicegrad oder die mittlere Dauer einer Lieferunfähigkeit) nur selten thematisiert<sup>12)</sup>. An diesem Punkt setzt die Theorie der Lagerkennlinie in ihren ersten Ansätzen thematisch an, indem sie sich einer Analyse des Zusammenhangs zwischen Bestandshöhe und Dauer einer Lieferverzögerung widmet<sup>13)</sup>. Später erfolgt auch eine analoge Untersuchung des Trade-offs zwischen Lagerbestand und  $\beta$ -Servicegrad<sup>14)</sup>. Dabei wird generell der Anspruch erhoben, den „Wirkungszusammenhang zwischen dem Lagerbestand und der Lieferbereitschaft in Abhängigkeit verschiedener Rahmenbedingungen“ darzustellen<sup>15)</sup>.

Im ursprünglichen Ansatz der Kennlinientheorie zum Bestandsmanagement wird als zeitbezogenes Servicemaß der sogenannte Lieferverzug benutzt, der die mittlere Zeitverzögerung bei der Bedienung der Nachfrage aus dem Lager wiedergibt<sup>16)</sup>. In diesem Sinn stellt die LKL den funktionalen Zusammenhang zwischen dem mittleren Bestand in einem Lagersystem und der Höhe des mittleren Lieferverzugs dar, der sich unter gegebenen logistischen Rahmenbedingungen (Lagersystem, Dispositionsverfahren, Störeinflüsse) erwarten lässt. Die Ableitung dieser Lagerkennlinie basiert auf einer analytischen Beschreibung des Zusammenhangs in einem idealisierten deterministischen Lagerhaltungsmodell vom Typ des klassischen Losgrößenproblems, das mit einer einfachen Dispositionsregel gesteuert wird. Die hieraus ermittelte sogenannte ideale Lagerkennlinie wird zur Berücksichtigung von Unsicherheiten logistischer Einflussgrößen auf der Lagerzugangs- und -abgangsseite unter Nutzung einer spezifischen mathematischen Approximationsfunktion in eine sogenannte reale Lagerkennlinie transformiert, deren Anwendung für den praktischen Einsatz empfohlen wird.

## 2.2 Die Lagerkennlinie bei Sicherheit

Das Konzept der LKL nach Nyhuis/Wiendahl basiert auf der Analyse eines einfachen statischen Lagerhaltungsproblems (ein Produkt, eine Lagerstufe) mit konstantem zeitkontinuierlichem Lagerabgang und losweisem Lagerzugang. In einem ersten Schritt wird in idealisierter Form angenommen, dass keine unsicheren Einflussgrößen existieren, sodass sich allgemein ein Bestandsverlauf wie im klassischen Losgrößenmodell mit Fehlmengen ergibt<sup>17)</sup>, der in Abbildung 1 wiedergegeben ist.

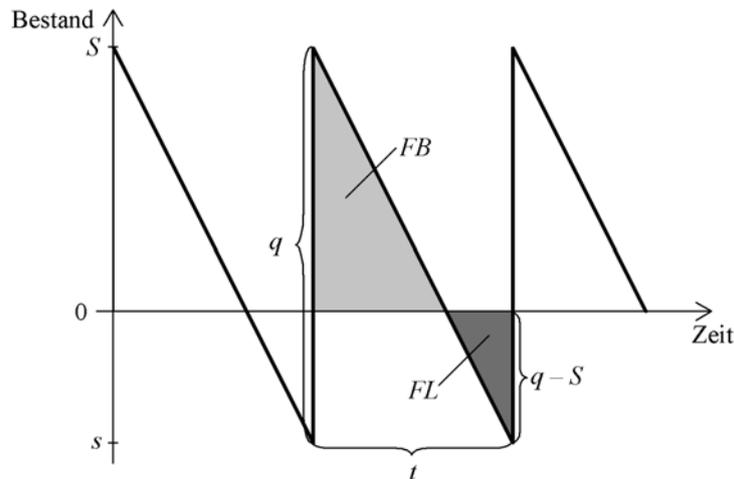


Abbildung 1: Lagerbestandsverlauf bei Sicherheit

Die Bestandsdisposition erfolgt in diesem Fall gleichermaßen nach einer  $(s, q)$ - wie nach einer  $(t, S)$ -Regel<sup>18)</sup> mit den Dispositionsparametern  $s$  (Bestellpunkt),  $q$  (Bestellmenge = Beschaffungslosgröße),  $t$  (Bestellzykluslänge) und  $S$  (Bestellgrenze), zwischen denen bei konstanter Nachfragerate (Lagerabgangsrate)  $r$  folgender Zusammenhang besteht:

$$S = s + q \quad \text{und} \quad q = r \cdot t \quad (1)$$

Eine mögliche Wiederbeschaffungszeit (Lieferzeit)  $\lambda$  wird hier (zunächst) nicht berücksichtigt, da sie unter deterministischen Bedingungen lediglich eine Anhebung des Bestellpunkts  $s$  um den Betrag  $\lambda \cdot r$  zur Folge hätte und den Bestandsverlauf aus Abbildung 1 nicht beeinflussen würde.

Abbildung 1 lässt erkennen, dass bei vorgegebener Größe der Bestellmenge  $q$  durch die Wahl der Bestellgrenze  $S$  Einfluss darauf genommen werden kann, in welcher Höhe pro Zyklus ein Lagerbestand aufgebaut bzw. ein Fehlbestand und damit ein Lieferverzug in Kauf genommen wird. Durch Variation von  $S$ , dessen Wertebereich zwischen 0 und  $q$  liegt, kann eine Trade-off-Beziehung zwischen Lagerbestand und Lieferverzug analysiert werden. Im LKL-Konzept von Nyhuis/Wiendahl werden dabei als Lieferverzug der mittlere Zeitverzug pro Nachfrageeinheit und als Lagerbestand der mittlere Bestand pro Zeiteinheit betrachtet<sup>19)</sup>. Um den Zusammenhang zwischen diesen Kenngrößen abzuleiten, werden zunächst die zugehörigen Flächenstücke aus Abbildung 1 berechnet.

Für die weiteren Ableitungen wird folgende Notation verwendet:

- $FB$  : Bestandsfläche
- $FL$  : Fehlmengenfläche
- $B$  : mittlerer Bestand je Zeiteinheit
- $L$  : mittlerer Lieferverzug je Nachfrageeinheit
- $B_{\max}$  : maximal notwendiger Bestand (für  $L = 0$ )
- $L_{\max}$  : maximal in Kauf zu nehmender Lieferverzug (für  $B = 0$ )

Definitionsgemäß gilt:

$$B = FB/t = FB \cdot r/q \quad (2)$$

und

$$L = FL/(r \cdot t) = FL/q. \quad (3)$$

Aus Abbildung 1 lassen sich leicht folgende Flächengrößen ableiten:

$$FB = S^2/(2r) \quad \text{und} \quad FL = (q - S)^2/(2r).$$

Daraus ergeben sich für die Lagerkenngrößen  $B$  und  $L$  jeweils Funktionen, die mit der Bestellgrenze  $S$  variieren:

$$B(S) = S^2/(2q) \quad \text{und} \quad L(S) = (q - S)^2/(2q \cdot r).$$

Löst man  $B(S)$  nach  $S$  auf und setzt dies in die Funktion  $L(S)$  ein, so erhält man folgenden funktionalen Ausdruck für die Abhängigkeit des mittleren Lieferverzugs vom mittleren Lagerbestand<sup>20)</sup>:

$$L(B) = q/(2r) + \left( B - \sqrt{2 \cdot q \cdot B} \right) / r. \quad (4)$$

Die Beziehung aus (4), deren Kurvenverlauf in Abbildung 2 dargestellt ist, gibt wieder, wie der Lieferverzug – beginnend bei einem Maximalwert von  $L_{\max}$  – mit zunehmendem Lagerbestand absinkt, bis er schließlich bei einem maximal notwendigen Bestand  $B_{\max}$  einen Wert von Null erreicht. Diese Kurve, die im Bereich  $0 \leq B \leq B_{\max}$  definiert ist, wird von Nyhuis/Wiendahl als *ideale* LKL bezeichnet und soll deshalb als Funktion  $L^1(B)$  genannt werden<sup>21)</sup>.

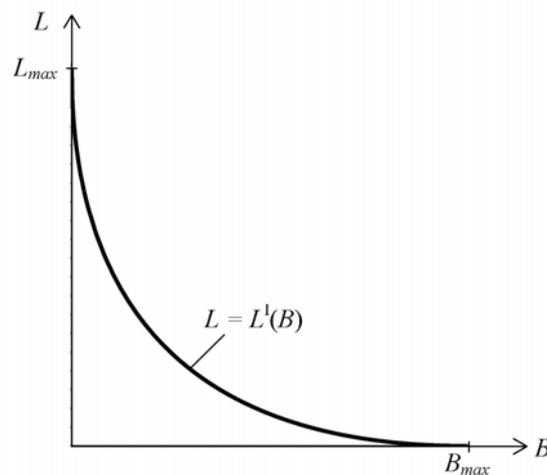


Abbildung 2: Die Lagerkennlinie bei Sicherheit

Aus dem Funktionszusammenhang in (4) ist unmittelbar ableitbar, dass  $L^1(B)$  einen konvexen, monoton fallenden Verlauf hat, sodass aus dieser LKL ablesbar ist, dass jede zusätzliche Verminderung des Lieferverzugs mit einer überproportionalen Erhöhung des Lagerbestands erkaufte werden muss. Die Achsenabschnitte der idealen

LKL ergeben sich als Grenzpunkte der Kennlinienfunktion für  $B = 0$  bzw.  $L = 0$  und betragen:

$$L_{\max}^I = q/(2r) = t/2 \quad (5)$$

und

$$B_{\max}^I = q/2 = r \cdot t/2 \quad (6)$$

Hieraus lässt sich entnehmen, dass im Extremfall je Kunde (bzw. genauer: je Nachfrageeinheit) durchschnittlich eine halbe Zyklusdauer  $t$  auf Lieferung gewartet werden muss bzw. dass im entgegengesetzten Extrem eine halbe Losgröße  $q$  im Durchschnitt im Bestand liegt, um eine Lieferzuverlässigkeit von 100 % zu garantieren.

