Grundlagen und Anwendungen von Modenverwirbelungskammern

Habilitationsschrift

von Dr. rer. nat. Hans Georg Krauthäuser

geb. am 6. Februar 1965 in Köln

zur Verleihung des akademischen Grades

Doktor rerum naturalium habilitatus
(Dr. rer. nat. habil.)

genehmigt von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg am 6. Juni 2007

Gutachter:

Prof. Dr. rer. nat. habil. Jürgen Nitsch
Prof. Dr.-Ing. Marco Leone
Prof. Dr. rer. nat. habil. Achim Enders
Prof. Dr.-Ing. Heyno Garbe

Wohin Denken ohne Experimentieren führt, hat uns das Mittelalter gezeigt; aber dieses Jahrhundert läßt uns sehen, wohin Experimentieren ohne Denken führt.

Arthur Schopenhauer (1788-1860)

Dank

Mein Dank gilt allen, die mir bei den Arbeiten der letzten Jahre geholfen haben.

Zunächst bedanke ich mich bei Prof. Nitsch für das mir entgegengebrachte Vertrauen. Es hat mir großen Spaß bereitet, den Aufbau des Lehrstuhls von Beginn an begleiten zu dürfen. Die zahllosen interessanten und lehrreichen Diskussionen waren unverzichtbar für das Gelingen dieser Arbeit und haben mich – so denke ich – positiv geprägt. Ich danke Ihnen auch für die Freiheit die Sie mir ließen, eigene Forschungsakzente frei zu setzen und nicht zuletzt dafür, dass Sie mich auf die Fährte der Modenverwirbelungskammern gesetzt haben. Prof. Leone, Prof. Garbe und Prof. Enders danke ich herzlich für die Bereitschaft, diese Arbeit zu begutachten. Mein besonderer Dank gilt auch Prof. Wollenberg der durch seine ruhige, klare Art nicht selten Ruhe und Klarheit in meine Gedanken brachte.

Ich danke meinen Studienarbeitern, meiner Studienarbeiterin, meinen Diplomanden und Doktoranden, die mich bei meinen Arbeiten unterstützt haben: Jörg Eberhardt, Andreas Hartmann, Mathias Herzig, Daniel Kürschner, Alexander Lützow, Sven Plate, Thomas Reidemeister, Antje Schafföner, Steffen Schulze, Marco Schwerdtfeger und Thomas Winzerling.

Besonderer Dank gilt natürlich auch den weiteren Kollegen der Arbeitsgruppe Moawia Al-Hamid, Frank Gronwald, Heiko Haase, Uwe Knauff, Hans-Jürgen Scheibe, Torsten Steinmetz, Sergey Tkachenko und Wolfgang Weinert. Ich habe die kollegiale Atmosphäre sehr genossen. Es sei mir erlaubt Uwe Knauff hervorzuheben, der mich und meinen Schreibtisch so lange ausgehalten hat und auf dessen Beurteilungen ich mich immer hundertprozentig verlassen konnte. Ein wenig seiner Ordnung, seiner Gewissenhaftigkeit und Gründlichkeit wünsche ich mir manchmal sehr.

Bedanken möchte ich mich auch bei den übrigen Mitarbeitern des IGET und des alten IELE. Ich denke, ich darf auch im Namen dieser Mitarbeiter besonders Petra Knauff danken, dafür, dass sie und Frau Schätzing uns so oft in ihren Gärten zum Institutsgrillen geduldet haben.

Nicht zuletzt danke ich meinen Kindern Jakob und Konstantin und meiner Frau Karin für ihre Liebe, die Wärme, den Halt und die Geduld an so manchem Wochenende. Ihr seid das Wichtigste in meinem Leben.

Magdeburg, 2007
Hans Georg Krauthäuser

Inhaltsverzeichnis

Notationsverzeichnis

3.14	Es wird ein Dezimalpunkt an Stelle eines Dezimalkommas für Zahlen verwendet.
$\hat{\mathbf{a}}$	Einheitsvektor in Richtung von $\mathbf{a}$: $\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{a}/\lvert\mathbf{a}\rvert$.
A, a	Zufallsvariable: Die Zufallsvariable A und ein Wert a der Variablen.
$\lvert\mathbf{a}\rvert$	Länge des Vektors $\mathbf{a}$
$\mathbf{a}$, $\mathbf{A}$	Vektor
A	Matrix, Tensor, Dyade
a, b, c	Seitenlängen eines quaderförmigen Hohlraumresonators. Das Formelzeichen c wird auch für die Vakuumlichtgeschwindigkeit verwendet.
$\alpha_p^{TE}, \alpha_p^{TM}, \beta_p$	Modale Entwicklungskoeffizienten für das Streufeld im Falle des Hohlraumresonators mit Quelle.
$\langle\cdot\rangle$	Mittelwert bzw. Erwartungswert
$\mathbf{B}$	Vektor der magnetischer Flußdichte. In der Regel ist der ruhende Zeiger $\mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega)$ gemeint, d. h. die physikalische Feldstärke ist $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathrm{Re}\left(\mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega)e^{-j\omega t}\right)$.
${}_{b}\langle A\rangle$	Mittelwert der Zufallsvariablen A bezüglich des b-Ensembles.
${}_{b}^{e}\langle A\rangle_N$	Empirischer Mittelwert für einen Stichprobenumfang N des b-Ensembles.
${}_{b}^{t}\langle A\rangle$	Theoretischer Mittelwert (Erwartungswert) (Stichprobenumfang $N \to \infty$) des b-Ensembles.
${}_{b}^{t}\langle A\rangle_N$	Theoretischer Mittelwert (Erwartungswert) für einen Stichprobenumfang N des b-Ensembles.
${}_{b}\lceil A\rceil$	Maximum von A bezüglich des b-Ensembles.
${}_{b}^{e}\lceil A\rceil$	Empirisches Maximum von A bezüglich des b-Ensembles.
${}_{b}\lceil A\rceil_N$	Maximum von A bezüglich des b-Ensembles bei Stichprobenumfang N.
${}_{b}^{t}\lceil A\rceil$	Theoretisches Maximum von A bezüglich des b-Ensembles.

${}_{b}\lfloor A \rfloor$	Minimum von A bezüglich des b-Ensembles.
${}^{e}_{b}\lfloor A \rfloor$	Empirisches Minimum von A bezüglich des b-Ensembles.
${}_{b}\lfloor A \rfloor_{N}$	Minimum von A bezüglich des b-Ensembles bei Stichprobenumfang N.
${}^{t}_{b}\lfloor A \rfloor$	Theoretisches Minimum von A bezüglich des b-Ensembles.
${}_{b}\!\uparrow\!(A)$	Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A bezüglich der b-Ensembles.
${}^{e}_{b}\!\uparrow\!(A)_{N}$	Empirisches Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A bezüglich der b-Ensembles bei Stichprobenumfang N.
${}_{b}\!\uparrow\!(A)_{N}$	Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A bezüglich der b-Ensembles bei Stichprobenumfang N.
${}^{t}_{b}\!\uparrow\!(A)_{N}$	Theoretisches Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A bezüglich der b-Ensembles bei Stichprobenumfang N.
BW_{Q_p}	Modale Halbwertsbreite: $BW_{Q_p} = \frac{\omega_p}{Q_p}$ bzw. $BW_{Q_p} = \frac{f_p}{Q_p}$
$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$	Vakuumlichtgeschwindigkeit: $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 299792458\,{}^{m}/_{s}$
c	Vakuumlichtgeschwindigkeit: $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 299792458\,{}^{m}/_{s}$
cdf	Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen A: $\mathtt{cdf}_A(a) = \int_{-\infty}^{a} \mathtt{pdf}_A(a')da'$.
C_E	Kammerspezifische Konstante: ${}_{b}\langle \lvert \mathbf{E}(\mathbf{r}) \rvert^2 \rangle = 16\pi C_E \equiv E_0^2$
$\underset{l,m \leqslant n}{\Delta}$	Delta-Operator: siehe Seite 34.
δ_{ij}	Kronecker δ: $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j. \end{cases}$
δ_s	Eindringtiefe (Skintiefe): $\delta_s(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_m(\omega) \sigma_m}}$
$\delta(x)$	Diracsche Delta-Distribution: $\delta(x) = \begin{cases} 1 & x = 0 \\ 0 & x \neq 0. \end{cases}$
$\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$	direktes Vektorprodukt: Matrixprodukt des Zeilenvektors $\mathbf{a}$ mit dem Spaltenvektor $\mathbf{b}$.
$\frac{dN(k)}{dk}$	Modendichte
$D_s(f)$	Nicht-fluktuierender Anteil der Modendichte: $D_s(f) = 8\pi(abc)f^2(\varepsilon\mu)^{\frac{3}{2}} - (a+b+c)\sqrt{\varepsilon\mu} + \frac{1}{2}\delta(f)$.

$\mathbf{E}$	Elektrischer Feldvektor. In der Regel ist der ruhende Zeiger $\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)$ gemeint, d. h. die physikalische Feldstärke ist $\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathrm{Re}\left(\mathbf{E}(\mathbf{r},\omega)e^{-j\omega t}\right)$.
$\mathtt{ecdf}_A(a)$	Empirische Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen A.
E_0	Kammerspezifische Konstante: ${}_b\left\langle\lvert\mathbf{E}(\mathbf{r})\rvert^2\right\rangle = 16\pi C_E \equiv E_0^2$
$\mathbf{E}_p$	Das elektrische Feld des p-ten Eigenmodes. Hierbei steht p für ein Tripel i, j, k.
ε	Permittivität: $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$
$\varepsilon', \varepsilon''$	Real- und Imaginärteil der Permittivität: $\varepsilon = \varepsilon' + j\varepsilon''$.
ε_0	Permittivität des Vakuums: $\varepsilon_0 = 8.854187817 \cdot 10^{-12}\, {}^{\mathrm{As}}/_{\mathrm{Vm}}$
$\mathbf{E}_p^{TE}$	Eigenfunktion des quellenfreien Hohlraumresonators
$\mathbf{E}_p^{TM}$	Eigenfunktion des quellenfreien Hohlraumresonators
E_R	Eine beliebige kartesische Komponente des Feldstärkevektors $\mathbf{E}$.
$\langle A\rangle$	Erwartungswert der Zufallsvariablen A: $\langle A\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \mathtt{pdf}_A(x)dx$.
$\mathbf{E}^s$	Streufeld
E_T	Betrag des Feldstärkevektors $\mathbf{E}$: $E_T = \lvert\mathbf{E}\rvert = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$.
η	Feldwellenwiderstand $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$. Im Vakuum gilt $\eta = 120\pi\,\Omega$.
η_r	Empfangseffektivität einer Antenne.
$\mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}})$	Winkelspektrum des E-Feldes: $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \iint_{4\pi} \mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}})e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}d\Omega$
f	Frequenz
$\mathrm{floor}(a)$	Größte ganze Zahl kleiner oder gleich a: $\mathrm{floor}(3.14) = 3$.
$\mathbf{F}_p$	Rotationsfreier Anteil des Streufeldes für den Hohlraumresonator mit Quelle: $\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\alpha_p^{TE}\mathbf{E}_p^{TE} + \alpha_p^{TM}\mathbf{E}_p^{TM} + \beta_p\mathbf{F}_p\right)$.
f_r	Auf die erste Resonanzfrequenz normierte Frequenz: $f_r = \frac{f}{f_0}$.
$\mathbf{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$	dyadische Greensche Funktion
$G(\mathbf{r},\mathbf{r}')$	skalare Greensche Funktion

$\mathbf{H}$	Magnetischer Feldvektor. In der Regel ist der ruhende Zeiger $\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega)$ gemeint, d. h. die physikalische Feldstärke ist $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathrm{Re}\left(\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega)e^{-j\omega t}\right)$.
h	Plancksches Wirkungsquantum: $h = 6.6260693 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}$.
$\mathbf{H}_p$	Das magnetische Feld des p-ten Eigenmodes. Hierbei steht p für ein Tripel i, j, k.
$\mathbf{I}$	dyadische Identität: $\mathbf{I} = \hat{\mathbf{x}} \otimes \hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{y}} \otimes \hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}} \otimes \hat{\mathbf{z}} = (\delta_{ij})$
$\mathbf{J}$	Stromdichte
j	Imaginäre Einheit. $j = \sqrt{-1}$.
$\mathbf{k}$	Wellenvektor. $\lvert\mathbf{k}\rvert = k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{\omega}{c}$
κ	Aspektverhältnis: $\kappa = {}^{a}/_{c}$
k_B	Boltzmann-Konstante: $k_B = 1.3806505 \cdot 10^{-23}\,{}^{\mathrm{J}}/_{\mathrm{K}}$.
k_p	Wellenzahl: Betrag des Wellenvektors. Der Index p steht als Platzhalter für ein Tripel i, j, k. k_p ist der Eigenwert zur Eigenlösung $\mathbf{E}_p$.
λ	Aspektverhältnis: $\lambda = {}^{a}/_{b}$
λ	Wellenlänge: $\lambda \cdot f = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$
$\dagger(A)$	Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A.
μ	Permeabilität: $\mu = \mu_0\mu_r$
μ_0	Permeabilität des Vakuums: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,{}^{\mathrm{Vs}}/_{\mathrm{Am}}$
μ_m	Permeabilität der Wand (absolut)
$n!!$	$n!! = \begin{cases} n \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 4 \cdot 2 & n \text{ gerade} \\ n \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 1 & n \text{ ungerade.} \end{cases}$
$n!$	Fakultät von n: $n! = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1$.
$\boldsymbol{\nabla}$	Nabla-Ableitungsoperator: $\boldsymbol{\nabla} = ({}^{\partial}/_{\partial x}, {}^{\partial}/_{\partial y}, {}^{\partial}/_{\partial z})$ in kartesischen Koordinaten.
$\neg$	Logische Negation.
N_f	Modenanzahl
$N_s(f)$	Nicht-fluktuierender Teil der Modenanzahl: $N_s(f) = \frac{8\pi abc}{3}\left(f\sqrt{\varepsilon\mu}\right)^3 - (a+b+c)f\sqrt{\varepsilon\mu} + \frac{1}{2}$

P_d	Umgesetzte Leistung
$\mathtt{pdf}_A(a)$	Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der Zufallsvariablen A: $\int_{a_1}^{a_2} \mathtt{pdf}_A(a)\mathrm{d}a = \mathcal{P}\{a \in [a_1, a_2]\}$
$\mathcal{P}\{\cdot\}$	Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $'\cdot'$.
Q	Güte
Q_a	Güte basierend auf Antennenverlusten
$\langle Q \rangle$	Mittlere Güte
Q_d	Güte basierend auf dielektrischen Verlusten
Q_p	Modale Güte
Q_w	Güte resultierend aus Wandverlusten
$\mathbf{r}$	Ortsvektor
${}_{r}\langle A \rangle$	Mittelwert der Zufallsvariablen A bezüglich des r-Ensembles.
${}_{r}^{e}\langle A \rangle_N$	Empirischer Mittelwert für einen Stichprobenumfang N des r-Ensembles.
${}_{r}^{t}\langle A \rangle$	Theoretischer Mittelwert (Erwartungswert) (Stichprobenumfang $N \to \infty$) des r-Ensembles.
${}_{r}^{t}\langle A \rangle_N$	Theoretischer Mittelwert (Erwartungswert) für einen Stichprobenumfang N des r-Ensembles.
${}_{r}\lceil A \rceil$	Maximum von A bezüglich des r-Ensembles.
${}_{r}^{e}\lceil A \rceil$	Empirisches Maximum von A bezüglich des r-Ensembles.
${}_{r}\lceil A \rceil_N$	Maximum von A bezüglich des r-Ensembles bei Stichprobenumfang N.
${}_{r}^{t}\lceil A \rceil$	Theoretisches Maximum von A bezüglich des r-Ensembles.
${}_{r}\lfloor A \rfloor$	Minimum von A bezüglich des r-Ensembles.
${}_{r}^{e}\lfloor A \rfloor$	Empirisches Minimum von A bezüglich des r-Ensembles.
${}_{r}\lfloor A \rfloor_N$	Minimum von A bezüglich des r-Ensembles bei Stichprobenumfang N.
${}_{r}^{t}\lfloor A \rfloor$	Theoretisches Minimum von A bezüglich des r-Ensembles.
${}_{r}\Uparrow(A)$	Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A bezüglich der r-Ensembles.
${}_{r}^{e}\Uparrow(A)_N$	Empirisches Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A bezüglich der r-Ensembles bei Stichprobenumfang N.
${}_{r}\Uparrow(A)_N$	Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A bezüglich der r-Ensembles bei Stichprobenumfang N.

${}^{t}_{r}\pitchfork(A)_N$	Theoretisches Maximum zu Mittelwert Verhältnis der Zufallsvariable A bezüglich der r-Ensembles bei Stichprobenumfang N.
R_s	Oberflächenwiderstand: $R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu_m}{2\sigma_m}} = \frac{1}{\sigma_m \delta_s}$
S_c	Skalare Leistungsdichte: $S_c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\, {}_b\langle w \rangle = \frac{E_0^2}{\eta}$.
σ_I	Standardabweichung des eingekoppelten Stroms: $\sigma_I = \sqrt{\langle I_r^2 \rangle} = \sqrt{\langle I_i^2 \rangle} = \sqrt{C_E \frac{\eta_r (1-\lvert S_{22}\rvert^2)\lambda^2}{Z_L \eta}}$.
σ_m	Wandleitfähigkeit
$\tan\delta$	Verlustfaktor (Tangens Delta): $\tan\delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}$.
$\mathrm{var}(A)$	Varianz der Zufallsvariable A: $\mathrm{var}(A) = \langle A - \langle A \rangle \rangle$.
Ω	Raumwinkel: Flächeninhalt des betrachteten Kugelsegments dividiert durch das Quadrat des Radius.
ω	Kreisfrequenz: $\omega = 2\pi f$
W_p	gespeicherte Energie für die Eigenlösung p.
W_{pe}	gespeicherte elektrische Energie für die Eigenlösung p.
W_{pm}	gespeicherte magnetische Energie für die Eigenlösung p.
z^*	Zu z konjugiert-komplexe Zahl.

Zusammenfassung und Ausblick

Untersuchungen zur EMV (Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV)) von elektrischen und elektronischen Systemen müssen bei zunehmend höheren Frequenzen durchgeführt werden. So schreibt beispielsweise die im Februar 2006 erschienene IEC 61000-4-3 (IEC61000-4-3 2006) ('Electromagnetic compatibility (EMC) – Part 4-3: Testing and measurement techniques - Radiated, radio-frequency, electromagnetic field immunity test') nun gestrahlte Störfestigkeitstests zwingend bis 2 GHz vor – und das ist sicher nicht das Ende der Entwicklung. In anderen Bereichen – beispielsweise in der Medizintechnik – werden Tests im Bereich oberhalb von 1 GHz schon seit längerem durchgeführt. Neben den klassischen EMV-Messumgebungen wie Freifeld und Absorberhalle werden alternative Messumgebungen wie TEM-Wellenleiter und Modenverwirbelungskammern (MVK) immer interessanter.

Deutlich wird das zunehmende Interesse bei einer Betrachtung der Zahl der jährlichen Veröffentlichungen. Die Abbildung 0.1 zeigt dies von 1970 beginnend. Es wird deutlich, dass in den Jahren 1975 bis mindestens 2003 ein exponentielles Wachstum mit einer Verdopplung der Publikationen alle knapp fünf Jahre zu verzeichnen war. Seit 2003 (Erscheinungsjahr der IEC 61000-4-21) scheint aber eine Konsolidierung einzusetzen, was darauf hindeutet, dass nun die Anwendung mehr in den Vordergrund rückt. Das Konzept der elektromagnetischen MVK ist indes noch wesentlich älter. Die ersten Veröffentlichungen von Lamb Jr. und Becker und Autler aus dem Jahr 1946 (Lamb Jr. 1946; Becker und Autler 1946) beschäftigen sich allerdings noch nicht mit Fragen der EMV. Dies geschieht erst ab 1968 nach der Arbeit von Mendes (Mendes 1968) und dann verstärkt ab 1980 durch die Arbeiten von Corona et al. (Corona et al. 1980; Corona 1980). Übernommen wurde das Konzept der Modenverwirbelung aus der Akustik. Als Begründer der akustischen Modenverwirbelungskammern kann Sabine gelten, der 1915 auch die erste zimmergroße Messkammer mit Modenrührer beschreibt (Sabine 1915).

Ziel dieser Arbeit ist es, zunächst den theoretischen Erkenntnisstand in einer geschlossenen Form zusammenzufassen. Dies ist nötig, da das Wissen über die Grundlagen der MVK über eine Fülle von Publikationen

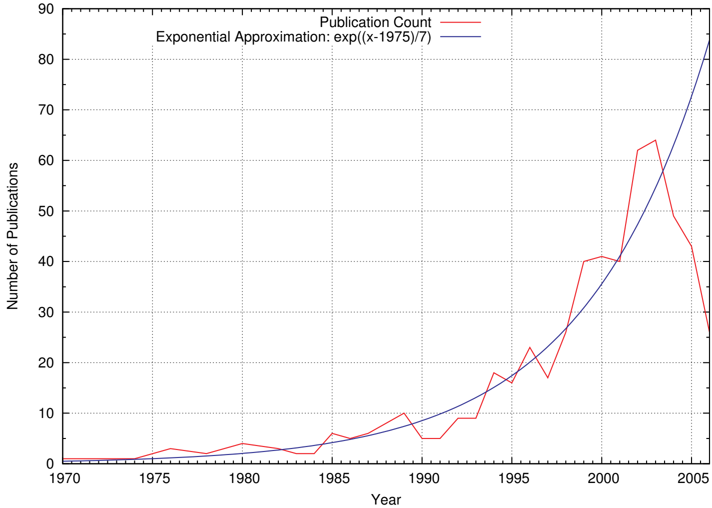


Abbildung 0.1: Anzahl der jährlichen Publikationen auf dem Themengebiet der Modenverwirbelungskammern. Die blaue Linie zeigt exponentielles Wachstum mit einer Verdoppelung alle 4.9 Jahre.

verteilt ist und sich eine Reihe von Fehlern, Vorurteilen und pauschalen Aussagen bereits tradiert hat. Der Grundlagenteil (Teil I) dieser Arbeit kann hoffentlich zusammen mit der ausführlichen Bibliographie als solide Basis für zukünftige Arbeiten dienen. Die Bibliographie ist hierbei zweigeteilt: Das Verzeichnis *Literatur* enthält die Referenzen dieser Arbeit; unter *Weiterführende Literatur* finden sich weitere Quellen.

Der Anwendungsteil (Teil II) beschäftigt sich zunächst mit der IEC Norm 61000-4-21 (IEC61000-4-21 2003). Darüber hinaus werden für den Bereich der Qualifizierung des Modenrührers sowie für die Messungen der Güte und der Emissionen neue Verfahren vorgeschlagen. Sehr aktuell ist der Abschnitt zum Vergleich verschiedener Messumgebungen (Kapitel 4): Zurzeit beziehen sich alle Grenzwerte (aus historischen Gründen) ausschließlich auf Messungen auf Freifeldern oder (Halb-) Absorberhallen. Damit zukünftig Modenverwirbelungskammern angewendet werden können benötigen die Produktnormungskomitees eine solide Grundlage zur Umrechnung der Grenzwerte bzw. Testfeldstärken. Die genaue Analyse verschiedener

Verfahren offenbart dabei zusätzlich spezifische Schwächen und Stärken, die jedes der konkurrierenden Verfahren aufweist. Aus der Sicht des Autors gibt es nicht *das eine* Verfahren, das allen anderen überlegen ist. Es zeigt sich vielmehr, dass die Verfahren aufgrund ihrer physikalischen Spezifika nur für bestimmte Messungen, für bestimmte Prüflinge oder für bestimmte Frequenzbereiche überlegen sind.

In den Anhängen findet sich Material zu den relevanten statistischen Verteilungsfunktionen sowie eine Reihe von Hilfsprogrammen, die dem Anwender den Einstieg in die statistische Analyse erleichtern sollen.

Trotz ihres Umfangs kann diese Arbeit nicht auf alle Anwendungen von Modenverwirbelungskammern eingehen. Bei exotischen Anwendungen, wie der Desinfektion von Getreide (Bozzetti et al. 2004) oder der Exposition von Primaten (Heynick et al. 1976), ist dies auch sicher nicht nötig. Es gibt aber auch wichtige, geradezu boomende Anwendungen, die der Forderung nach einer gewissen Kompaktheit zum Opfer gefallen sind. Hierzu gehören

- Schirmdämpfungsmessungen (Åkermark et al. 2002; Coates et al. 2002; Crawford und Ladbury 1988; Either und Boillot 1992; IEC61000-4-21 2003; Kürner 2003; Wilson und Ma 1986, 1987),

- Anwendungen für drahtlose Kommunikationsgeräte (Bourhis et al. 2004; Byun et al. 2002; Carlsson et al. 2003; Hegge et al. 2004; Kildal 2001; Kildal et al. 2002b; Kildal und Rosengren 2004b),

- numerische Simulation von Modenverwirbelungskammern (Åsander et al. 2002; Bunting und Yu 2002; Bunting 2002; Bunting et al. 2003; Bunting 2003; Bunting und Yu 2004; Carlberg et al. 2004a, 2005; Carlsson et al. 2002; Chung et al. 2001; Galdi et al. 1999; Geun 2003; Harima 1998; Harima und Yamanaka 1999; Höijer et al. 2000; Jostingmeier et al. 1994; Karlsson et al. 2004; Kay 2006; Kouveliotis et al. 2002b, a, 2003a; Krauthäuser und Nitsch 2002a; Ladbury 1999; Laermans et al. 2004b; Lail und Castillo 2002; Leuchtmann et al. 2003a; Martin et al. 2003; Moglie 2004; Moglie und Pastore 2006; Nguyen et al. 2000a; Orjubin et al. 2006a; Pasquino 2003; Rhee und Rhee 2006; Weinzierl et al. 2003, 2006; Yang et al. 2002a; Zhang und Li 2002a)

- und die Nachbildung von single-path (Rayleigh) versus multi-path (Rice) Ausbreitungsbedingungen (Otterskog und Madsén 2004; Otterskog 2005; Holloway et al. 2006b).

Obgleich es sich bei dieser Arbeit um einen Text in deutscher Sprache handelt sind die Graphen praktisch ausnahmslos englischsprachig beschriftet. Dies ist kein Versehen und soll auch nicht als Missachten gegenüber dem Leser gewertet werden. Vielmehr ist es einfach so, dass der Autor seit Jahren grundsätzlich nur noch Graphen mit englischsprachiger Beschriftung anfertigt, um diese universell verwenden zu können. In die gleiche Kategorie fällt die Verwendung des Dezimalpunktes anstelle des deutschen Dezimalkommas.

Abschließend stellt sich die Frage nach zukünftigen Forschungs- und Anwendungsperspektiven. Im Bereich der Forschung muss in den nächsten Jahren die Wechselwirkung des Testsystem (EUT) mit der MVK stärker untersucht werden: Reicht ein integrales Beladungskonzept tatsächlich aus oder muss dieses verfeinert werden? Ähnlich wie die Einkopplung auf Verbindungsstrukturen muss die Statistik von induzierten Oberflächenstromdichteverteilungen näher analysiert werden – nicht zuletzt fehlt hier auch die experimentelle Datenbasis. Darüber hinaus ist eine verstärkte theoretische und experimentelle Untersuchung der Möglichkeit der Messung im Zeitbereich unabdingbar: dies betrifft sowohl die Frage der Bewertung von pulsförmigen Emissionen als auch die Frage der Kopplung von gepulsten Signalen (echte Pulse und gepulste Träger) mit Testsysteme. Im Bereich der Anwendung ist zu hoffen, dass Modenverwirbelungskammern als Messumgebungen Einzug in die Produktnormung finden. Sinnvoll ist das vor allem im Bereich hoher Frequenzen bzw. elektrisch großer Testsysteme. Da Testsysteme, für die Frequenzen von mehreren Gigahertz interessant sind, in der Regel selbst physikalisch nicht sehr groß sind, reichen hierfür kleine Modenverwirbelungskammer (Größenordnung $1\,\mathrm{m}^3$). Auf der anderen Seite werden sicher auch Tests von größeren Systemen (PKW, Flugzeug) zukünftig weiter an Bedeutung gewinnen. Auch hierbei sind die Modenverwirbelungskammern bei hohen Frequenzen, bei denen Antennen das System typischerweise nicht mehr voll ausleuchten, eine sinnvolle Alternative.

Teil I

Grundlagen

1 Hohlraumresonator

Eine MVK wird in der Regel aus einem quaderförmigen Hohlraumresonator bestehen. Andere Resonatorgeometrien sind zwar prinzipiell möglich, aber sehr selten. Dies hat natürlich einerseits praktische Gründe: quaderförmige Resonatoren sind einfach aufzubauen, passen optimal in schon vorhandene Räume. Oft werden auch bereits vorhandene Schirmräume zu MVKn umgebaut (aufgerüstet). Neben diesen praktischen Gründen gibt es auch zusätzliche Probleme bei zylindrischen oder sphärischen Resonatoren: durch die gekrümmten Oberflächen können *Kaustiken* entstehen, die die Herstellung eines statistisch homogenen Feldes erschweren. Ein Beispiel für eine nicht quaderförmige MVK ist die *Untuned Stadium Reverberation Chamber* des englischen National Physics Laboratory (NPL) (Arnaut und West 1998).

Eine reale MVK ist kein reiner (leerer) Hohlraumresonator, da sie in der Regel noch einen oder mehrere Modenrührer enthält. Trotzdem bietet es sich an, die Analyse beim Hohlraumresonator zu beginnen. Tatsächlich lassen sich wichtige Größen wie etwa die *Modendichte* oder der *Qualitätsfaktor* aus der Hohlraumresonatortheorie vorhersagen.

1.1 Leerer Hohlraumresonator

1.1.1 Beliebige Geometrie

Ausgangspunkt sei ein Hohlraumresonator mit beliebiger Oberfläche wie in Abbildung 1.1 dargestellt. Das Innere des Resonators sei mit einem Medium (in der Regel Luft) mit Permittivität ε und Permeabilität μ gefüllt. Das elektrische Feld $\mathbf{E}_p$ des p-ten Eigenmodes genügt der Helmholtz Gleichung wobei der Wellenvektor $\mathbf{k}$ diskrete Eigenwerte k_p annimmt:[1]

$$\left(\nabla^2 + k_p^2\right) \mathbf{E}_p = 0 \tag{1.1}$$

Das elektrische Feld genügt darüber hinaus der Divergenzbedingung

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_p = 0. \tag{1.2}$$

[1] Es werden hier zeitlich harmonische Felder angenommen und die Zeitabhängigkeit $\exp(-j\omega_p t)$ unterdrückt. Die zeitlichen Ableitungen können dann implizit ausgeführt werden.

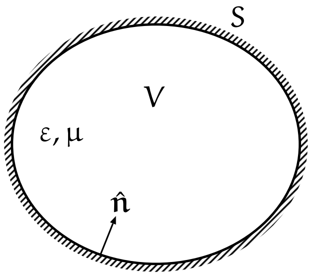


Abbildung 1.1: Hohlraumresonator mit beliebig geformter Oberfläche und perfekt leitenden Wänden.

Perfekt leitende Wände vorausgesetzt gilt weiterhin, dass die Tangentialkomponente des elektrischen Feldes auf der Oberfläche verschwindet,

$$\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_p = 0. \tag{1.3}$$

Die Eigenvektoren $\mathbf{E}_p$ können ohne Einschränkung der Allgemeinheit so gewählt werden, das sie rein reell sind (Borgnis und Papas 1958; Ghose 1963), $\mathbf{E}_p = \mathbf{E}_p^*$. Dies folgt unmittelbar aus den Bestimmungsgleichungen (1.1), (1.2) und (1.3): Für jeden Vektor $\mathbf{E}_p \in \mathbb{C}^3$, der die Gleichungen erfüllt, ist offensichtlich auch der Realteil (und der Imaginärteil) allein eine Lösung zum gleichen Eigenwert k_p.

Der magnetische Feldvektor $\mathbf{H}_p$ folgt dann unmittelbar aus dem Induktionsgesetz:

$$\nabla \times \mathbf{E}_p = -\frac{\partial \mathbf{B}_p}{\partial t} = -j\omega_p \mu \mathbf{H}_p = -jk_p c\mu \mathbf{H}_p = -jk_p \frac{\mu}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \mathbf{H}_p \tag{1.4}$$

$$\mathbf{H}_p = \frac{1}{jk_p\eta} \nabla \times \mathbf{E}_p, \tag{1.5}$$

wobei $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ der *Feldwellenwiderstand* ist. Der magnetische Feldvektor $\mathbf{H}_p$ ist offensichtlich rein imaginär, d. h. $\mathbf{H}_p = -\mathbf{H}_p^*$.

Für die spätere Betrachtung der Güte des Resonators in Abschnitt 1.4 ist es wichtig, die im Volumen gespeicherte Energie zu kennen. Die gesamte zeitlich gemittelte Energie $\langle W_p \rangle$ eines Modes setzt sich aus den gleich großen elektrischen und magnetischen Beiträgen $\langle W_{pe} \rangle$ und $\langle W_{pm} \rangle$ zusammen (Borgnis und Papas 1958):

$$\langle W_p \rangle = \langle W_{pe} \rangle + \langle W_{pm} \rangle \quad \text{mit} \quad \langle W_{pe} \rangle = \langle W_{pm} \rangle \tag{1.6}$$

Die elektrischen und magnetische Beiträge ergeben sich hierbei als Volumenintegrale über die Beträge der Felder (Borgnis und Papas 1958; Harrington 2001):[2]

$$\langle W_{pe}\rangle = \frac{\varepsilon}{2}\iiint_V |E_p|^2 dV \quad \text{und} \quad \langle W_{pm}\rangle = \frac{\mu}{2}\iiint_V |H_p|^2 dV \tag{1.7}$$

Für die Augenblickswerte der gespeicherten Energien ergibt sich ein anderes Bild (Borgnis und Papas 1958). Per Definition sind diese gegeben durch

$$W_{pe}(t) = \frac{\varepsilon}{2}\iiint_V \left(\mathrm{Re}(\mathbf{E}_p e^{-j\omega_p t})\right)^2 dV \tag{1.8}$$

$$W_{pm}(t) = \frac{\mu}{2}\iiint_V \left(\mathrm{Re}(\mathbf{H}_p e^{-j\omega_p t})\right)^2 dV. \tag{1.9}$$

Wegen $\mathbf{E}_p = \mathbf{E}_p^*$ und $\mathbf{H}_p = -\mathbf{H}_p^*$ führt dies auf

$$W_{pe}(t) = 2\langle W_{pe}\rangle \cos^2 \omega_p t \text{ und} \tag{1.10}$$

$$W_{pm}(t) = 2\langle W_{pm}\rangle \sin^2 \omega_p t, \tag{1.11}$$

d. h. die totale Augenblicksenergie $W(t)$ ist gleich der mittleren Energie

$$W(t) = W_{pe}(t) + W_{pm}(t) = 2\langle W_{pe}\rangle = 2\langle W_{pm}\rangle = \langle W_p\rangle \tag{1.12}$$

und wechselt periodisch zwischen den Zuständen mit reiner elektrischer bzw. reiner magnetischer Energie.

1.1.2 Quaderförmige Geometrie

Für den Fall beliebiger Geometrien können die Lösungen der Gleichungen (1.1), (1.2) und (1.3) nur numerisch bestimmt werden. Für den Fall separabler Geometrien wie Kugel, Zylinder und Quader können die Eigenwerte und Eigenvektoren analytisch bestimmt werden (Chang 1989; Cheng 1989; Kummer 1989; Smythe 1989). Für komplexe Geometrien werden darüber hinaus auch *chaotische Lösungen* untersucht (Cappetta et al. 1998; Eckhardt et al. 1999; McDonald und Kaufman 1988; Pasquino 2004, 2003), die hier aber nicht weiter betrachtet werden sollen. Der Fokus soll hier nun vielmehr auf quaderförmige Hohlraumresonatoren gerichtet werden.

[2] Harrington benutzt Effektivwerte anstelle von Spitzenamplituden, d. h. die Amplitude von $\mathbf{E}_p$ ist $|\mathbf{E}_p| = \sqrt{2}E_p$ (für $\mathbf{H}_p$ analog). Hieraus ergibt sich ein Faktor 1/2 anstelle von 1/4 in den Formeln für die gespeicherte Energie im Vergleich mit anderen Autoren.

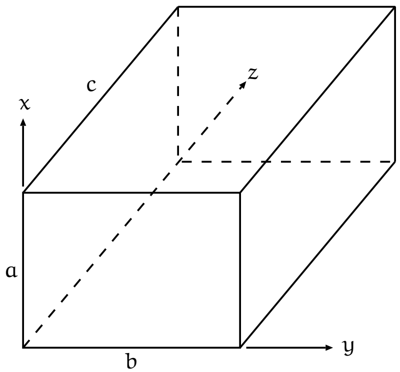


Abbildung 1.2: Leerer, quaderförmiger Hohlraumresonator mit den Dimensionen $a \times b \times c$.

Die Geometrie des leeren, quaderförmigen Rechteckresonators ist in Abbildung 1.2 dargestellt. Im Gegensatz zum Wellenleiter, in dem es mit der Ausbreitungsrichtung eine eindeutige Vorzugsrichtung gibt, sind im Resonator alle drei Achsen gleichberechtigt. So können auch alle Resonatormoden als transversal-elektrisch (TE) beziehungsweise transversal-magnetisch (TM) bezüglich einer beliebigen Richtung dargestellt werden. Konvention ist es, die z-Richtung als Bezugsrichtung (analog zur Ausbreitungsrichtung in Wellenleitern) zu wählen. Mit dieser Konvention können die Felder der TM- und TE-Moden dann berechnet werden (Chang 1989; Cheng 1989; Liu et al. 1983; Wu und Chang 1987). In der Notation von Wu und Chang ergibt sich mit Unterdrückung der Zeitabhängigkeit ($\exp(-j\omega_p t)$) (Hill 1998a; Wu und Chang 1987):[3]

$$\mathbf{E}_p^{TE}(\mathbf{r}) = -\hat{\mathbf{x}} k_y \phi_p^x(\mathbf{r}) + \hat{\mathbf{y}} k_y \phi_p^y(\mathbf{r}) \tag{1.13}$$

$$\mathbf{E}_p^{TM}(\mathbf{r}) = -\hat{\mathbf{x}} k_x k_z \phi_p^x(\mathbf{r}) - \hat{\mathbf{y}} k_y k_z \phi_p^y(\mathbf{r}) + \hat{\mathbf{z}}(k_x^2 + k_y^2)\phi_p^z(\mathbf{r}) \tag{1.14}$$

[3]In der Gleichung (9) aus (Hill 1998a) ist ein Tippfehler: in der x-Komponente muss es $k_x k_z$ anstelle von $k_x k_y$ heißen.

mit

$$\phi_p^x = \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} \cos(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) \tag{1.15}$$

$$\phi_p^y = \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \sin(k_z z) \tag{1.16}$$

$$\phi_p^z = \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} \sin(k_x x) \sin(k_y y) \cos(k_z z) \tag{1.17}$$

und

$$k_x = \frac{l\pi}{a}, k_y = \frac{m\pi}{b}, k_z = \frac{n\pi}{c} \tag{1.18}$$

$$\epsilon_p = \begin{cases} 2 \text{ für } l = 0 \vee m = 0 \vee n = 0 \\ \sqrt{8} \text{ für } l, m, n \neq 0 \end{cases} \tag{1.19}$$

Der Index p steht hierbei für ein Tripel nichtnegativer ganzer Zahlen, $p = (l, m, n)$.

Die hier gewählte Normierung erscheint zunächst willkürlich (was sie auch ist) und merkwürdig (da die TE- und TM-Eigenlösungen unterschiedliche physikalische Dimensionen aufweisen). Sie erweist sich aber als günstig bei der Berechnung der Greenschen Funktion für den Fall des Resonators mit Quellen im nächsten Abschnitt.

Die Gleichungen für das H-Feld ergeben sich durch Einsetzen von Gleichung (1.13) und Gleichung (1.14) in Gleichung (1.5):

$$\mathbf{H}_p^{TE} = \frac{1}{jk_p\eta} \left(-\hat{\mathbf{x}} k_x k_z \psi_p^x(\mathbf{r}) - \hat{\mathbf{y}} k_y k_z \psi_p^y(\mathbf{r}) + (k_x^2 + k_y^2)\psi_p^z\right) \tag{1.20}$$

$$\mathbf{H}_p^{TM} = \frac{1}{jk_p\eta} \left(\hat{\mathbf{x}} k_y k_p^2 \psi_p^x(\mathbf{r}) - \hat{\mathbf{y}} k_x k_p^2 \psi_p^y(\mathbf{r})\right) \tag{1.21}$$

mit

$$\psi_p^x = \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \cos(k_z z) \tag{1.22}$$

$$\psi_p^y = \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} \cos(k_x x) \sin(k_y y) \cos(k_z z) \tag{1.23}$$

$$\psi_p^z = \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} \cos(k_x x) \cos(k_y y) \sin(k_z z) \tag{1.24}$$

Durch die Separation ergibt sich der Eigenwert zu:

$$k_p = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = \sqrt{\left(\frac{l\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2} \tag{1.25}$$

Die Resonanzfrequenzen f_p sind somit

$$\begin{aligned} f_p &= \frac{\omega_p}{2\pi} = \frac{k_p}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}} \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{\left(\frac{l\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2} \\ &= \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{\left(\frac{l}{a}\right)^2 + \left(\frac{m}{b}\right)^2 + \left(\frac{n}{c}\right)^2} \end{aligned} \tag{1.26}$$

Der Faktor $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ ist hierbei die *Ausbreitungsgeschwindigkeit* (Phasengeschwindigkeit) im Medium (in der Regel also die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit c).

Die Zahlen l, m und n sind nichtnegativ und ganzzahlig. Darüber hinaus kann immer höchstens eine den Wert Null annehmen. Genauer gilt:

- Für **TE-Moden** darf n nicht Null werden, da sonst $\mathbf{H}_p^{TE}$ verschwände, obwohl $\mathbf{E}_p^{TE}$ ungleich Null wäre (Widerspruch zum Induktionsgesetz).

- Für die **TM-Moden** darf n Null werden, nicht aber l oder m. Andernfalls verschwinden sowohl $\mathbf{E}_p^{TM}$ als auch $\mathbf{H}_p^{TM}$, was nur der trivialen Lösung entspricht.

1.2 Hohlraumresonator mit Stromquelle

Im Folgenden wird der Hohlraumresonator für den Fall betrachtet, dass in seinem Inneren Stromquellen vorhanden sind. Der Strom wird auf der Oberfläche eines perfekt leitenden Körpers angenommen. Die Geometrie ist in der Abbildung 1.3 dargestellt. Für die weitere Betrachtung ist es irrelevant, ob es sich bei diesen Strömen um »echte« Quellen handelt, also z. B. Antennen oder Ströme in einem Prüfobjekt (Emissionstest), oder ob bereits ein Feld im Raum vorhanden war der auf dem Streuobjekt (z. B. auf dem in MVKn in der Regel vorhandenen *Modenrührer*) den Strom induziert hat. In jedem Fall ist das Gesamtfeld die Summe aus dem inzidenten Feld und dem Streufeld (in erster Bornscher Näherung[4]).

[4]Die Bornsche Näherung ist ein Begriff aus der Streutheorie (speziell in der Quantenmechanik), bei der zur Beschreibung der Streuung das einfallende Feld und nicht das Gesamtfeld herangezogen wird. Die Bornsche Näherung entspricht der Störungstheorie erster Ordnung.

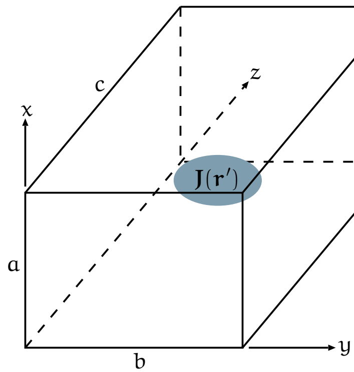


Abbildung 1.3: Hohlraumresonator mit perfekt leitendem Streuobjekt.

Das elektrische Streufeld ergibt sich als Integral über das Quellvolumen (da hier von einem perfekt leitendem Körper ausgegangen wird, ergeben sich nur Beiträge auf der Oberfläche):

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = -j\omega\mu \iiint_V \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}')dV' \tag{1.27}$$

Hierbei ist $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ die *dyadische Greensche Funktion*. So wie die skalare Greensche Funktion $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ die Wellengleichung $\left(\nabla^2 + k^2\right) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ löst, ist die dyadische Greensche Funktion die Lösung der Differenzialgleichung (Hill 1998a; Wu und Chang 1987)

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - k^2\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \mathbf{I}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \tag{1.28}$$

wobei $\mathbf{I} = \hat{\mathbf{x}} \otimes \hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{y}} \otimes \hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}} \otimes \hat{\mathbf{z}} = (\delta_{ij})$ die dyadische Identität ist.[5]

Zur Konstruktion von $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ startet man mit einer Darstellung des Streufeldes als Entwicklung nach den Eigenfunktionen des quellenfreien Hohlraumresonators $\mathbf{E}_p^{TE}$ und $\mathbf{E}_p^{TM}$ (wegen der Quellenfreiheit sind diese

[5] $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$ bezeichnet das *direkte Vektorprodukt* der Vektoren $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ und entspricht dem Matrixprodukt zwischen den Spaltenvektor von $\mathbf{a}$ und dem Zeilenvektor von $\mathbf{b}$. Das Ergebnis wird als *Dyade* bezeichnet und ist ein Tensor 2. Stufe. Im dreidimensionalen Fall ist das Ergebnis als 3×3-Matrix darstellbar. Das Kreuzprodukt eines Vektors $\mathbf{r}$ mit einer Dyade $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$ ist gegeben durch $\mathbf{r} \times (\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}) = (\mathbf{r} \times \mathbf{a}) \otimes \mathbf{b}$.

Beiträge divergenzfrei: $\nabla \cdot \mathbf{E}_p^{TE} = \nabla \cdot \mathbf{E}_p^{TM} = 0$) und eines rotationsfreien Anteils $\mathbf{F}_p$ ($\nabla \times \mathbf{F}_p = 0$) (Ghose 1963; Wu und Chang 1987):

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\alpha_p^{TE} \mathbf{E}_p^{TE} + \alpha_p^{TM} \mathbf{E}_p^{TM} + \beta_p \mathbf{F}_p \right) \tag{1.29}$$

Wie auch schon vorher $\mathbf{E}_p^{TE}$ und $\mathbf{E}_p^{TM}$ in den Gleichungen (1.13) und (1.14) ergibt sich $\mathbf{F}_p$ durch Betrachtung der Randbedingungen zu

$$\mathbf{F}_p = \nabla \left(\frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) \right) \tag{1.30}$$

$$\begin{aligned} &= \hat{\mathbf{x}} \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} k_x \cos(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) \\ &\quad + \hat{\mathbf{y}} \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} k_y \sin(k_x x) \cos(k_y y) \sin(k_z z) \\ &\quad + \hat{\mathbf{z}} \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{abc}} k_z \sin(k_x x) \sin(k_y y) \cos(k_z z) \end{aligned} \tag{1.31}$$

Die modalen Koeffizienten α_p^{TE}, α_p^{TM} und β_p ergeben sich durch Einsetzen der Basisfunktionen in die Wellengleichung. Nach dem Nutzen von Orthogonalitätsbeziehungen können sie wie folgt ausgedrückt werden (Harrington 2001; Wu und Chang 1987):

$$\alpha_p^{TE} = \frac{-j\omega\mu}{(k_p^2 - k^2)(k_x^2 + k_y^2)} \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}_p^{TE} \, dV' \tag{1.32}$$

$$\alpha_p^{TM} = \frac{-j\omega\mu}{(k_p^2 - k^2)(k_x^2 + k_y^2) k_p^2} \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}_p^{TM} \, dV' \tag{1.33}$$

$$\beta_p = \frac{j\omega\mu}{k^2 k_p^2} \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{F}_p \, dV' \tag{1.34}$$

Setzt man (1.32), (1.33) und (1.34) in (1.29) ein, erkennt man, dass dies auch in der Form (1.27) geschrieben werden kann, wodurch sich $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ schließlich zu

$$
\begin{aligned}
\mathbf{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{k^2(k_p^2-k^2)} & \big(\hat{\mathbf{x}}\otimes\hat{\mathbf{x}}(k^2-k_x^2)\phi_p^x(\mathbf{r})\phi_p^x(\mathbf{r}') \\
& -\hat{\mathbf{x}}\otimes\hat{\mathbf{y}}k_xk_y\phi_p^x(\mathbf{r})\phi_p^y(\mathbf{r}') - \hat{\mathbf{x}}\otimes\hat{\mathbf{z}}k_xk_z\phi_p^x(\mathbf{r})\phi_p^z(\mathbf{r}') \\
& -\hat{\mathbf{y}}\otimes\hat{\mathbf{x}}k_yk_x\phi_p^y(\mathbf{r})\phi_p^x(\mathbf{r}') + \hat{\mathbf{y}}\otimes\hat{\mathbf{y}}(k^2-k_y^2)\phi_p^y(\mathbf{r})\phi_p^y(\mathbf{r}') \\
& -\hat{\mathbf{y}}\otimes\hat{\mathbf{z}}k_yk_z\phi_p^y(\mathbf{r})\phi_p^z(\mathbf{r}') - \hat{\mathbf{z}}\otimes\hat{\mathbf{x}}k_zk_x\phi_p^z(\mathbf{r})\phi_p^x(\mathbf{r}') \\
& -\hat{\mathbf{z}}\otimes\hat{\mathbf{y}}k_zk_y\phi_p^z(\mathbf{r})\phi_p^y(\mathbf{r}') + \hat{\mathbf{z}}\otimes\hat{\mathbf{z}}(k^2-k_z^2)\phi_p^z(\mathbf{r})\phi_p^z(\mathbf{r}')\big)
\end{aligned} \tag{1.35}
$$

ergibt (Hill 1998a). Diese Lösung entspricht auch der von Huang und Edwards, die sie im Zusammenhang mit der theoretischen Untersuchung einer MVK mit beweglicher Wand (Huang und Edwards 1992a) und bei der Untersuchung der »Source-Stirred Chamber« angegeben haben (Huang und Edwards 1992b).

Die dyadische Greensche Funktion $\mathbf{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ aus Gleichung (1.35) erfüllt offensichtlich die Randbedingung $\hat{\mathbf{n}}\times\mathbf{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \mathbf{0}$, da jeder der neun Summanden diese erfüllt. Es ist bekannt (und auch leicht verständlich), dass die Konvergenz von Gleichung (1.35) in der Nähe des Quellengebiets sehr schlecht ist. Hier müssen sehr viele Glieder der Dreifachsumme ausgewertet werden. Tatsächlich konvergiert die Summe überhaupt nicht bei $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$, da $\mathbf{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ dann singulär wird. Grundsätzlich untersucht wurde diese Singularität von Yaghjian (Yaghjian 1980). Wesentlich verbessert werden kann die Konvergenz durch die Verwendung einer hybriden Darstellung, bei der die Modaldarstellung mit einer Strahlendarstellung gemischt wird. Erste Beiträge haben Wu und Chang hierzu 1987 geleistet (Wu und Chang 1987). Eine sehr detaillierte Behandlung des gleichen Problems erfolgt später in (Gronwald 2003, 2006).

Wegen des Faktors $(k_p^2 - k^2)^{-1}$ ist $\mathbf{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ aus Gleichung (1.35) auch singulär bei allen Resonanzfrequenzen, $k = k_p$ bzw. $\omega = \omega_p$. Diese Singularität gilt aber nur für den theoretischen Fall des verlustlosen Resonators. Für den realen, verlustbehafteten Resonator kann die Gleichung (1.35) von dieser Singularität befreit werden, indem man die Ersetzung

$$
k_p \to k_p\left(1 - \frac{j}{2Q_p}\right) \tag{1.36}
$$

vornimmt, wobei Q_p der *Qualitätsfaktor* des jeweiligen Modes ist (Borgnis und Papas 1958). Es ist hierbei angenommen, dass Q_p sehr groß, aber endlich ist. Durch diese Ersetzung bleiben die modalen Beiträge zu $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ endlich für reelle k. Die modale Halbwertsbreite (bezogen auf die Leistung) ergibt sich dann zu

$$\mathrm{BW}_{Q_p} = \frac{\omega_p}{Q_p}. \tag{1.37}$$

Einer der Vorteile der dyadischen Schreibweise ist, dass der Effekt von Strömen in bestimmte Koordinatenrichtungen sehr einfach analysiert werden kann. Ist beispielsweise der Strom nur in z-Richtung, $\mathbf{J}(\mathbf{r}') = \hat{\mathbf{z}} J_z(\mathbf{r}')$, so wird Gleichung (1.27) zu

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = -j\omega\mu \iiint_V \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \hat{\mathbf{z}} J_z(\mathbf{r}') dV'. \tag{1.38}$$

Das Streufeld ist also im Wesentlichen durch das Skalarprodukt der dyadischen Greenschen Funktion mit dem z-Einheitsvektor bestimmt. Dieses ergibt sich zu

$$\begin{aligned}\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \hat{\mathbf{z}} = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{k^2(k_p^2 - k^2)} & \left(-\hat{\mathbf{x}} k_x k_z \phi_p^x(\mathbf{r}) \phi_p^z(\mathbf{r}')\right. \\ & \left. -\hat{\mathbf{y}} k_y k_z \phi_p^y(\mathbf{r}) \phi_p^z(\mathbf{r}') + \hat{\mathbf{z}}(k^2 - k_z^2) \phi_p^z(\mathbf{r}) \phi_p^z(\mathbf{r}')\right).\end{aligned} \tag{1.39}$$

Hier sind alle kartesischen Komponenten enthalten, so dass auch das resultierende E-Feld alle Komponenten aufweist. Trotzdem ist natürlich eine solche Art der Anregung nicht optimal. Dies sieht man, wenn man aus dem E-Feld das H-Feld gemäß $\mathbf{H} = {}^1\!/\!{}_{jk\eta} \boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{E}$ berechnet. Es ergibt sich dann eine verschwindende z-Komponente, $H_z = 0$. Der Grund hierfür ist, dass in z-Richtung orientierte Ströme nur TM-Moden, aber keine TE-Moden anregen. Letztere werden nur angeregt, wenn Ströme in x- oder y-Richtung vorliegen. Dieses theoretische Ergebnis hat direkte Auswirkungen auf die Konstruktion eines Modenrührers: damit dieser effektiv wirken kann muss er Oberflächenströme in allen Raumrichtungen leiten, was eine gewisse Komplexität impliziert.

1.3 Modenanzahl und Modendichte

Die Moden des quellenfreien quaderförmigen Hohlraumresonators sind ein guter Ausgangspunkt zum Verständnis der Funktionsweisen von MVKn. Reale MVKn sind zwar weder quellenfrei, noch werden sie ideale,

Bezeichnung	Beschränkung	nichtverschwindende Komponenten	Anzahl
TM_{lmn}	$l \geqslant 1, m \geqslant 1, n \geqslant 1$	E_x, E_y, E_z, H_x, H_y	$N_1(f)$
TE_{lmn}	$l \geqslant 1, m \geqslant 1, n \geqslant 1$	E_x, E_y, H_x, H_y, H_z	$N_2(f)$
TM_{lm0}	$l \geqslant 1, m \geqslant 1, n = 0$	E_z, H_x, H_y	$N_3(f)$
TE_{0mn}	$l = 0, m \geqslant 1, n \geqslant 1$	E_x, H_y, H_z	$N_4(f)$
TE_{l0n}	$l \geqslant 1, m = 0, n \geqslant 1$	E_y, H_x, H_z	$N_5(f)$

Tabelle 1.1: Eigenschaften der Moden für den quaderförmigen Hohlraumresonator

quaderförmige Hohlraumresonatoren sein, z. B. weil eine mechanischer Modenrührer vorhanden ist, aber grundsätzliche Aussagen behalten trotzdem ihre Gültigkeit. In diesem Abschnitt soll daher zunächst die kumulierte Anzahl der Moden als Funktion der Frequenz behandelt werden (Liu et al. 1983).

Die Eigenfrequenzen $f_p = f_{lmn}$ des quaderförmigen Hohlraumresonators ergeben sich aus der Gleichung (1.26)

$$f_{lmn} = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{\left(\frac{l}{a}\right)^2 + \left(\frac{m}{b}\right)^2 + \left(\frac{n}{c}\right)^2}. \tag{1.40}$$

Bei der Ermittlung der Modenanzahl muss die Entartung der Moden berücksichtigt werden. Wie bereits in Abschnitt 1.1.2 dargelegt, existiert für jedes Tripel (l, m, n) in der Regel sowohl ein TE- als auch ein TM-Mode. Eine Ausnahme sind die Tripel, bei denen einer der Indizes gleich Null ist: in diesem Fall gibt es entweder nur einen TE- oder nur einen TM-Mode. Insgesamt ist die Gesamtmodenanzahl $N(f)$ also eine Summe aus fünf Beiträgen:

$$\begin{aligned} N(f) &= N_1(f) + N_2(f) + N_3(f) + N_4(f) + N_5(f) \\ &= 2 \cdot N_1(f) + N_3(f) + N_4(f) + N_5(f) \end{aligned} \tag{1.41}$$

Die einzelnen Fälle sind in der Tabelle 1.1 zusammengefasst.

Die Modenanzahlen können natürlich für eine gegebene Geometrie mit Rechnerhilfe einfach ausgezählt werden. Eine analytische Vorgehensweise ist aber auch möglich (Liu et al. 1983): Aus Gleichung (1.26) ist ersichtlich, dass jeder Eigenwert k_{lmn} als Gitterpunkt in einem euklidischen Gitter mit den Koordinaten $(^{l\pi}/_{a}, ^{m\pi}/_{b}, ^{n\pi}/_{c})$ aufgefasst werden kann. Der Wert entspricht dann dem Abstand dieses Punktes vom Ursprung. So ergibt sich dann N_1 zu

$$N_1 = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} u(k - k_{lmn}), \tag{1.42}$$

wobei

$$u(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \geqslant 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{1.43}$$

die Einheitssprungfunktion ist.

Analog ergeben sich die Terme N_3–N_5 zu

$$N_3 = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} u(k - k_{lm0}) \tag{1.44}$$

$$N_4 = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} u(k - k_{0mn}) \tag{1.45}$$

$$N_5 = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} u(k - k_{l0n}) \tag{1.46}$$

Zusammengefasst lässt sich die Summe aller fünf Terme schließlich in der Form

$$\begin{aligned} N(f) =& \frac{1}{4} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(k - k_{lmn}) \\ & - \frac{1}{4} \left(\sum_{l=-\infty}^{\infty} u(k - k_{l00}) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} u(k - k_{0m0}) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(k - k_{00n}) \right) \\ & + \frac{1}{2} u(k - k_{000}) \end{aligned} \tag{1.47}$$

schreiben.

Aus der Gleichung (1.47) für die Anzahl der Moden $N(k)$ mit Eigenfrequenzen kleiner oder gleich f folgt durch Ableiten nach der Frequenz direkt die *Modendichte*

$$\begin{aligned}\frac{dN(k)}{dk} =& \frac{1}{4}\sum_{l=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(k-k_{lmn})\\ &-\frac{1}{4}\left(\sum_{l=-\infty}^{\infty}\delta(k-k_{l00})+\sum_{m=-\infty}^{\infty}\delta(k-k_{0m0})+\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(k-k_{00n})\right)\\ &+\frac{1}{2}\delta(k-k_{000}),\end{aligned} \tag{1.48}$$

wobei erwartungsgemäß für den verlustlosen Hohlraumresonator nur δ-Funktionen auftreten.

Die Gleichung (1.48) kann mit Hilfe der ein- und dreidimensionalen Poissonschen Summenformel für Fouriertransformierte überführt werden in (Liu et al. 1983)

$$\begin{aligned}\frac{dN(k)}{dk} =& \underbrace{abc\frac{k^2}{\pi^2}-\frac{a+b+c}{2\pi}+\frac{1}{2}\delta(k)}_{=D_s(k)}\\ &+abc\frac{k^2}{\pi^2}\sum_{\substack{l=-\infty\\ l\neq 0}}^{\infty}\sum_{\substack{m=-\infty\\ m\neq 0}}^{\infty}\sum_{\substack{n=-\infty\\ n\neq 0}}^{\infty}\frac{\sin(2r_{lmn}k)}{2r_{lmn}k}\\ &-\left(\frac{a}{2\pi}\sum_{\substack{l=-\infty\\ l\neq 0}}^{\infty}\cos(2alk)+\frac{b}{2\pi}\sum_{\substack{m=-\infty\\ m\neq 0}}^{\infty}\cos(2bmk)\right.\\ &\left.+\frac{c}{2\pi}\sum_{\substack{n=-\infty\\ n\neq 0}}^{\infty}\cos(2cnk)\right),\end{aligned} \tag{1.49}$$

mit

$$r_{lmn} = \sqrt{a^2l^2+b^2m^2+c^2n^2} \tag{1.50}$$

Die rechte Seite dieser Gleichung setzt sich offenbar aus zwei Beiträgen zusammen: die ersten drei Terme

$$D_s(k) = abc\frac{k^2}{\pi^2}-\frac{a+b+c}{2\pi}+\frac{1}{2}\delta(k), \tag{1.51}$$

bzw.

$$D_s(f) = 8\pi(abc)f^2(\varepsilon\mu)^{\frac{3}{2}} - (a+b+c)\sqrt{\varepsilon\mu} + \frac{1}{2}\delta(f), \tag{1.52}$$

entsprechen einem »glatten Beitrag«; der Rest entspricht einem »fluktuierenden Beitrag«.

Die Gesamtanzahl der Moden $N(k)$ folgt dann nach Integration über die Modendichte:

$$N(k) = \int_0^k \frac{dN(k')}{dk'} dk' \tag{1.53}$$

$$= \underbrace{\frac{abc}{3\pi^2}k^3 - \frac{a+b+c}{2\pi}k + \frac{1}{2}}_{=N_s(k)} \tag{1.54}$$

$$+ \frac{abc}{4\pi^2}k \sum_{\substack{l=-\infty \\ l\neq 0}}^{\infty} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m\neq 0}}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n\neq 0}}^{\infty} \frac{1}{r_{lmn}} \left(\frac{\sin(2r_{lmn}k)}{2r_{lmn}k} - \cos(2r_{lmn}k) \right)$$

$$- \frac{1}{4\pi} \left(\sum_{\substack{l=-\infty \\ l\neq 0}}^{\infty} \frac{\sin(2alk)}{l} + \sum_{\substack{m=-\infty \\ m\neq 0}}^{\infty} \frac{\sin(2bmk)}{m} + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n\neq 0}}^{\infty} \frac{\sin(2cnk)}{n} \right)$$

Hierbei ist

$$N_s(k) = \frac{abc}{3\pi^2}k^3 - \frac{a+b+c}{2\pi}k + \frac{1}{2} \tag{1.55}$$

bzw.

$$N_s(f) = \frac{8\pi abc}{3}\left(f\sqrt{\varepsilon\mu}\right)^3 - (a+b+c)f\sqrt{\varepsilon\mu} + \frac{1}{2} \tag{1.56}$$

wieder der nicht-fluktuierende Anteil.

Für den Betrieb einer MVK ist der Verlauf der Modenanzahl und der Modendichte im Bereich oberhalb der ersten Resonanzstelle wichtig. Häufig findet man Aussagen über das optimale Aspektverhältnis von MVKn, in denen z. B. von Würfeln abgeraten wird. Es ist daher sinnvoll, sich die Modenanzahl und die Modendichte für verschiedene Aspektverhältnisse anzuschauen.

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit soll im Folgenden $a \geqslant b \geqslant c$ gelten. Für die Aspektverhältnisse $\lambda = {}^{a}/_{b}$ und $\kappa = {}^{a}/_{c}$ bedeutet das

$$\kappa = \frac{a}{c} \geqslant \lambda = \frac{a}{b} \geqslant 1. \tag{1.57}$$

Wegen der unterschiedlichen Eigenfrequenzen ist es sinnvoll, die Verläufe als Funktion der auf die erste Resonanz normierten Frequenz zu betrachten:

$$f_r = \frac{f}{f_0} \text{ mit } f_0 = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}} \tag{1.58}$$

Die nicht fluktuierenden Anteile der Modendichte und der Modenanzahl ergeben sich dann zu

$$\begin{aligned} N_s(f_r,\lambda,\kappa) &= \frac{\pi}{3}\frac{1}{\lambda\kappa}(1+\lambda^2)^{3/2}f_r^3 \\ &\quad - \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\kappa}\right)(1+\lambda^2)^{1/2}f_r + \frac{1}{2} \end{aligned} \tag{1.59}$$

$$\begin{aligned} D_s(f_r,\lambda,\kappa) &= a\sqrt{\varepsilon\mu}\left[\frac{2\pi}{\lambda\kappa}(1+\lambda^2)f_r^2 - \left(1+\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\kappa}\right)\right] \\ &\quad + \frac{1}{2}\delta(f_r) \end{aligned} \tag{1.60}$$

Im Gegensatz zur Modenanzahl N_s ist die Modendichte D_s trotz der Normierung der Frequenz immer noch von der Größe der Kammer a abhängig. Das bedeutet jedoch, dass die Modendichte kein geeignetes Maß ist abzuschätzen, ab welcher Frequenz ein Hohlraumresonator als MVK eingesetzt werden kann. Auch die in der Literatur vorgeschlagene Normierung auf die modale Bandbreite

$$BW_Q = \frac{f}{Q}, \tag{1.61}$$

wobei Q die Güte ist (siehe Abschnitt 1.4), hilft hier nicht weiter: BW_Q ist proportional zu $a/\sqrt{\varpi}$ und über die Normierung der Frequenz ergibt sich insgesamt wieder eine a-Abhängigkeit. Sinnvoll wäre allenfalls die Angabe der Modendichte pro Frequenzintervall, wobei das Frequenzintervall ein Vielfaches der Startfrequenz $f_0 = \frac{1}{2a\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{1+\lambda^2}$ ist. Der Unterschied in den beiden Arten der Normierung (auf festes Frequenzintervall oder auf relatives Frequenzintervall) wird in der Abbildung 1.4 deutlich: Im linken Teil (Anzahl pro MHz) sieht man einen deutlichen Unterschied zwischen 1:1:1 und 10:10:10, der in der linken Darstellung (Modenanzahl pro f_0) verschwunden ist.