### 2.3 Anpassung der Lagerkennlinie bei Unsicherheit

Ausgehend von der oben beschriebenen idealen LKL wird in Nyhuis/Wiendahl ein spezifisches Konzept zur Anpassung dieser Kennlinie an Situationen entwickelt, die durch Unsicherheit in Form von Prozessstörungen auf der Lagerzu- und Lagerabgangsseite charakterisiert sind. Betrachtet werden dabei neben Liefertermin- und Liefermengenabweichungen auch Bedarfsabweichungen. Für die Analyse des LKL-Konzepts reicht es aus, sich auf die beiden Abweichtungstypen bezüglich Liefertermin und Bedarf zu beschränken. In Nyhuis/Wiendahl werden diese Abweichungen als stochastische Größen mit bekannten (bzw. zu schätzenden) Wahrscheinlichkeitsverteilungen verstanden, deren Wertebereich nach unten und oben beschränkt ist<sup>(22)</sup>. Zur Berücksichtigung dieses Sachverhalts wird folgende zusätzliche Notation eingeführt:

- $\tilde{r}$  : stochastische Nachfrage  
mit Wertebereich  $r_u \leq r \leq r_o$  und Erwartungswert  $\bar{r} = E[\tilde{r}]$
- $\tilde{\lambda}$  : stochastische Lieferzeit (Wiederbeschaffungszeit)  
mit Wertebereich  $\lambda_u \leq \lambda \leq \lambda_o$  und Erwartungswert  $\bar{\lambda} = E[\tilde{\lambda}]$ .

Die Kenngrößen mittlerer Lagerbestand und Lieferverzug sind im stochastischen Fall als Erwartungswerte zu verstehen. Da sich unter Unsicherheit mögliche Abweichungen von erwarteter Nachfrage und Lieferzeit auf die Trade-off-Beziehung zwischen diesen Kenngrößen auswirken, muss die in (4) beschriebene LKL unter Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeitsinformationen modifiziert werden.

Geht man davon aus, dass die ideale LKL in (4) auf der Grundlage der Erwartungswerte von Nachfrage und Lieferzeit (d.h.  $\bar{r}$  und  $\bar{\lambda}$ ) abgeleitet wurde, so werden im Fall stochastischer Einflussgrößen zunächst die Grenzwerte von Lieferverzug und Lagerbestand (d.h.  $L_{\max}$  und  $B_{\max}$ ) im Rahmen einer Worst-case-Betrachtung angepasst und damit vergrößert. Eine exakte Analyse der Auswirkung der Datenunsicherheit auf diese Grenzwerte muss dabei die Form der eingesetzten Dispositionsregel berücksichtigen, weil unter stochastischen Bedingungen der Bestandsverlauf je nach

Dispositionsregel unterschiedlich sein kann. Dieser Aspekt wird in Nyhuis/Wiendahl allerdings nicht explizit thematisiert. Aus den entsprechenden graphischen Darstellungen kann aber darauf geschlossen werden, welche Vorstellungen von Dispositionsregeln hinter den jeweiligen Analysen stecken. Irritierenderweise wechseln diese Regeln je nach stochastischer Einflussgröße.

Im Fall *stochastischer Nachfrage*  $\tilde{r}$  und deterministischer Lieferzeit  $\lambda$  suggeriert die entsprechende Abbildung in Nyhuis/Wiendahl<sup>23)</sup>, dass eine  $(s, q)$ -Regel zum Einsatz kommt, sodass die kritische Störgröße in der unsicheren Nachfrage innerhalb der Lieferzeit besteht. Vor diesem Hintergrund wird argumentiert, dass der maximale Lieferverzug sich durch Differenz zwischen erwarteter und minimaler Nachfrage während der Lieferzeit erhöht, wobei diese Differenz auf die erwartete Nachfrage  $\bar{r}$  bezogen wird. Damit wird anders als in (5) folgende Beziehung für  $L_{\max}$  angenommen:

$$L_{\max} = q/(2\bar{r}) + \lambda \cdot (\bar{r} - r_u) / \bar{r} \quad (7)$$

Für den maximalen Lagerbestand  $B_{\max}$  ergibt sich aus analogen Überlegungen, dass der Bestand aus dem deterministischen Fall in (6) noch um die Differenz zwischen maximaler und mittlerer Nachfrage während der Lieferzeit ergänzt wird, sodass sich folgender Zusammenhang für  $B_{\max}$  ergibt:

$$B_{\max} = q/2 + \lambda \cdot (r_o - \bar{r}) \quad (8)$$

Der Zusatzterm der maximalen Bedarfsabweichung (vom Erwartungswert) während der Lieferzeit, der  $B_{\max}$  in (8) von der entsprechenden Größe in (6) aus dem deterministischen Fall unterscheidet, wird in Nyhuis/Wiendahl als Sicherheitsbestand für Bedarfschwankungen bezeichnet<sup>24)</sup>. Damit wird hier eine sehr eingeschränkte Sicht des Sicherheitsbestands vertreten, die diesen Bestand als Zusatzbestand zur Garantie einer genau 100 %-igen Lieferfähigkeit sieht. Der so definierte Sicherheitsbestand hängt somit nicht von der Form der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Nachfrage innerhalb des Wertebereichs zwischen  $r_u$  und  $r_o$  ab.

Bei der Ermittlung des maximalen Bestands  $B_{\max}$  wird auch der in Nyhuis/Wiendahl nicht berücksichtigte Einfluss der Lagerdispositionsregel auf die Kennlinienanalyse deutlich. Bei Anwendung einer  $(t, S)$ -Regel verlängert sich der Risikozeitraum für die stochastischen Nachfragen um die Dauer des Bestellzyklus  $t^{25), sodass sich hier (mit  $\bar{q} = \bar{r} \cdot t$ ) ein anderer Grenzbestand  $B_{\max}$  als bei der  $(s, q)$ -Regel nach (8) ergibt:$

$$B_{\max} = \bar{q}/2 + (\lambda + t) \cdot (r_o - \bar{r}) \quad (9)$$

Im Fall *stochastischer Lieferzeit*  $\tilde{\lambda}$  und konstanter Bedarfsrate  $r$  muss aus der graphischen Charakterisierung dieses Falls in Nyhuis/Wiendahl geschlossen werden, dass bei dieser Analyse – in Abkehr von der Dispositionsannahme bei stochastischer Nachfrage – von einer  $(t, S)$ -Regel mit  $t = q \cdot r$  ausgegangen wird<sup>26)</sup>. Unter diesen Umständen erhöht sich der maximale Lieferverzug  $L_{\max}$  gegenüber dem deterministischen Fall um die Differenz zwischen mittlerer und minimaler Lieferzeit:

$$L_{\max} = t/2 + (\bar{\lambda} - \lambda_u) = q/(2r) + (\bar{\lambda} - \lambda_u). \quad (10)$$

Die Obergrenze  $B_{\max}$  des mittleren Lagerbestands vergrößert sich analog um die Nachfrage im Zeitraum zwischen maximaler und mittlerer Lieferzeit:

$$B_{\max} = r \cdot t/2 + (\lambda_o - \bar{\lambda}) \cdot r = q/2 + (\lambda_o - \bar{\lambda}) \cdot r. \quad (11)$$

Auch in diesem Fall wird der zweite Term im Ausdruck für  $B_{\max}$ , der den notwendigen Zusatzbestand zur Verhinderung jeglicher Lieferverzögerung wiedergibt, von Nyhuis/Wiendahl als Sicherheitsbestand bezeichnet.

Im Fall gleichzeitigen Auftretens von stochastischer Nachfrage  $\tilde{r}$  und Lieferzeit  $\tilde{\lambda}$  wird in Nyhuis/Wiendahl in inkonsistenter Herangehensweise von der Worst-case-Betrachtung bei der Festlegung der Grenzwerte  $L_{\max}$  und  $B_{\max}$  bzw. des Sicherheitsbestands abgewichen. Stattdessen wird argumentiert, dass bei mehreren stochastischen Einflussgrößen Kompensationseffekte auftreten können, die unter Annahme stochastischer Unabhängigkeit eine Reduktion der Sicherheitsbestände gegenüber einer rein additiven Zusammenfassung erlauben. Dies ermöglicht nach Nyhuis/Wiendahl<sup>27)</sup> die Bestimmung des Gesamtsicherheitsbestands als Wurzel aus der Summe der quadrierten Einzelsicherheitsbestände, auf deren Grundlage die Grenzwerte  $B_{\max}$  und  $L_{\max}$  gegenüber der Situation bei Sicherheit erhöht werden. Damit werden für den Fall stochastischer Nachfrage und Lieferzeit folgende Obergrenzen für mittleren Lieferverzug bzw. Lagerbestand postuliert:

$$L_{\max} = q/(2\bar{r}) + \sqrt{[\bar{\lambda} \cdot (\bar{r} - r_u)/\bar{r}]^2 + [\bar{\lambda} - \lambda_u]^2} \quad (12)$$

und

$$B_{\max} = q/2 + \sqrt{[\bar{\lambda} \cdot (r_o - \bar{r})]^2 + [(\lambda_o - \bar{\lambda}) \cdot r]^2}. \quad (13)$$

Es ist offenkundig, dass bei dem so festgelegten Wert von  $B_{\max}$  keine 100 %-ige Lieferfähigkeit mehr gesichert werden kann.

Im Anschluss an die so beschriebene Festlegung der Kennliniengrenzwerte  $L_{\max}$  und  $B_{\max}$  wird die Gesamtkennlinie nach Nyhuis/Wiendahl dadurch erzeugt, dass diese beiden Achsenabschnitte der LKL durch eine Näherungskurve miteinander verbunden werden, welche die Austauschbeziehung zwischen Lieferverzug und Bestandshöhe im stochastischen Fall möglichst gut widerspiegeln soll. Eine solche Kennlinie wird von Nyhuis/Wiendahl als *reale LKL* bezeichnet<sup>28)</sup>.

Als Funktion zur Näherung des exakten LKL-Verlaufs wird die sog.  $C_{NORM}$ -Funktion gewählt, die eine Verallgemeinerung der Kreisfunktion mittels eines frei zu wählenden Parameters  $C$  in Form von  $1 = |x|^C + |y|^C$  darstellt<sup>29)</sup>. Diese Funktion eignet sich zur Approximation eines stetigen konvexen oder konkaven Kurvenverlaufs zwischen zwei Punkten, der bestimmte Symmetrieeigenschaften aufweist. Auf die LKL mit den Grenzpunkten  $L_{\max}$  und  $B_{\max}$  übertragen, ergibt sich dabei im sto-

chastischen Fall folgender Funktionsverlauf für die Abhängigkeit des Lieferverzugs vom Lagerbestand<sup>30)</sup>:

$$L(B) = L_{\max} \cdot \sqrt[C]{1 - (B/B_{\max})^C}. \quad (14)$$

Der Parameter  $C$  soll dabei so gewählt werden, dass diese Funktion  $L(B)$  sich umso stärker der idealen LKL aus (4) annähert, je mehr sich die Wahrscheinlichkeitsmasse der stochastischen Einflussgrößen um ihren Mittelwert konzentriert. Grundlage für die genaueren Empfehlungen zur Wahl des Wertes von  $C$  bildet der Sachverhalt, dass unter deterministischen Bedingungen die LKL aus (4) durch die Kennlinienfunktion in (14) für  $C = 0,5$  exakt wiedergegeben wird. Dieser Parameterwert wird als maximal zulässige Größe  $C_{\max}$  im stochastischen Fall betrachtet, die einen Zusammenhang widerspiegeln soll, der durch extrem starke Streuung der Zufallseinflüsse innerhalb der angenommenen Unter- und Obergrenzen ( $r_u, \lambda_u$  bzw.  $r_o, \lambda_o$ ) gekennzeichnet ist. Ausgehend von den Achsenabschnitten  $L_{\max}$  und  $B_{\max}$  wird in diesem Fall die reale LKL über den ganzen Verlauf hin stark von der idealen LKL abweichen, wie es in Abbildung 3 dargestellt ist.

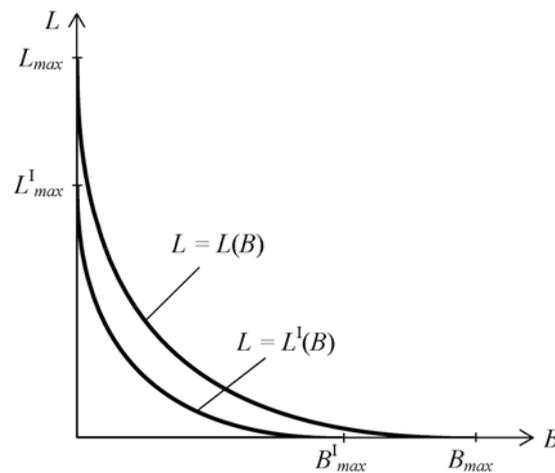


Abbildung 3: Ideale und reale Lagerkennlinie

Je geringer die Streuung der stochastischen Einflussgrößen ist, desto mehr sollte sich durch die Wahl des  $C$ -Parameters die reale LKL an die ideale Kurve annähern. Der minimale  $C$ -Wert  $C_{\min}$  wird dabei so festgelegt, dass die reale LKL die ideale LKL in einem Punkt gerade berührt<sup>31)</sup>.

Dieser  $C_{\min}$ -Wert, der vom Verhältnis der Grenzwerte  $L_{\max}/L_{\max}^1$  und  $B_{\max}/B_{\max}^1$  abhängt, wird für Wahrscheinlichkeitsverteilungen empfohlen, die nur sehr gering um ihren Erwartungswert streuen. Als praxisrelevante Wertgröße von  $C$  wird unter Verweis auf Simulationsergebnisse eine Festlegung der folgenden Form empfohlen, bei der  $\alpha$  als verteilungsspezifisch zu wählender Parameter zu betrachten ist:

$$C = \alpha \cdot (C_{\max} - C_{\min}) + C_{\min}. \quad (15)$$

Für näherungsweise normalverteilte Störgrößen wird ein  $\alpha$ -Wert von  $\alpha = 0,15$  als optimal genannt<sup>32)</sup>. Für schlankere Verteilungen wird empfohlen, den  $\alpha$ -Wert zu reduzieren, für breitere Verteilungen lautet die Empfehlung, ihn zu erhöhen. Detaillierte Angaben hierzu werden allerdings nicht gemacht.

### **3 Lagerhaltungstheoretische Ableitung der Lagerkennlinie**

#### **3.1. Das Konzept der Lagerhaltungstheorie zur Kennlinienermittlung**

Im Rahmen der stochastischen Lagerhaltungstheorie wird allgemein versucht, den Einfluss verschiedenster stochastischer Störeinflüsse auf Leistungskenngrößen von Lagerhaltungssystemen bei Anwendung bestimmter Dispositionsregeln und Wahl spezifischer Dispositionsparameter analytisch zu erfassen. Insofern bietet sich die Lagerhaltungstheorie als alternatives Konzept an, um das Ziel der oben beschriebenen Kennlinientheorie zu erreichen, nämlich die reale LKL in Form eines analytischen Zusammenhangs zwischen Lieferverzug und Lagerbestand abzuleiten. Dabei wird beim Einsatz der Lagerhaltungstheorie grundsätzlich davon ausgegangen, dass der Typ der Dispositionsregel und die Wahrscheinlichkeitsinformation zu den Störgrößen explizit in die Analyse einbezogen werden. Für eine vorgegebene Dispositionsregel und eine spezifizierte Wahrscheinlichkeitsverteilung wird dabei auf analytischem Weg untersucht, welcher Zusammenhang zwischen Dispositionsparametern und einzelnen logistischen Kenngrößen besteht bzw. wie unterschiedliche Kenngrößen miteinander verknüpft sind. Für die Kenngrößen mittlerer Lieferverzug und mittlerer Lagerbestand ist eine solche Untersuchung bisher nicht vorgenommen worden.

Im Folgenden wird für eine Planungsumgebung analog zu derjenigen der Kennlinientheorie gezeigt, wie sich für bestimmte Wahrscheinlichkeitsverteilungen die reale LKL mit einem lagerhaltungstheoretischen Ansatz – anders als bei der Kennlinientheorie – exakt ableiten lässt. Diese Untersuchungen werden exemplarisch für den Fall der Anwendung einer  $(t, S)$ -Dispositionsregel durchgeführt. Ausgangspunkt bildet hierbei die Analyse der Bestands- und Fehlmengenflächen während eines Bestellzyklus, wie sie im deterministischen Fall des Kapitels 2.2 zur Ableitung der idealen LKL vorgenommen wurde. Diese Vorgehensweise wird unmittelbar auf den stochastischen Fall erweitert.

#### **3.2 Die Lagerkennlinie bei Zweipunkt-Verteilungen**

Zunächst wird der Fall untersucht, dass nur eine einzige Einflussgröße (Nachfrage oder Lieferzeit) stochastisch ist, wobei angenommen wird, dass bei jeder stochastischen Größe nur zwei Realisationen (unterer Wert:  $r_u, \lambda_u$  und oberer Wert:  $r_o, \lambda_o$ )

auftreten können. Damit haben wir es mit diskreten Zufallsgrößen zu tun, die sich folgendermaßen durch Zweipunkt-Verteilungen beschreiben lassen:

Nachfragerate	$r_u$	$r_o$	Lieferzeit	$\lambda_u$	$\lambda_o$
Wahrscheinlichkeit	$p_u$	$p_o$	Wahrscheinlichkeit	$\pi_u$	$\pi_o$

Damit gelten für Nachfrage und Lieferzeit folgende Erwartungswerte  $\bar{r}$  und  $\bar{\lambda}$ :  
 $\bar{r} = p_u \cdot r_u + p_o \cdot r_o$  und  $\bar{\lambda} = \pi_u \cdot \lambda_u + \pi_o \cdot \lambda_o$ .

Zunächst ist darauf hinzuweisen, dass die Kenngrößen mittlerer Lieferverzug und mittlerer Lagerbestand im stochastischen Fall als Erwartungswerte über alle möglichen Realisationen der Zufallsgrößen zu verstehen sind. Analog zur Analyse bei Sicherheit werden Lieferverzug und Bestand auf der Grundlage des Lagerbestandsverlaufs pro Zyklus analysiert. Dabei wird berücksichtigt, dass der Bestandsverlauf nunmehr von der Realisation des Zufallsgrößen abhängt. Im Rahmen der angewandten  $(t, S)$ -Regel müssen dabei mehrere Fälle unterschieden werden, bei denen in Abhängigkeit von der Wahl der Bestellgrenze  $S$  Lagerbestände und Fehlmengen in unterschiedlicher Konstellation auftreten können.

### 3.2.1 Die Lagerkennlinie bei stochastischer Nachfrage

Im Hinblick auf die beiden möglichen Nachfragewerte  $r_u$  und  $r_o$  müssen die schon in Abbildung 1 beschriebene Bestands- und Fehlmengenflächen  $FB$  und  $FL$  nachfragespezifisch unterschieden werden, was durch eine zusätzliche Indizierung in Form von  $FB_u$  und  $FB_o$  bzw.  $FL_u$  und  $FL_o$  dokumentiert wird. Auf dieser Basis ist der Erwartungswert des mittleren Bestands bzw. des mittleren Lieferverzugs folgendermaßen definiert:

$$B = (p_u \cdot FB_u + p_o \cdot FB_o) / t \quad (16)$$

und

$$L = (p_u \cdot FL_u / r_u + p_o \cdot FL_o / r_o) / t. \quad (17)$$

Zur Vereinfachung der Darstellung wird im Weiteren im Zusammenhang mit der Bestandsdisposition bei stochastischer Nachfrage nur die Situation ohne Lieferverzögerung (d.h.  $\lambda = 0$ ) untersucht. Bei der Ableitung der relevanten Bestands- und Lieferverzugsflächen in Abhängigkeit von der Wahl der Bestellgrenze  $S$  müssen im Hinblick auf den Wert von  $S$  zwei Fälle unterschieden werden:

*Fall I* : Lieferverzug ist nur bei hoher Nachfrage  $r_o$  möglich,

*Fall II* : Lagerbestand und Lieferverzug sind in beiden Nachfragesituationen  $r_u$  und  $r_o$  möglich.

Es wird im Weiteren unterstellt, dass eine bestimmte Realisation der Nachfragerate während der gesamten Zyklusdauer auftritt.

**Fall I :**  $S - t \cdot r_u \geq 0$  und  $S - t \cdot r_o \leq 0$

Die zugehörigen Bestandsverläufe in Abhängigkeit von der Nachfragerate  $r_u$  bzw.  $r_o$  sind der Abbildung 4 zu entnehmen.