In der Abbildung 1.5 ist die Modenanzahl als Funktion der relativen Frequenz für unterschiedliche Aspektverhältnisse dargestellt.

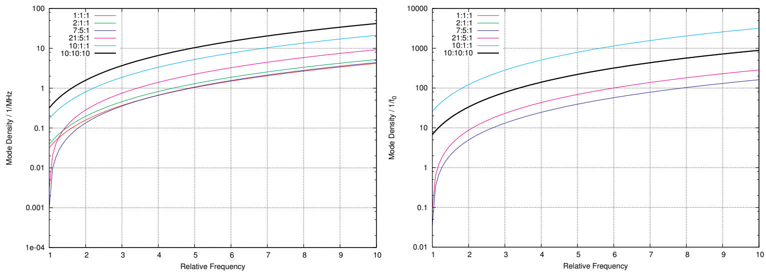


Abbildung 1.4: Vergleich der fixen (Rechts: 1 MHz) und relativen (Links: f_0) Normierung der Modendichte D_s für verschiedene Aspektverhältnisse.

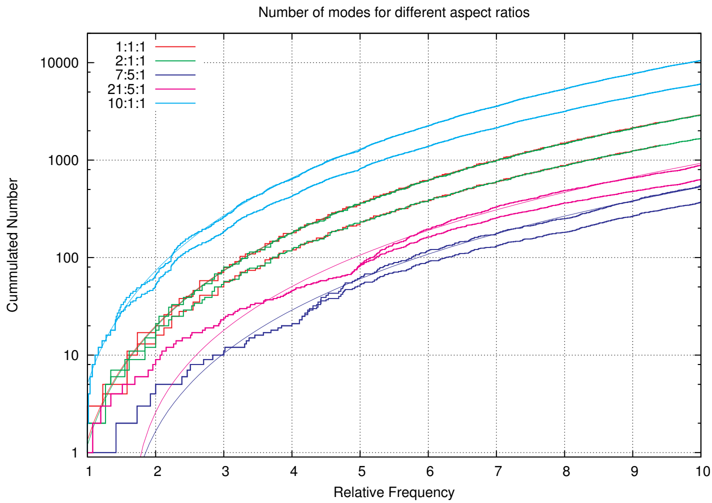


Abbildung 1.5: Verlauf der kumulierten Modenanzahl über der normierten Frequenz für verschiedene Aspektverhältnisse. Es sind je drei Kurven dargestellt: Die obere dicke Kurve ist die exakte Anzahl der Moden. Die untere dicke Kurve ist die exakte Anzahl der Resonanzfrequenzen. Die dünne Linie ist der nicht fluktuierende Anteil N_s.

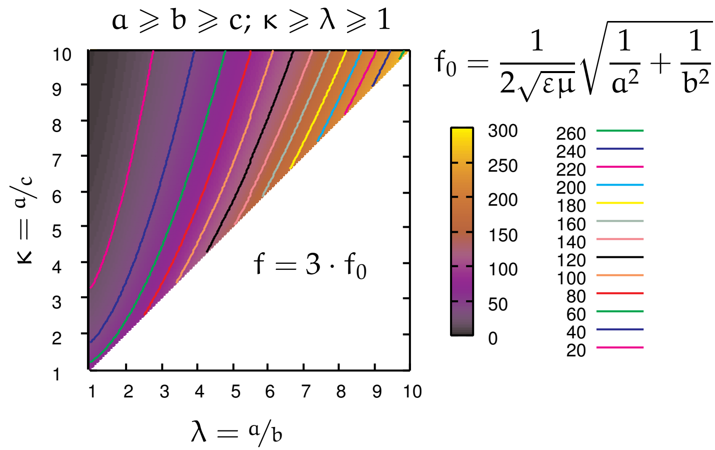


Abbildung 1.6: Verlauf des nicht fluktuierenden Anteils N_s der Modenanzahl in Abhängigkeit von den Aspektparametern λ und κ bei $f_r = 3$.

Es fällt auf, dass Abweichungen vom Würfel sowohl gut (höhere Modenanzahl) als auch schlecht sein können. Bei den krummen Verhältnissen 7:5:1 und 21:5:1 erkennt man sehr gut das lange zusammenlaufen der Modenanzahl und der Frequenzanzahl. Hier liegt jeder neue Mode auch bei einer neuen Frequenz, d. h. die – durchaus wünschenswerte – TE-TM Modenentartung tritt hier noch nicht auf.

Übersichtlicher ist eine Darstellung von N_s bei einer bestimmten relativen Frequenz f_r in Abhängigkeit von λ und κ, wie in der Abbildung 1.6 für $f_r = 3$. Hier erkennt man, dass die besten Werte für N_s für $\lambda = \kappa$ – also für $b = c$ – erreicht werden. Außerdem nimmt N_s zu, wenn $\lambda \simeq \kappa$ zunimmt. Aus der Sicht der Modenanzahl sind also gestreckte Geometrien vorzuziehen. Umgekehrt wirkt sich ein kleines λ (also $a \simeq b$) negativ aus und dieser negative Effekt ist umso größer, je größer κ ist. Flache Strukturen sind also zu vermeiden.

1.4 Modale Güte

Im Zusammenhang mit MVKn ist die *Güte* sicher einer der wesentlichsten charakterisierenden Faktoren. An dieser Stelle soll zunächst nur auf die Güte der einzelnen Moden eingegangen werden. Eine detaillierte Betrachtung findet sich im Abschnitt 2.2.

1.4.1 Definition der Güte

Jedes resonanzfähige System zeichnet sich durch die Eigenschaft aus, dass es Energie speichern kann. Genauer gesagt wird die im System gespeicherte Energie innerhalb eines Zyklus (Periode) zwischen mindestens zwei andersartigen physikalischen Energiespeichern ausgetauscht. Im Falle des Hohlraumresonators sind diese Energiespeicher das elektrische und das magnetische Feld (vgl. Gleichungen (1.6)–(1.12) in Abschnitt 1.1.1).

Darüber hinaus wird ein reales System auch immer Verluste aufweisen, die dem Gesamtsystem Energie entziehen. Im Falle des ansonsten leeren, perfekten Hohlraumresonators entstehen diese Verluste durch die endliche elektrische Leitfähigkeit der Wände.

Die allgemeine Definition der Güte eines Modes Q_p ergibt sich aus dem Verhältnis der mittleren gespeicherten Energie und der mittleren Verlustenergie:

$$Q_p = \omega_p \frac{\text{gesamte zeit-gemittelte gespeicherte Energie}}{\text{mittlere pro Zyklus dissipierte Leistung}} = \omega_p \frac{\langle W_p \rangle}{\langle P_d \rangle} \tag{1.62}$$

Geht man auf die zeitabhängigen Größen über, d. h. ersetzt man $\langle W_p \rangle$ durch $\langle W_p \rangle(t)$ und $\langle P_d \rangle$ durch $-\frac{d\langle W_p \rangle(t)}{dt}$, so schreibt sich dies als

$$Q_p = \omega_p \frac{\langle W_p \rangle(t)}{-\frac{d\langle W_p \rangle(t)}{dt}}. \tag{1.63}$$

Hieraus folgt, dass die totale, zeitgemittelte Energie eines Modes in einem realen Hohlraumresonator mit der Zeit abfällt:

$$\langle W_p \rangle(t) = \langle W_p \rangle e^{-\frac{\omega_p}{Q_p} t} \tag{1.64}$$

Offensichtlich kann diese Zeitabhängigkeit für große Q_p, z. B. $Q_p \gg \omega_p t$, vernachlässigt werden. Da der Prozess auf eine Periode bezogen wird, ergibt sich die Forderung $Q_p \gg 2\pi$. Da die Energie proportional zum Quadrat der Feldgrößen ist, ergibt sich für die Zeitabhängigkeit der Felder

$$\mathbf{E}_\mathbf{p}(t) = \mathbf{E}_\mathbf{p} e^{-j\omega_p t} e^{-\frac{\omega_p}{2Q_p}t} = \mathbf{E}_\mathbf{p} e^{-j\omega_p\left(1-\frac{j}{2Q_p}\right)t} \tag{1.65}$$

$$\mathbf{H}_\mathbf{p}(t) = \mathbf{H}_\mathbf{p} e^{-j\omega_p t} e^{-\frac{\omega_p}{2Q_p}t} = \mathbf{H}_\mathbf{p} e^{-j\omega_p\left(1-\frac{j}{2Q_p}\right)t}. \tag{1.66}$$

Hierbei wurde angenommen, dass aufgrund der hohen Leitfähigkeit der Wände die Eigenlösungen $\mathbf{E}_\mathbf{p}$ und $\mathbf{H}_\mathbf{p}$ des idealen Hohlraumresonators immer noch gute Approximationen der wirklichen Eigenlösungen darstellen.[6]

Offensichtlich sind im Vergleich zum verlustlosen Fall die Eigenwerte nun nicht mehr rein reell, sondern komplex mit positivem Real- und negativem Imaginärteil:

$$k_p \to k_p\left(1 - \frac{j}{2Q_p}\right) \tag{1.67}$$

1.4.2 Ohmsche Wandverluste

Mit Hilfe der Gleichungen (1.6) und (1.7) und

$$\langle P_p \rangle = \underbrace{\sqrt{\frac{\omega_p \mu_m}{2\sigma_m}}}_{=\frac{1}{\sigma_m \delta_s}=R_s} \iint_S |\mathbf{H}_p|^2 dS \tag{1.68}$$

ergibt sich die modale Güte $(Q_w)_p$ unter Berücksichtigung von Wandverlusten zu

$$(Q_w)_p = \omega_p \mu \sqrt{\frac{2\sigma_m}{\omega_p \mu_m}} \frac{\iiint_V |\mathbf{H}_p|^2 dV}{\iint_S |\mathbf{H}_p|^2 dS}. \tag{1.69}$$

Mit Hilfe der Skintiefe $\delta_s(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_m(\omega)\sigma_m}}$ wird diese Gleichung überführt in[7]

$$(Q_w)_p = \frac{2\mu}{\mu_m \delta_s} \frac{\iiint_V |\mathbf{H}_p|^2 dV}{\iint_S |\mathbf{H}_p|^2 dS}. \tag{1.70}$$

[6] Die Ermittlung der exakten Eigenlösungen des Hohlraumresonators ist schwierig. Material hierzu findet sich beispielsweise in (Ilyinski et al. 1993).

[7] In (Borgnis und Papas 1958) wurde beim Einsetzen von (3.14) in (3.13) offensichtlich implizit die Annahme $\mu = \mu_m = \mu_0$ gemacht, so dass der Faktor $\frac{\mu}{\mu_m}$ in Gleichung (3.15) nicht mehr auftritt. Dies entspricht dem Fall eines mit einem unmagnetischen Dielektrikum gefüllten und von unmagnetischen Wänden begrenzten Resonators. Das Ergebnis in Gleichung (1.70) ist kompatibel mit dem von Harrington in (Harrington 2001), der die

Hierbei sind μ_m und σ_m die Permeabilität und Leitfähigkeit des Wandmaterials.

Borgnis und Papas liefern eine erste grobe Abschätzung für Gleichung (1.70):

$$(Q_w)_p \sim \frac{2\mu}{\mu_m \delta_s} \frac{\iiint_V dV}{\iint_S dS} = \frac{2\mu}{\mu_m \delta_s} \frac{V}{S} \tag{1.71}$$

Setzt man die Lösungen des idealen Resonators aus den Gleichung (1.20) und (1.21) in (1.70) ein, so erhält man folgende Ausdrücke für die modalen Güten bei Anwesenheit von Wandverlusten $(Q_w)_p$ (Harrington 2001; Liu et al. 1983):

$$(Q_w)^{TE}_{0mn} = \frac{\eta abc k_p^3}{2R_s(bck_p^2 + 2ack_y^2 + 2abk_z^2)} \tag{1.72}$$

$$(Q_w)^{TE}_{l0n} = \frac{\eta abc k_p^3}{2R_s(ack_p^2 + 2bck_x^2 + 2abk_z^2)} \tag{1.73}$$

$$(Q_w)^{TE}_{lmn} = \frac{\eta abc k_{xy}^2 k_p^3}{4R_s\left[bc(k_{xy}^4 + k_y^2 k_z^2) + ac(k_{xy}^4 + k_x^2 k_z^2) + abk_{xy}^2 k_z^2\right]} \tag{1.74}$$

$$(Q_w)^{TM}_{lm0} = \frac{\eta abc k_p^3}{2R_s(abk_p^2 + 2bck_x^2 + 2ack_z^2)} \tag{1.75}$$

$$(Q_w)^{TM}_{lmn} = \frac{\eta abc k_{xy}^2 k_p}{4R_s\left[b(a+c)k_x^2 + a(b+c)k_y^2\right]} \tag{1.76}$$

mit

$$k_x = \frac{l\pi}{a} \quad k_y = \frac{m\pi}{b} \quad k_z = \frac{n\pi}{c} \tag{1.77}$$

$$k_{xy} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \quad k_p = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} \tag{1.78}$$

1.4.3 Dielektrische Verluste

Für den Fall, dass ein ansonsten idealer Resonator mit einen Dielektrikum mit Permittivität $\varepsilon = \varepsilon' + j\varepsilon''$ gefüllt ist, lässt sich Gleichung (1.62) ein-

Verluste allerdings mit Hilfe des Oberflächenwiderstands $R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu_m}{2\sigma_m}} = \frac{1}{\sigma_m \delta_s}$ ausdrückt, $\langle P_p \rangle = R_s \iint_S |\mathbf{H}_p|^2 dS$. Das stillschweigende Weglassen von μ/μ_m findet sich auch in Gleichung (69) von (Liu et al. 1983). Da diese Quelle besonders oft zitiert wird, findet man den Fehler auch immer wieder in anderen Veröffentlichungen, worauf schon Dunn in (Dunn 1990) explizit hingewiesen hat.

facher mit Hilfe der Integrale über das Quadrat des elektrischen Feldes ausrechnen. Es folgt dann (Harrington 2001):

$$(Q_d)_p = \frac{\omega_p \varepsilon' \iiint_V |E_p|^2 dV}{\omega_p \varepsilon'' \iiint_V |E_p|^2 dV} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon''} = \frac{1}{\tan\delta} \tag{1.79}$$

1.4.4 Antennenverluste

Jede Antenne im Resonatorvolumen wird Leistung in ihrer Fußpunktimpedanz umsetzten und dem Resonator so Energie entziehen. Die sich hieraus ergebene Güte wird in Abschnitt 2.6 hergeleitet. Das Ergebnis in Gleichung (2.227) sei hier schon einmal vorweggenommen:

$$Q_a = \frac{2\omega^3 V}{\pi c^3} = \frac{16\pi^2 f^3 V}{c^3} = 16\pi^2 \frac{V}{\lambda^3}$$

Diese Gleichung gilt nicht für beliebige Hohlraumresonatoren sondern nur für (ideale) Modenverwirbelungskammern. Darüber hinaus wurden hier Antennenfehlanpassungen und ohmsche Verluste vernachlässigt.

2 Modenverwirbelungskammer

2.1 Eigenschaften des Feldes

In diesem Abschnitt wird die Statistik verschiedener physikalischer Größen in Modenverwirbelungskammern behandelt.

Zunächst wird hierbei eine Nomenklatur für die verwendeten Größen vorgestellt. Danach folgt die eigentliche Behandlung der Größen.

2.1.1 Nomenklatur

Bei der Betrachtung der Statistik von MVKn treten zwei Arten von Gesamtheiten immer wieder auf: Zum einen wird eine physikalische Größe – z. B. der Betrag der resultierenden elektrischen Feldstärke, $|E_T|$ – für unterschiedliche elektromagnetische Randbedingungen betrachtet. Dieser Fall soll als *b-Ensemble* bezeichnet werden. Das »b« steht hierbei für *boundary*. Für das b-Ensemble können natürlich statistische Kenngrößen wie z. B. Mittelwert, Varianz und Maximum angegeben werden. Bei diesen muss im Allgemeinen weiter zwischen den *empirischen Kenngrößen* und den *theoretischen Kenngrößen* unterschieden werden. Neben dem b-Ensemble (verschiedene elektromagnetische Randbedingungen) werden auch *räumliche Grundgesamtheiten* betrachtet werden. Bei diesen wird eine Größe an unterschiedlichen Orten im Raum für feste elektromagnetische Randbedingungen betrachtet. Diese Grundgesamtheit wird im Folgenden *r-Ensemble* genannt. Für die statistischen Kenngrößen gilt das oben gesagte.

Da in den Formeln Kenngrößen für verschiedene Ensemble gleichzeitig auftreten, ist eine eindeutige Kennzeichnung nötig. Im Folgenden werden folgende Bezeichner verwendet:

$\mathtt{pdf}_A(a)$**:** Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (engl.: probability density function) der Zufallsvariable A. Das Integral über ein Intervall[1]

[1] Es wird hier vorausgesetzt, dass es sich um reelle Variablen mit Wertebereich $[-\infty, \infty]$ handelt. Für andere reelle Wertebereiche sind die Integrationsgrenzen sinngemäß anzupassen. Ohne Ordnungsrelation, also z. B. für komplexwertige Größen, machen die Wahrscheinlichkeitsverteilungen keinen Sinn. Der Fall diskretwertiger Größen wird ebenfalls nicht betrachtet, da im vorliegenden Fall die Größen kontinuierlich sind.

$\int_{a_1}^{a_2} \mathtt{pdf}_A(a)da$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass a im Intervall $[a_1, a_2]$ liegt,

$$\int_{a_1}^{a_2} \mathtt{pdf}_A(a)da = \mathcal{P}\{a \in [a_1, a_2]\}.$$

Offensichtlich ist die Wahrscheinlichkeitsdichte normiert:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathtt{pdf}_A(a)da = 1$$

$\mathtt{cdf}_A(a)$**:** Wahrscheinlichkeitsverteilung (engl.: cumulative distribution function) von A. $\mathtt{cdf}_A(a) = \int_{-\infty}^{a} \mathtt{pdf}_A(a')da'$.

$\mathtt{ecdf}_A(a)$**:** empirische Wahrscheinlichkeitsverteilung. Sie gibt die beobachtete Wahrscheinlichkeit dafür an, dass ein Beobachtungswert der Zufallsvariablen A kleiner oder gleich dem Wert a ist:

$$\mathtt{ecdf}_A(a) = \frac{|\{x|x \leqslant a\}|}{N}$$

Hierbei ist N die Gesamtanzahl von Beobachtungswerten (Stichprobengröße) und $|\{x|x \leqslant a\}|$ die Anzahl der Beobachtungswerte x, die kleiner oder gleich a sind.

$\langle A \rangle$**:** Erwartungswert der Zufallsvariablen A:

$$\langle A \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \mathtt{pdf}_A(x)dx$$

${}_r\langle A \rangle$**:** Erwartungswert bezüglich des r-Ensembles von A. Ohne Angabe einer Stichprobengröße ist hiermit in der Regel der theoretische Wert der zugehörigen Verteilungsdichte $\mathtt{pdf}_A(a)$ gemeint.

${}_r\langle A \rangle_N$**:** Je nach Kontext wird hiermit entweder der theoretische Wert ${}^t_r\langle A \rangle$ für den Erwartungswert eines r-Ensembles der Größe N verstanden oder der empirische Wert ${}^e_r\langle A \rangle$ einer tatsächlichen Stichprobe des Umfangs N. Der empirische Wert ${}^e_r\langle A \rangle_N$ ist selbst eine statistische Größe. Der theoretische Wert ${}^t_r\langle A \rangle$ ist dann der Erwartungswert des empirischen Wertes ${}^e_r\langle A \rangle$ unter der Voraussetzung, dass die tatsächliche Grundgesamtheit der theoretisch angenommenen entspricht.

Das heißt, dass im Falle von unendlich vielen Stichproben der Mittelwert des empirischen Mittelwertes $\langle {}^{e}_{r}\langle A\rangle_N \rangle$ gleich dem theoretischen Mittelwert ${}^{t}_{r}\langle A\rangle_N$ sein wird:

$$\langle {}^{e}_{r}\langle A\rangle_N \rangle = {}^{t}_{r}\langle A\rangle_N$$

Nach dem *zentralem Grenzwertsatz der Statistik* folgt die Größe ${}^{e}_{r}\langle A\rangle_N$ für einen ausreichend großen Stichprobenumfang[2] einer Normalverteilung mit Erwartungswert $\mu_N = {}^{t}_{r}\langle A\rangle_N$ und Standardabweichung $s_N = \sqrt{\frac{\mathrm{var}(A)_N}{N}}$.

${}_{b}\langle A\rangle$, ${}_{b}\langle A\rangle_N$: Entsprechende Erwartungswerte (Mittelwerte) für das b-Ensemble.

${}_{r}\lceil A\rceil$, ${}_{r}\lceil A\rceil_N$: Maximalwert des r-Ensembles von A. Da die theoretischen Wahrscheinlichkeitsdichten $\mathtt{pdf}_A(x)$ in aller Regel nie den Wert Null erreichen, gilt für den theoretischen Maximalwert ${}^{t}_{r}\lceil A\rceil$:

$${}^{t}_{r}\lceil A\rceil = \infty$$

Wichtiger ist daher der empirische Maximalwert ${}^{e}_{r}\lceil A\rceil$, der dem größten Beobachtungswert entspricht. Natürlich ist auch der empirische Maximalwert wieder eine statistische Größe.

${}_{r}\lfloor A\rfloor$, ${}_{r}\lfloor A\rfloor_N$: Minimalwert des r-Ensembles von A.

${}_{b}\lceil A\rceil$, ${}_{b}\lceil A\rceil_N$: Entsprechende Maximalwerte für das b-Ensemble.

${}_{b}\lfloor A\rfloor$, ${}_{b}\lfloor A\rfloor_N$: Entsprechende Minimalwerte für das b-Ensemble.

$\dagger(A)$: Verhältnis von Maximalwert zu Mittelwert von A:[3]

$$\dagger(A) = \frac{\lceil A\rceil}{\langle A\rangle}$$

Analog zu den obigen Definitionen ergeben sich die Größen ${}^{e}\dagger(A)$, ${}^{t}\dagger(A)$, ${}^{e}\dagger(A)_N$, ${}^{t}\dagger(A)_N$, ${}^{e}_{r}\dagger(A)$, ${}^{t}_{r}\dagger(A)$, ${}^{e}_{r}\dagger(A)_N$, ${}^{t}_{r}\dagger(A)_N$, ${}^{e}_{b}\dagger(A)$, ${}^{t}_{b}\dagger(A)$, ${}^{e}_{b}\dagger(A)_N$ und ${}^{t}_{b}\dagger(A)_N$.

[2] gemeint ist hier nicht N, sondern die Anzahl der Stichproben, aus denen die ${}^{e}_{r}\langle A\rangle_N$ berechnet wurden

[3] Die Schreibweise $\dagger(A)$ wurde durch Ladbury und Koepke eingeführt (Ladbury und Koepke 1999).

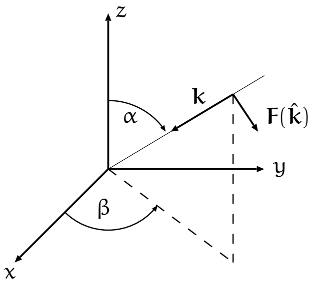


Abbildung 2.1: Ein Beitrag $\mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}})$ des Winkelspektrums des elektrischen Feldes. Der Wellenvektor $\mathbf{k}$ steht senkrecht auf $\mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}})$.

2.1.2 Wellendarstellung

Zur Beschreibung der Feldverhältnisse in einer idealen MVK verwendet Dunn (Dunn 1990) und später Hill (Hill 1998b, 2005) eine Darstellung mit sich lokal überlagernden ebenen Wellen. Dieser Ansatz liefert eine Darstellung der Felder, die die Maxwell Gleichungen erfüllen und dabei gleichzeitig die Statistik des Feldes beinhaltet. Verwendet wird dieser Ansatz auch, um Aussagen über die räumliche Korrelation des Feldes treffen zu können (Hill 1995, 1999; Hill und Ladbury 2002), einen Ausdruck für die Güte Q abzuleiten (Hill 1996) sowie das Verhalten verschiedener Objekte in MVKn vorherzusagen (Hill et al. 1993, 1994, 1996).

2.1.2.1 Fern von den Wänden

Das Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ an einem Punkt $\mathbf{r}$ in einer quellenfreien Region kann als Integral über ebene Wellen über alle möglichen Winkel dargestellt werden:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \iint_{4\pi} \mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}}) e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \, d\Omega \tag{2.1}$$

Der Raumwinkel Ω steht hierbei für die Elevation α und den Azimut β und es gilt $d\Omega = \sin\alpha \, d\alpha \, d\beta$. Die harmonische Zeitabhängigkeit $\exp(-j\omega t)$ ist hier wieder unterdrückt. Die geometrischen Verhältnisse sind in der Abbildung 2.1 skizziert. Der Wellenvektor $\mathbf{k}$ schreibt sich als

$$\mathbf{k} = -k(\hat{\mathbf{x}} \sin\alpha\cos\beta + \hat{\mathbf{y}} \sin\alpha\sin\beta + \hat{\mathbf{z}} \cos\alpha). \tag{2.2}$$

Bezüglich des orthogonalen Dreibeins $(\hat{\mathbf{k}}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}, \hat{\boldsymbol{\beta}})$ kann $\mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}})$ in Komponenten zerlegt werden,

$$\mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}}) = \hat{\boldsymbol{\alpha}} F_\alpha(\hat{\mathbf{k}}) + \hat{\boldsymbol{\beta}} F_\beta(\hat{\mathbf{k}}) \tag{2.3}$$

wobei die Komponenten komplexwertig sind,

$$\begin{aligned} F_\alpha(\hat{\mathbf{k}}) &= F_{\alpha r}(\hat{\mathbf{k}}) + j F_{\alpha i}(\hat{\mathbf{k}}) \\ F_\beta(\hat{\mathbf{k}}) &= F_{\beta r}(\hat{\mathbf{k}}) + j F_{\beta i}(\hat{\mathbf{k}}). \end{aligned} \tag{2.4}$$

Bereits ohne Annahmen über die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen $\mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}})$ können statistische Aussagen getroffen werden. Hierzu sind folgende Bedingungen zu erfüllen,

$$_b\left\langle F_\alpha(\hat{\mathbf{k}}) \right\rangle = {_b\left\langle F_\beta(\hat{\mathbf{k}}) \right\rangle} = 0 \tag{2.5}$$

$$\begin{aligned} {_b\left\langle F_{\alpha r}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\alpha i}(\hat{\mathbf{k}}_2) \right\rangle} &= {_b\left\langle F_{\beta r}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\beta i}(\hat{\mathbf{k}}_2) \right\rangle} \\ &= {_b\left\langle F_{\alpha r}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\beta r}(\hat{\mathbf{k}}_2) \right\rangle} \\ &= {_b\left\langle F_{\alpha r}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\beta i}(\hat{\mathbf{k}}_2) \right\rangle} \\ &= {_b\left\langle F_{\alpha i}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\beta r}(\hat{\mathbf{k}}_2) \right\rangle} \\ &= {_b\left\langle F_{\alpha i}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\beta i}(\hat{\mathbf{k}}_2) \right\rangle} = 0 \end{aligned} \tag{2.6}$$

$$\begin{aligned} {_b\left\langle F_{\alpha r}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\alpha r}(\hat{\mathbf{k}}_2) \right\rangle} &= {_b\left\langle F_{\alpha i}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\alpha i}(\hat{\mathbf{k}}_2) \right\rangle} \\ &= {_b\left\langle F_{\beta r}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\beta r}(\hat{\mathbf{k}}_2) \right\rangle} \\ &= {_b\left\langle F_{\beta i}(\hat{\mathbf{k}}_1) F_{\beta i}(\hat{\mathbf{k}}_2) \right\rangle} \\ &= C_E \delta(\hat{\mathbf{k}}_1 - \hat{\mathbf{k}}_2) \end{aligned} \tag{2.7}$$

was bedeutet, dass weder eine Einfallsrichtung, noch eine Polarisation oder eine Phasenlage bevorzugt ist.

Aus den Gleichungen (2.6) und (2.7) folgen sofort die wichtigen Beziehungen

$$_b\left\langle F_\alpha(\hat{\mathbf{k}}_1) F_\beta^*(\hat{\mathbf{k}}_2) \right\rangle = 0 \tag{2.8}$$

$$\begin{aligned} {_b\left\langle F_\alpha(\hat{\mathbf{k}}_1) F_\alpha^*(\hat{\mathbf{k}}_2) \right\rangle} &= {_b\left\langle F_\beta(\hat{\mathbf{k}}_1) F_\beta^*(\hat{\mathbf{k}}_2) \right\rangle} \\ &= 2 C_E \delta(\hat{\mathbf{k}}_1 - \hat{\mathbf{k}}_2). \end{aligned} \tag{2.9}$$

Nach Höijer können die Gleichungen (2.6) und (2.7) auch kompakt in der Form

$$\left\langle F_{A_1B_1}(\hat{k}_1)F_{A_2B_2}(\hat{k}_2)\right\rangle_b = C_E\delta_{A_1,A_2}\delta_{B_1,B_2}\delta(\hat{k}_1-\hat{k}_2) \tag{2.10}$$

geschrieben werden (Höijer 2006a, b), wobei der Index A für α oder β und der Index B für r oder i steht.