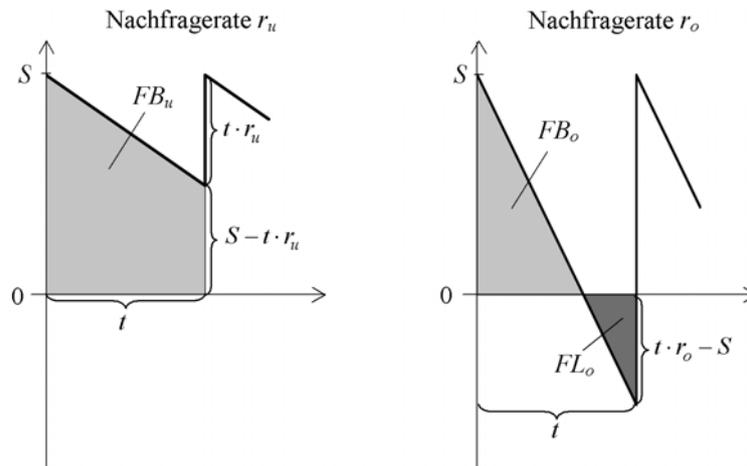


Abbildung 4: Bestandsentwicklung im Fall I für Nachfrage  $r_u$  und  $r_o$

Damit ergeben sich folgende Flächeninhalte:

$$FB_u = t^2 \cdot r_u / 2 + (S - t \cdot r_u) \cdot t \quad , \quad FB_o = S^2 / (2r_o)$$

$$FL_u = 0 \quad , \quad FL_o = r_o \cdot (t - S / r_o)^2 / 2$$

Für den Erwartungswert von mittlerem Bestand ( $B_1$ ) und mittlerem Lieferverzug ( $L_1$ ) im Fall I folgt daraus:

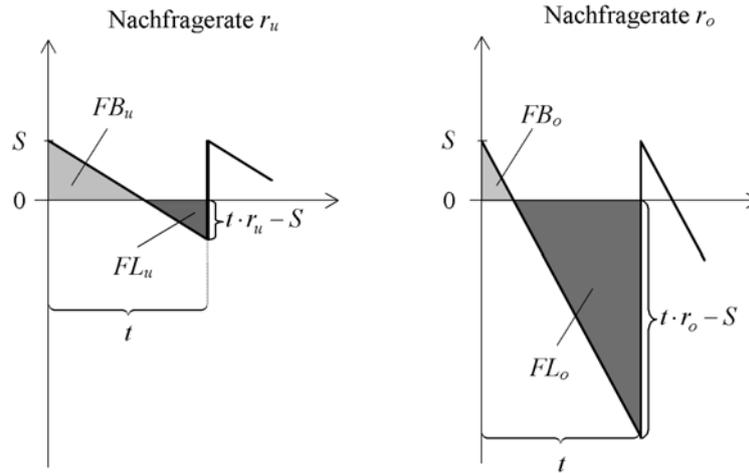
$$B_1(S) = p_u \cdot (S - t \cdot r_u / 2) + p_o \cdot S^2 / (2t \cdot r_o)$$

und

$$L_1(S) = p_o \cdot (t - S / r_o)^2 / (2t) .$$

**Fall II :**  $S \geq 0$  und  $S - t \cdot r_u \leq 0$

Es ergeben sich die Bestandsverläufe aus Abbildung 5.

Abbildung 5 Bestandsentwicklung im Fall II für Nachfrage  $r_u$  und  $r_o$ 

Aus der Flächenanalyse folgt:

$$FB_u = S^2 / (2r_u) \quad , \quad FB_o = S^2 / (2r_o)$$

$$FL_u = r_u \cdot (t - S/r_u)^2 / 2, \quad FL_o = r_o \cdot (t - S/r_o)^2 / 2.$$

Für mittleren Bestand und Lieferverzug gilt damit im Fall II:

$$B_{II}(S) = (p_u \cdot S^2 / r_u + p_o \cdot S^2 / r_o) / (2t)$$

und

$$L_{II}(S) = (p_u \cdot (t - S/r_u)^2 + p_o \cdot (t - S/r_o)^2) / (2t).$$

Die Extremwerte von mittlerem Lagerbestand und Lieferverzug ( $B_{\max}$  und  $L_{\max}$ ) lassen sich aus  $B_I(S)$  für  $S = t \cdot r_o$  bzw. aus  $L_{II}(S)$  für  $S = 0$  ableiten. Unter Verwendung des Nachfrageerwartungswerts  $\bar{r}$  ergeben sich dabei folgende Zusammenhänge:

$$B_{\max} = t \cdot \bar{r} / 2 + t \cdot (r_o - \bar{r}) \quad (18)$$

und

$$L_{\max} = t / 2. \quad (19)$$

Ein direkter Vergleich mit den entsprechenden Grenzwerten  $B_{\max}$  und  $L_{\max}$  aus der Kennlinienanalyse von Nyhuis/Wiendahl in (7) bis (9) ist möglich, wenn dort die (mittlere) Losgröße  $\bar{q}$  durch den Term  $t \cdot \bar{r}$  ersetzt und das Fehlen einer Lieferzeit ( $\lambda = 0$ ) beachtet wird. Dabei stellt sich heraus, dass im vorliegenden Fall die Grenzpunkte  $B_{\max}$  und  $L_{\max}$  der Kennlinientheorie durch die lagerhaltungstheoretische Analyse bestätigt werden.

Die gesamte Kennlinienfunktion kann nunmehr erzeugt werden, indem für die beiden Fälle I und II die Funktionen  $B_I(S)$  bzw.  $B_{II}(S)$  nach  $S$  aufgelöst und in die Funktio-

nen  $L_1(S)$  und  $L_{II}(S)$  eingesetzt werden. Daraus ergibt sich ein Funktionsverlauf  $L(B)$  der exakten realen LKL, der stetig ist und sich aus zwei Teilfunktionen  $L_1(B)$  und  $L_{II}(B)$  für die beiden Fälle I und II zusammensetzt:

$$L(B) = \begin{cases} L_1(B) & \text{für } B_{V/II} \leq B \leq B_{\max} \\ L_{II}(B) & 0 \leq B \leq B_{V/II} \end{cases} \quad (20)$$

$B_{V/II}$  ergibt sich aus  $B_I(S) = B_{II}(S)$  für  $S = t \cdot r_u$ , woraus folgt:

$$B_{V/II} = (p_u \cdot r_u + p_o \cdot r_o \cdot (r_u / r_o)^2) \cdot t / 2.$$

Für die Teilfunktion  $L_1(B)$  und  $L_{II}(B)$  resultiert aus der weiteren Auswertung:

$$L_1(B) = \frac{1}{r_o} \cdot \left( B - \left( 1 + \frac{p_u}{p_o} \right) \cdot \sqrt{p_u^2 \cdot r_o^2 \cdot t^2 + p_o \cdot p_u \cdot r_o \cdot r_u \cdot t^2 + 2 \cdot p_o \cdot r_o \cdot t \cdot B} + \frac{1}{2} \cdot t \cdot p_u \cdot r_u \right) + t \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot p_o + p_u + \frac{p_u^2}{p_o} \right)$$

$$L_{II}(B) = \frac{B \cdot (p_u \cdot r_o^2 + p_o \cdot r_u^2)}{r_u \cdot r_o \cdot (p_u \cdot r_o + p_o \cdot r_u)} - \sqrt{\frac{2 \cdot B \cdot t \cdot (p_u \cdot r_o + p_o \cdot r_u)}{r_u \cdot r_o}} + \frac{1}{2} \cdot t.$$

Die Kennlinienfunktion aus (20) bildet eine Erweiterung der idealen Kennlinie aus (4) für den Fall stochastischer Nachfrage. Für den Grenzfall  $r_u = r_o = r$  vereinfacht sich die LKL aus (20) zum Spezialfall der deterministischen Variante in (4).

In Abbildung 6 ist der Kennlinienverlauf aus (20) für zwei asymmetrische Verteilungen mit niedriger bzw. hoher Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des hohen Nachfragewerts graphisch umgesetzt.

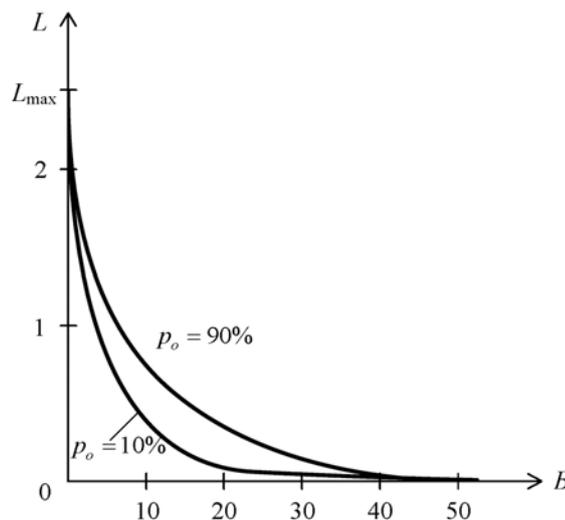


Abbildung 6: Exakte LKL bei stochastischer Nachfrage für  $t = 5$ ,  $r_u = 10$  und  $r_o = 20$

Es wird deutlich, dass die Form der Nachfrageverteilung einen bedeutsamen Einfluss auf den Verlauf der LKL hat.

### 3.2.2 Die Lagerkennlinie bei stochastischer Lieferzeit

Im Fall stochastischer Lieferzeit ergeben sich die Erwartungswerte von mittlerem Bestand und mittlerem Lieferverzug zu:

$$B = (\pi_u \cdot FB_u + \pi_o \cdot FB_o) / t \quad (21)$$

und

$$L = (\pi_u \cdot FL_u + \pi_o \cdot FL_o) / (t \cdot r). \quad (22)$$

Die Flächenanalyse bei Variation von  $S$  kann im Prinzip analog zur Vorgehensweise bei stochastischer Nachfrage vorgenommen werden, wobei zur vollständigen Beschreibung aller relevanten Verlaufskombinationen des Bestands nunmehr drei Fälle zu unterscheiden sind:

*Fall I* : Lieferverzug ist nur bei hoher Lieferzeit  $\lambda_o$  möglich,

*Fall II* : Lagerbestand und Lieferverzug sind sowohl bei hoher als auch bei niedriger Lieferzeit möglich,

*Fall III*: Lagerbestand tritt nur bei niedriger Lieferzeit  $\lambda_u$  auf.

Für die Flächenanalyse ist zu beachten, dass sich die Wirkung der Lieferzeit auf den Bestandsverlauf am leichtesten dadurch beschreiben lässt, dass man einen Zyklus jeweils mit dem Eintreffen einer Lieferung (also nach Ablauf der Lieferzeit) starten lässt.