Höijer zeigt weiter, dass die höheren Momente der Zufallsvariablen $F_{AB}(\hat{k})$ ebenfalls berechnet werden können. Es ergibt sich (Höijer 2006a, b):

$$\left\langle \prod_{j=1}^{n} F_{A_jB_j}(\hat{k}_j)\right\rangle_b = \begin{cases} C_E^{n/2} \underset{l,m\leqslant n}{\Delta} \delta_{A_l,A_m}\delta_{B_l,B_m}\delta(\hat{k}_l-\hat{k}_m) & n \text{ gerade} \\ 0 & n \text{ ungerade} \end{cases} \tag{2.11}$$

Zur Definition von $\underset{l,m\leqslant n}{\Delta}$ (für gerade n) betrachtet man zunächst die Menge der Permutationen $\{\sigma\}$ der Zahlen $1, 2, \dots, n$:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \sigma(3) & \dots & \sigma(n) \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

Hieraus bildet man die Teilmenge S_0 der Permutationen, die *nicht* durch Vertauschen von Elementen an Positionen $(2k-1)$ und $(2k)$ $(k \in \{1, \dots, {}^{n}\!/_{2}\})$ *oder* durch Vertauschen von Paaren $(2k-1, 2k) \leftrightarrow (2l-1, 2l)$ hervorgehen. Von den ursprünglich $n!$ Permutationen bleiben dann $n!!$ übrig.[4] Für den Fall $n = 4$ ergeben sich so beispielsweise die Permutationen $(1, 2, 3, 4)$, $(1, 3, 2, 4)$ und $(1, 4, 2, 3)$. Es gilt dann

$$\underset{l,m\leqslant n}{\Delta} \delta_{A_l,A_m}\delta_{B_l,B_m}\delta(\hat{k}_l-\hat{k}_m) = \sum_{\sigma\in S_0}\prod_{i=1}^{n/2}\delta_{A_{\sigma(2i-1)},A_{\sigma(2i)}}\delta_{B_{\sigma(2i-1)},B_{\sigma(2i)}}\delta(\hat{k}_{\sigma(2i-1)}-\hat{k}_{\sigma(2i)}) \tag{2.14}$$

[4]Der Term $n!!$ bezeichnet eine abgewandelte Form der Fakultät. Sie ist definiert als

$$n!! = \begin{cases} n\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot 4\cdot 2 & n \text{ gerade} \\ n\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot 3\cdot 1 & n \text{ ungerade.} \end{cases} \tag{2.13}$$

2.1.2.1.1 Erwartungswerte von Feldgrößen Durch Kombination der Gleichung (2.1) mit den obigen statistischen Beziehungen erhält man leicht statistische Aussagen für das elektrische Feld und hiervon abgeleitete Größen:

$$ {}_{b}\langle \mathbf{E}(\mathbf{r})\rangle = \iint_{4\pi} {}_{b}\left\langle \mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}})\right\rangle e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\Omega = 0 \tag{2.15} $$

$$ \begin{aligned} {}_{b}\left\langle |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2\right\rangle &= \iint_{4\pi}\iint_{4\pi} {}_{b}\left\langle \mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}}_1)\mathbf{F}^*(\hat{\mathbf{k}}_2)\right\rangle e^{j(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2)\cdot\mathbf{r}} d\Omega_1 d\Omega_2 \\ &= 4C_E \iint_{4\pi}\iint_{4\pi} \delta(\hat{\mathbf{k}}_1-\hat{\mathbf{k}}_2) e^{j(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2)\cdot\mathbf{r}} d\Omega_1 d\Omega_2 \\ &= 16\pi C_E \equiv E_0^2 \end{aligned} \tag{2.16} $$

$$ {}_{b}\left\langle |E_x(\mathbf{r})|^2\right\rangle = {}_{b}\left\langle |E_y(\mathbf{r})|^2\right\rangle = {}_{b}\left\langle |E_z(\mathbf{r})|^2\right\rangle = {}_{b}\left\langle |E_R(\mathbf{r})|^2\right\rangle = \frac{E_0^2}{3} \tag{2.17} $$

Das Absolutquadrat des elektrischen Feldes ist wichtig, da es proportional zur gespeicherten Energie ist. Diese ist offensichtlich in einer idealen MVK ortsunabhängig (*Homogenität* des Feldes). Diese wichtige theoretische Eigenschaft von MVKn wurde vielfältig experimentell überprüft und bestätigt, z. B. in (Crawford und Koepke 1986a; Ladbury et al. 1999). Die Gleichheit der Erwartungswerte für die Betragsquadrate der kartesischen Komponenten des Feldes drückt die *Isotropie* des Feldes aus.

Entsprechende Aussagen für das magnetische Feld $\mathbf{H}$ ergeben sich durch

$$ \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{j\omega\mu}\nabla\times\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\eta}\iint_{4\pi} \hat{\mathbf{k}}\times\mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}}) e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\Omega. \tag{2.18} $$

Es folgt

$$ {}_{b}\langle \mathbf{H}(\mathbf{r})\rangle = 0 \tag{2.19} $$

$$ {}_{b}\left\langle |\mathbf{H}(\mathbf{r})|^2\right\rangle = \frac{E_0^2}{\eta^2} = \frac{{}_{b}\left\langle |\mathbf{E}(\mathbf{r}')|^2\right\rangle}{\eta^2}, \tag{2.20} $$

wobei letzteres bedeutet, dass die *mittleren quadratischen* E- und H-Feldstärken *für beliebige Punkte* $\mathbf{r}$ und $\mathbf{r}'$ über die Freiraumimpedanz η miteinander verknüpft sind. Die experimentelle Bestätigung dieser Beziehung findet sich beispielsweise in (Crawford und Koepke 1986a).

2.1.2.1.2 Energiedichte Die *Energiedichte* $w(\mathbf{r})$ ergibt sich aus den Betragsquadraten von E- und H-Feld zu (Harrington 2001)

$$w(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}\left[\varepsilon|\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 + \mu|\mathbf{H}(\mathbf{r})|^2\right], \tag{2.21}$$

so dass sich für den Ensemblemittelwert

$$\begin{aligned}
{}_b\langle w(\mathbf{r})\rangle &= \frac{1}{2}\left[\varepsilon\,{}_b\left\langle|\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2\right\rangle + \mu\,{}_b\left\langle|\mathbf{H}(\mathbf{r})|^2\right\rangle\right] && (2.22)\\
&= \varepsilon E_0^2 && (2.23)\\
&= 3\varepsilon\,{}_b\left\langle|E_R|^2\right\rangle && (2.24)\\
&= \varepsilon\,{}_b\left\langle|\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2\right\rangle && (2.25)
\end{aligned}$$

ergibt. Der Ensemblemittelwert der Energiedichte in einer idealen MVK ist somit auch ortsunabhängig.

Bisher ist die Konstante E_0 noch unbestimmt. Über die Definition der Güte in Gleichung (1.62) kann sie aber bestimmt werden: Die gesamte gespeicherte Energie ist offensichtlich ${}_b\langle W\rangle = V\,{}_b\langle w\rangle$, und aufgrund der Energieerhaltung muss im eingeschwungenen Zustand die dissipierte Leistung gleich der der Kammer zugeführten Leistung P_t sein. So ergibt sich

$$\begin{aligned}
{}_b\langle w(\mathbf{r})\rangle = {}_b\langle w\rangle &= \frac{QP_t}{\omega V} && (2.26)\\
\Rightarrow E_0^2 &= \frac{QP_t}{\omega\varepsilon V}. && (2.27)
\end{aligned}$$

2.1.2.1.3 Poyntingvektor Der *Poyntingvektor* ist gegeben durch

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{r}), \tag{2.28}$$

so dass

$$\begin{aligned}
{}_b\langle\mathbf{S}(\mathbf{r})\rangle &= \frac{1}{\eta}\iint_{4\pi}\iint_{4\pi} {}_b\left\langle \mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}}_1) \times [\hat{\mathbf{k}}_2 \times \mathbf{F}^*(\hat{\mathbf{k}}_2)]\right\rangle e^{j(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2)\cdot\mathbf{r}}\,d\Omega_1 d\Omega_2\\
&= \frac{1}{\eta}\iint_{4\pi}\iint_{4\pi} \hat{\mathbf{k}}_2 \frac{E_0^2}{4\pi}\delta(\hat{\mathbf{k}}_1 - \hat{\mathbf{k}}_2)e^{j(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2)\cdot\mathbf{r}}\,d\Omega_1 d\Omega_2\\
&= \frac{E_0^2}{4\pi\eta}\iint_{4\pi} \hat{\mathbf{k}}_2\, d\Omega_2 = \mathbf{0} && (2.29)
\end{aligned}$$

ist.

Hier wird deutlich, dass zwar der Erwartungswert der Energiedichte ${}_b\langle w\rangle$ eine zur Charakterisierung des Feldes in einer MVK geeignete Größe ist, nicht aber der Erwartungswert des Poyntingvektors ${}_b\langle \mathbf{S}(\mathbf{r})\rangle$. Hill schlägt vor, die *skalare Leistungsdichte*

$$S_c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\,{}_b\langle w\rangle = \frac{E_0^2}{\eta} \tag{2.30}$$

zu verwenden, wenn mit ebenen Wellenfeldern verglichen werden soll, für die die Leistungsdichte anstelle der Feldstärke spezifiziert ist (Hill 1998b).

Darüber hinaus kann auch der Erwartungswert für die Varianz der kartesischen Komponenten des Realteils des Poyntingvektors $\mathrm{Re}(\mathbf{S}) = \hat{\mathbf{x}}S_{xr} + \hat{\mathbf{y}}S_{yr} + \hat{\mathbf{z}}S_{zr}$ angegeben werden (der Mittelwert verschwindet). Mit z. B.

$$S_{xr} = E_{yr}H_{zr} + E_{yi}H_{zi} - E_{zr}H_{yr} - E_{zi}H_{yi} \tag{2.31}$$

folgt (Hill und Ladbury 2002)

$${}_b\langle S_{xr}^2\rangle = {}_b\langle S_{yr}^2\rangle = {}_b\langle S_{zr}^2\rangle = \left(\frac{E_0^2}{3\eta}\right)^2. \tag{2.32}$$

2.1.2.1.4 Räumliche Korrelation Die bisher dargestellten Größen bezogen sich immer nur auf einen Punkt im Raum. Tatsächliche Testobjekte wie auch reale Antennen sind aber räumlich ausgedehnt, so dass die *räumliche Korrelation* von Interesse ist (Hill 1995, 1999; Hill und Ladbury 2002; Lehman 1993; Mitra und Trost 1997; Wolf 1976). Die räumliche Korrelationsfunktion des komplexen elektrischen Feldvektors ist definiert als (Hill 1995; Hill und Ladbury 2002)

$$\rho(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) = \frac{{}_b\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}_1)\cdot\mathbf{E}^*(\mathbf{r}_2)\rangle}{\sqrt{{}_b\langle|\mathbf{E}(\mathbf{r}_1)|^2\rangle\;{}_b\langle|\mathbf{E}(\mathbf{r}_2)|^2\rangle}}, \tag{2.33}$$

was sich zu

$$\rho(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) = \rho(|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|) = \frac{\sin(k|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|)}{k|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|} = \frac{\sin(kr)}{kr} \tag{2.34}$$

mit $r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ ergibt.

Die identische Korrelationsfunktion erhält man für das magnetische Feld. Das hier dargestellte Ergebnis ergibt sich auch aus einer modalen Theorie der MVKn (Lehman 1993) sowie aus der sogenannten Strahlungs-Transfer-Theorie (radiation transfer theory) (Wolf 1976). Eine experimentelle Überprüfung findet sich beispielsweise in (Zacharias et al. 1993).

Definiert man die *Korrelationslänge* l_c als den Abstand $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ bis zur ersten Nullstelle von $\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ erhält man

$$l_c = \frac{\pi}{k} = \frac{\lambda}{2}. \tag{2.35}$$

In der obigen Betrachtung wurde das gesamte E-Feld verwendet. Oft, z. B. bei der Untersuchung der Einkopplung in Linearstrukturen, ist aber vor allem eine kartesische Komponente des Feldes von Bedeutung. In diesem Fall können longitudinale und transversale Korrelationsfunktionen $\rho_l(r)$ und $\rho_t(r)$ definiert werden, die sich wie folgt ergeben (Hill und Ladbury 2002):

$$\begin{aligned}
\rho_l(r) &= \frac{{}_b\langle E_l(\mathbf{r}_1) \cdot E_l^*(\mathbf{r}_2)\rangle}{\sqrt{{}_b\langle |E_l(\mathbf{r}_1)|^2\rangle \; {}_b\langle |E_l(\mathbf{r}_2)|^2\rangle}} \\
&= \frac{3}{(kr)^2}\left[\frac{\sin(kr)}{kr} - \cos(kr)\right] && (2.36) \\
\rho_t(r) &= \frac{{}_b\langle E_t(\mathbf{r}_1) \cdot E_t^*(\mathbf{r}_2)\rangle}{\sqrt{{}_b\langle |E_t(\mathbf{r}_1)|^2\rangle \; {}_b\langle |E_t(\mathbf{r}_2)|^2\rangle}} \\
&= \frac{3}{2}\left\{\frac{\sin(kr)}{kr} - \frac{1}{(kr)^2}\left[\frac{\sin(kr)}{kr} - \cos(kr)\right]\right\} && (2.37) \\
\rho(r) &= \frac{2\rho_t(r) + \rho_l(r)}{3} && (2.38)
\end{aligned}$$

Die Geometrie der longitudinalen und transversalen Feldgrößen ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Die gleichen Korrelationsfunktionen folgen auch für lineare Komponenten des H-Feldes. Die longitudinalen- und transversalen Korrelationslängen ergeben sich zu

$$\begin{aligned}
l_{cl} &\approx \frac{4.493}{k} \approx 0.715\lambda && (2.39) \\
l_{ct} &\approx \frac{2.744}{k} \approx 0.437\lambda. && (2.40)
\end{aligned}$$

Der Verlauf der Korrelationsfunktionen ist in Abbildung 2.3 graphisch über dem normierten Abstand r/λ dargestellt.

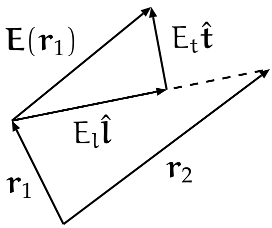


Abbildung 2.2: Definition von E_l und E_t.

Die in Abbildung 2.3 ebenfalls dargestellte Kurve für $\rho_{xy}(r)$ zeigt einen Verlauf der *gemischten* Korrelationskoeffizienten. Hierbei wird die Korrelation zwischen Komponenten des E- und des H-Feldes betrachtet. Zur Vereinfachung der Nomenklatur sei nun angenommen, dass die longitudinale Richtung der z-Richtung entspricht, $\hat{\mathbf{l}} = \hat{\mathbf{z}}$. Bei den möglichen transversalen Richtungen reicht es dann, die x- und die y-Richtung zu betrachten. Es zeigt sich, dass alle möglichen gemischten Korrelationen für alle Abstände r (auch für $r = 0$) verschwinden. Eine Ausnahme sind nur die Korrelationen zwischen orthogonalen E- und H-Feld Komponenten, die korreliert sind für Abstände $r \neq 0$. Zum Beispiel ergibt sich

$$\begin{aligned} \rho_{xy}(r) &= \frac{{}_b\left\langle E_x(\mathbf{r}_1) \cdot H_y^*(\mathbf{r}_2)\right\rangle}{\sqrt{{}_b\left\langle |E_x(\mathbf{r}_1)|^2\right\rangle {}_b\left\langle |H_y(\mathbf{r}_2)|^2\right\rangle}} \\ &= -\frac{3j}{2(kr)^2}\left[\sin(kr) - kr\cos(kr)\right]. \end{aligned} \tag{2.41}$$

Insbesondere kann festgehalten werden, dass alle E- und H-Feld Komponenten zueinander unkorreliert sind, wenn man sie am gleichen Punkt betrachtet.

Neben den gerade betrachteten Feldstärken sind auch die Quadrate der Feldstärkewerte von Bedeutung, da diese Größen in die Formel für Energie und Leistung eingehen. Analog zu der obigen Vorgehensweise können auch hierzu Korrelationsfunktionen für den longitudinalen Fall ($\rho_{ll}(r)$), den transversalen Fall ($\rho_{tt}(r)$) und für das Gesamtfeld ($\rho_{EE}(r)$) angegeben

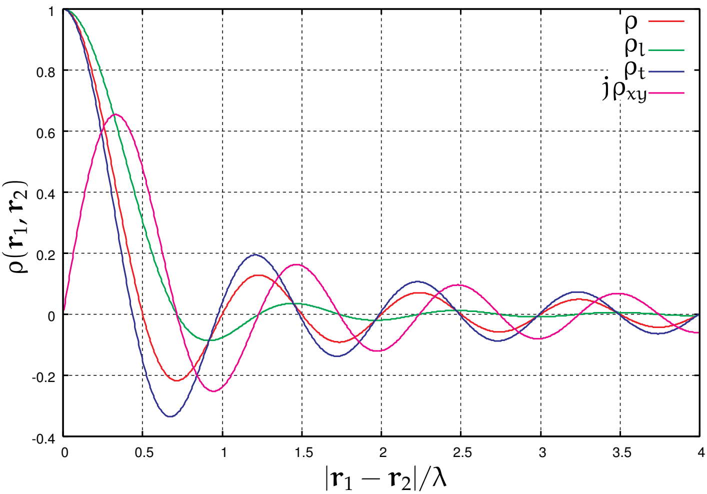


Abbildung 2.3: Verlauf der räumlichen Korrelationsfunktionen der Feldstärke in einer idealen Modenverwirbelungskammer.

werden. Nach Hill und Ladbury ergibt sich (Hill und Ladbury 2002):

$$\begin{aligned}
\rho_{ll}(r) &= \frac{{}_b\left\langle \left[|E_l(\mathbf{r}_1)|^2 - {}_b\left\langle |E_l(\mathbf{r}_1)|^2\right\rangle\right]\left[|E_l(\mathbf{r}_2)|^2 - {}_b\left\langle |E_l(\mathbf{r}_2)|^2\right\rangle\right]\right\rangle}{\sqrt{{}_b\left\langle \left[|E_l(\mathbf{r}_1)|^2 - {}_b\left\langle |E_l(\mathbf{r}_1)|^2\right\rangle\right]^2\right\rangle {}_b\left\langle \left[|E_l(\mathbf{r}_2)|^2 - {}_b\left\langle |E_l(\mathbf{r}_2)|^2\right\rangle\right]^2\right\rangle}} \\
&= \rho_l^2(r) \qquad (2.42)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{tt}(r) &= \frac{{}_b\left\langle \left[|E_t(\mathbf{r}_1)|^2 - {}_b\left\langle |E_t(\mathbf{r}_1)|^2\right\rangle\right]\left[|E_t(\mathbf{r}_2)|^2 - {}_b\left\langle |E_t(\mathbf{r}_2)|^2\right\rangle\right]\right\rangle}{\sqrt{{}_b\left\langle \left[|E_t(\mathbf{r}_1)|^2 - {}_b\left\langle |E_t(\mathbf{r}_1)|^2\right\rangle\right]^2\right\rangle {}_b\left\langle \left[|E_t(\mathbf{r}_2)|^2 - {}_b\left\langle |E_t(\mathbf{r}_2)|^2\right\rangle\right]^2\right\rangle}} \\
&= \rho_t^2(r) \qquad (2.43)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{EE}(r) &= \frac{{}_b\left\langle \left[|\mathbf{E}(\mathbf{r}_1)|^2 - {}_b\left\langle |\mathbf{E}(\mathbf{r}_1)|^2\right\rangle\right]\left[|\mathbf{E}(\mathbf{r}_2)|^2 - {}_b\left\langle |\mathbf{E}(\mathbf{r}_2)|^2\right\rangle\right]\right\rangle}{\sqrt{{}_b\left\langle \left[|\mathbf{E}(\mathbf{r}_1)|^2 - {}_b\left\langle |\mathbf{E}(\mathbf{r}_1)|^2\right\rangle\right]^2\right\rangle {}_b\left\langle \left[|\mathbf{E}(\mathbf{r}_2)|^2 - {}_b\left\langle |\mathbf{E}(\mathbf{r}_2)|^2\right\rangle\right]^2\right\rangle}} \\
&= \frac{2\rho_{tt}(r) + \rho_{ll}(r)}{3} \qquad (2.44)
\end{aligned}$$

Zuletzt sei die Korrelation der Energiedichte w betrachtet. Hier können die elektrische $w_E(\mathbf{r}) = \frac{\varepsilon}{2}|\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2$ und die magnetische Energiedichte

$w_H(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{2}|\mathbf{H}(\mathbf{r})|^2$ untersucht werden, die zu gleichen Teilen zur gesamten Energiedichte $w(\mathbf{r}) = w_E(\mathbf{r}) + w_H(\mathbf{r})$ beitragen. Die zugehörigen Korrelationsfunktionen sind (Hill und Ladbury 2002):

$$\rho_{w_E}(r) = \frac{{}_b\left\langle\left[|w_E(\mathbf{r}_1)|^2 - {}_b\left\langle|w_E(\mathbf{r}_1)|^2\right\rangle\right]\left[|w_E(\mathbf{r}_2)|^2 - {}_b\left\langle|w_E(\mathbf{r}_2)|^2\right\rangle\right]\right\rangle}{\sqrt{{}_b\left\langle\left[|w_E(\mathbf{r}_1)|^2 - {}_b\left\langle|w_E(\mathbf{r}_1)|^2\right\rangle\right]^2\right\rangle {}_b\left\langle\left[|w_E(\mathbf{r}_2)|^2 - {}_b\left\langle|w_E(\mathbf{r}_2)|^2\right\rangle\right]^2\right\rangle}} = \rho_{EE}(r) \tag{2.45}$$

$$\rho_{w_H}(r) = \frac{{}_b\left\langle\left[|w_H(\mathbf{r}_1)|^2 - {}_b\left\langle|w_H(\mathbf{r}_1)|^2\right\rangle\right]\left[|w_H(\mathbf{r}_2)|^2 - {}_b\left\langle|w_H(\mathbf{r}_2)|^2\right\rangle\right]\right\rangle}{\sqrt{{}_b\left\langle\left[|w_H(\mathbf{r}_1)|^2 - {}_b\left\langle|w_H(\mathbf{r}_1)|^2\right\rangle\right]^2\right\rangle {}_b\left\langle\left[|w_H(\mathbf{r}_2)|^2 - {}_b\left\langle|w_H(\mathbf{r}_2)|^2\right\rangle\right]^2\right\rangle}} = \rho_{EE}(r) \tag{2.46}$$

$$\rho_{w}(r) = \frac{{}_b\left\langle\left[|w(\mathbf{r}_1)|^2 - {}_b\left\langle|w(\mathbf{r}_1)|^2\right\rangle\right]\left[|w(\mathbf{r}_2)|^2 - {}_b\left\langle|w(\mathbf{r}_2)|^2\right\rangle\right]\right\rangle}{\sqrt{{}_b\left\langle\left[|w(\mathbf{r}_1)|^2 - {}_b\left\langle|w(\mathbf{r}_1)|^2\right\rangle\right]^2\right\rangle {}_b\left\langle\left[|w(\mathbf{r}_2)|^2 - {}_b\left\langle|w(\mathbf{r}_2)|^2\right\rangle\right]^2\right\rangle}} = \rho_{EE}(r) + \frac{2}{3}|\rho_{xy}(r)|^2 \tag{2.47}$$

Die zugehörigen Verläufe sind in der Abbildung 2.4 wiedergegeben.

2.1.2.1.5 Anzahl unabhängiger innerer Punkte Betrachtet man ein Ensemble bezüglich unabhängiger Rührerpositionen (siehe Abschnitt 3.2) und ein Ensemble bezüglich unkorrelierter Raumpunkte, so sind die Statistiken dieser Ensemble im Idealfall gleich, d. h. die Ensemble sind austauschbar. Das heißt aber, dass die maximale Anzahl von erreichbaren unabhängigen Randbedingungen aus der Anzahl der unabhängigen inneren Punkte abgeschätzt werden kann. Letztere ergibt sich aber leicht aus der räumlichen Korrelationslänge $l_c = {}^c/_{2f}$ nach Gleichung (2.35). Für einen Quader der Kantenlängen $a \geqslant b \geqslant d$ ergibt sich die Anzahl N unabhängiger innerer Punkte zu

$$N = \left(\frac{2af}{c} - 1\right)\left(\frac{2bf}{c} - 1\right)\left(\frac{2df}{c} - 1\right). \tag{2.48}$$

Mit den Aspektverhältnissen $\lambda = {}^a/_b$ und $\kappa = {}^a/_c$ $(1 \leqslant \lambda \leqslant \kappa)$ und der auf die erste Resonanzfrequenz $f_0 = \frac{c}{2a}\sqrt{1+\lambda^2}$ normierten relativen Frequenz $f_r = {}^f/_{f_0}$ ergibt sich dies zu

$$N = \left(\sqrt{1+\lambda^2} f_r - 1\right)\left(\frac{\sqrt{1+\lambda^2}}{\lambda} f_r - 1\right)\left(\frac{\sqrt{1+\lambda^2}}{\kappa} f_r - 1\right). \tag{2.49}$$

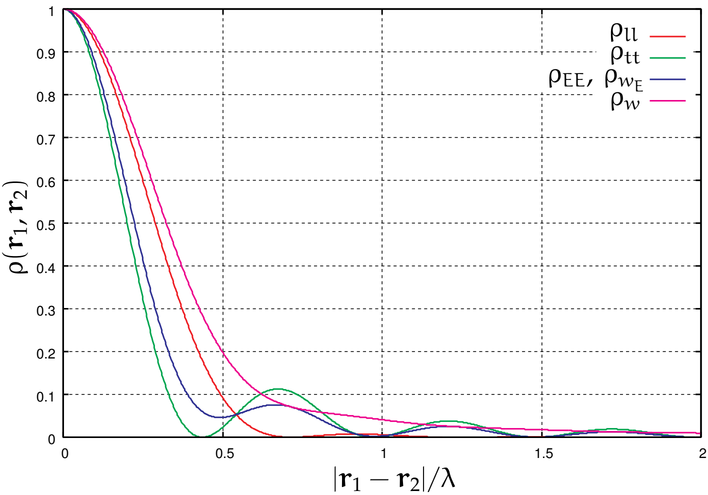
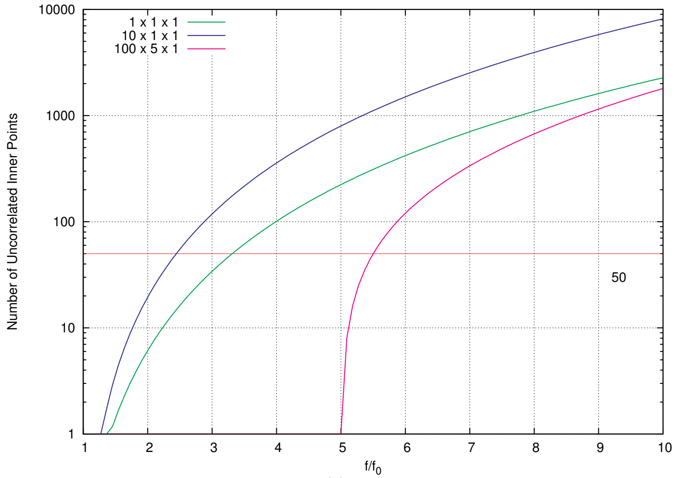


Abbildung 2.4: Verlauf der räumlichen Korrelationsfunktionen des Feldstärkequadrats und der Energiedichte in einer idealen Modenverwirbelungskammer.

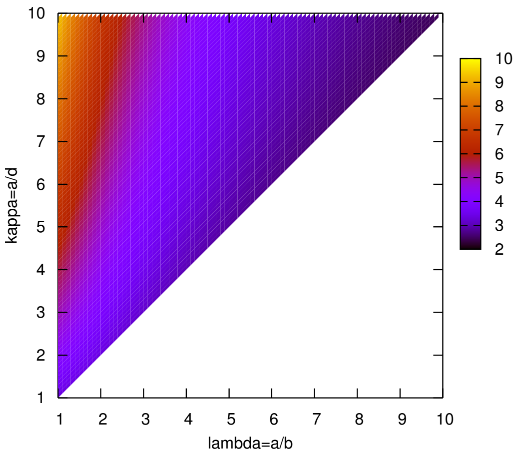
Werte für N sind in Abbildung 2.5 dargestellt. Es wird deutlich, dass besonders günstige Verläufe erreicht werden, wenn $\lambda \approx \kappa$ ist und beide groß werden. Wie bei der Diskussion der Modendichte in Abschnitt 1.3 ergibt sich auch hier die Aussage, dass langgezogene Strukturen günstiger als flache Strukturen sind. Wichtig sind die Verläufe hinsichtlich der Qualifizierung von Modenrührern: Es ist nicht zu erwarten, dass ein Modenrührer mehr unabhängige Randbedingungen erzeugt, als durch Gleichung (2.49) vorgegeben.

2.1.2.1.6 Winkelkorrelation Analog zu $\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ kann auch eine *Winkelkorrelationsfunktion* $\rho(\hat{\mathbf{s}}_1, \hat{\mathbf{s}}_2)$ betrachtet werden, wobei die Einheitsvektoren $\hat{\mathbf{s}}_1$ und $\hat{\mathbf{s}}_2$ zwei Richtungen im Raum definieren und einen Winkel $\gamma = \sphericalangle(\hat{\mathbf{s}}_1, \hat{\mathbf{s}}_2)$ einschließen:

$$\rho(\hat{\mathbf{s}}_1, \hat{\mathbf{s}}_2) = \frac{{}_b\langle E_{s1}(\mathbf{r}) \cdot E^*_{s2}(\mathbf{r})\rangle}{\sqrt{{}_b\left\langle |E_{s1}(\mathbf{r})|^2\right\rangle \, {}_b\left\langle |E_{s2}(\mathbf{r})|^2\right\rangle}}, \tag{2.50}$$



(a)



(b)

Abbildung 2.5: (a) Anzahl der unkorrelierten inneren Punkte als Funktion der normierten Frequenz für verschiedene Aspektverhältnisse. (b) Relative Frequenz, bei der die Anzahl der unabhängigen inneren Punkte den Wert 50 erreicht als Funktion der Aspektverhältnisse λ und κ.

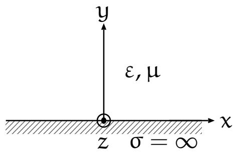


Abbildung 2.6: In der Nähe einer einzelnen Wand.

Hierbei sind E_{s1} und E_{s2} die Komponenten $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ in Richtung von $\hat{\mathbf{s}}_1$ bzw. $\hat{\mathbf{s}}_1$, also

$$E_{s1} = \hat{\mathbf{s}}_1 \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) \text{ und } E_{s2} = \hat{\mathbf{s}}_2 \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}). \tag{2.51}$$

Es ergibt sich (HILL 1998b):

$$\rho(\hat{\mathbf{s}}_1, \hat{\mathbf{s}}_2) = \hat{\mathbf{s}}_1 \cdot \hat{\mathbf{s}}_2 = \cos\gamma \tag{2.52}$$

Das Resultat ist konsistent mit der Theorie von KOSTAS und BOVERIE, nach der die kartesischen Feldkomponenten ($\gamma = 90°$) unkorreliert sind (KOSTAS und BOVERIE 1991).

2.1.2.2 In der Nähe einer Wand

Im vorigen Abschnitt wurde der Fall fern von allen Wänden des Resonators betrachtet.[5] Insbesondere auch in Hinblick auf die Frage nach dem maximal möglichen Prüflingsvolumen (wie nah darf man sich den Wänden nähern) ist auch die Untersuchung der Feldeigenschaften in der Nähe von Wänden, Kanten und Ecken interessant. HILL hat hierzu seinen oben dargestellten Wellenansatz erweitert (HILL 2005). Zunächst wird der Fall betrachtet, dass sich der Feldaufpunkt in der Nähe einer Wand, aber weit entfernt von anderen Wänden befindet. Die Geometrie ist in Abbildung 2.6 skizziert. Im Unterschied zur Anwendung des Wellenansatzes fern von den Wänden, muss nun das Gesamtfeld $\mathbf{E}^t(x, y, z)$ als Überlagerung von einfallendem Feld $\mathbf{E}^i(x, y, z)$ und reflektiertem Feld $\mathbf{E}^r(x, y, z)$ dargestellt werden,

$$\mathbf{E}^t(x, y, z) = \mathbf{E}^i(x, y, z) + \mathbf{E}^r(x, y, z). \tag{2.53}$$

Wie in Gleichung (2.1) kann das einfallende E-Feld wieder in einer Winkelspektraldarstellung geschrieben werden, wobei die Integration diesmal

[5] ARNAUT und WEST nennt dies das »deep field« (ARNAUT und WEST 2006).

aber nur über den halben Raumwinkelbereich erstreckt werden darf, da nur die zur Wand propagierenden Wellen betrachtet werden:

$$\mathbf{E}^{i}(\mathbf{r}) = \iint_{2\pi} \mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}}) e^{j\mathbf{k}^{i}\cdot\mathbf{r}} d\Omega \tag{2.54}$$

Die Vektoren $\mathbf{k}^{i}$ und $\mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}})$ sind wie in Gleichung (2.2) und (2.3) definiert. Die Wände werden im Folgenden als perfekt leitend angenommen, d. h. $\sigma = \infty$. Eine alternative Betrachtung, die auch nicht perfekte Wände einschließt, liefern Arnaut und West (Arnaut und West 2006).