**Fall I** :  $S - \lambda_o \cdot r \geq 0$  ,  $S - (\lambda_u + t) \cdot r \geq 0$  und  $S - (\lambda_o + t) \cdot r \leq 0$

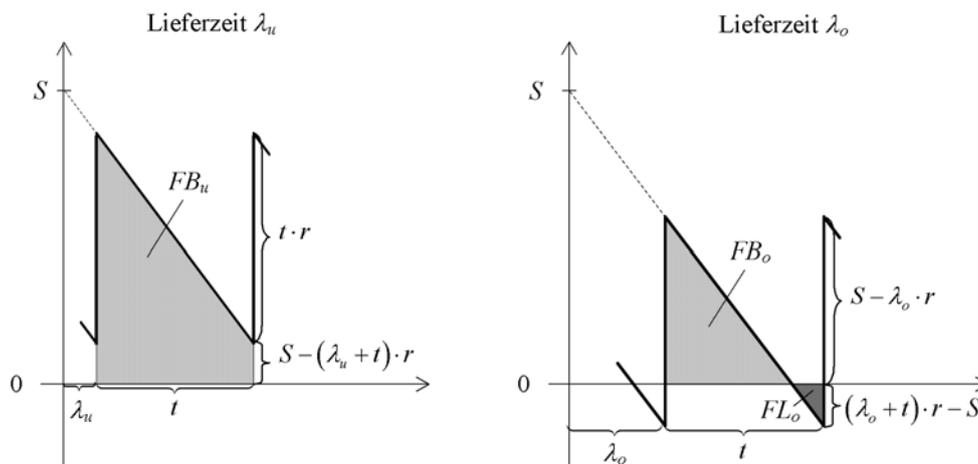


Abbildung 7: Bestandsentwicklung im Fall I für Lieferzeit  $\lambda_u$  und  $\lambda_o$

Für die relevanten Flächeninhalte lässt sich damit errechnen:

$$FB_u = t^2 \cdot r / 2 + (S - (\lambda_u + t) \cdot r) \cdot t \quad , \quad FB_o = (S - \lambda_o \cdot r)^2 / (2r)$$

$$FL_u = 0 \quad , \quad FL_o = r \cdot (\lambda_o + t - S/r)^2 / 2.$$

Daraus folgt für den erwarteten mittleren Bestand und Lieferverzug im Fall I:

$$B_1(S) = \pi_u \cdot (S - \lambda_u \cdot r - t \cdot r / 2) + \pi_o \cdot (S - \lambda_o \cdot r)^2 / (2t \cdot r)$$

und

$$L_1(S) = \pi_o \cdot (\lambda_o + t - S/r)^2 / (2t).$$

**Fall II :**  $S - (\lambda_u + t) \cdot r \leq 0$  und  $S - \lambda_o \cdot r \geq 0$

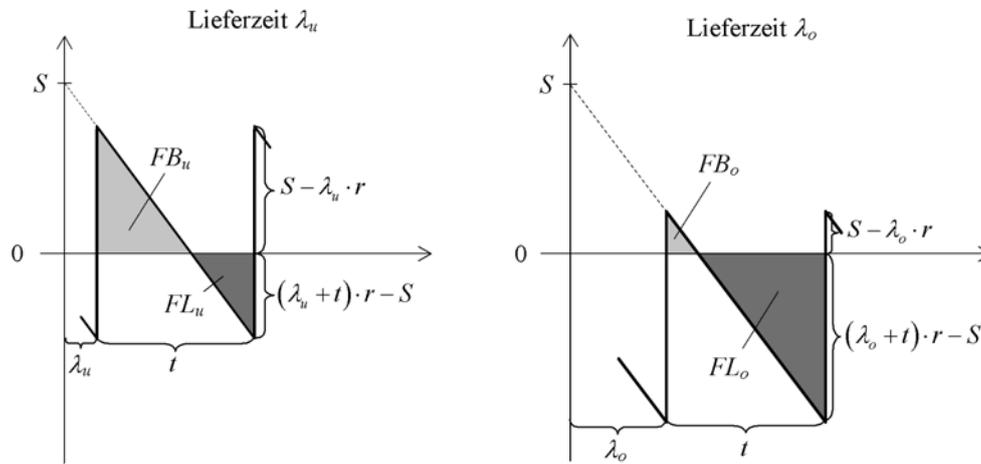


Abbildung 8: Bestandsentwicklung im Fall II für Lieferzeit  $\lambda_u$  und  $\lambda_o$

Als Flächeninhalte ergeben sich:

$$FB_u = (S - \lambda_u \cdot r)^2 / (2r) \quad , \quad FB_o = (S - \lambda_o \cdot r)^2 / (2r)$$

$$FL_u = r \cdot (\lambda_u + t - S/r)^2 / 2 \quad , \quad FL_o = r \cdot (\lambda_o + t - S/r)^2 / 2.$$

Weiter gilt dann:

$$B_{II}(S) = (\pi_u \cdot (S - \lambda_u \cdot r)^2 + \pi_o \cdot (S - \lambda_o \cdot r)^2) / (2t \cdot r)$$

und

$$L_{II}(S) = (\pi_u \cdot (\lambda_u + t - S/r)^2 + \pi_o \cdot (\lambda_o + t - S/r)^2) / (2t).$$

**Fall III :**  $S - \lambda_o \cdot r \leq 0$  ,  $S - (\lambda_u + t) \cdot r \leq 0$  und  $S - \lambda_u \cdot r \geq 0$

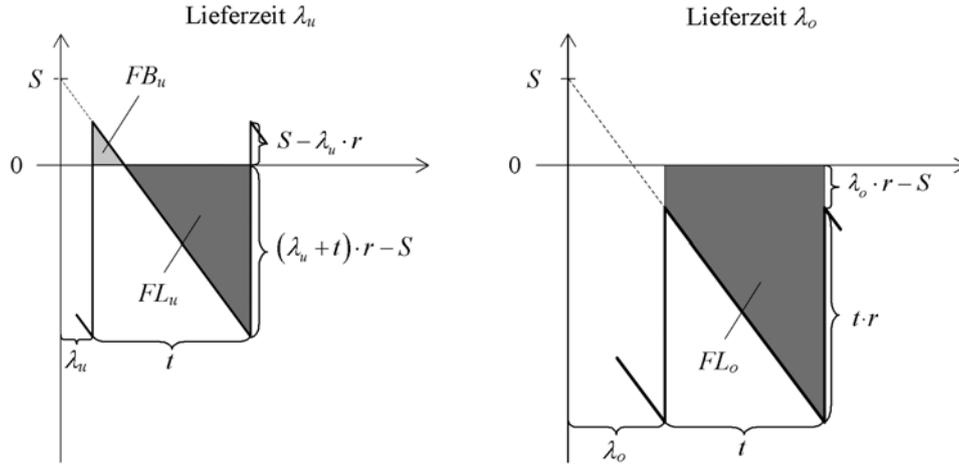


Abbildung 9: Bestandsentwicklung im Fall III für Lieferzeit  $\lambda_u$  und  $\lambda_o$

Eine Flächenanalyse liefert hier als Ergebnis:

$$\begin{aligned}
 FB_u &= (S - \lambda_u \cdot r)^2 / (2r) & , & \quad FB_o = 0 \\
 FL_u &= r \cdot (\lambda_u + t - S/r)^2 / 2 & , & \quad FL_o = t^2 \cdot r / 2 + (\lambda_o \cdot r - S) \cdot t.
 \end{aligned}$$

Damit gilt in Fall III für die Erwartungswerte vom mittleren Bestand und Lieferverzug:

$$B_{\text{III}}(S) = \pi_u \cdot (S - \lambda_u \cdot r)^2 / (2t \cdot r)$$

und

$$L_{\text{III}}(S) = \pi_u \cdot (\lambda_u + t - S/r)^2 / (2t) + \pi_o \cdot (t/2 + \lambda_o - S/r).$$

Die Grenzwerte  $B_{\text{max}}$  und  $L_{\text{max}}$  der LKL errechnen sich hier aus  $B_1(S)$  für  $S = (\lambda_o + t) \cdot r$  sowie aus  $L_{\text{III}}(S)$  für  $S = \lambda_u \cdot r$ . Unter Verwendung des Lieferzeiterwartungswerts  $\bar{\lambda}$  lassen sich daraus folgende Zusammenhänge ableiten:

$$B_{\text{max}} = t \cdot r / 2 + (\lambda_o - \bar{\lambda}) \cdot r \quad (23)$$

und

$$L_{\text{max}} = t/2 + (\bar{\lambda} - \lambda_u). \quad (24)$$

Ein unmittelbarer Vergleich mit den entsprechenden Grenzwerten in (10) und (11) aus der Kennlinienanalyse von Nyhuis/Wiendahl lässt erkennen, dass diese Werte übereinstimmen. Die vorliegende Analyse bestätigt also die Festlegung der Achsenabschnitte der LKL im Rahmen der Kennlinientheorie.

Zur exakten Ableitung der gesamten Kennlinienfunktion müssen bei stochastischer Lieferzeit für die drei Fälle  $i \in \{I, II, III\}$  die Bestandsfunktionen  $B_i(S)$  nach  $S$  aufgelöst und in die jeweiligen Lieferverzugsfunktionen  $L_i(S)$  eingesetzt werden. Daraus ergeben sich wie bei stochastischer Nachfrage (nunmehr allerdings drei) fallspezifi-

sche Kennlinienfunktionen  $L_i(B)$ , die sich schließlich zu einer stetigen Gesamtkennlinie  $L(B)$  zusammensetzen:

$$L(B) = \begin{cases} L_I(B) & \text{für } B_{I/II} \leq B \leq B_{\max} \\ L_{II}(B) & \text{für } B_{II/III} \leq B \leq B_{I/II} \\ L_{III}(B) & \text{für } 0 \leq B \leq B_{II/III} \end{cases} \quad (25)$$

In diesem Fall ermittelt man die beiden Bestandsgrenzen zur Fallunterscheidung über:

$$B_{I/II} \quad \text{aus} \quad B_I(S) = B_{II}(S) \quad \text{für} \quad S = (\lambda_u + t) \cdot r \quad \text{und}$$

$$B_{II/III} \quad \text{aus} \quad B_{II}(S) = B_{III}(S) \quad \text{für} \quad S = \lambda_o \cdot r.$$

In ihrer Struktur gleichen die Teilfunktionen  $L_i(B)$  der exakten LKL denjenigen im Fall der stochastischen Nachfrage. Auf ihre explizite Darstellung soll an dieser Stelle verzichtet werden. Wichtig ist zu erkennen, dass durch die beschriebene lagerhaltungstheoretische Analyse die exakte LKL in geschlossener Form darstellbar ist. Auch die für den Fall der stochastischen Lieferzeit in (25) abgeleitete LKL enthält als Grenzfall für  $\lambda_u = \lambda_o = \lambda$  wieder das Ergebnis in (4) aus der deterministischen Analyse.

### 3.3 Lagerkennlinien unter erweiterten Bedingungen

Die im vorhergehenden Abschnitt beschriebene Methode der exakten Ableitung von Lagerkennlinien lässt sich auch unter erweiterten Bedingungen anwenden. So lässt sich z. B. die in Nyhuis/Wiendahl thematisierte Mengenabweichung beim geplanten Lagerzugang<sup>33)</sup> ganz entsprechend analysieren. Der lagerhaltungstheoretische Zugang ermöglicht es auch, für andere Dispositionsregeln als die bisher betrachtete  $(t, S)$ -Regel Kennlinien abzuleiten und damit den Einfluss der Wahl der Dispositionsregel auf die LKL explizit zu untersuchen. Ebenso ist es möglich, stetige Störgrößen an Stelle solcher mit diskreter Wahrscheinlichkeitsverteilung zu berücksichtigen sowie den simultanen Einfluss mehrerer stochastischer Störgrößen zu erfassen. Auf die beiden letztgenannten Aspekte wird im Weiteren näher eingegangen.

#### 3.3.1 Stochastische Nachfrage und Lieferzeit

Im Folgenden wird – weiterhin unter der Anwendung einer  $(t, S)$ -Regel – die LKL für den Fall untersucht, dass sowohl Nachfrage als auch Lieferzeit stochastische Größen sind, die sich durch Zweipunkt-Verteilungen beschreiben lassen. Weiter wird angenommen, dass beide Größen voneinander unabhängig sind, sodass unter Verwendung der Notation aus Kapitel 3.2 die in Tabelle 1 angegebenen Wahrscheinlichkeiten für die vier Kombinationen von Nachfrage und Lieferzeit gelten.

Nachfrage	Lieferzeit	
	$\lambda_u$	$\lambda_o$
$r_u$	$p_u \cdot \pi_u$	$p_u \cdot \pi_o$
$r_o$	$p_o \cdot \pi_u$	$p_o \cdot \pi_o$

Tabelle 1: Wahrscheinlichkeiten bei stochastischer Nachfrage und Lieferzeit

Bei der Analyse des Bestandsverlaufs während eines Zyklus muss unter diesen Bedingungen eine Vielzahl von Fallunterscheidungen getroffen werden, bei denen jeweils zu berücksichtigen ist, inwieweit in Abhängigkeit von der Größe der Bestellgrenze  $S$  verschiedene Bestandskonstellationen bei den möglichen gemeinsamen Realisationen von Nachfrage und Lieferzeit auftreten können. Diese Konstellationen beinhalten, ob nur Lagerbestand oder nur Fehlmengen oder ob Lagerbestand und Fehlmengen gleichzeitig in einem Zyklus auftreten können. Die Analyse wird zusätzlich dadurch kompliziert, dass im Rahmen einer  $(t, S)$ -Regel bei positiver Lieferzeitalisation ( $\lambda_u > 0$  bzw.  $\lambda_o > 0$ ) jeweils zwei aufeinander folgende Zyklen betrachtet werden müssen, um die relevanten Bestands- und Fehlmengenflächen zu ermitteln. Dadurch wird die Flächenanalyse zwar nicht methodisch komplexer, aber in ihrer Durchführung wesentlich aufwendiger. Allein für die Analyse der beiden Fälle, die zur Berechnung der Grenzpunkte der LKL auszuwerten sind, ergeben sich an Stelle von nur 2 (wie in Kap. 3.2) jeweils 16 verschiedene Bestandsverläufe, die zur Ermittlung des erwarteten mittleren Bestands und des Lieferverzugs auszuwerten sind. Insofern sollen an dieser Stelle nur die Ergebnisse wiedergegeben werden, die sich auf die Analyse der Grenzpunkte der exakten LKL beziehen.

Der maximale mittlere Bestand  $B_{\max}$  errechnet sich aus der Flächenanalyse für eine Bestellgrenze von  $S = (\lambda_o + t) \cdot r_o$ , bei der das Auftreten einer Fehlmenge gerade ausgeschlossen werden kann. Die entsprechende Analyse zeigt folgendes Ergebnis:

$$B_{\max} = t \cdot \bar{r} / 2 + t \cdot (r_o - \bar{r}) + (\lambda_o \cdot r_o - \bar{\lambda} \cdot \bar{r}). \quad (26)$$

Der Zusatzbestand gegenüber der idealen LKL, der das Auftreten einer Lieferverzögerung mit Sicherheit verhindern kann, ergibt sich dabei additiv aus der maximalen (positiven) Nachfrageabweichung vom Mittelwert während eines Zyklus in Höhe von  $t \cdot (r_o - \bar{r})$  und aus der maximalen (positiven) Nachfrageabweichung während der Lieferzeit im Umfang von  $(\lambda_o \cdot r_o - \bar{\lambda} \cdot \bar{r})$ . In (26) sind die  $B_{\max}$ -Werte aus (18) für den Fall ausschließlicher Nachfrageunsicherheit (bei  $\lambda_o = \bar{\lambda} = 0$ ) sowie aus (23) für alleinige Lieferzeitunsicherheit (mit  $r_o = \bar{r}$ ) als Grenzfälle enthalten.

Zur Ermittlung des maximalen mittleren Lieferverzugs  $L_{\max}$  muss eine Analyse des Falles mit niedrigster Bestellgrenze  $S = \lambda_u \cdot r_u$  erfolgen, die gerade einen Lagerbestand von Null ermöglicht. Eine solche Analyse offenbart folgenden Zusammenhang:

$$L_{\max} = t / 2 + (\bar{r} \cdot \bar{\lambda} - r_u \cdot \lambda_u) \cdot (r_u + r_o - \bar{r}) / (r_u \cdot r_o) \quad (27)$$

Aus (27) wird ersichtlich, dass, um mit Sicherheit auf einen Lagerbestand verzichten zu können, gegenüber der idealen LKL ein zusätzlicher Lieferverzug in Kauf genommen werden muss, der von der maximalen (negativen) Planabweichung der Nachfrage in der Lieferzeit sowie von den möglichen Realisationen und dem Erwartungswert der Nachfrage abhängt. Auch in (27) finden sich als Grenzfälle die Ergebnisse aus (19) bzw. (24) für ausschließlich stochastische Nachfrage bzw. Lieferzeit wieder.

Die in (26) und (27) angegebenen Werte von  $B_{\max}$  und  $L_{\max}$  stellen die exakten Schnittpunkte der LKL mit der B- und L-Achse bei Unsicherheit bzgl. beider Einflussgrößen Nachfrage und Lieferzeit dar. Die Grenzpunkte der realen LKL nach Nyhuis/Wiendahl in (12) und (13) weichen offenkundig von den exakten Werten ab. Dies ist schon allein dem Sachverhalt geschuldet, dass dort bei gemeinsamem Auftreten mehrerer Planabweichungen die oben beschriebene methodische Abkehr von der Worst-case-Betrachtung stattfindet. Darüber hinaus lässt die allgemeine Analyse im vorliegenden Abschnitt erkennen, dass die Vorgehensweise nach Nyhuis/Wiendahl den korrekten Grenzpunkt auch im Fall ausschließlich stochastischer Nachfrage nicht richtig wiedergibt, sofern eine positive Lieferzeit ( $\lambda > 0$ ) angenommen werden muss. Unter diesen Bedingungen ergibt sich (mit  $t = q/\bar{r}$  und  $\lambda_u = \lambda_o = \bar{\lambda} = \lambda$ ) für den exakten Maximalwert aus (27)

$$L_{\max} = q/(2\bar{r}) + \lambda \cdot (\bar{r} - r_u) / [(r_u \cdot r_o) / (r_u + r_o - \bar{r})], \quad (28)$$

woraus erkennbar ist, dass anders als in (7) die maximale Nachfrageabweichung in der Lieferzeit  $\lambda \cdot (\bar{r} - r_u)$  nicht auf die erwartete Nachfrage  $\bar{r}$  bezogen werden darf. Die Abweichung des  $L_{\max}$ -Werts aus (7) von seiner korrekten Größe hängt damit zusammen, dass der erwartete Lieferverzug als Erwartungswert des Verhältnisses zweier Zufallsgrößen (nämlich der nachfragebedingten Fehlmengen und der Nachfrage selber) bei Nyhuis/Wiendahl fälschlicherweise als Quotient der entsprechenden Erwartungswerte ermittelt wird.

### 3.3.2 Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Um zu zeigen, dass das lagerhaltungstheoretische Konzept zur Kennlinienermittlung nicht nur bei diskreten, sondern auch bei stetigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen anwendbar ist, soll die Untersuchung für den Fall stochastischer Nachfrage ohne Lieferzeit aus Kap. 2.3.1 beispielhaft auf stetige Nachfragebedingungen erweitert werden. An Stelle einer Zweipunkt-Verteilung mit den beiden Nachfragewerten  $r_u$  und  $r_o$  wird eine stetige Verteilung im Intervall  $[r_u, r_o]$  mit einer Dichtefunktion  $\varphi(r)$  unterstellt.

Zur Analyse der Bestands- und Fehlmengenflächen ist unter diesen Umständen grundsätzlich genauso wie in Kap. 2.3.1 vorzugehen, wobei auch für die Wertebereiche der Bestellgrenze  $S$  dieselben beiden Fälle zu unterscheiden sind. Allerdings können nun in jedem dieser Fälle unbegrenzt viele Bestandsverläufe auftreten, wobei

auch hier wieder angenommen wird, dass eine sich realisierende Nachfragerate während der gesamten Zyklusdauer  $t$  konstant bleibt. Unter diesen Bedingungen gilt im *Fall I* (mit  $S - t \cdot r_u \geq 0$  und  $S - t \cdot r_o \leq 0$ ) für den erwarteten mittleren Bestand:

$$B_I(S) = \int_{r_u}^{S/t} \left(S - \frac{t \cdot r}{2}\right) \cdot \varphi(r) \cdot dr + \int_{S/t}^{r_o} \frac{S^2}{2t \cdot r} \cdot \varphi(r) \cdot dr. \quad (29)$$

Hierbei entsprechen die beiden Terme den erwarteten Bestandsflächen bei den Nachfrageverläufen, die zu ausschließlich positivem ( $t \cdot r < S$ ) bzw. zu ausschließlich negativem Lagerendbestand ( $t \cdot r \geq S$ ) im Zyklus führen. Analog erhält man den erwarteten mittleren Lieferverzug im Fall I, wobei hier nur das Auftreten hinreichend hoher Nachfragen (mit  $t \cdot r \geq S$ ) relevant ist:

$$L_I(S) = \int_{S/t}^{r_o} \frac{(t \cdot r - S)^2}{2t \cdot r^2} \cdot \varphi(r) \cdot dr. \quad (30)$$

Im *Fall II* (mit  $S \geq 0$  und  $S - t \cdot r_u \leq 0$ ) stellen sich bei entsprechender Vorgehensweise folgende Ergebnisse heraus:

$$B_{II}(S) = \int_{r_u}^{r_o} \frac{S^2}{2t \cdot r} \cdot \varphi(r) \cdot dr \quad (31)$$

und

$$L_{II}(S) = \int_{r_u}^{r_o} \frac{(t \cdot r - S)^2}{2t \cdot r^2} \cdot \varphi(r) \cdot dr. \quad (32)$$

Aus diesen funktionalen Beziehungen lassen sich grundsätzlich wieder zwei Teilfunktionen  $L_I(B)$  und  $L_{II}(B)$  ableiten, die zusammengesetzt den exakten Verlauf der gesamten LKL beschreiben. Die Grenzpunkte der LKL erhält man wie im diskreten Fall aus folgendem Zusammenhang:  $B_{\max}$  aus  $B_I(S)$  für  $S = t \cdot r_o$  und  $L_{\max}$  aus  $L_{II}(S)$  für  $S = 0$ . Durch Einsetzen dieser Werte für  $S$  in die Funktionsbeziehungen (29) und (32) folgt für die Maximalwerte von mittlerem Bestand und Lieferverzug unmittelbar:

$$B_{\max} = t \cdot \bar{r} / 2 + t \cdot (r_o - \bar{r}) \quad (33)$$

und

$$L_{\max} = t / 2 \quad (34)$$

Es stellt sich somit heraus, dass bei begrenztem Wertebereich für die stochastische Nachfrage unabhängig vom spezifischen Typ der Nachfragedichte  $\varphi(r)$  dieselben Grenzpunkte der LKL gültig sind wie im Fall der Zweipunkt-Verteilung in (18) und (19).