Gemäß der Bildtheorie können einfallende (Index i), reflektierte (Index r) und Gesamtfelder (Index t) wie folgt geschrieben werden (Hill 2005):

$$\mathbf{E}^{i}(x,y,z) = \begin{pmatrix} E_x^i(x,y,z) \\ E_y^i(x,y,z) \\ E_z^i(x,y,z) \end{pmatrix} \tag{2.55}$$

$$\mathbf{E}^{r}(x,y,z) = \begin{pmatrix} -E_x^i(x,-y,z) \\ E_y^i(x,-y,z) \\ -E_z^i(x,-y,z) \end{pmatrix} \tag{2.56}$$

$$\mathbf{E}^{t}(x,y,z) = \begin{pmatrix} E_x^i(x,y,z) - E_x^i(x,-y,z) \\ E_y^i(x,y,z) + E_y^i(x,-y,z) \\ E_z^i(x,y,z) - E_z^i(x,-y,z) \end{pmatrix} \tag{2.57}$$

$$\mathbf{E}^{t}(x,0,z) = 2\hat{\mathbf{y}} E_y^i(x,0,z) \tag{2.58}$$

$$\mathbf{H}^{i}(x,y,z) = \begin{pmatrix} H_x^i(x,y,z) \\ H_y^i(x,y,z) \\ H_z^i(x,y,z) \end{pmatrix} \tag{2.59}$$

$$\mathbf{H}^{r}(x,y,z) = \begin{pmatrix} H_x^i(x,-y,z) \\ -H_y^i(x,-y,z) \\ H_z^i(x,-y,z) \end{pmatrix} \tag{2.60}$$

$$\mathbf{H}^{t}(x,y,z) = \begin{pmatrix} H_x^i(x,y,z) + H_x^i(x,-y,z) \\ H_y^i(x,y,z) - H_y^i(x,-y,z) \\ H_z^i(x,y,z) + H_z^i(x,-y,z) \end{pmatrix} \tag{2.61}$$

$$\mathbf{H}^{t}(x,0,z) = 2\left[\hat{\mathbf{x}} H_x^i(x,0,z) + \hat{\mathbf{z}} H_z^i(x,0,z)\right] \tag{2.62}$$

Wie bereits vorher können statistische Aussagen nun wieder aus den Eigenschaften des Winkelspektrums in den Gleichungen (2.5)–(2.9) abgeleitet werden (Hill 2005). Für das vektorielle Gesamtfeld ergibt sich wie gewohnt

$$ {}_b\langle \mathbf{E}^t(x,y,z)\rangle = {}_b\langle \mathbf{H}^t(x,y,z)\rangle = 0. \tag{2.63} $$

Für das Quadrat der kartesischen Feldkomponenten ergab sich nach Gleichung (2.17) fern von den Wänden ein ortsunabhängiger Wert $\frac{E_0^2}{3}$. Betrachtet man diese Größen in der Nähe der Wand, so müssen natürlich die Randbedingungen eingehalten werden, was zu einer Ortsabhängigkeit führt, in der die räumlichen longitudinalen und transversalen Korrelationsfunktionen wieder auftauchen:

$$ {}_b\langle |E_y^t(x,y,z)|^2\rangle = \frac{E_0^2}{3}\left[1+\rho_l(2y)\right] \tag{2.64} $$

$$ {}_b\langle |E_x^t(x,y,z)|^2\rangle = {}_b\langle |E_z^t(x,y,z)|^2\rangle = \frac{E_0^2}{3}\left[1-\rho_t(2y)\right] \tag{2.65} $$

$$ \lim_{ky\to\infty} {}_b\langle |E_x^t(x,y,z)|^2\rangle = \lim_{ky\to\infty} {}_b\langle |E_y^t(x,y,z)|^2\rangle = \lim_{ky\to\infty} {}_b\langle |E_z^t(x,y,z)|^2\rangle = \frac{E_0^2}{3} \tag{2.66} $$

Für das H-Feld ergibt sich analog:

$$ {}_b\langle |H_y^t(x,y,z)|^2\rangle = \frac{E_0^2}{3\eta^2}\left[1-\rho_l(2y)\right] \tag{2.67} $$

$$ {}_b\langle |H_x^t(x,y,z)|^2\rangle = {}_b\langle |H_z^t(x,y,z)|^2\rangle = \frac{E_0^2}{3\eta^2}\left[1+\rho_t(2y)\right] \tag{2.68} $$

$$ \lim_{ky\to\infty} {}_b\langle |H_x^t(x,y,z)|^2\rangle = \lim_{ky\to\infty} {}_b\langle |H_y^t(x,y,z)|^2\rangle = \lim_{ky\to\infty} {}_b\langle |H_z^t(x,y,z)|^2\rangle = \frac{E_0^2}{3\eta^2} \tag{2.69} $$

Die Verläufe sind in der Abbildung 2.7 dargestellt.

2.1.2.3 In der Nähe einer Kante

Zur Berechnung der Felder in der Näher einer Kante muss die Bildtheorie für beide begrenzenden Wände angewendet werden. Die sich hieraus ergebenden Ausdrücke für das totale E- und H-Feld, bzw. für die quadrierten

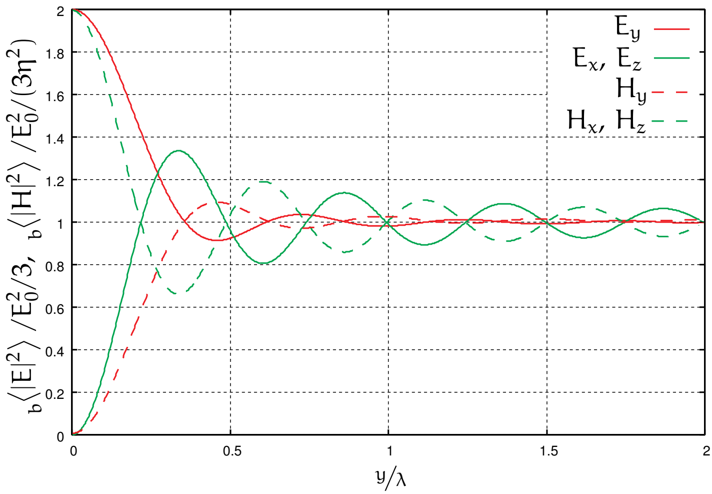


Abbildung 2.7: Verlauf der (normierten) Erwartungswerte der quadrierten longitudinalen (y) und transversalen (x, z) E- und H-Feldkomponenten als Funktion des Abstandes von einer perfekt leitenden Wand.

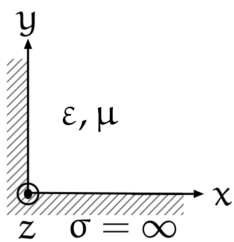


Abbildung 2.8: In der Nähe einer einzelnen Kante.

Beträge der kartesischen Komponenten werden relativ lang, so dass sie hier nicht wiedergegeben werden. Zu finden sind sie in (Hill 2005). Die Komplikation resultiert in erster Linie daraus, dass drei Bilder anstelle von einem Bild berücksichtigt werden müssen, um die Randbedingungen zu erfüllen. Die Darstellung hier beschränkt sich auf die Wiedergabe der Erwartungswerte der quadrierten Beträge der Feldkomponenten. Es ergeben sich:

- Für die (transversale) z-Komponente:

$$_b\left\langle |E_z^t(x,y,z)|^2 \right\rangle = \frac{E_0^2}{3}\left[1-\rho_t(2y)-\rho_t(2x)+\rho_t(2\sqrt{x^2+y^2})\right] \quad (2.70)$$

$$_b\left\langle |H_z^t(x,y,z)|^2 \right\rangle = \frac{E_0^2}{3\eta^2}\left[1+\rho_t(2y)+\rho_t(2x)+\rho_t(2\sqrt{x^2+y^2})\right] \quad (2.71)$$

- Für die longitudinale x-Komponente:

$$\begin{aligned} _b\left\langle |E_x^t(x,y,z)|^2 \right\rangle = \frac{E_0^2}{3}\Big[&1-\rho_t(2y)+\rho_l(2x) \\ &-\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\rho_t(2\sqrt{x^2+y^2}) \\ &-\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\rho_l(2\sqrt{x^2+y^2})\Big] \end{aligned} \quad (2.72)$$

$$\begin{aligned} _b\left\langle |H_x^t(x,y,z)|^2 \right\rangle = \frac{E_0^2}{3\eta^2}\Big[&1+\rho_t(2y)-\rho_l(2x) \\ &-\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\rho_t(2\sqrt{x^2+y^2}) \\ &-\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\rho_l(2\sqrt{x^2+y^2})\Big] \end{aligned} \quad (2.73)$$

- Für die longitudinale y-Komponente: Die Ausdrücke ergeben sich aus denen für die x-Komponente durch Vertauschen von x und y.

Aus den angegebenen Gleichungen können Spezialfälle, wie etwa das Verhalten auf der Diagonalen ($x = y$) leicht abgeleitet werden.

Der Verlauf der Erwartungswerte ist für den Fall des E-Feldes in der Abbildung 2.9 dargestellt.

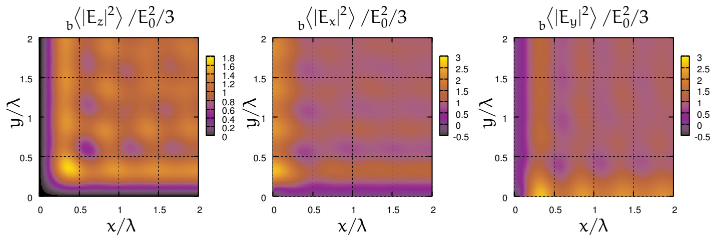


Abbildung 2.9: Verlauf der (normierten) Erwartungswerte der quadrierten E-Feldkomponenten als Funktion des Abstandes von den Wänden einer Kante. Die Verläufe für das H-Feld sind analog.

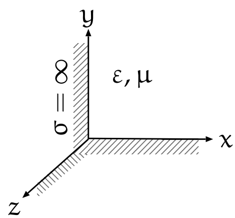


Abbildung 2.10: In der Nähe einer einzelnen Ecke.

2.1.2.4 In der Nähe einer Ecke

Für den Fall, das der Feldaufpunkt in der Nähe einer rechtwinkligen Ecke liegt, müssen für die Berechnung des reflektierten Feldes insgesamt sieben Bilder berücksichtigt werden, so dass das Gesamtfeld insgesamt acht Beiträge enthält. Die genauen Terme sind wiederum der Literatur zu entnehmen (Hill 2005). Jede der drei kartesischen Komponenten ist nun parallel zu zwei Wänden und orthogonal zu einer dritten. Aus diesen Symmetriegründen sind die Ausdrücke für die verschiedenen Komponenten strukturgleich. Daher reicht es im Folgenden z. B. nur die z-Komponente zu betrachten.

Die Erwartungswerte für Quadrate der Absolutbeträge der kartesischen Komponenten ergeben sich zu:

$$
\begin{aligned}
{}_b\left\langle |E_z^t(x,y,z)|^2 \right\rangle = \frac{E_0^2}{3} \Big[& 1 - \rho_t(2x) - \rho_t(2y) + \rho_t(2\sqrt{x^2+y^2}) \\
& + \rho_l(2z) - \frac{x}{\sqrt{x^2+z^2}} \rho_t(2\sqrt{x^2+z^2}) \\
& - \frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}} \rho_l(2\sqrt{x^2+z^2}) \\
& - \frac{y}{\sqrt{y^2+z^2}} \rho_t(2\sqrt{y^2+z^2}) \\
& - \frac{z}{\sqrt{y^2+z^2}} \rho_l(2\sqrt{y^2+z^2}) \\
& + \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \rho_t(2\sqrt{x^2+y^2+z^2}) \\
& + \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \rho_l(2\sqrt{x^2+y^2+z^2}) \Big]
\end{aligned}
\tag{2.74}
$$

$$
\begin{aligned}
{}_b\left\langle |H_z^t(x,y,z)|^2 \right\rangle = \frac{E_0^2}{3\eta^2} \Big[& 1 + \rho_t(2x) + \rho_t(2y) + \rho_t(2\sqrt{x^2+y^2}) \\
& - \rho_l(2z) - \frac{x}{\sqrt{x^2+z^2}} \rho_t(2\sqrt{x^2+z^2}) \\
& - \frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}} \rho_l(2\sqrt{x^2+z^2}) \\
& - \frac{y}{\sqrt{y^2+z^2}} \rho_t(2\sqrt{y^2+z^2}) \\
& - \frac{z}{\sqrt{y^2+z^2}} \rho_l(2\sqrt{y^2+z^2}) \\
& - \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \rho_t(2\sqrt{x^2+y^2+z^2}) \\
& - \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \rho_l(2\sqrt{x^2+y^2+z^2}) \Big]
\end{aligned}
\tag{2.75}
$$

Alle Terme in den Klammerausdrücken enthalten ihre kr-Abhängigkeit entweder durch ρ_l oder durch ρ_t, so dass sich für $kr \to \infty$ auf jeden Fall wieder der ortsunabhängige Wert fern von den Wänden ergibt ($E_0^2/3$ bzw. $E_0^2/3\eta^2$). Den langsameren Abfall hat hierbei ρ_l, so dass sich eine

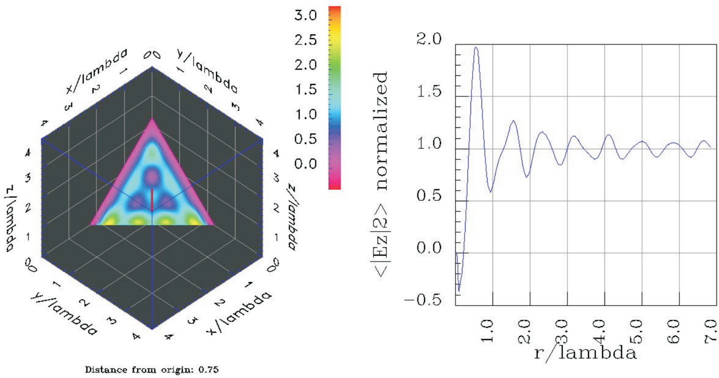


Abbildung 2.11: Verlauf von ${}_b\left\langle |E_z^t(x,y,z)|^2\right\rangle / (E_0^2/3)$: Dargestellt ist links die Feldstärke in einer Ebene senkrecht zur Raumdiagonalen bei einem Abstand von $0.75/\lambda$ vom Ursprung. Rechts ist der Verlauf entlang der Raumdiagonalen zu sehen.

Korrelationslänge von etwa $\lambda/2$ ergibt. Auf der Hauptdiagonalen ($x = y = z = r/\sqrt{3}$) gilt für das E-Feld

$$
\begin{aligned}
{}_b\left\langle \left| E_z^t\left(\frac{r}{\sqrt{3}}, \frac{r}{\sqrt{3}}, \frac{r}{\sqrt{3}}\right)\right|^2 \right\rangle = \frac{E_0^2}{3}\Bigg[1 &- 2\rho_t\left(2\frac{r}{\sqrt{3}}\right) - \rho_t\left(2\frac{\sqrt{2}r}{\sqrt{3}}\right) + \rho_l\left(2\frac{r}{\sqrt{3}}\right) \\
&- \sqrt{2}\rho_t\left(2\frac{\sqrt{2}r}{\sqrt{3}}\right) - \sqrt{2}\rho_l\left(2\frac{\sqrt{2}r}{\sqrt{3}}\right) \\
&+ \sqrt{\frac{2}{3}}\rho_t(2r) + \frac{1}{\sqrt{3}}\rho_l(2r)\Bigg]
\end{aligned}
\tag{2.76}
$$

Die Verläufe sind in der Abbildung 2.11 dargestellt. In der Abbildung 2.12 sind zusätzlich die minimalen und maximalen Werte für alle Punkte, die mindestens den Abzissenwert als Abstand von der Ecke haben, wiedergegeben.

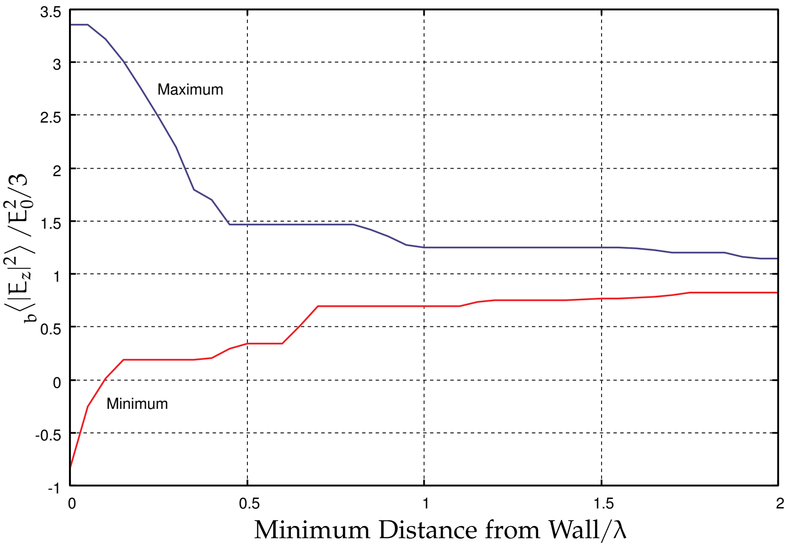


Abbildung 2.12: Verlauf des Minimal- und des Maximalwertes von $_b\langle|E_z^t(x,y,z)|^2/(E_0^2/3)\rangle$ in einem Volumen, dessen Punkte mindestens eine gewisse Distanz zu den leitenden Wänden haben. Die Minimaldistanz entspricht der Abszisse.

2.1.2.5 Verteilungsfunktion

Die bisher aus der Wellendarstellung abgeleiteten Eigenschaften beruhen auf den Eigenschaften des Winkelspektrums $F(\hat{\mathbf{k}})$ und den Randbedingungen (an Wand, Kante, Ecke). Wissen über eine *spezielle* Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion geht hier noch nicht ein. Tatsächlich ist die Vorhersage der Wahrscheinlichkeitsdichten verschiedener Größen aber sehr hilfreich bei der Analyse von Messungen unter Berücksichtigung der Anzahl von Randbedingungen (Rührerpositionen) mit denen sie gewonnen wurden.

Im folgendem sei nur die z-Komponente des E-Feldes betrachtet. Das H-Feld und die anderen Komponenten können analog verwendet werden.

Aus Gleichung (2.1) mit (2.5) folgt direkt, dass die Erwartungswerte vom Real- und Imaginärteil der z-Komponente des Gesamtfeldes E_{zr}^t und E_{zi}^t

verschwinden:

$$ {}_b\langle E^t_{zr} \rangle = {}_b\langle E^t_{zi} \rangle = 0 \tag{2.77} $$

Die Varianz des Quadrats des Gesamtfeldes verteilt sich zu gleichen Teilen auf Real- und Imaginärteil. Fern von den Wänden ist sie beispielsweise durch Gleichung (2.17) gegeben:

$$ 2\sigma^2(\mathbf{r}) \equiv {}_b\langle |E_z(\mathbf{r})|^2 \rangle = \frac{E_0^2}{3} \text{ (fern von den Wänden)} \tag{2.78} $$

Somit gilt für Real- und Imaginärteil:

$$ {}_b\langle |E_{zr}(\mathbf{r})|^2 \rangle = {}_b\langle |E_{zi}(\mathbf{r})|^2 \rangle \equiv \sigma^2(\mathbf{r}) \tag{2.79} $$

$$ {}_b\langle |H_{zr}(\mathbf{r})|^2 \rangle = {}_b\langle |H_{zi}(\mathbf{r})|^2 \rangle \equiv \frac{\sigma^2(\mathbf{r})}{\eta^2} \tag{2.80} $$

Ohne weitere Annahme kann mit Hilfe der *Maximum-Entropie-Methode* gezeigt werden, dass die wahrscheinlichste Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung für z. B. E_{zr} eine Normalverteilung mit Mittelwert Null und Standardabweichung σ ist:

$$ \mathtt{pdf}_{E_{zr}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\mathbf{r})} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right) \tag{2.81} $$

Zum gleichen Resultat kommt Höijer in (Höijer 2006a, b) indem er die höheren Momente des Winkelspektrums berechnet (siehe Abschnitt 2.4.2.1).

Es kann gezeigt werden, dass die Real- und Imaginärteile aller Feldkomponenten unkorreliert sind (Hill 1998b). Da sie auch normalverteilt sind, sind sie auch statistisch unabhängig (Papoulis 1991). Hieraus können die Wahrscheinlichkeitsdichten verschiedenster abgeleiteter Größen gefolgert werden. Sie sind χ bzw. χ^2 verteilt mit unterschiedlichen Anzahlen von Freiheitsgraden (Eine ausführliche Diskussion der Verteilungsfunktionen findet sich im Anhang A.). Eine Übersicht der wichtigsten resultierenden Verteilungen gibt Tabelle 2.1.

2.2 Güte

Die Güte ist eine der wichtigsten Größen zur Charakterisierung von MVKn. An dieser Stelle soll daher ausführlicher auf verschiedene Ansätze zur Berechnung der theoretischen Güte eingegangen werden. Für die Definition der Güte und Betrachtungen zur Güte einzelner Moden sei auf

Größe	Verteilung	PDF	CDF	μ	s
$E_{R,r}, E_{R,i}$	$N(0,\sigma)$	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$	$\frac{1}{2}\left(1+\operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right)$	0	$\sigma = \sigma(\mathbf{r}) = \frac{E_0}{\sqrt{6}}$[a]
$H_{R,r}, H_{R,i}$	$N(0,\sigma/\eta)$	$\frac{\eta}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\eta^2 x^2}{2\sigma^2}}$	$\frac{1}{2}\left(1+\operatorname{erf}\left(\frac{\eta x}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right)$	0	$\sigma/\eta = \sigma(\mathbf{r})/\eta$
$\lvert E_R\rvert$	$\chi_2(\sigma)$	$\frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \cdot u(0)$	$1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$	$\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma$	$\sqrt{\frac{4-\pi}{2}}\sigma$
$\lvert H_R\rvert$	$\chi_2(\sigma/\eta)$	$\frac{\eta^2 x}{\sigma^2} e^{-\frac{\eta^2 x^2}{2\sigma^2}} \cdot u(0)$	$1 - e^{-\frac{\eta^2 x^2}{2\sigma^2}}$	$\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma/\eta$	$\sqrt{\frac{4-\pi}{2}}\sigma/\eta$
$\lvert\mathbf{E}\rvert$	$\chi_6(\sigma)$	$\frac{x^5}{8\sigma^6} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \cdot u(0)$	$1 - \left[\frac{x^4}{8\sigma^4} + \frac{x^2}{2\sigma^2} + 1\right] e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$	$\frac{15}{16}\sqrt{2\pi}\sigma$	$\sqrt{6 - \frac{225}{128}\pi}\sigma$
$\lvert\mathbf{H}\rvert$	$\chi_6(\sigma/\eta)$	$\frac{\eta^6 x^5}{8\sigma^6} e^{-\frac{\eta^2 x^2}{2\sigma^2}} \cdot u(0)$	$1 - \left[\frac{\eta^4 x^4}{8\sigma^4} + \frac{\eta^2 x^2}{2\sigma^2} + 1\right] e^{-\frac{\eta^2 x^2}{2\sigma^2}}$	$\frac{15}{16}\sqrt{2\pi}\frac{\sigma}{\eta}$	$\sqrt{6 - \frac{225}{128}\pi}\frac{\sigma}{\eta}$
$\lvert E_R\rvert^2$	$\chi_2^2(\sigma^2)$	$\frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{x}{2\sigma^2}} \cdot u(0)$	$1 - e^{-\frac{x}{2\sigma^2}}$	$2\sigma^2$	$2\sigma^2$
$\lvert H_R\rvert^2$	$\chi_2^2(\frac{\sigma^2}{\eta^2})$	$\frac{\eta^2}{2\sigma^2} e^{-\frac{x}{2\eta^2\sigma^2}} \cdot u(0)$	$1 - e^{-\frac{x\eta^2}{2\sigma^2}}$	$2\frac{\sigma^2}{\eta^2}$	$2\frac{\sigma^2}{\eta^2}$
$\lvert\mathbf{E}\rvert^2$	$\chi_6^2(\sigma^2)$	$\frac{x^2}{16\sigma^6} e^{-\frac{x}{2\sigma^2}} \cdot u(0)$	$1 - \left[\frac{x^2}{8\sigma^4} + \frac{x}{2\sigma^2} + 1\right] e^{-\frac{x}{2\sigma^2}}$	$6\sigma^2$	$\sqrt{12}\sigma^2$
$\lvert\mathbf{H}\rvert^2$	$\chi_6^2(\frac{\sigma^2}{\eta^2})$	$\frac{\eta^6 x^2}{16\sigma^6} e^{-\frac{\eta^2 x}{2\sigma^2}} \cdot u(0)$	$1 - \left[\frac{\eta^4 x^2}{8\sigma^4} + \frac{\eta^2 x}{2\sigma^2} + 1\right] e^{-\frac{\eta^2 x}{2\sigma^2}}$	$6\frac{\sigma^2}{\eta^2}$	$\sqrt{12}\frac{\sigma^2}{\eta^2}$

[a] $\sigma = \frac{E_0}{\sqrt{6}}$ gilt fern von den Wänden.

Tabelle 2.1: Zusammenfassung der Verteilungsfunktionen der wichtigsten Kenngrößen von MVKn. Der Parameter σ ist immer die Standardabweichung der zugrundeliegenden Normalverteilung.

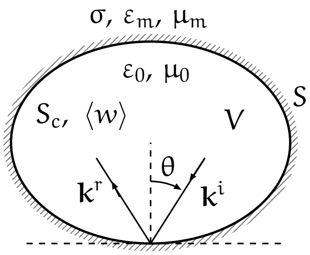


Abbildung 2.13: Geometrie zur Bestimmung der Güte Q mittels der Wellendarstellung.

Abschnitt 1.4 verwiesen. Im Gegensatz zu der dortigen Darstellung geht es hier um Erwartungswerte der Güte über ein Ensemble verschiedener Randbedingungen bzw. um über Frequenzintervalle gemittelte Güten. Auf die experimentelle Bestimmung der Güte wird in Abschnitt 3.3 eingegangen.

Im Allgemeinen werden verschiedene Verlustmechanismen (Wandverluste, dielektrische Verluste, Antennen, Aperturen, EUT) die Güte bestimmen. In aller Regel kann davon ausgegangen werden, dass die einzelnen Güten Q_i gemäß

$$\frac{1}{Q} = \sum_i \frac{1}{Q_i} \tag{2.82}$$

zur Gesamtgüte Q beitragen. Eine sehr ausführliche Erörterung hierzu findet sich in (Arnaut 2003e).

2.2.1 Wellendarstellung

In Abschnitt 2.1.2 finden sich die Grundzüge und wesentliche Ergebnisse der Wellendarstellung, welche zunächst von Dunn (Dunn 1990), dann aber vor allem von Hill entwickelt wurde (Hill 1998b, 2005). Hill verwendet diesen Ansatz auch zur Ableitung eines Ausdrucks für die Güte Q einer beliebig geformten idealen MVK (Hill 1996). Hierbei werden nur die Wandverluste berücksichtigt. Darüber hinaus gibt es aber keine Einschränkungen, z. B. an die Höhe der Wandleitfähigkeit.

Mit Hilfe der skalaren Leistungsdichte $S_c = {}^1\!/\!\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\ {}_b\langle w\rangle$ (Gleichung (2.30)) ergibt sich die mittlere dissipierte Leistung zu[6]

$$ {}_{b}\langle P_d \rangle = \frac{1}{2} S_c S \, {}_{b}\Big\langle (1 - |\Gamma|^2) \cos\theta \Big\rangle \,. \tag{2.83} $$

Hierbei ist Γ der Reflexionskoeffizient beim Übergang einer ebenen Wellen vom Medium in der Kammer (Luft, ε_0, μ_0) in das Wandmaterial ($\sigma, \varepsilon_m, \mu_m$). Der Faktor 1/2 kommt daher, dass nur die Hälfte der Wellen auf die Wand zuläuft. Die gespeicherte Energie ist

$$ {}_{b}\langle W \rangle = V \, {}_{b}\langle w \rangle = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} S_c V, \tag{2.84} $$

so dass sich die Güte zu

$$ Q = \frac{\omega \, {}_{b}\langle W \rangle}{P_d} = \frac{2kV}{S_b \langle (1 - |\Gamma|^2) \cos\theta \rangle} = \frac{4\pi V}{\lambda S_b \langle (1 - |\Gamma|^2) \cos\theta \rangle} \tag{2.85} $$

ergibt ($k = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ ist die Wellenzahl).

Zur Berechnung des Mittelwertes im Nenner von Gleichung (2.85) muss auf Grund des transversalen Charakters der elektromagnetischen Wellenausbreitung zwischen den Fällen unterschieden werden, dass das E-Feld in der Ausbreitungsebene[7] liegt (parallel, $\|$) oder senkrecht auf ihr steht ($\perp$). Für die beiden Fälle ergeben sich die Reflexionskoeffizienten zu (Hill 1996; Stratton 1941)

$$ \Gamma_\perp = \frac{\mu_m k \cos\theta - \mu_0 \sqrt{k_m^2 - k^2 \sin^2\theta}}{\mu_m k \cos\theta + \mu_0 \sqrt{k_m^2 - k^2 \sin^2\theta}} \tag{2.86} $$

$$ \Gamma_\| = \frac{\mu_0 k_m^2 \cos\theta - \mu_m k \sqrt{k_m^2 - k^2 \sin^2\theta}}{\mu_0 k_m^2 \cos\theta + \mu_m k \sqrt{k_m^2 - k^2 \sin^2\theta}}, \tag{2.87} $$

wobei

$$ k_m = \omega \sqrt{\mu_m \left(\varepsilon_m + \frac{\sigma}{j\omega} \right)} \tag{2.88} $$

die Wellenzahl im Wandmedium ist.

[6] Der Mittelwert wird hier als Ensemblemittelwert über verschiedene Randbedingungen (Rührerpositionen) geschrieben, ${}_{b}\langle . \rangle$. Genau genommen ist hier aber der Ensemblemittelwert bezüglich aller Einfallswinkel θ gemeint. Beide Mittelwerte stimmen hier jedoch überein.

[7] Die Ausbreitungsebene ist die von $\mathbf{k}^i$ und $\mathbf{k}^r$ aufgespannte Ebene.

Der Mittelwert im Nenner von Gleichung (2.85) ergibt sich hiermit zu

$$_b\langle(1-|\Gamma|^2)\cos\theta\rangle = \int_0^{\pi/2}\left[1-\frac{1}{2}\left(|\Gamma_\perp|^2+|\Gamma_\parallel|^2\right)\right]\cos\theta\sin\theta\,d\theta. \tag{2.89}$$

Im allgemeinen Fall kann dieses Integral nur numerisch ausgewertet werden. Für den praktisch relevanten Fall $|k_m/k| \gg 1$ ergeben sich jedoch die Näherungen

$$|\Gamma_\perp|^2 \approx 1-\frac{4\mu_m k\,\mathrm{Re}(k_m)\cos\theta}{\mu_0|k_m|^2} \tag{2.90}$$

$$|\Gamma_\parallel|^2 \approx 1-\frac{4\mu_m k\,\mathrm{Re}(k_m)}{\mu_0|k_m|^2\cos\theta}, \tag{2.91}$$

so dass sich die Güte zu

$$Q \approx \frac{3\mu_0|k_m|^2 V}{4\mu_m S\,\mathrm{Re}(k_m)} \tag{2.92}$$

ergibt. Sind die Wände nun weiterhin hoch leitfähig und gilt $\sigma/(\omega\varepsilon_m) \gg 1$ so folgt[8]

$$Q \approx \frac{3\mu_0 V}{2\mu_m S\delta_s}. \tag{2.93}$$

2.2.2 Modaler Ansatz

Gegenstand dieses Abschnitts ist eine Methode zur Bestimmung des sogenannten *zusammengesetzten Gütefaktors* (engl. composite quality factor), die auf Liu et al. zurückgeht (Liu et al. 1983).

Ausgangspunkt der Betrachtungen sind hierbei die Moden, ihre Eigenfrequenzen und Gütefaktoren wie sie in den Abschnitten 1.1.2 und 1.4 dargestellt wurden. Ziel der Betrachtungen von Liu et al. ist es, für die stark fluktuierenden Werte der individuellen Q-Faktoren eine glatte Approximationsformel zu finden. Er nutzt hierzu einen Summationsalgorithmus im k-Raum. Für die fünf verschiedenen Fälle aus Tabelle 1.1 auf Seite 17 ergeben sich dann Anzahlen $\Delta N_1, \dots, \Delta N_5$ von Moden im Intervall $[k, k+\Delta k]$.

[8] In (Hill 1996) ist ein Schreibfehler in der Skintiefe in Formel (12). Es gilt $\delta_s = \sqrt{2/(\omega\mu_m\sigma)}$ an Stelle von $\delta_s = 2/\sqrt{\omega\mu_m\sigma}$.

Darüber hinaus bildet er in jeder Kugelschale im k-Raum die Summen I_i der $1/Q$ Werte, die er durch Integrale approximiert, also z. B. :

$$I_1 = \sum_{\substack{l,m,n \\ k_{lmn} \in [k, k+\Delta k]}} \frac{1}{Q^{TM}_{lmn}} \tag{2.94}$$

$$\simeq \iiint_{k_r = k}^{k+\Delta k} \frac{1}{Q^{TM}_{lmn}} \, dl \, dm \, dn \tag{2.95}$$

Dieser Ansatz führt schließlich zu einem über die Frequenz gemittelten Ausdruck für die inverse Güte:

$$\left\langle \frac{1}{Q} \right\rangle_f = \frac{\sum_{i=1}^{5} I_i}{\sum_{i=1}^{5} N_i} \tag{2.96}$$

Diese Analyse führt dann zu dem bekannten und oft zitiertem Ausdruck[9]

$$\tilde{Q} = \frac{1}{\left\langle \frac{1}{Q} \right\rangle_f} = \frac{3}{2} \frac{V}{S\delta_s} \frac{\mu}{\mu_m} \frac{1}{1 + \frac{3\pi}{8k}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)}. \tag{2.97}$$

Auffällig ist hier der Zusatzterm

$$\frac{1}{1 + \frac{3\pi}{8k}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)}, \tag{2.98}$$

der in anderen Darstellungen nicht auftritt (siehe z. B. Abschnitt 2.2.1).

In (Liu et al. 1983) wird dieser Term als Verbesserung gesehen; eine Einschätzung die auch in vielen anderen Quellen übernommen wird. Tatsächlich ist dies jedoch zweifelhaft. Man betrachte hierzu z. B. den Fall des würfelförmigen Resonators mit der Kantenlänge a. Die Formeln für die

[9] Der Faktor $\frac{\mu}{\mu_m}$ fehlt in der Originalarbeit, da die Autoren dort von $\mu_r = 1$ ausgehen.

modalen Güten (1.73)–(1.76) ergeben sich dann zu:

$$(Q_w)^{TE}_{0mn} = \frac{2V}{S\delta_s}\frac{\mu}{\mu_m} \tag{2.99}$$

$$(Q_w)^{TE}_{l0n} = \frac{2V}{S\delta_s}\frac{\mu}{\mu_m} \tag{2.100}$$

$$(Q_w)^{TE}_{lmn} = \frac{3V}{2S\delta_s}\frac{\mu}{\mu_m} \tag{2.101}$$

$$(Q_w)^{TM}_{lm0} = \frac{2V}{S\delta_s}\frac{\mu}{\mu_m} \tag{2.102}$$

$$(Q_w)^{TM}_{lmn} = \frac{3V}{2S\delta_s}\frac{\mu}{\mu_m} \tag{2.103}$$

Jeder Mittelwert muss daher zwischen den Extremwerten liegen:

$$\frac{3V}{2S\delta_s}\frac{\mu}{\mu_m} \leqslant \frac{1}{\frac{1}{f}\langle Q\rangle} \leqslant \frac{2V}{S\delta_s}\frac{\mu}{\mu_m} \tag{2.104}$$

Tatsächlich gilt für den »Korrekturfaktor« jedoch

$$\frac{1}{1+\frac{3\pi}{8k}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)} = \frac{1}{1+\frac{3\pi}{8k}\left(\frac{3}{a}\right)} < 1 \tag{2.105}$$

für alle $k < \infty$, so dass

$$\tilde{Q} < \frac{3V}{2S\delta_s}\frac{\mu}{\mu_m} \leqslant \frac{1}{\frac{1}{f}\langle Q\rangle} \leqslant \frac{2V}{S\delta_s}\frac{\mu}{\mu_m} \tag{2.106}$$

folgt. Hier besteht offensichtlich ein Widerspruch: $\tilde{Q}$ kann kein Mittelwert des modalen Gütefaktors sein.

Ein Vergleich verschiedener Ansätze ist in der Abbildung 2.14 dargestellt. Neben individuellen Q-Werten für TE- und TM-Moden und der Formel nach Liu et al. ist hier auch das Ergebnis der Wellendarstellung wiedergegeben. Darüber hinaus sind der harmonische und der arithmetische Mittelwert der individuellen Q-Werte eingetragen, wobei hier die Mittelwerte über Frequenzintervalle der Breite $10 \cdot BW_Q$ gebildet wurden. Bei der hier verwendeten Leitfähigkeit ergeben sich bei der Mittelung über schmälere Frequenzintervalle zu stark variierende Kurven, da die Anzahl der Moden pro BW_Q nicht groß ist (vergleiche Abbildung 2.15). Es zeigt sich, dass

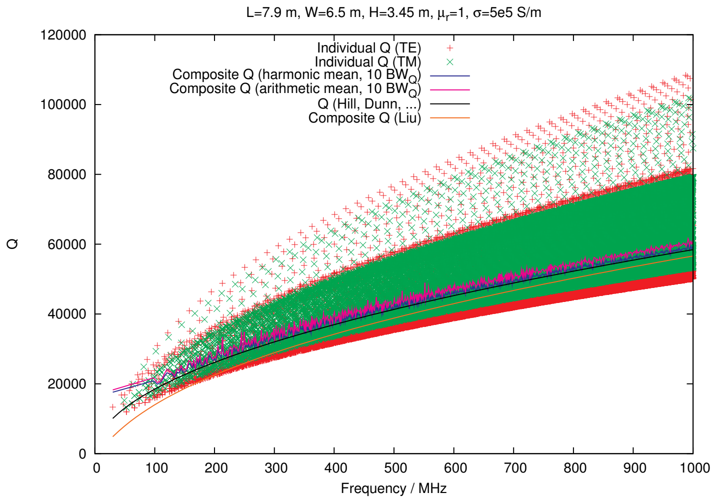


Abbildung 2.14: Vergleich der individuellen Q-Werte (für TE- und TM-Moden) mit dem 'Composite Q' nach Gleichung (2.97), dem Ergebnis aus dem Wellenansatz nach Gleichung (2.93) und dem arithmetischen und harmonischen Mittel der individuellen Q-Werte über ein Frequenzintervall der Breite $10 \cdot \mathrm{BW}_Q$.

- arithmetischer- und harmonischer Mittelwert der individuellen Q-Werte eng beieinander liegen,
- die einfache Formel aus dem Wellenansatz eine sehr gute Näherung des harmonischen Mittelwertes darstellt,
- der »Korrekturterm« in der Formel nach Liu et al. diese Approximation deutlich verschlechtert und
- die Formel von Liu et al. bei sehr tiefen Frequenzen sogar Werte liefert, die kleiner als der kleinste individuelle Q-Wert sind.

2.2.3 Thermodynamischer Ansatz

Corona et al. stellt schon 1980 ein thermodynamisches Modell zur Berechnung der Resonatorgüte vor (Corona et al. 1980). Dieser Ansatz wird

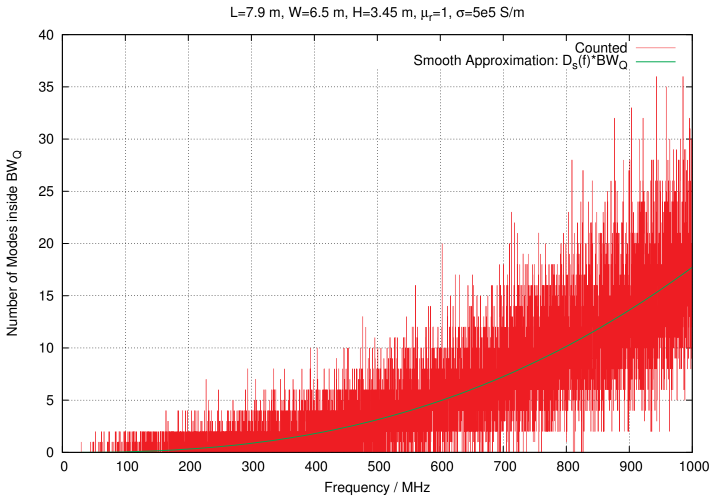


Abbildung 2.15: Verlauf der Anzahl der Moden innerhalb einer BW_Q. Rote Kurve: Ausgezählt aus den tatsächlichen Werten. Grüne Kurve: Approximation mit Hilfe des glatten Anteils der Modendichte $D_s(f)$.

hier aufgegriffen und leicht abgewandelt vorgestellt.[10] Ansatzpunkt ist die Beschreibung des Hohlraumresonators als schwarzer Körper. Für schwarze Körper gilt das Plancksche Strahlungsgesetz für die im Wellenlängendifferenzial $d\lambda$ ausgesandte Leistungsdichte $S_c(\lambda)d\lambda$

$$S_c(\lambda)d\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}}-1}d\lambda \tag{2.107}$$

Für den Fall großer Wellenlängen bzw. hoher Temperaturen (Rayleigh), d. h. für $\frac{hc}{\lambda} \ll k_B T$ folgt wegen $e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} \approx 1 + \frac{hc}{\lambda k_B T}$

$$S_c(\lambda)d\lambda = \frac{2ck_B T}{\lambda^4}d\lambda. \tag{2.108}$$

[10] In den Formeln im Anhang von (Corona et al. 1980) haben sich eine Reihe von Schreibfehlern eingeschlichen. Diese sind jedoch offensichtlich, so dass sie hier nicht einzeln korrigiert werden.

Wegen $d\lambda = \frac{c}{f^2} df = \frac{\lambda^2}{c} df$ schreibt sich dies auch in der Form

$$S_c(\lambda) df = \frac{2k_B T}{\lambda^2} df. \tag{2.109}$$

Für den Fall kleiner Frequenzintervalle Δf ergibt sich somit

$$S_c(\lambda) = \frac{2k_B T}{\lambda^2} \Delta f. \tag{2.110}$$

Die durch die Oberfläche S dissipierte Leistung P_d ist gleich der zugeführten Leistung P_t und ergibt sich zu

$$P_d = P_t = S_c \cdot A \cdot S, \tag{2.111}$$

wobei A der effektive Absorptionskoeffizient des Wandmaterials ist.

Betrachtet man nun eine Empfangsantenne, die sich in thermodynamischen Gleichgewicht mit der Kammer befindet, so ist die an dieser Antenne zur Verfügung stehende Leistung nach Nyquist

$$P_r = k_B T \Delta f. \tag{2.112}$$

Somit folgt

$$\frac{P_t}{P_r} = \frac{2AS}{\lambda^2}. \tag{2.113}$$

Hier zeigt sich wieder die fundamentale Eigenschaft einer MVK, dass die Eigenschaften von Sende- und Empfangsantennen nicht eingehen.[11]

Setzt man in die Definition der Güte ein, so ergibt sich

$$Q = \omega \frac{w \cdot V}{P_d} = \frac{\omega V}{cAS}, \tag{2.114}$$

wobei $w = {}^{S_c}/_{c}$ die Energiedichte ist.

Aufschluss über die Größe A erhält man beispielsweise an Hand der Betrachtungen von Hill, die in Abschnitt 2.2.1 vorgestellt wurden. Vergleicht man die beiden Ausdrücke für die dissipierte Leistung

$$P_d = S_c A S \qquad \text{(Corona et al.)} \tag{2.115}$$

$$_b\langle P_d \rangle = \frac{1}{2} S_c S \; _b\langle (1 - |\Gamma|^2) \cos\theta \rangle \qquad \text{(Hill)}, \tag{2.116}$$

[11] Fehlanpassungen werden hier nicht berücksichtigt.

so identifiziert man

$$A = \frac{1}{2}\, {}_b\!\left\langle (1 - |\Gamma|^2) \cos\theta \right\rangle . \tag{2.117}$$

Verwendet man nun den tatsächlichen Wert von

$${}_b\!\left\langle (1 - |\Gamma|^2) \cos\theta \right\rangle = \frac{4}{3} \frac{\mu_m \omega \delta_s}{\mu c}, \tag{2.118}$$

so ergibt sich für Q das gewohnte Ergebnis

$$Q = \frac{3}{2} \frac{\mu}{\mu_m} \frac{V}{\delta_S S}. \tag{2.119}$$

Dies unterscheidet sich aber um den Faktor $\frac{3}{2}$ von dem Wert den Corona et al. angeben (Corona et al. 1980). Ihr Ergebnis erhält man, wenn man bei der Betrachtung der Reflexion nur den Fall des senkrechten Einfalls betrachtet. In diesem Fall ($\cos\theta = 1$) gilt

$$(1 - |\Gamma|^2)_\perp = \frac{4\mu_m k \,\mathrm{Re}(k_m)}{\mu |k|^2} = \frac{2\mu_m \omega \delta_s}{\mu c} \tag{2.120}$$

und somit

$${}_b\!\left\langle (1 - |\Gamma|^2) \cos\theta \right\rangle = \frac{2}{3} (1 - |\Gamma|^2)_\perp. \tag{2.121}$$

Die Berücksichtigung der Mittelung über die Einfallswinkel ist somit die physikalisch plausible Erklärung für das Auftreten des Faktors $\frac{3}{2}$ in der Formel für Q für den Fall, dass nur Wandverluste betrachtet werden.

2.2.4 Spektraler Ansatz

Corona et al. et al. beschreiben in (Corona et al. 1998) einen spektralen Zugang zur Güte und zur Bewertung der Effektivität von Modenrührern.[12] Sie messen hierzu bei einer festen Anregungsfrequenz f an einer Position $\mathbf{r}$ die komplexe Einfügedämpfung $S_{21}(t_i)$ für diskrete Zeiten $t_i = i\Delta t$;

[12] Tatsächlich betrachten die Autoren von (Corona et al. 1998) ihre Arbeit vor allem als einen alternativen Zugang zur Güte, was schon am Titel der Arbeit 'A Spectral Approach for the Determination of the Reverberation Chamber Quality Factor' deutlich wird. Angesichts der Ergebnisse erscheint jedoch die Bewertung der Rührereffektivität mit Hilfe des spektralen Schätzers als der bedeutendere Teil der Arbeit.

$S_{21}(t_i) = S_i$. Hieraus bilden sie einen spektralen Schätzer indem sie das gemittelte Periodogramm $\langle \hat{S} \rangle (f_l)$ berechnen,

$$\langle \hat{S} \rangle (f_l) = \frac{1}{N_b N \Delta t} \sum_{N=1}^{N_b} |e_n(f_l)|^2, \quad l = 0, 1, \dots, N-1 \tag{2.122}$$

$$f_l = \frac{l}{N \Delta t} \tag{2.123}$$

$$e_n(f_l) = \frac{\Delta t}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} |w_i|^2}} \sum_{i=0}^{N-1} S_i w_i \exp\left(-j \frac{2\pi l i}{N}\right), \tag{2.124}$$

wobei die Gesamtzahl der Messpunkte in N_b Abschnitte mit jeweils N Punkten unterteilt wurde. Die w_i beschreiben eine Fensterfunktion (z. B. Hanning: $w_i = 0.5\,(1 - \cos[2\pi^i/(N-1)]))$ zur Reduktion der spektralen Verbreiterung, hervorgerufen durch die endliche Messzeit.

Es kann gezeigt werden, dass das Integral über diesen spektralen Schätzer der auf die Leistung bezogenen Einfügedämpfung P_r/P_t entspricht. Unter Nutzung von (vergleiche Abschnitt 3.3.1)

$$Q = 16\pi^2 \frac{V}{\lambda^3} \frac{P_r}{P_t} \tag{2.125}$$

kann hieraus die Güte berechnet werden,

$$Q = 16\pi^2 \frac{V}{\lambda^3} \frac{1}{N \Delta t} \sum_{l=0}^{N-1} \langle \hat{S} \rangle (f_l). \tag{2.126}$$

Eine zweite Größe, die sich aus dem spektralen Schätzer ableiten lässt, ist die einseitige Bandbreite Δf, innerhalb derer 95% der gesamten Leistung liegen. Corona et al. zeigen, dass für den Fall der von ihnen betrachteten Kammer, die Bandbreite Δf wesentlich sensitiver auf die Effektivität des Rührers reagiert, als die Güte.

Dieses Resultat ist in so fern nicht verwunderlich, da die Güte ein Maß für die Verluste in der Kammer ist. Die von Corona et al. betrachtete Bandbreite korreliert eher mit der Fähigkeit des Rührers, die Eigenfrequenzen der Kammer zu variieren.

Um eine ausreichend große Bandbreite zu erreichen, darf Δt bei der Messung nicht allzu groß sein. Corona et al. arbeiten mit $\Delta t = 0.23\,\text{ms}$ und Blöcken von 128 Punkten. Da die Modenrührer bei Corona et al. ungewöhnlich schnell drehen (Frequenz 2 Hz–6.5 Hz), wird bereits in der relativ kurzen Blockzeit von ca. 30 ms ein Winkelversatz von 21.6°–70° erreicht. Die Tatsache, dass solche Geschwindigkeiten in anderen Laboren nicht verwendet werden, hat sicher dazu beigetragen, dass die Bandbreite des Schätzers als Maß für die Qualität des Rührers keine weitere Verbreitung gefunden hat.

Die Analysen, die Corona et al. für die drei Rührer in ihrer Kammer und deren Kombinationen gemacht haben, lassen jedoch auch eine alternative Interpretation zu. Man weiß heute, dass insbesondere der Durchmesser eines Rührers für seine Effektivität maßgeblich ist (Olof und Bäckström 2002). Es ist daher naheliegend, den RMS-Wert der Rührerumfangsgeschwindigkeiten den gemessenen Werten für Δf gegenüberzustellen. In Abbildung 2.16 zeigt sich, dass ein einfaches lineares Modell

$$\Delta f = m \cdot \sqrt{\sum_{i=i}^{N} \nu_i^2}, \tag{2.127}$$

wobei ν_i die Geschwindigkeit eines Punktes auf dem Umfang des i-ten Rührers ist, in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Werten steht.

2.3 Frequenzkorrelation

Durch die endliche Güte realer Resonatoren können Moden in einem Frequenzintervall um die Resonanzfrequenz herum angeregt werden. Die Breite dieses Intervalls BW_Q hängt von der Resonanzfrequenz f und der Güte Q ab (vergleiche Gleichung (1.61)),

$$BW_Q = \frac{f}{Q}. \tag{2.128}$$

Lehman berechnet den Frequenzkorrelationskoeffizienten unter den Annahmen, dass Güte und Modendichte im betrachteten Frequenzbereich konstant sind und dass ein Mode innerhalb der modalen Bandbreite voll anregbar und außerhalb gar nicht anregbar ist (Lehman 1993). Als Resultat erhält er so den Korrelationskoeffizienten

$$\rho(f_1, f_2) = \begin{cases} 1 - \frac{f_2 - f_1}{f_1} & \text{für } f_1 \leqslant f_2 \leqslant f_1 + \frac{f_1}{Q} = f_1 + BW_Q(f_1) \\ 1 - \frac{f_1 - f_2}{f_2} & \text{für } f_2 \leqslant f_1 \leqslant f_2 + \frac{f_2}{Q} = f_2 + BW_Q(f_2) \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \tag{2.129}$$

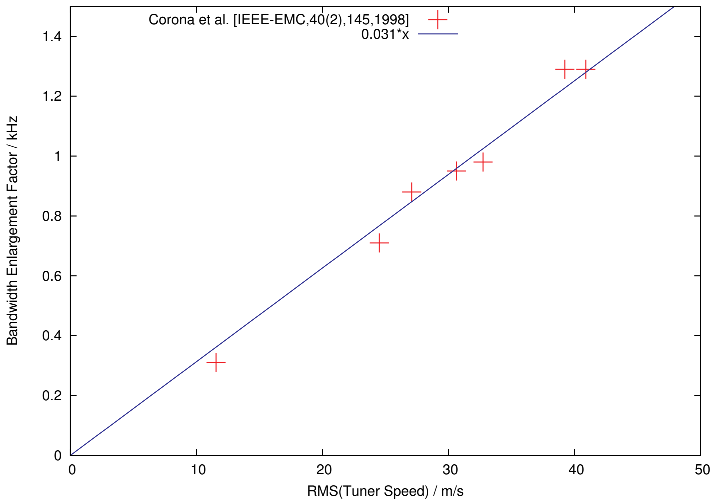


Abbildung 2.16: Vergleich der gemessenen Werte für Δf mit den RMS-Geschwindigkeit auf dem Umfang der Rührer mit einem einfachen linearen Modell.

Holland und St. John geben eine andere Formel für den Korrelationskoeffizienten an, jedoch ohne diese herzuleiten (Holland und St. John 1998; Holland und St. John 1999).[13] Dies wird im Folgenden hier nachgeholt.

Seien f_1 und f_2 zwei Resonanzfrequenzen mit zugehörigen Güten Q_1 und Q_2. Weiterhin seien die Verteilungen der Resonanzen Lorentzverteilungen (Cauchyverteilung)

$$\mathtt{pdf}_{F_i}(f) = \frac{1}{\pi} \frac{b_i}{b_i^2 + (f - f_i)^2}, \tag{2.130}$$

mit der Mittenfrequenz $f_i = f_1, f_2$ und den halben Halbwertsbreiten $b_i = {}^1\!/\!_2 BW_Q(f_i) = {}^{f_i}\!/\!_{2Q}$. Als Maß für die Korrelation kann nun der Überlapp

[13] Holland und St. John beziehen sich hierbei auf (Lehman 1993) und auf (Hill 1998b). Wie gesagt wird in (Lehman 1993) eine andere Formel verwendet und (Hill 1998b) behandelt diese Thematik gar nicht.

$A(f_1 - f_2)$ der beiden Resonanzen genutzt werden:

$$\rho(f_1, f_e) = \frac{A(f_1 - f_2)}{A(0)} \tag{2.131}$$

$$= \frac{(\mathtt{pdf}_{F_1}(f + f_1) * \mathtt{pdf}_{F_2}(f + f_2))(f_1 - f_2)}{A(0)} \tag{2.132}$$

Die Faltung zweier Cauchyverteilungen ist wieder eine Cauchyverteilung, mit der Summe der Mittenfrequenzen als neue Mittenfrequenz und der Summe der halben Halbwertsbreiten als neue halbe Halbwertsbreite. Somit folgt

$$A(f_1 - f_2) = (\mathtt{pdf}_{F_1}(f + f_1) * \mathtt{pdf}_{F_2}(f + f_2))(f_1 - f_2) \tag{2.133}$$

$$= \frac{1}{\pi} \frac{b1 + b2}{(b_1 + b_2)^2 + (f_1 - f_2)^2} \tag{2.134}$$

$$A(0) = \frac{1}{\pi(b_1 + b_2)} \tag{2.135}$$

$$\rho(f_1, f_2) = \frac{(b1 + b2)^2}{(b_1 + b_2)^2 + (f_1 - f_2)^2} \tag{2.136}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{(f_1 - f_2)^2}{(b_1 + b_2)^2}}. \tag{2.137}$$

Nähert man nun $Q_1 \approx Q_2 \approx Q$ gilt $b_1 + b_2 \approx (f_1 + f_2)/(2Q) = \bar{f}/Q$ und man erhält

$$\rho(f_1, f_2) = \frac{1}{1 + \left(\frac{(f_1 - f_2)Q}{\bar{f}}\right)^2}, \tag{2.138}$$

was mit der Formel bei Holland und St. John übereinstimmt, zusätzlich aber die bei ihm unbestimmte Konstante β festlegt. Bei dieser Festlegung zeigt sich zusätzlich, dass β frequenzabhängig ist.

Die Ergebnisse der beiden Modelle werden in der Abbildung 2.17 vergleichend gegenübergestellt.

2.4 Einkopplung

2.4.1 Antennen

Hill untersucht die Frage, welche mittlere Leistung $\langle P_r \rangle$ am Fußpunkt einer Antenne in einer Modenverwirbelungskammer zur Verfügung steht (Hill

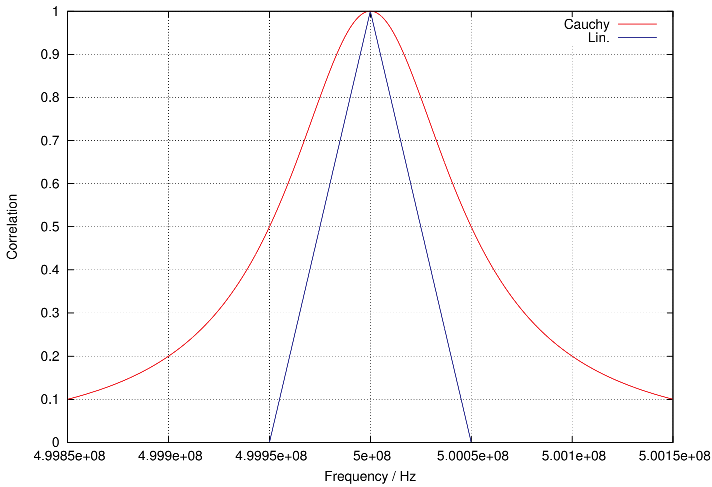


Abbildung 2.17: Korrelationsfunktionen für die Frequenz nach LEHMAN (Lin.) und HOLLAND und ST. JOHN (Cauchy) für eine Mittenfrequenz $f_1 = 500\,\text{MHz}$ und $Q = 10000$.

1998b). Man betrachtet zunächst eine verlustlose, perfekt angepasste Antenne. Die mittlere Empfangsleistung $\langle P_r \rangle$ am Fußpunkt der Antenne ergibt sich als Produkt der (skalaren) mittleren Leistungsdichte $\langle S_c \rangle = c \langle w \rangle$ und der mittleren *effektiven Antennenfläche* $\langle A_e \rangle$,

$$\langle P_r \rangle = \langle S_c \rangle \langle A_e \rangle = c \langle w \rangle \langle A_e \rangle \,. \tag{2.139}$$

Die mittlere effektive Antennenfläche *jeder* Antenne in einer (idealen) MVK ist gleich der mittleren effektiven Antennenfläche einer isotropen Antenne, $\frac{\lambda^2}{4\pi}$ (CORONA et al. 1980; HILL et al. 1993)

$$\langle A_e \rangle = p_m \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad 0 \leqslant p_m \leqslant 1. \tag{2.140}$$

Die Größe p_m ist der Polarisationsfaktor der Antenne. Unter Freifeldbedingungen variiert dieser zwischen 0 und 1 bei perfekter Kreuz- bzw. perfekter Kopolarisation. HÖIJER zeigt, dass sich die Polarisationsfehlanpassung ebenso wie der Direktivitätsverlauf herausmittelt und man somit

$$p_m = 0.5 \tag{2.141}$$

für *alle* Antenne verwenden muss (Höijer 2006a, b).

Die Anwendung von Gleichung (1.6) und Gleichung (2.140) auf Gleichung (2.139) ergibt schließlich

$$\begin{aligned}
\langle P_r \rangle &= c \cdot \frac{\lambda \langle Q \rangle \ \langle P_t \rangle}{2\pi c V} \cdot \frac{p_m \lambda^2}{4\pi} && (2.142) \\
&= \frac{p_m \lambda^3 \langle Q \rangle}{8\pi^2 V} \langle P_t \rangle && (2.143) \\
&= \frac{\lambda^3 \langle Q \rangle}{16\pi^2 V} \langle P_t \rangle , && (2.144)
\end{aligned}$$

bzw.

$$\langle P_t \rangle = \frac{16\pi^2 V}{\lambda^3 \langle Q \rangle} \langle P_r \rangle . \tag{2.145}$$

Im Falle realer Empfangsantennen wird die Empfangsleistung gegenüber dem idealen Fall um die ohmschen Verluste reduziert sein. Ausgedrückt wird dies durch die *Antenneneffektivität* η_r ($\in [0, 1]$). Eine weitere Reduktion ergibt sich aus der *Antennenfehlanpassung* (Ladbury et al. 1999). Letztere ist gegeben durch den Faktor $(1 - |S_{22}|^2)$ ($\in [0, 1]$), wobei S_{22} der Reflexionskoeffizient der Antenne bei Propagation in Richtung des Kabels ist. Insgesamt führt dies also zu

$$\langle P_t \rangle = \frac{16\pi^2 V}{\eta_r (1 - |S_{22}|^2) \lambda^3 \langle Q \rangle} \langle P_r \rangle . \tag{2.146}$$

Die experimentelle Bestimmung der Antenneneffektivität ist schwierig (Hallbjörner 2001; Kildal und Carlsson 2002c, b). Die Abschätzung ihres Wertes durch

$$\eta_r = \begin{cases} 0.75 & \text{für logarithmisch-periodische Antennen} \\ 0.9 & \text{für Hornantennen} \end{cases} \tag{2.147}$$

ist üblich.

Die Messung der Antennenfehlanpassung wird durch die Antennenverluste beeinflusst. Für nicht zu schlecht angepasste Antennen wird die Fehlanpassungskorrektur in der Regel vernachlässigt, d. h. $(1 - |S_{22}|^2) = 1$ wird angenommen.

2.4.2 Testsystem

Höijer erweitert das von Hill entwickelte und auf der Wellendarstellung basierende Modell (vergleiche Abschnitt 2.1.2) für die statistische Beschreibung der in Antennen eingekoppelten Leistung (Höijer 2006a, b). Die Erweiterungen bestehen zu einen darin, dass er die kritischen Systemkomponenten eines EUT auch wie Antennen beschreibt (wobei hier im Allgemeinen mit wesentlich geringeren Antenneneffektivitäten und größeren Antennenfehlanpassungen zu rechnen ist) und alle höheren Momente der Verteilungsfunktion der eingekoppelten Leistung berechnet. Letzteres ermöglicht schließlich die Berechnung der Verteilungsfunktion selbst. Die Vorgehensweise wird in der Folge skizziert.

2.4.2.1 Höhere Momente der spektralen Winkelverteilung

Die Erweiterung der Wellendarstellung um die höheren Momente der spektralen Winkelverteilung $F(\hat{\mathbf{k}})$ wurde bereits in Abschnitt 2.1.2 vorgestellt. In Gleichung (2.11) ergab sich

$$\left\langle \prod_{j=1}^{n} F_{A_j B_j}(\hat{\mathbf{k}}_j) \right\rangle_b = \begin{cases} C_E^{n/2} \underset{l,m\leqslant n}{\Delta} \delta_{A_l,A_m} \delta_{B_l,B_m} \delta(\hat{\mathbf{k}}_l - \hat{\mathbf{k}}_m) & n \text{ gerade} \\ 0 & n \text{ ungerade.} \end{cases} \tag{2.148}$$

2.4.2.2 Verteilung des eingekoppelten Stroms

Jedem EUT kann nun eine komplexe Empfangscharakteristik

$$\mathbf{Y}(\hat{\mathbf{r}}) = [Y_{\theta r}(\hat{\mathbf{r}}) + jY_{\theta i}(\hat{\mathbf{r}})]\,\hat{\boldsymbol{\theta}} + [Y_{\varphi r}(\hat{\mathbf{r}}) + jY_{\varphi i}(\hat{\mathbf{r}})]\,\hat{\boldsymbol{\varphi}} \tag{2.149}$$

so zugeordnet werden, dass sich der Strom I in einer EUT-Komponente zu

$$I = \iint_{4\pi} \iint_{4\pi} \mathbf{Y}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \mathbf{F}(\hat{\mathbf{k}}) \delta(\hat{\mathbf{r}} + \hat{\mathbf{k}}) d\Omega_{\hat{\mathbf{r}}} d\Omega_{\hat{\mathbf{k}}} \tag{2.150}$$

$$= \iint_{4\pi} \mathbf{Y}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \mathbf{F}(-\hat{\mathbf{r}}) d\Omega \tag{2.151}$$

ergibt.