Aus der Abhängigkeit der Bestands- und Lieferverzugsfunktionen in (29) bis (32) von der Nachfragedichte  $\varphi(r)$  wird allerdings deutlich, dass im Gegensatz zu den Grenzwerten  $B_{\max}$  und  $L_{\max}$  der konkrete Verlauf der LKL sehr wohl von den speziellen Eigenschaften der Nachfrageverteilung abhängt. Im Allgemeinen wird es nicht mehr möglich sein, die Kennlinienfunktionen  $L_1(B)$  und  $L_{II}(B)$  in geschlossener Form darzustellen. Dann muss die gesamte LKL durch eine numerische Auswertung der Funktionsverläufe der Gleichungen (29) bis (32) ermittelt werden.

## 4 Beurteilung der Lagerkennlinie nach Nyhuis/Wiendahl

Die Ableitung der realen LKL nach dem Ansatz von Nyhuis/Wiendahl stellt den Versuch dar, den Zielkonflikt zwischen Bestandshöhe und Lieferverzögerung unter Berücksichtigung verschiedenster Planabweichungen quantitativ zu beschreiben und durch eine Trade-off-Funktion näherungsweise darzustellen. Die Grundidee des Ansatzes, die reale LKL auf Basis idealisierter Bedingungen eines einfachen Lagerdispositionssystems mit deterministischen Rahmenbedingungen abzuleiten, kann für sich genommen als sinnvoller und auch modelltheoretisch passender Ansatzpunkt für die Entwicklung eines Approximationsschemas gesehen werden. Bei einem Vergleich mit dem lagerhaltungstheoretischen Ansatz wird allerdings deutlich, dass sowohl bei der Festlegung der Grenzpunkte als auch bei der Ermittlung des Funktionsverlaufs der realen LKL gravierende Schwächen zu Tage treten.

### 4.1 Festlegung der Grenzpunkte der Lagerkennlinie

Zunächst ist festzustellen, dass bei der Herleitung der Grenzpunkte  $B_{\max}$  und  $L_{\max}$  der realen LKL kein expliziter Bezug auf die Dispositionsregel genommen wird, nach der ein Lagersystem gesteuert wird. Die Wahl der Dispositionsregel kann aber gravierenden Einfluss auf den Risikozeitraum der Lagerdisposition und damit auf die Lage der LKL-Grenzpunkte haben, wie beispielsweise schon ein Vergleich der  $B_{\max}$ -Werte bei  $(s, q)$ - und  $(t, S)$ -Regel für die ideale LKL in (8) und (9) zeigt. Insofern gelten auch die Grenzpunkte der realen LKL nach Nyhuis/Wiendahl nur für die jeweils unterstellte (und wie oben beschrieben je nach Typ der Planabweichung wechselnde) Form der Lagerdisposition.

Unabhängig von der zugrunde liegenden Dispositionsregel zeigt die lagerhaltungstheoretische Analyse, dass die Grenzwerte  $B_{\max}$  und  $L_{\max}$  nur von den Erwartungswerten der Störgrößen und den Grenzen ihrer Wertebereiche, aber nicht von den spezifischen Wahrscheinlichkeitsverteilungen und damit auch nicht von deren Varianz oder Schiefe abhängen. Diese Eigenschaft erfüllen zwar auch die Grenzpunkte der realen LKL, die allerdings in einigen Fällen dennoch gravierend von den exakten Grenzpunkten abweichen können. Dies gilt z.B. für den  $L_{\max}$ -Wert bei stochastischer Nachfrage und positiver deterministischer Lieferzeit, der gemäß (7) falsch berechnet

wird, weil nicht beachtet wird, dass der erwartete mittlere Lieferverzug, der ein Erwartungswert eines Quotienten zweier abhängiger Zufallsgrößen ist, nicht als Quotient der entsprechenden Erwartungswerte berechnet werden darf. Insofern weicht der Wert in (7) von dem korrekten  $L_{max}$ -Wert in (28) systematisch ab. Wesentlich gravierender als dieser Mangel ist allerdings die fehlerhafte Ermittlung beider Grenzpunkte der realen LKL bei Kombination mehrerer stochastischer Störgrößen im Rahmen des Quadratwurzelansatzes nach (12) und (13). Mit diesem Ansatz wird mit der Begründung von möglichen Kompensationseffekten bei stochastischer Unabhängigkeit von der Worst-case-Betrachtung abgewichen, zugleich aber behauptet, dass der damit charakterisierte Sicherheitsbestand eine 100%-ige Lieferbereitschaft garantiere<sup>34)</sup>. Diese substantielle Fehlbetrachtung kann zu gravierenden Abweichungen im Sinne einer deutlichen Unterschätzung der korrekten Grenzwerte führen, die für die  $(t, S)$ -Regel in (26) und (27) wiedergegeben sind.

Ein mehr technischer Mangel der LKL-Ermittlung nach Nyhuis/Wiendahl besteht darin, dass im Fall von Störgrößen mit unbeschränktem Wertebereich (wie z.B. bei normalverteilten Größen) – anders als beim lagerhaltungstheoretischem Ansatz – endliche Grenzpunkte fixiert werden müssen, obwohl sie eigentlich nicht existieren. Auch wenn in realen Anwendungen praktisch immer endliche Schranken für Planabweichungen existieren, so wird deren Festlegung doch oft nur recht willkürlich möglich sein. Angesichts der unmittelbaren Auswirkungen der Abweichungsschranken auf die LKL-Grenzwerte und der besonderen Bedeutung, die gerade den Grenzpunkten für die Konstruktion der gesamten LKL zukommt, macht dieser Punkt deutlich, dass entsprechende Fehlschätzungen sich stark auf die Güte der realen LKL auswirken können. Zusammenfassend wird damit deutlich, dass die sequentielle Form der LKL-Ableitung mittels Fixierung von Grenzpunkten auf der ersten Stufe grundsätzlich problembehaftet ist und dass insbesondere die Vorgehensweise bei der Grenzpunktermittlung gravierende Fehler beinhaltet.

## 4.2 Ermittlung des Funktionsverlaufs der Lagerkennlinie

Nach Festlegung der Grenzpunkte  $B_{max}$  und  $L_{max}$  wird nach dem LKL-Ansatz von Nyhuis/Wiendahl in einer zweiten Stufe eine Näherungsfunktion durch die entsprechenden Achsenabschnitte gelegt, die dem durch die Einwirkung der Störgrößen geprägten tatsächlichen Kurvenverlauf möglichst gut entsprechen soll. Die dabei gewählte  $C_{Norm}$ -Funktion steht in keinem unmittelbaren Zusammenhang mit den stochastischen Gesetzmäßigkeiten, die den exakten Funktionsverlauf generieren, sondern ist rein pragmatisch begründet. Sie orientiert sich auch nicht an der zugrunde liegenden Dispositionsregel. Theoretische Überlegungen spielen nur insoweit eine Rolle, als die ideale LKL durch eine  $C_{Norm}$ -Funktion (mit Parameterwert  $C = 0,5$ ) beschrieben werden kann und auf dieser Grundlage plausible Größen für eine Ober- und Untergrenze des  $C$ -Werts festgelegt werden.

Ein schwerwiegender Mangel der Approximation mithilfe der  $C_{\text{Norm}}$ -Funktion besteht in der aufgrund ihrer Symmetrieeigenschaft nur eingeschränkten Parametrisierbarkeit. Auf das Ausmaß der Varianz von Störgrößen kann durch die Wahl der Größe des Parameters  $C$  zwar reagiert werden, die Berücksichtigung unterschiedlicher Schiefen der Wahrscheinlichkeitsverteilungen ist allerdings nicht möglich. Die darin liegende Problematik lässt sich in Abbildung 6 deutlich ablesen. Dort ist zu entnehmen, dass bei gleicher Varianz der Nachfrage je nach Schiefe ein mittlerer Lieferverzug von einer halben Periode mit einem mittleren Lagerbestand von 8 bzw. von 15 Einheiten erkaufte werden muss. Es fehlt bei der Ableitung der realen LKL also an Anpassungsflexibilität, die im Fall von schiefen Verteilungen, wie sie z.B. bei Lieferzeitverteilungen eher die Regel als die Ausnahme sein dürften, zu deutlicher Fehlschätzung des echten LKL-Verlaufs führen kann. Die Hinweise für die Anpassung des  $C$ -Parameters an unterschiedliche Streuungen der Wahrscheinlichkeitsverteilungen, wie sie in (15) gegeben werden, sind wiederum so vage und so wenig analytisch begründet, dass an ihrem Wert gezweifelt werden kann.