Erwartungsgemäß verschwinden die Mittelwerte von Real- und Imaginärteil des Stromes

$$\langle I_r \rangle = \langle I_i \rangle = 0. \tag{2.152}$$

Für das zweite Moment erhält man Ausdrücke, die – bis auf die von der Kammer abhängige Konstante $C_E = {}_b\left\langle |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 \right\rangle / (16\pi)$ – ausschließlich durch das EUT vorgegeben sind:

$$\left\langle I_r^2 \right\rangle = \left\langle I_i^2 \right\rangle = C_E \iint_{4\pi} \left[|Y_\theta(\hat{\mathbf{r}})|^2 + |Y_\varphi(\hat{\mathbf{r}})|^2 \right] d\Omega \tag{2.153}$$

$$= C_E \frac{\eta_r (1 - |S_{22}|^2) \lambda^2}{Z_L \eta} \tag{2.154}$$

Hierbei ist Z_L die Lastimpedanz, in der die Leistung umgesetzt wird, η_r die Effektivität der empfangenden Struktur und $(1 - |S_{22}|^2)$ die Impedanzfehlanpassung der (parasitären) Antenne. Mit der Abkürzung

$$\sigma_I = \sqrt{\left\langle I_r^2 \right\rangle} = \sqrt{\left\langle I_i^2 \right\rangle} = \sqrt{C_E \frac{\eta_r (1 - |S_{22}|^2) \lambda^2}{Z_L \eta}} \tag{2.155}$$

gilt für beliebige Momente des Stromes

$$\langle I_r^n \rangle = \langle I_i^n \rangle = \begin{cases} (n-1)!!\, \sigma_I^n & n \text{ gerade} \\ 0 & n \text{ ungerade.} \end{cases} \tag{2.156}$$

Unter Nutzung der Momente zeigt Höijer, dass Real- und Imaginärteil des eingekoppelten Stroms Normalverteilt um Null mit Standardabweichung σ_I sind

$$\mathtt{pdf}_{I_i}(i) = \mathtt{pdf}_{I_r}(i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_I} e^{-\frac{i^2}{2\sigma_I^2}} \tag{2.157}$$

$$\mathtt{cdf}_{I_i}(i) = \mathtt{cdf}_{I_r}(i) = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{i}{\sqrt{2}\sigma_I} \right) \right). \tag{2.158}$$

2.4.2.3 Verteilung des eingekoppelten Strombetrags (Spannungsbetrags)

Aus den Verteilungsfunktionen für Real- und Imaginärteil des eingekoppelten Betrags und der Ergebnisse in Abschnitt A.3 folgt, dass der Betrag des eingekoppelten Stroms (analoges gilt für die Spannung) $|I| = \sqrt{I_r^2 + I_i^2}$ χ-verteilt mit zwei Freiheitsgraden ist (Rayleigh Verteilung):

$$\mathtt{pdf}_{|I|}(i) == \frac{i}{\sigma_I^2} \cdot \exp\left(-\frac{i^2}{2\sigma_I^2} \right) \cdot u(0) \tag{2.159}$$

$$\mathtt{cdf}_{|I|}(i) = 1 - \exp\left(-\frac{i^2}{2\sigma_I^2} \right) \tag{2.160}$$

2.4.2.4 Verteilung der eingekoppelten Leistung

Die im Lastwiderstand umgesetzte Leistung ist

$$P = \frac{Z_L |I|^2}{2} = \frac{Z_L (I_r^2 + I_i^2)}{2}. \tag{2.161}$$

Wie in Abschnitt A.4.1 dargelegt, ergibt sich für P somit eine Exponentialverteilung (χ_2^2-Verteilung) in der Form

$$\mathtt{pdf}_P(p) = \frac{1}{Z_L \sigma_I^2} \cdot \exp\left(-\frac{p}{Z_L \sigma_I^2}\right) \cdot u(0) \tag{2.162}$$

$$\mathtt{cdf}_P(p) = 1 - \exp\left(-\frac{p}{Z_L \sigma_I^2}\right) \tag{2.163}$$

mit dem Erwartungswert

$$\langle P \rangle = Z_L \sigma_I^2 = C_E \frac{\eta_r (1 - |S_{22}|^2) \lambda^2}{Z_L \eta}. \tag{2.164}$$

2.4.2.5 Maximalwert der eingekoppelten Leistung

2.4.2.5.1 Maximalverteilung der normierten Leistung Bei der Durchführung eines Test in einer Modenverwirbelungskammer interessiert häufig der Maximalwert der eingekoppelten Leistung P über ein Ensemble von N statisch unabhängigen Randbedingungen (siehe Abschnitt 3.2). Zur Berechnung der Maximalwertverteilung wird zunächst die auf die Erwartungswert der Leistung normierte Zufallsvariable

$$X = \frac{P}{{}_b\langle P \rangle} \tag{2.165}$$

eingeführt. Nach Gleichung (2.162) und Gleichung (2.163) ist auch diese Größe exponentialverteilt:

$$\mathtt{pdf}_X(x) = \exp(-x) \cdot u(0) \tag{2.166}$$

$$\mathtt{cdf}_X(x) = 1 - \exp(-x) \tag{2.167}$$

Nach Abschnitt A.8.3 ergibt sich für die Verteilung der Maximalwerte $Z(N) = {}_b\lceil X \rceil_N$ bei Stichprobenumfang N

$$\mathtt{cdf}_Z(z) = (1 - \exp(-z))^N \tag{2.168}$$

$$\mathtt{pdf}_Z(z) = \frac{\mathtt{cdf}_Z(z)}{dz} = N\,(1 - \exp(-z))^{N-1} \exp(-z). \tag{2.169}$$

In diesem Ergebnis spiegelt sich eine fundamentale Eigenschaft von Modenverwirbelungskammern wider: Das Verhältnis von Maximalwert zu Mittelwert der eingekoppelten Leistung hängt *nur* von der Anzahl der realisierten statistisch unabhängigen Randbedingungen ab. Sonstige Eigenschaften der Kammer oder des EUT gehen nur in den Mittelwert ein, der durch Gleichung (2.164) gegeben ist.

Der Erwartungswert von Z ergibt sich zu

$$\langle Z \rangle = \int_0^\infty z \cdot \mathtt{pdf}_Z(z)\,dz \tag{2.170}$$

$$= N \int_0^1 \ln\left(\frac{1}{y}\right)(1-y)^{N-1}dy \tag{2.171}$$

$$= N \sum_{n=0}^{N-1} \binom{N-1}{n} \frac{(-1)^n}{(n+1)^2} \tag{2.172}$$

$$= \sum_{n=1}^{N} (-1)^{n-1} \binom{N}{n} \frac{1}{n} \tag{2.173}$$

$$= \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{n}. \tag{2.174}$$

Der Verlauf von $\langle Z(N) \rangle$ ist in der Abbildung 2.18 dargestellt. Aus der Darstellung ist auch ersichtlich, dass in sehr guter Näherung

$$\langle Z \rangle \simeq 0.577 + \ln(N) + \frac{1}{2N} \tag{2.175}$$

gilt.

2.4.2.5.2 Verteilung des Verhältnisses von Maximalwert und Mittelwert der Leistung für unabhängige Stichproben Die oben betrachtete Maximalverteilung der Größe Z, welche die auf den Erwartungswert normierten Leistung (X) ist, hat den Nachteil, dass in sie der theoretische Erwartungswert der Leistung $\langle P \rangle = \langle P \rangle_\infty$ eingeht. Für nicht zu große N ist der experimentell zugängliche Wert $\langle P \rangle_N$ eine Zufallsvariable, die nur eine grobe Näherung des theoretischen Wertes darstellt. Es sei daher nun der *empirische* Mittelwert

$$Q(N) = \langle X \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^{N} X_m \tag{2.176}$$

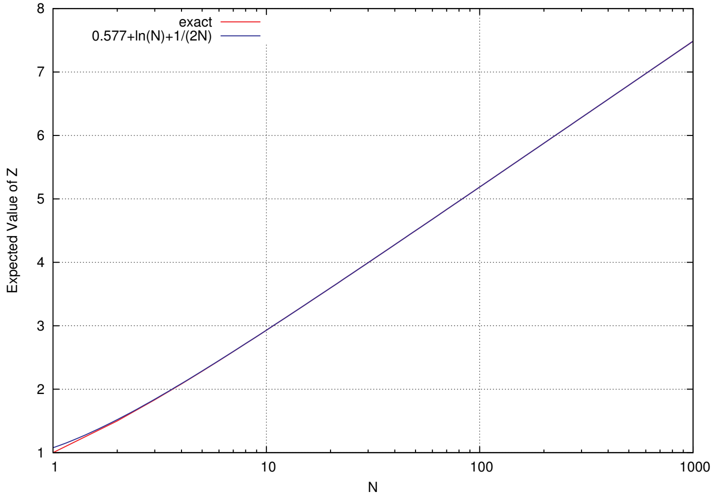


Abbildung 2.18: Der Verlauf von $\langle Z \rangle$ als Funktion von N.

der normierten Empfangsleistung zu N unabhängigen Rührerpositionen betrachtet. Nach Abschnitt A.8.2 folgt für die Verteilung von Q[14]

$$\mathtt{pdf}_Q(q) = \frac{N^N}{(N-1)!} q^{N-1} \exp -Nq \cdot u(0) \tag{2.177}$$

$$\mathtt{cdf}_Q(q) = 1 - \left(1 + \sum_{i=1}^{N-1} \frac{N^i}{i!} q^i\right) \cdot \exp(-Nq). \tag{2.178}$$

Der Erwartungswert der Größe Q ergibt sich zu

$$\langle Q \rangle = \frac{N^N}{(N-1)!} \int_0^\infty q^N \exp(-Nq) dq = 1. \tag{2.179}$$

Mit Hilfe der bisher eingeführten Größen X, Z und Q kann nun das Verhältnis des empirischen Maximums zum empirischen Mittelwert der

[14]Die Formel für $\mathtt{cdf}_Q(q)$ fehlt in (Höijer 2006a, b).

eingekoppelten Leistung betrachtet werden. Dieses sei mit T bezeichnet:

$$T(N) = {}_b\dagger(P)_N = \frac{{}_b\lceil P \rceil_N}{{}_b\langle P \rangle_N} \tag{2.180}$$

$$= \frac{{}_b\left\lceil \frac{P}{\langle P \rangle} \right\rceil_N}{{}_b\left\langle \frac{P}{\langle P \rangle} \right\rangle_N} \tag{2.181}$$

$$= \frac{Z(N)}{Q(N)} \tag{2.182}$$

Unter Nutzung der Gleichung (A.105) für die Verteilung des Quotienten zweier Zufallsvariabler, erhält man für den Fall, dass Zähler und Nenner *statistisch unabhängig* sind die Verteilungsfunktion

$$\mathtt{cdf}_T(t) = \int_0^\infty \mathtt{cdf}_Z(qt)\mathtt{pdf}_Q(q)dq \tag{2.183}$$

$$= \frac{1}{(N-1)!} \int_0^1 \left[\ln\left(\frac{1}{y}\right)\right]^{N-1} \left(1 - y^{\frac{t}{N}}\right)^N dy \tag{2.184}$$

$$= \sum_{n=0}^{N} \binom{N}{n} (-1)^n \left(\frac{1}{1 - \frac{n}{N}t}\right)^N \tag{2.185}$$

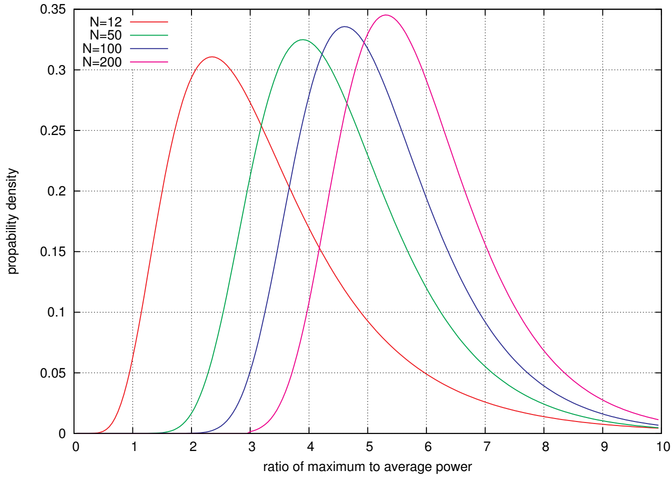
$$\mathtt{pdf}_T(t) = \frac{1}{(N-1)!} \int_0^1 \left[\ln\left(\frac{1}{y}\right)\right]^N \left(1 - y^{\frac{t}{N}}\right)^{N-1} y^{\frac{t}{N}} dy \tag{2.186}$$

$$= \sum_{n=1}^{N} \binom{N}{n} (-1)^{n+1} n \left(\frac{1}{1 - \frac{n}{N}t}\right)^{N+1}. \tag{2.187}$$

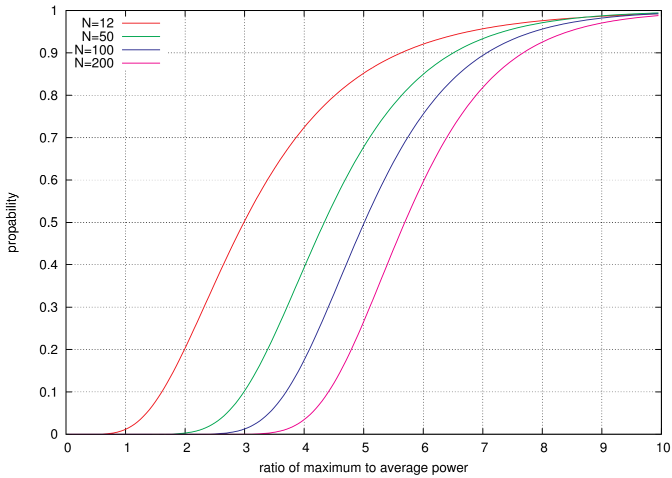
Die Verteilungen sind in Abbildung 2.19 dargestellt.

2.4.2.5.3 Verteilung des Verhältnisses von Maximalwert und Mittelwert der Leistung für abhängige Stichproben Bei praktischen Untersuchungen stammen Maximalwert und Mittelwert meist aus der selben Stichprobe und sind somit als *abhängige* Zufallsvariablen zu betrachten. Die Berechnung der Verteilungsfunktion wird dadurch erheblich erschwert, ist aber dennoch möglich (Höijer 2006a, b). Er ergeben sich folgende Resultate für die Zufallsvariable

$$A(N) = \left.\frac{Z(N)}{Q(N)}\right|_{\text{selbes Ensemble}} : \tag{2.188}$$



(a) Verteilungsdichte



(b) Verteilung

Abbildung 2.19: Verteilungsfunktionen des Maximal- zu Mittelwert Verhältnisses für unabhängige Stichproben für verschiedene Werte von N. Von links nach rechts: $N = 12, 50, 100, 200$.

$$\mathtt{pdf}_A(a) = (N-1) \sum_{n=0}^{\mathrm{floor}\left(\frac{N}{a}-1\right)} \binom{N-1}{n} (-1)^n \left(1 - \frac{n+1}{N} a\right)^{N-2} \tag{2.189}$$

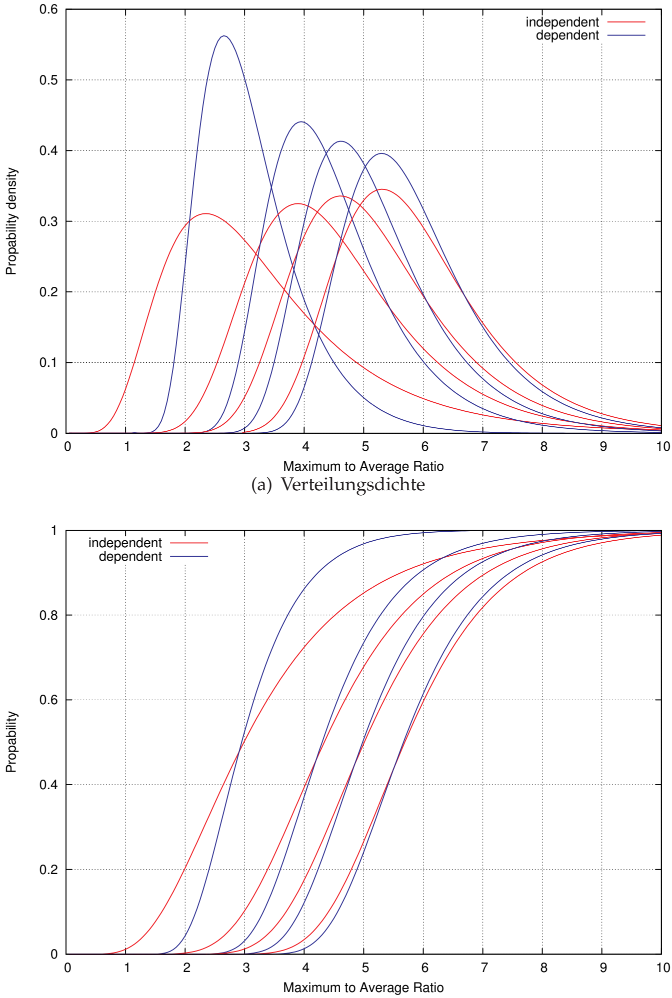
$$\mathtt{cdf}_A(a) = \sum_{n=0}^{\mathrm{floor}\left(\frac{N}{a}\right)} \binom{N}{n} (-1)^n \left(1 - \frac{n}{N} a\right)^{N-1} \tag{2.190}$$

Die Verteilungen von T und A sind in Abbildung 2.20 für verschiedene Werte von N vergleichend dargestellt. Die größten Unterschiede ergeben sich erwartungsgemäß für kleine N. Im Falle der Zufallsvariable A (abhängige Stichprobe) sind Werte kleiner als eins nicht möglich (das Maximum ist nicht kleiner als der Mittelwert) und große Werte sind weniger wahrscheinlich als bei unabhängigen Stichproben (große Maximalwerte gehen einher mit großen Mittelwerten). Beides führt zu einer Verringerung der Streuung im Falle der abhängigen Stichprobe. Im Grenzwert $N \to \infty$ gehen die Verteilungen wieder ineinander über.

2.4.2.6 Leistungen an unterschiedlichen Positionen

Bei der praktischen Durchführung von Immunitätstests in Modenverwirbelungskammern ist neben dem EUT in aller Regel noch eine Referenzantenne im Arbeitsvolumen der Kammer vorhanden. Die Messung der Leistung an dieser Antenne dient der Abschätzung der tatsächlichen Feldexposition. Die gemessenen Leistungen an der Referenzantenne werden natürlich normalerweise wesentlich größer sein als die in eine EUT-Komponente eingekoppelte Leistung, da die Referenzantenne eine wesentlich bessere Effektivität und Impedanzanpassung hat. Tatsächlich wird ein EUT idealerweise so aufgebaut werden, dass z. B. die Empfangseffektivität möglichst gering ist, was beispielsweise durch Schirmung erreicht werden kann. Prinzipiell ist die Vorhersage der eingekoppelten Leistung durch Messung der in die Referenzantenne eingekoppelten Leistung möglich.

Ein Problem besteht allerdings darin, dass sich Referenzantenne und EUT nicht an der gleichen Position befinden. Somit werden unterschiedliche empirische Werte für Mittelwert und Maximum realisiert. Für ausreichen große Werte von statistisch unabhängigen Randbedingungen konvergieren diese Werte (Höijer und Bäckström 2003); für relativ kleine N ist jedoch die Abschätzung der Unterschiede erforderlich. Die Darstellung in den folgenden Abschnitten orientiert sich an (Höijer 2006a, b).



(a) Verteilungsdichte

(b) Verteilung

Abbildung 2.20: Verteilungsfunktionen des Maximum zu Mittelwertverhältnisses T (unabhängige Stichprobe) und A (abhängige Stichprobe) für verschiedene Werte von N. Von links nach rechts: $N = 12, 50, 100, 200$.

2.4.2.6.1 Nutzung von Maximalwerten Seien $U(N)$ und $V(N)$ die Zufallsvariablen der maximal eingekoppelten Leistungen für das EUT und die Referenzantenne. Das Verhältnis dieser Größen ist wieder eine Zufallsvariable $W(N)$,

$$W(N) = \frac{U(N)}{V(N)} = \frac{\frac{U(N)}{\langle P \rangle}}{\frac{V(N)}{\langle P \rangle}}. \tag{2.191}$$

Hierbei ist $\langle P \rangle$ der positionsunabhängige Erwartungswert der Leistung P. Die beiden auf den Erwartungswert bezogenen Zufallsvariablen sind unabhängig (wegen der räumlichen Trennung) und ihre Verteilung ist nach Gleichung (2.168) gegeben. Die Verteilung von W ergibt sich somit zu

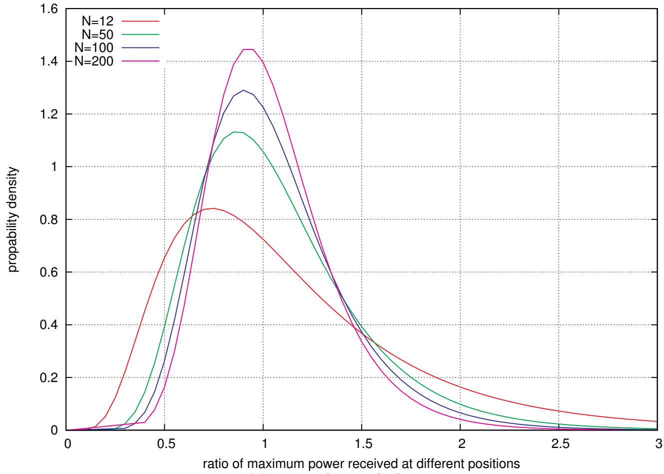
$$\begin{aligned}
\mathtt{cdf}_W(w) &= \int_0^\infty \mathtt{cdf}_Z(zw)\mathtt{pdf}_Z(z)\mathrm{d}z & (2.192)\\
&= N\int_0^1 (1-y^w)^N (1-y)^{N-1}\mathrm{d}y & (2.193)\\
&= N\sum_{m=0}^{N}\sum_{n=0}^{N-1}\binom{N}{m}\binom{N-1}{n}\frac{(-1)^{m+n}}{mw+n+1} & (2.194)\\
\mathtt{pdf}_W(w) &= N^2\int_0 1\ln\left(\frac{1}{y}\right) y^w \left[(1-y^w)(1-y)\right]^{N-1}\mathrm{d}y & (2.195)\\
&= N\sum_{m=0}^{N}\sum_{n=0}^{N-1}\binom{N}{m}\binom{N-1}{n}\frac{(-1)^{m+n+1}m}{(mw+n+1)^2}. & (2.196)
\end{aligned}$$

Die Verteilungsfunktionen sind in Abbildung 2.21 für verschiedene N dargestellt.

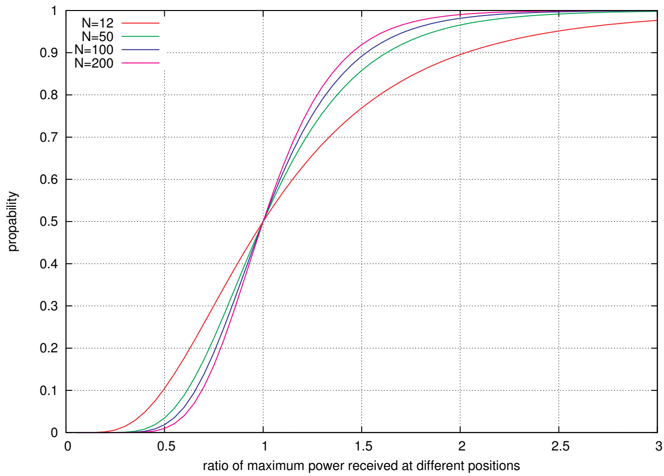
Die kumulierte Verteilung beantwortet die Frage nach der Wahrscheinlichkeit, am Ort des EUT einen Maximalwert zu finden, der z. B. doppelt so groß wie der Maximalwert am Ort der Referenzantenne ist. Umgekehrt kann zu jeder vorgegebenen Wahrscheinlichkeit α der Wert w_α angegeben werden, so dass die Leistung am Ort des EUT mit der Wahrscheinlichkeit α kleiner als das w_α-fache der Leistung am Ort der Referenzantenne ist:

$$\begin{aligned}
\alpha &= \mathtt{cdf}_W(w_\alpha) & (2.197)\\
&= \mathcal{P}\{\,{}_b\lceil P_{\mathrm{EUT}}\rceil_N \leqslant w_\alpha\, {}_b\lceil P_{\mathrm{RefAnt}}\rceil_N\} & (2.198)
\end{aligned}$$

Die Werte von w_α sind als Funktion von N in Abbildung 2.22 für verschiedene α dargestellt.



(a) Verteilungsdichte



(b) Verteilung

Abbildung 2.21: Verteilungsfunktionen des Verhältnisses der Maximalwerte an unterschiedlichen Raumpositionen für verschiedene Werte von N. Von links nach rechts: N = 12, 50, 100, 200.

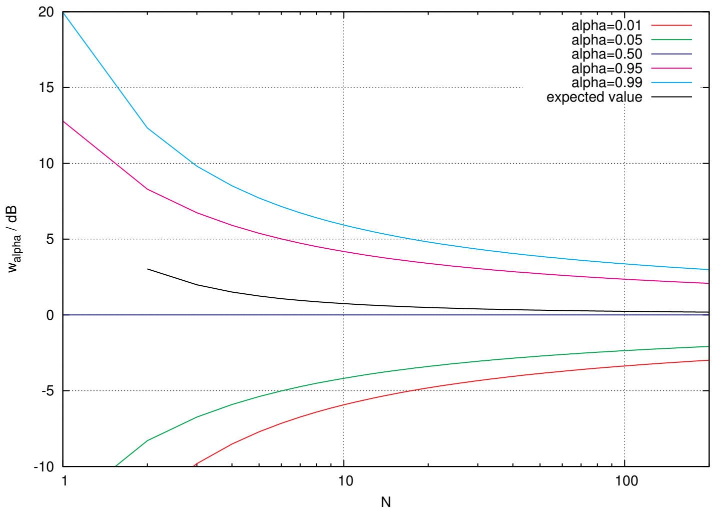


Abbildung 2.22: Verlauf von w_α als Funktion von N für verschiedene Quantilswerte α. Eingezeichnet ist auch der Erwartungswert $\langle W \rangle$, der für $N = 1$ gegen unendlich divergiert.

2.4.2.6.2 Nutzung von Mittelwerten Anstelle der Nutzung des Maximalwertes der Leistung an der Referenzantenne zur Vorhersage des Maximums am Ort des EUT kann auch die Verwendung des Mittelwertes treten. Da sich die Messungen auf unterschiedliche Orte beziehen sind die Stichproben unabhängig. Die zu betrachtenden Größe ist somit die Zufallsvariable T, deren Verteilungen in Gleichung (2.183) bis Gleichung (2.187) betrachtet wurden. Darstellungen der Verteilungen finden sich in Abbildung 2.19.

Wie oben können nun auch hier wieder Quantilswerte t_α zu verschiedenen Wahrscheinlichkeiten α berechnet werden:

$$\alpha = \mathtt{cdf}_T(t_\alpha) \tag{2.199}$$

$$= \mathcal{P}\{\,{}_b\lceil P_{\mathrm{EUT}}\rceil_N \leqslant t_\alpha\,{}_b\langle P_{\mathrm{RefAnt}}\rangle_N\} \tag{2.200}$$

Die Werte von t_α sind als Funktion von N in Abbildung 2.23 für verschiedene α dargestellt.

Natürlich ist die maximal in das EUT eingekoppelte Leistung unabhängig davon, ob zu seiner Vorhersage der Maximal- oder der Mittelwert

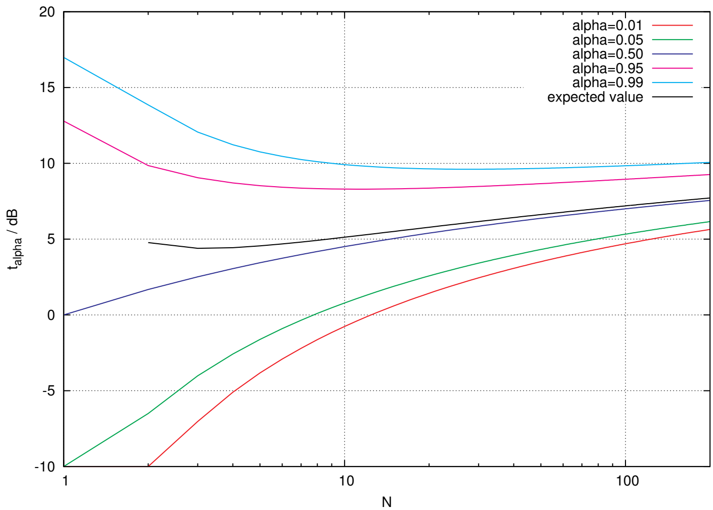


Abbildung 2.23: Verlauf von t_α als Funktion von N für verschiedene Quantilswerte α. Eingezeichnet ist auch der Erwartungswert $\langle T \rangle$, der für $N = 1$ gegen unendlich divergiert.

am Ort der Referenzantenne herangezogen wurde. Die Vorhersagewerte unterscheiden sich jedoch. Aus $W = Z_{\mathrm{EUT}}/Z_{\mathrm{RefAnt}}$ und $T = Z_{\mathrm{EUT}}/Q_{\mathrm{RefAnt}}$ ergeben sich die Vorhersagen

$$Z_{\mathrm{EUT,W}}(N, \alpha) = w_\alpha(N) Z_{\mathrm{RefAnt}}(N) \tag{2.201}$$
$$Z_{\mathrm{EUT,T}}(N, \alpha) = t_\alpha(N) Q_{\mathrm{RefAnt}}(N), \tag{2.202}$$

mit den Verteilungsfunktionen

$$\mathtt{pdf}_{\mathrm{EUT,W}}(z) = \frac{1}{w_\alpha} \mathtt{pdf}_Z\left(\frac{t}{w_\alpha}\right) \tag{2.203}$$
$$\mathtt{cdf}_{\mathrm{EUT,W}}(z) = \mathtt{cdf}_Z\left(\frac{t}{w_\alpha}\right) \tag{2.204}$$

sowie

$$\mathtt{pdf}_{\mathrm{EUT,T}}(q) = \frac{1}{t_\alpha}\mathtt{pdf}_{\mathrm{Q}}\left(\frac{q}{t_\alpha}\right) \tag{2.205}$$

$$\mathtt{cdf}_{\mathrm{EUT,T}}(q) = \mathtt{cdf}_{\mathrm{Q}}\left(\frac{q}{t_\alpha}\right). \tag{2.206}$$

Ein Maß für die Vorhersageunterschiede ist das Verhältnis der Erwartungswerte von $Z_{\mathrm{EUT,W}}(N, \alpha)$ und $Z_{\mathrm{EUT,T}}(N, \alpha)$, das auch wieder von N und α abhängt:

$$\begin{aligned}
G(N,\alpha) &= \frac{\langle Z_{\mathrm{EUT,T}}(N,\alpha)\rangle}{\langle Z_{\mathrm{EUT,W}}(N,\alpha)\rangle} && (2.207)\\
&= \frac{t_\alpha(N)\,\langle Q_{\mathrm{RefAnt}}(N)\rangle}{w_\alpha(N)\,\langle Z_{\mathrm{RefAnt}}(N)\rangle} && (2.208)\\
&= \frac{t_\alpha(N)}{w_\alpha(N)\,\langle Z(N)\rangle} && (2.209)\\
&= \frac{t_\alpha(N)}{w_\alpha(N)\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{n}} && (2.210)\\
&\simeq \frac{t_\alpha(N)}{w_\alpha(N)\left(0.577+\ln(N)+\frac{1}{2N}\right)} && (2.211)
\end{aligned}$$

Der Verlauf von G über N ist in Abbildung 2.24 für verschiedene α dargestellt.

Die im Rahmen dieser Arbeit gefundenen Werte für G sind betraglich wesentlich kleiner als die in (Höijer 2006a, b) gegebenen Werte. Es ist zu vermuten, dass Höijer versehentlich die Erwartungswerte der dB-skalierten Größen miteinander verglichen hat. Die hier gefundenen Abweichungen zwischen den Vorhersagewerten basierend auf dem Maximalwert bzw. dem Mittelwert sind für $\alpha = 0.05$ kleiner als 13% (Höijer: ca. 32%). Aus diesem Grund muss die Schlussfolgerung, das Verfahren unter Verwendung der Mittelwerte sei zu bevorzugen, relativiert werden.[15]

[15] Höijer wertet es als »Vorteil«, dass das Mittelwertsverfahren höhere Vorhersagewerte liefert. Der Autor kann sich dieser Sichtweise nicht anschließen.

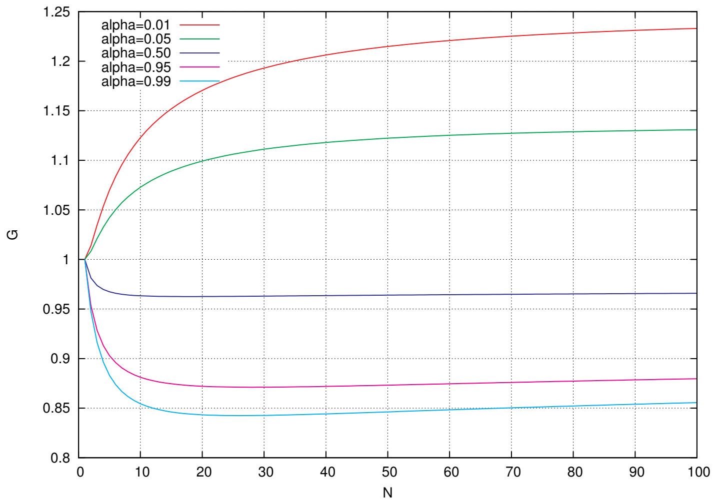


Abbildung 2.24: Verlauf von $G = \frac{\langle Z_{\mathrm{EUT,T}}(N,\alpha)\rangle}{\langle Z_{\mathrm{EUT,W}}(N,\alpha)\rangle}$ als Funktion von N für verschiedene α.

2.5 Abstrahlung

2.5.1 Gesamt abgestrahlte Leistung

Eine der wichtigsten Größen zur Charakterisierung von Modenverwirbelungskammern ist die Güte Q (Arnaut 2003e; Ladbury et al. 1999). Die allgemeine Definition der Güte wurde bereits eingeführt als (Borgnis und Papas 1958):

$$Q = \frac{\omega W}{P_d} = \frac{\omega W}{P_t}. \tag{2.212}$$

Hierbei ist $\omega = 2\pi f = 2\pi\, {}^{c}/_{\lambda}$ die Kreisfrequenz, W ist die im Resonator gespeicherte Energie und P_d ist die umgesetzte Leistung, die gleich der zugeführten Leistung P_t ist.