Wegen ihrer beschränkten Anpassungsfähigkeit lassen sich durch die  $C_{\text{Norm}}$ -Funktion auch die oben beschriebenen Schwächen bei der Fixierung der LKL-Grenzpunkte nur sehr begrenzt kompensieren. Möglicherweise ist diese mangelnde Flexibilität (zumindest implizit) auch der Hintergrund für die Reduzierung der Grenzpunkte  $B_{\text{max}}$  und  $L_{\text{max}}$  bei Zusammentreffen mehrerer Störeinflüsse nach dem Quadratwurzelsatz in (12) und (13). Die bei korrekter Worst-case-Analyse zu beachtenden Grenzpunkte könnten extrem hohe Werte annehmen, die wegen mangelnder Anpassungsmöglichkeit an den exakten LKL-Verlauf durch die  $C_{\text{Norm}}$ -Funktion den Verlauf der realen LKL zu sehr prägen würden. Inwieweit dieser Gedanke allerdings die Güte der realen LKL als Näherung der echten Kennlinie positiv beeinflusst, ist vollkommen offen. Zusammenfassend zeigt somit auch eine Analyse der Ermittlung des Funktionsverlaufs der Kennlinie nach Nyhuis/Wiendahl, dass eine fundierte theoretische Basis fehlt und selbst bei korrekten LKL-Grenzpunkten gravierende Abweichungen vom echten Kurvenverlauf nicht ausgeschlossen sind.

## 5 Schlussbetrachtung

Die Ausführungen zeigen, dass die Ableitung der LKL nach Nyhuis/Wiendahl mit einer Vielzahl konzeptioneller und umsetzungsmäßiger Probleme behaftet ist. Eine theoretische Fundierung kann nur in Ansätzen ausgemacht werden, sodass die Bezeichnungswiese Kennlinientheorie etwas zu anspruchsvoll erscheint. Zweifellos erfüllt der LKL-Ansatz nach Nyhuis/Wiendahl den Anspruch, ein unkompliziertes Werkzeug zur Verfügung zu stellen, mit dessen Hilfe für den praktischen Einsatz der Zusammenhang zwischen Lagerbestand und Lieferverzögerung in dem vorgesehenen Anwendungsrahmen<sup>35)</sup> abgeschätzt werden kann. Wie zuverlässig allerdings diese Abschätzung ist, bleibt letztlich offen. Die oben geschilderten Schwachstellen von der fehlerhaften Ermittlung der LKL-Grenzpunkte über die mangelnde Anpassungs-

fähigkeit der  $C_{\text{Norm}}$ -Funktion bis zu den unpräzisen Angaben hinsichtlich der Wahl des  $C$ -Parameters machen deutlich, dass man im Einsatzfall damit rechnen muss, stark vom tatsächlichen Zusammenhang abzuweichen, der durch die LKL zum Ausdruck gebracht werden soll. Dies gilt auch für die in Nyhuis/Wiendahl vorgeschlagenen Ergänzungen von Lagerkennlinien, die der Abbildung des Zusammenhangs zwischen Lagerbestand und Servicegrad in ein- und mehrstufigen logistischen Systemen dienen sollen<sup>36)</sup>. Auch diese Weiterentwicklungen folgen demselben Grundkonzept und leiden an denselben Konstruktionsmängeln, die bei der ursprünglichen LKL beobachtet wurden.

Schließlich bleibt die Frage, ob die Anwendung des Kennlinienkonzepts von Nyhuis/Wiendahl für das Bestandsmanagement und Bestandscontrolling trotz aller Zweifel und Probleme nicht doch erwägenswert ist, weil es an relevanten Alternativen mangelt. Zur Beantwortung kann auf den in diesem Beitrag beschriebenen lagerhaltungstheoretischen Ansatz verwiesen werden. Dieses Konzept ist modelltheoretisch fundiert und lässt explizit die Berücksichtigung von Dispositionsregeln und spezifischen Wahrscheinlichkeitsinformationen zu den Störgrößen der Lagerdisposition in die Ableitung der LKL einfließen. Das in Kapitel 3 beschriebene Konzept lässt sich ebenfalls auf ergänzende Analysen zwischen anderen logistischen Kenngrößen wie verschiedene Typen von Servicegraden übertragen. Daneben ist auch eine Erweiterung auf mehrstufige Logistikketten möglich, wobei – anders als in der erweiternden Vorgehensweise nach Nyhuis/Wiendahl – auf die gut ausgebaute Theorie mehrstufiger Lagerhaltung<sup>37)</sup> zurückgegriffen werden kann. Beim lagerhaltungstheoretischen Ansatz wird sich die LKL zwar nur in Ausnahmefällen wie in Kapitel 3.2 in geschlossener funktionaler Form angeben lassen, man kann aber die zugrunde liegenden Bestands- und Lieferverzugsfunktionen, wie sie z.B. in Kapitel 3.3 für stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen beschrieben sind, für beliebige Verteilungsfunktionen problemlos numerisch auswerten. Damit erhält man dann eine Kennlinie, die den Zusammenhang zwischen Lagerbestand und Lieferverzug exakt beschreibt und nicht mit den vielfältigen Problemen der LKL nach Nyhuis/Wiendahl behaftet ist.

## **Fußnotenverzeichnis**

- 1) Siehe z.B. Handbuch Logistik (hrsg. von D. Arnold u.a.), S. A1-30, B3-63, B4-23 und B5-49
- 2) Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 11
- 3) Vergleiche Wiendahl 1987, S. 206 ff.
- 4) Bechte 1984, Wiendahl 1987
- 5) Siehe Adam 1988 und 1989, Zäpfel/Missbauer 1987, Zäpfel u.a. 1992
- 6) Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 39 ff.
- 7) Siehe Eichhorn/Schömig 2006, Schömig u.a. 2006
- 8) Lutz u.a. 2003, Lödding 2005, Nyhuis u.a. 2006
- 9) Vergleiche Pfohl 2004, S. 37 ff.
- 10) Siehe hierzu insbesondere Tempelmeier 2005, S. 27 ff.
- 11) Siehe z.B. Pfohl 2004, S. 116, Silver u.a. 1998, S. 286
- 12) anders in: Tempelmeier 2005
- 13) Gläßner 1995, S. 46 ff.
- 14) Lutz 2002
- 15) Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 240
- 16) Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 241
- 17) Vergleiche Neumann 1996, S. 32 ff.
- 18) zu Dispositionsregeln vgl. Inderfurth/Jensen 2004
- 19) Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 243
- 20) Dieser funktionale Zusammenhang ist in Nyhuis/Wiendahl 2003 (S. 248 ff.) wiedergegeben, ohne das die Ableitung des Funktionsverlaufs beschrieben wird. Hierzu wird auf die Dissertationsschrift von Gläßner (1995) verwiesen.
- 21) Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 248 f.
- 22) Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 251 ff.
- 23) Siehe Bild 8.10.a in Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 254
- 24) Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 253
- 25) Vergleiche Inderfurth/Jensen 2004
- 26) Siehe Bild 8.9.a in Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 252
- 27) Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 254 ff.
- 28) Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 257
- 29) Vergleiche Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 71 f.
- 30) Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 256 f.
- 31) Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 258 f.
- 32) Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 260 f.
- 33) Siehe Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 252
- 34) Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 255
- 35) Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 265 ff.
- 36) Nyhuis/Wiendahl 2003, S. 273 ff.
- 37) Siehe hierzu z.B. Silver u.a. 1998, S. 471 ff. und Tempelmeier 2005, S.159 ff.

## Literaturverzeichnis

- Adam, D.: Die Eignung der belastungsorientierten Auftragsfreigabe für die Steuerung von Fertigungsprozessen mit diskontinuierlichem Materialfluss, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 58. Jg. (1988), Nr. 1, S. 98-115
- Adam, D.: Probleme der belastungsorientierten Auftragsfreigabe - Entgegnung, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 59. Jg. (1989), Nr. 4, S. 443-447
- Arnold, D., Isermann, H., Kuhn, A., Tempelmeier, H. (Hrsg.): Handbuch Logistik, 2. Aufl., Berlin/Heidelberg/New York 2004
- Bechte, W.: Steuerung der Durchlaufzeit durch belastungsorientierte Auftragsfreigabe bei Werkstattfertigung, Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 2, Nr. 70, Düsseldorf 1984
- Eichhorn, D., Schömig, A.: Betriebskennlinien-Management zur Performancemessungs- und -planungskonzept bei komplexen Produktionsprozessen, in: OR 2006 Proceedings, hrsg. v. Waldmann, K.-H., Stocker, U.M., Berlin/Heidelberg/New York 2007
- Gläßner, J.: Modellgestütztes Controlling der beschaffungslogistischen Prozesskette, Diss. Hannover, Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 2, Nr. 337, Düsseldorf 1995
- Inderfurth, K., Jensen, T.: Lagerbestandsmanagement, in: Handbuch Logistik, hrsg. v. Arnold, D. Isermann, H., Kuhn, A., Tempelmeier, H., 2. Aufl., Berlin/Heidelberg/New York 2004
- Lödding, H.: Verfahren der Fertigungstechnik, Berlin/Heidelberg/New York 2005
- Lutz, S.: Kennliniengestütztes Lagermanagement, Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 13, Nr. 53, Düsseldorf 2002
- Lutz, S.: Logistics-oriented Inventory Analysis, in: International Journal of Production Economics, 85(2003), S. 217-231
- Neumann, K.: Produktions- und Operationsmanagement, Berlin/Heidelberg/New York 1996
- Nyhuis, P., Wiendahl, H.-P.: Logistische Kennlinien, 2. Aufl., Berlin/Heidelberg/New York 2003
- Nyhuis, P., Grabe, D., Nickel, R.: Bewertung von Fertigungs- und Lagerprozessen mit Logistischen Kennlinien, in: Prozessmanagement in der Wertschöpfungskette, hrsg. v. Hagen, N., Nyhuis, P., Frühwald, C., Felder M., Bern 2006
- Pfohl, H.-C.: Logistiksysteme, 7. Aufl., Berlin/Heidelberg/New York 2004
- Schömig, A., Eichhorn, D., Obermaier, G.: Über verschiedene Ansätze zur Ermittlung von Betriebskennlinien – Eine Anwendungsstudie aus der Halbleiterindustrie, in: OR 2006 Proceedings, hrsg. v. Waldmann, K.-H., Stocker, U.M., Berlin/Heidelberg/New York 2007
- Silver, E.D, Pyke, D.F, Peterson, R.: Inventory Management and Production Planning and Scheduling, 3. Aufl., New York 1998
- Tempelmeier, H.: Bestandsmanagement in Supply Chains, Norderstedt 2005
- Wiendahl, H.-P.: Belastungsorientierte Fertigungssteuerung, München/Wien 1987

---

Zäpfel, G., Missbauer, H.: Produktionsplanung und -steuerung für die Fertigungsindustrie – ein Systemvergleich, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 57. Jg. (1987), Nr. 9, S. 882-900

Zäpfel, G., Missbauer, H., Kappel W.: PPS-Systeme mit belastungsorientierter Auftragsfreigabe, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 62. Jg. (1992), Nr. 8, S. 897-919