Für Modenverwirbelungskammern ist die mittlere Güte $\langle Q \rangle$ relevant, die sich mit Gleichung (2.212) zu

$$\langle Q \rangle = \frac{\omega \langle W \rangle}{\langle P_d \rangle} = \frac{\omega \langle W \rangle}{\langle P_t \rangle}. \tag{2.213}$$

ergibt. Die mittlere gespeicherte Leistung berechnet sich wiederum aus der Energiedichte und dem Volumen,

$$\langle W \rangle = \langle w \rangle \cdot V, \tag{2.214}$$

so dass man für die Energiedichte den Ausdruck

$$\langle w \rangle = \frac{\lambda \langle Q \rangle \ \langle P_t \rangle}{2\pi c V}. \tag{2.215}$$

erhält.

Wie in Abschnitt 2.4.1 gezeigt ergibt für den Fall gut angepasster Empfangsantennen

$$\langle P_t \rangle = \frac{16\pi^2 V}{\eta_r \lambda^3 \langle Q \rangle} \langle P_r \rangle \,. \tag{2.216}$$

Die Modenverwirbelungskammer ist somit eine Umgebung, die die direkte Messung der gesamt abgestrahlten Leistung zulässt. Voraussetzung hierfür ist jedoch, dass der Vorfaktor $\frac{16\pi^2 V}{\eta_r \lambda^3 \langle Q \rangle}$ bekannt ist bzw. bestimmt werden kann. In Abschnitt 3.7 werden hierzu zwei Verfahren vorgestellt. Beim Verfahren nach der IEC 61000-4-21 wird der Faktor aus einer Vergleichsmessung bestimmt. Bei dem vom Autor entwickeltem alternativen Verfahren (Krauthäuser 2007) kann die nötige Information aus einer einzigen Messung gewonnen werden.

Der Bezug zu anderen Messverfahren zur Bestimmung der Emissionen von Testsystemen wird in Abschnitt 4.1 hergestellt.

2.6 Erreichbare Feldstärke

Für die Durchführung von Störfestigkeitsuntersuchungen ist die Kenntnis der erreichbaren Feldstärke unabdingbar. Es ist ausreichend sich hierbei auf die elektrische Feldstärke zu konzentrieren, da sich die Werte für die magnetische Feldstärke durch Division mit $\eta = 120\pi\,\Omega$ ergeben.

Der Zusammenhang zwischen eingespeister Leistung P_t, Resonatorgüte Q und Feldstärke ist durch Gleichung (2.27) auf Seite 36 gegeben:

$$E_0^2 = \frac{Q P_t}{\omega \varepsilon V} \tag{2.217}$$

Andererseits ist E_0^2 nach den Gleichungen (2.16) und (2.17) mit den Erwartungswerten des Betragsquadrats der totalen Feldstärke $_b\langle |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 \rangle$ und der kartesischen Komponente ${}_{\mathrm{b}}\langle|E_R(\mathbf{r})|^2\rangle$ (R ist eine beliebige Richtung) verknüpft:

$$E_0^2 = {}_{\mathrm{b}}\langle|\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2\rangle \tag{2.218}$$

$$= 3 \cdot {}_{\mathrm{b}}\langle|E_R(\mathbf{r})|^2\rangle \tag{2.219}$$

Darüber hinaus ist E_0^2 nach Gleichung (2.78) mit der Standardabweichung σ der der Statistik zugrundeliegenden Normalverteilung von Real- und Imaginärteil der E-Feldkomponenten verknüpft:

$$E_0^2 = 6\sigma^2 \tag{2.220}$$

Somit sind die experimentell zugänglichen Parameter P_t und Q mit dem Parameter σ der Randverteilungen (unendlich großer Stichprobenumfang) der Größen in Tabelle 2.1 gemäß

$$\frac{QP_t}{\omega\varepsilon V} = 6\sigma^2 \tag{2.221}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{QP_t}{6\omega\varepsilon V}} \tag{2.222}$$

verbunden. Somit sind die Verteilungen, Erwartungswerte, Varianzen, Quantile u.ä. dieser Größen bekannt. Die Randverteilungen weiterer Größen lassen sich mit den Verfahren in Abschnitt A.8 bestimmen.

In der Praxis wichtiger als die Randverteilungen sind Stichprobenverteilungen der betrachteten Größen für unterschiedlichen Stichprobenumfang. Von besonderem Interesse sind hierbei die Verteilungen des Mittelwertes und des Maximalwertes. Die notwendigen Überlegungen hierzu finden sich in den Abschnitten A.8.2 und A.8.3 und den dort wiedergegeben Tabellen. Zusätzliche Werte können mit den Hilfsprogrammen aus Abschnitt B.3 ermittelt werden.

Ein wichtiger Spezialfall ist der Bereich hoher Frequenzen, in dem die Güte in der Regel durch die Wandverluste gegeben ist:

$$Q \approx \frac{3\mu V}{2\mu_m \delta_s S}, \quad \delta_s = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_m\sigma_m}} \tag{2.223}$$

Einsetzen in die Formel für σ ergibt dann

$$\sigma \approx \frac{\eta\sqrt{P_t}}{2\sqrt{S}}\sqrt[4]{\frac{\sigma_m}{2\mu_m\omega}}. \tag{2.224}$$

Die hier erkennbare Abhängigkeit der normierten Feldstärke von $S^{-1/2}$ wurde in (Eulig et al. 2003) durch den Vergleich von Literaturwerten für eine Reihe von MVKn belegt.

Der andere wichtige Grenzfall tritt bei kleinen Frequenzen auf. Hier ist die Güte in der Regel durch die Antennenverluste begrenzt. Es gilt dann für die an der i-ten Antenne zur Verfügung stehenden Leistung

$$P_{r,i} = c \; {}_b\langle w\rangle \, \frac{1}{2}(1 - |S_{22,i}|^2)\eta_i \frac{\lambda^2}{4\pi}, \tag{2.225}$$

wobei $(1 - |S_{22,i}|^2)$ die Impedanzfehlanpassung und η_i die Antenneneffektivität ist. Für perfekte Impedanzanpassung ergibt sich somit die totale dissipierte Leistung zu

$$P_d = c \; {}_b\langle w\rangle \, \frac{\lambda^2}{8\pi} N, \tag{2.226}$$

wobei N die Gesamtzahl der Antennen ist.

Für die Güte ergibt sich somit

$$Q = \omega \frac{{}_b\langle w\rangle \; V}{P_d} = \frac{2\omega^3 V}{N\pi c^3}, \tag{2.227}$$

so dass sich nach Gleichung (2.222)

$$\sigma = \frac{\omega\sqrt{P_t}}{\sqrt{3N\pi c^3 \varepsilon}} \tag{2.228}$$

folgt.

Anders als in Gleichung (2.224) enthält Gleichung (2.228) keine explizite Größenabhängigkeit. Implizit ist diese aber über die Frequenz enthalten, da der Bereich großer bzw. kleiner Frequenzen natürlich von der Größe der Kammer abhängt. Es ist daher günstig, eine normierte Frequenz einzuführen.

Da es hier nur auf das prinzipielle Verhalten ankommt, seien im Folgenden würfelförmige MVKn betrachtet. Die Kantenlänge sei a. Die erste Resonanzfrequenz ergibt sich somit zu $f_0 = \frac{c}{\sqrt{2}a}$, so dass die normierte Frequenz f' als

$$f' = \frac{f}{f_0} = \frac{\sqrt{2}a}{c} f \tag{2.229}$$

geschrieben werden kann.

Setzt man in die Gleichungen (2.224) und (2.228) ein, so folgt

$$\frac{\sigma}{\sqrt{P_t}} = \frac{f'}{a}\sqrt{\frac{2\eta}{3N}} \qquad \text{(kleine Frequenzen, Antennenverluste)} \tag{2.230}$$

$$= \frac{f'}{a}\sqrt{\frac{\eta}{3}} \qquad \text{(2 Antennen)} \tag{2.231}$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{P_t}} = \frac{\eta}{\sqrt{24}}\sqrt[4]{\frac{\sqrt{2}\sigma_m}{4\pi c\mu_m a^3 f'}} \qquad \text{(große Frequenzen, Wandverluste).} \tag{2.232}$$

Die charakteristische Übergangsfrequenz folgt durch Gleichsetzen der beiden Terme (Schnittpunkt der Asymptoten) zu

$$f_0' = \sqrt[5]{\frac{\sqrt{2}\eta^2\sigma_m a N^2}{1024\pi c\mu_m}}, \tag{2.233}$$

so dass sich das Maximum der erreichbaren Feldstärke für größere Kammern leicht zu größeren relativen Frequenzen verschiebt.

Für ausgewählte Parameter ist das Verhalten von $\sigma/\sqrt{P_t}$ in der Abbildung 2.25 als Funktion der relativen Frequenz dargestellt.

2.7 Transiente

Aufgrund der hohen Güte Q von Modenverwirbelungskammern dauert es eine Weile, bis sich nach der Änderung von Randbedingungen (Modenrührer) oder von Anregungsparametern (Frequenzwechsel, Ein- bzw. Ausschalten) wieder ein stationärer Zustand einstellt. Beispielsweise ist die Zeitkonstante τ der freien Energierelaxation nach dem Abschalten der Anregung mit der Güte Q verknüpft (Corona et al. 1980):

$$\tau = \frac{Q}{\omega} \tag{2.234}$$

In Abschnitt 3.3.2 wird diskutiert, wie sich die freie Energierelaxation zur Gütebestimmung nutzen lässt.

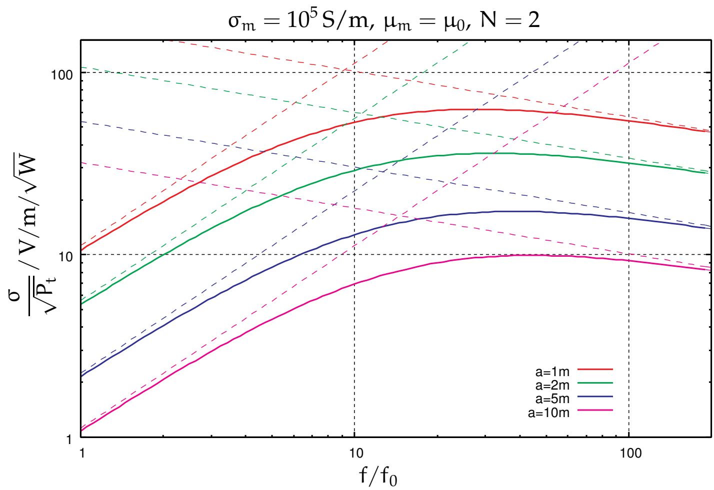


Abbildung 2.25: Verlauf von $\sigma/\sqrt{P_t}$ als Funktion der normierten Frequenz f/f_0 für verschiedene Kantenlängen a einer würfelförmigen Modenverwirbelungskammer.

Tatsächlich hat das transiente Verhalten von Modenverwirbelungskammern auch Rückwirkungen auf die Durchführung von Messungen; der Autor diskutiert dies in (Krauthäuser und Nitsch 2002c, 2003). Zusätzliche Informationen zum transienten Verhalten von Modenverwirbelungskammern finden sich bei Arnaut (Arnaut 2005a)

2.8 Nicht-lineare Streuer

Bekanntlich können induzierte Ströme und Spannungen in Halbleiterkomponenten elektronischer Systeme zu Fehlfunktionen oder Zerstörungen führen. Dies gilt insbesondere auch, wenn das Störsignal niederfrequente Signalanteile enthält (Dion et al. 1995; Ochs 1999). Üblicherweise sind elektronische Systeme in Gehäusen untergebracht. Im Falle von Metallgehäusen oder metallisch beschichteten Gehäusen erfolgt die Einkopplung nicht nur über Zuleitungen, sondern auch durch Schlitze und andere Aperturen. Diese Einkopplung über Aperturen, die natürlich bevorzugt bei hohen

Frequenzen stattfindet, regt das innere des Gehäuses an (Taylor und Giri 1994). Zur Maximierung der Wechselwirkung mit einem elektronischen System führt die Verwendung von pulsmodulierten Hochfrequenzsignalen oder Folgen von unipolaren Pulsen, da die Systeme in aller Regel auch nichtlineare Komponenten beinhalten, an denen Demodulation stattfindet (Ochs 1999). Auf diese Weise wird Energie aus den hochfrequenten Spektralanteilen in den niederfrequenten Bereich transferiert.

Im Folgenden wird die Kopplung einer pulsmodulierten, hochfrequenten Anregung mit einem System in einem Resonator näher untersucht.

Hierzu wird zunächst ein unbeladener Resonator betrachtet. In diesem befinden sich zwei Stabantennen; eine Sendeantenne, die die Einkopplung durch Aperturen modelliert und eine Empfangsantenne, die für das System steht, in das eingekoppelt wird. Im Abschnitt 2.8.1 werden die entsprechenden experimentellen Daten vorgestellt. Gemessen wurde hierzu in der großen Magdeburger Modenverwirbelungskammer (mit ausgebautem Rührer). Den experimentellen Ergebnissen wird ein theoretisches Beschreibungsmodell gegenübergestellt.

Hiernach wird in den Resonator zusätzlich ein nichtlinearer Streuer eingebracht und wie vorher die Kopplung zum Empfangssystem untersucht. Die experimentellen Ergebnisse werden im Abschnitt 2.8.2 vorgestellt. Zusätzlich wird ein qualitatives Erklärungsmodell diskutiert.

Weitere Details zur hier vorgestellten Thematik findet sich in (Krauthäuser et al. 2001, 2002d, c; Gronwald et al. 2003)

2.8.1 Anregung des unbeladenen Resonators

2.8.1.1 Theorie

Betrachtet sei ein Resonator ($l \times w \times h$), der durch eine kurze, vertikale Monopolantenne angeregt wird (Aufpunkt $\mathbf{r}_0$, vergleiche Abbildung 2.28). Die Antenne werde angeregt durch einen hochfrequenten harmonischen Träger, der mit einer niederfrequenten Folge von Rechteckpulsen moduliert ist:

$$U(t) = U_0 F(t),\ F(t) = \sum_{n=0}^{N} f(t - nT_m) \tag{2.235}$$

$$f(t) = \sin(\omega_c t) u(t) u(T_p - t) \tag{2.236}$$

wobei $N \gg 1$, $T_p \equiv NT_c$, $T_c \equiv {}^{2\pi}/_{\omega_c}$ und $u(t)$ die Einheitssprungfunktion ist. Die Trägerfrequenz ω_c soll wesentlich größer als die erste Resonanzfrequenz ω_1 sein.

Die Fourier Transformierte $\tilde{F}(j\omega)$ von $F(t)$ aus Gleichung (2).235 ist

$$\tilde{F}(j\omega) = e^{-j\omega\frac{T_p}{2}} \frac{2j\omega_c}{\omega_c^2 - \omega^2} \frac{1 - e^{-j\omega T_m N}}{1 - e^{-j\omega T_m}} \sin\frac{\omega T_p}{2} \tag{2.237}$$

Die Antwort des Resonators auf die obige Anregung kann modelliert werden durch eine Reihe unabhängiger Oszillatoren, die durch äußere Anregungen getrieben werden:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\gamma_\nu \frac{\partial}{\partial t} + \omega_\nu^2\right) E_{\nu,z}(t, \mathbf{r}_1) = E_{\nu,0}\omega_{\nu,\rho}^2 F(t) \tag{2.238}$$

Hierbei sind $E_{\nu,z}$ die E-Feld Moden, $\gamma_\nu = \omega_\nu/(2Q_\nu)$ deren Dämpfungsfaktoren,
$E_{\nu,0} = -\frac{U_0 C_A L}{2\varepsilon_0}\Psi_\nu(\mathbf{r}_1)\Psi_\nu(\mathbf{r}_0) \sim \frac{U_0}{L}\frac{L^3}{V}$, $C_A \approx 2\pi\varepsilon_0 L/(\ln(2L/\rho_0) - 2)$ die Kapazität der Antenne, ρ_0 der Antennenradius, $\Psi_\nu(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{4(1+\delta_{n_z,0})}{V}} \cdot \sin(k_{\nu,x}x)\sin(k_{\nu,y}y)\cos(k_{\nu,z}z)$, $\omega_{\nu,\rho} = c\sqrt{k_{\nu,x}^2 + k_{\nu,y}^2}$,
$\omega_\nu = c\sqrt{k_{\nu,x}^2 + k_{\nu,y}^2 + k_{\nu,z}^2}$, $k_{\nu,x} = \pi\, n_x/l$, $k_{\nu,y} = \pi\, n_y/w$, $k_{\nu,z} = \pi\, n_z/h$ und $|\nu\rangle \equiv |n_x, n_y, n_z\rangle$ (Tesche et al. 1997; Kravchenko et al. 1987).

Betrachtet sei nun der Fall, dass die Anregung $F(t)$ eine periodische Funktion mit einer Frequenz $\omega_m \equiv 2\pi/T_m$ ist. Ferner sei die kleinste Resonanzfrequenz ω_1 des Resonators ungefähr ein ganzzahliges Vielfaches der Anregungsfrequenz, d. h. $\omega_1 \approx n \cdot \omega_m$. Unter diesen Bedingungen dominiert der Term mit $|\nu\rangle = |1, 1, 0\rangle$ das E-Feld-Spektrum bei tiefen Frequenzen ($\omega \ll \omega_c$). Die Lösung für $E_{1,z}(t, \mathbf{r}_1)$ schreibt sich dann als Faltungsintegral:

$$E_{1,z}(t, \mathbf{r}_1) = E_{1,0} \cdot \omega_1^2 \int_0^t F(t')K(t - t')dt' \tag{2.239}$$

mit

$$K(t) = \hat{\omega}_1^{-1} \exp(-\gamma_\nu t)\sin(\hat{\omega}_1 t)u(t) \tag{2.240}$$

$$\hat{\omega}_1 = \sqrt{\omega_1^2 - \gamma_1^2} \tag{2.241}$$

Es sei nun zunächst angenommen, dass die Anregung durch einen einzelnen Puls $U \cdot f(t),\quad 0 \leqslant t \leqslant T_m$ erfolgt. Es ergibt sich dann

$$E_{1,z}(t) = E_{1,0}\begin{cases} \mathrm{Im}\left[C_1 e^{j\Omega_1 t} + C_2 e^{j\omega_c t}\right], & t \in [0, T_p] \\ \mathrm{Im}\left[C_1(1 - e^{-j\Omega_1 T_p})e^{j\Omega_1 t}\right], & t \in [T_p, T_m] \end{cases} \tag{2.242}$$

mit $\Omega_1 = \hat{\omega}_1 + j\gamma_1$ und

$$C_1 = \frac{\omega_1^2 \cdot {}^{\omega_c}/_{\hat{\omega}_1}}{\omega_c^2 - 2j\hat{\omega}_1\gamma_1 - \omega_1^2 + 2\gamma_1^2} \approx \frac{\omega_1}{\omega_c} \tag{2.243}$$

$$C_2 = \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 + 2j\omega_c\gamma_1 - \omega_c^2} \tag{2.244}$$

Während der Anregung ergibt sich also eine Überlagerung einer erzwungenen Schwingung (ω_c) und der Eigenschwingung des Systems ($\hat{\omega}_1$). Nach dem Zeitpunkt T_p schwingt das System mit seiner Eigenfrequenz.

Um nun eine Kette von N Einzelimpulsen zu betrachten, nutzt man einen Ansatz von Baum (Baum 2000). Der betrachtete Zeitpunkt t sei im Intervall $(N-1)T_m + T_p < t < NT_m$. Da das Problem linear ist, ist die Lösung in diesem Zeitintervall eine Summe von Eigenschwingungen (Gleichung (2.242)) aller vorangegangener Pulse. Summiert man die zugehörige geometrische Reihe auf, so ergibt sich

$$E_{1,z} = E_{1,0}\,\mathrm{Im}\left[C_1(1 - e^{-j\Omega_1 T_p})e^{j\Omega_1 t}\frac{1 - e^{-j\Omega_1 NT_m}}{1 - e^{-j\Omega_1 T_m}}\right] \tag{2.245}$$

Falls $\gamma_1 T_m \gg 1$ antwortet das System nur auf den letzten Puls. Für $\gamma_1 T_m \leqslant 1$ überlagern sich Eigenschwingungen vieler vorangegangener Pulse. Falls nun die Pulswiederholfrequenz so gewählt wird, dass sie mit einer Resonanzfrequenz des Systems zusammenfällt, z. B. $\hat{\omega}_1 = {}^{2}/_{pi/T_m}$, sind die Eigenschwingungen alle in Phase und eine Resonanzanregung des Systems findet statt. Die Systemantwort nimmt hierbei für $\gamma_1 NT_m \to 1$ zu. Für $\gamma_1 NT_m \approx 1$ ergibt sich eine Sättigung der Systemantwort. In der Umgebung der Resonanzanregung des Systems, $\omega_m = {}^{\hat{\omega}_1}/_n + \Delta\omega$, ist dieser Sättigungswert gegeben durch

$$\begin{aligned} E_{1,z}(t) &= E_{1,0}\,\mathrm{Im}\Big[-(1 - e^{-j\Omega_1 T_p})e^{j\Omega_1(t - NT_m)}\cdot \\ &\quad \cdot \frac{\omega_1^2}{2\pi n\omega_c}\frac{1}{\gamma_1 + jn\Delta\omega}\Big] \end{aligned} \tag{2.246}$$

Die Amplitude der niederfrequenten Feldkomponenten im Resonator ergibt sich so zu

$$(E_{1,z}(t, \Delta\omega = 0))_{max} \approx E_{1,0}\frac{\omega_1^2}{2\pi n\omega_c\gamma_1} = E_{1,0}\frac{\omega_1 Q}{\pi n\omega_c} \tag{2.247}$$

Für den Fall hoher Güte (großes Q) übersteigt dies erheblich den Wert für den nichtresonanten Fall $(E_{1,z}(t))_{max} \approx E_{1,0}\frac{\omega_1}{\omega_c}$. Die Breite der Resonanz für das E-Feld kann abgeschätzt werden durch $\Delta_{3dB}\left((E_{1,z}(t))_{max}(\Delta\omega)\right) \approx \gamma_1/n$.

2.8.1.2 Experiment

Alle hier vorgestellten Messungen wurden in der großen Magdeburger Modenverwirbelungskammer durchgeführt. Der Modenrührer war für die Messungen demontiert.

Die erste Resonanzfrequenz des Raumes liegt bei $f_1 = 30.78\,\text{MHz}$. Die zugehörige Güte ist $Q(f_1) = \frac{f_1}{\Delta f_{3dB}} = 1424.8$.

Die Anregung des Raumes erfolgt mittels einer kleinen Stabantenne (Tx, $l = 0.33\,\text{m}$, $d = 2\,\text{mm}$, vgl. Abbildung 2.28). Die Signale werden generiert durch einen Signalgenerator »Rohde&Schwarz SMT06« mit Pulsmodulation durch eine externe Quelle »Fluke PM 5139«. Soweit erforderlich erfolgte eine Verstärkung des Signals mit einem Breitbandverstärker »Amplifier Research AR 100W1000M1«. Die Trägerfrequenz für diese Messungen betrug $f_c = 900\,\text{MHz}$. Die Modulationsfrequenz $f_m = 1/T_m$ wurde über einen größeren Bereich bis hinauf zu 20 MHz variiert. Die Pulsbreite entsprach für alle Messungen der halben Periodendauer. Obere Grenze der Pulswiederholfrequenz (PRF) und das Tastverhältnis sind durch Beschränkungen der Modulationsquelle vorgegeben.

Das E-Feld im Resonator wird durch eine zweite Stabantenne (Rx) gemessen. Die Länge dieser Antenne wurde (im Vergleich zur Sendeantenne) auf $l = 0.97\,\text{m}$ vergrößert, um eine höhere Sensitivität zu erreichen. Die Messung der Antennenspannung erfolgte durch einen Störmessempfänger (Rohde&Schwarz ESCS30) bzw. durch einen Spektrumanalysator (Rohde&Schwarz FSP13) unter Verwendung eines guten doppelt geschirmten Kabels. Durch Vergleich mit dem über ein analog optisches Messsystem ausgekoppelten Signals (GOPI-System (Steinmetz 2001)) wurde verifiziert, dass Feldeinkopplungen in das Kabel vernachlässigt werden können.

Die unteren Kurven in Abbildung 2.26 zeigen die Messergebnisse für den Fall der Kopplung des pulsmodulierten Signals mit dem ersten Mode des unbeladenen Resonators. Hierbei wurde die PRF f_m so gewählt, dass $n \cdot f_m$ (n ist in der Legende der Abbildung angegeben; $2 \leqslant n \leqslant 10$) in der Umgebung von f_1 liegt. Für jede PRF f_m erhält man eine scharfe Kurve mit Maximum bei $n \cdot f_m$. In der Abbildung sind nun diese Maximalamplituden als Funktion ihrer Frequenzposition aufgetragen. All diese

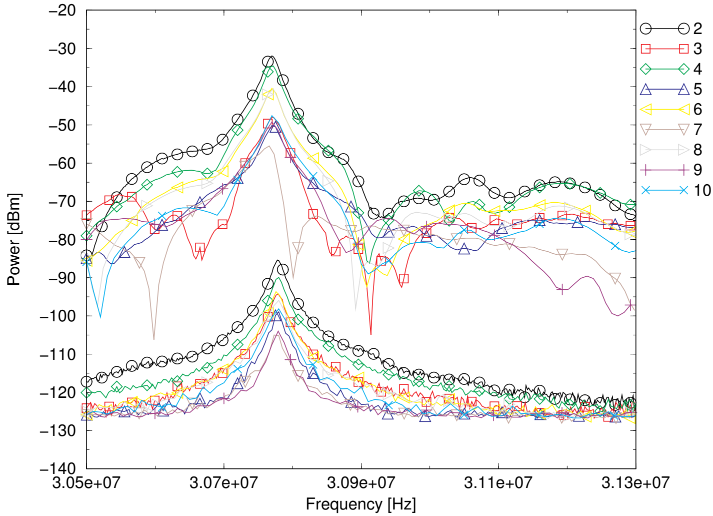


Abbildung 2.26: Maxima der niederfrequenten Spektralanteile für verschiedene Pulswiederholfrequenzen mit (obere Graphen) bzw. ohne (untere Graphen) nichtlinearen Streuer. Die Symbole sind nur für jeden zehnten Datenpunkt gezeichnet.

Frequenz-Amplituden Paare für jeweils ein n (n-te Harmonische der PRF f_m) wurden zu einer Kurve verbunden.

Die Messungen zeigen, dass die niederfrequenten Spektralanteile immer dann stark angehoben werden, wenn das n-fache der PRF f_m gerade mit einer Raumresonanz übereinstimmt. Der Effekt ist am ausgeprägtesten für $n = 2$ ($n = 1$ konnte nicht gemessen werden) und beträgt dann etwa 30 dB.

2.8.1.3 Genauere theoretische Analyse

Um einen genaueren Vergleich zwischen Theorie und Experiment für den unbeladenen Resonator durchzuführen, wird eine Frequenzbereichsdarstellung gewählt.

Der Strom in der Empfangsantenne $\tilde{J}_{Rx}$ kann dann geschrieben werden als

$$\tilde{J}_{Rx}(j\omega) = \tilde{K}_J(j\omega) \cdot \tilde{Y}_{in}(j\omega) \cdot \tilde{U}(\omega_c, \omega_m, j\omega) \qquad (2.248)$$

Hierbei sind $\tilde{K}_J(j\omega)$ die Strom-Transferfunktion, definiert als das Verhältnis der Maxima der Stromverteilungen in der Empfangs- und Sendeantenne, $\tilde{Y}_{in}(j\omega)$ die Eingangsimpedanz der Sendeantenne und $\tilde{U}(\omega_c, \omega_m, j\omega)$ die Fourier-Transformierte des Generatorsignals an der Sendeantenne.

Die Größen $\tilde{K}_J(j\omega)$ und $\tilde{Y}_{in}(j\omega)$ werden analytisch berechnet. Die hierzu verwendete Technik erlaubt die Berechnung der Antwortfunktion einer elektrisch kleinen Antenne in einem rechtwinkligen Resonator, wobei die Wechselwirkung der Antenne mit den Reflexionen ihrer eigenen Abstrahlung ebenso berücksichtigt wird wie auch die gegenseitige Verkopplung von Sende- und Empfangsantenne (Tkachenko et al. 1999).

$\tilde{U}(\omega_c, \omega_m, j\omega)$ zeigt scharfe δ-funktionsartige Maxima für $\omega = n \cdot \omega_m$ (die experimentell gemessene Breite der Linie stimmt mit der Auflösungsbandbreite der Messung von 1 Hz überein; die wahre Breite ist somit < 1 Hz). In der Nähe der ersten Raumresonanz ω_1 (wobei $n \cdot \omega_m = \omega_1$ gelten soll) ergibt sich für das Maximum von $\tilde{J}_{Rx}(j\omega)$ somit

$$\begin{aligned} |\tilde{J}_{Rx}(j\omega)|_{max} &= |\tilde{K}_J(jn\omega_m)| \cdot \\ &\quad \cdot |\tilde{Y}_{in}(jn\omega_m)| \cdot |\tilde{U}(\omega_c, \omega_m, jn\omega_m)| \\ &= |\tilde{J}_{Rx}(nj\omega_m)| \end{aligned} \tag{2.249}$$

Zur Berechnung des Wertes von $|\tilde{J}_{Rx}(j\omega)|_{max}$ wird nun die experimentell bestimmte Amplitude $|\tilde{U}(\omega_c, \omega_m, jn\omega_m)|$ herangezogen.

Die Abbildung 2.27 zeigt den Vergleich dieser erweiterten Theorie mit den experimentellen Ergebnissen in der Nähe der ersten Resonanz für Frequenzen $n \cdot f_m$ mit $n = 3$. Die Leistung für die Frequenz $f = 3f_m$ an der Sendeantenne beträgt -68 dBm. Die Abbildung 2.27 zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment.

2.8.2 Anregung des Resonators mit nichtlinearem Streuer

2.8.2.1 Experiment

In einer zweiten Serie von Experimenten wurde ein nichtlinearer Streuer im Resonator zwischen Sende- und Empfangsantenne platziert (Die Resultate sind qualitativ unabhängig von der Position des Streuers). Der verwendete Streuer ist eine Drahtschleife, in die acht Schottky-Dioden geringer Kapazität äquidistant in Reihe eingeschleift sind. Der Abstand der Dioden beträgt etwa 16 cm ($1/2\lambda_c = 16.7$ cm). Der Schleifendurchmesser ist etwa 40.7 cm. Der experimentelle Aufbau ist in Abbildung 2.28 skizziert. Die übrigen

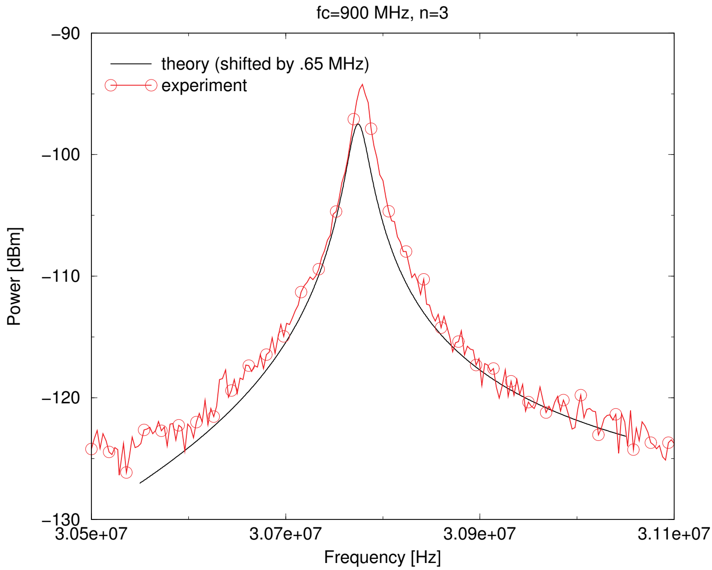


Abbildung 2.27: Vergleich der theoretischen Analyse mit den experimentellen Werten. Die theoretischen Daten wurden unter der Annahme eines quaderförmigen Resonators gewonnen. Die sich hieraus ergebene Verschiebung der Resonanzlage ist in der Legende angegeben.

experimentellen Parameter sind die gleichen wie bei den Experimenten mit der unbeladenen Kammer.

Wie vorher wurde das Spektrum für verschiedene PRF f_m vermessen. Die Resultate sind in den oberen Kurven von Abbildung 2.26 zusammengefasst. Der Verlauf der Kurven ist bei diesen Experimenten wesentlich komplexer, aber wiederum treten klare Maxima für $n \cdot f_m = f_1$ auf. Im Vergleich mit den Kurven für den unbeladenen Resonator, ist eine starke zusätzliche Erhöhung (55 dB) der niederfrequenten Spektralanteile zu beobachten. Die konkreten Werte für verschiedene n und für $f = f_1$ sind in Tabelle 2.2 aufgelistet.

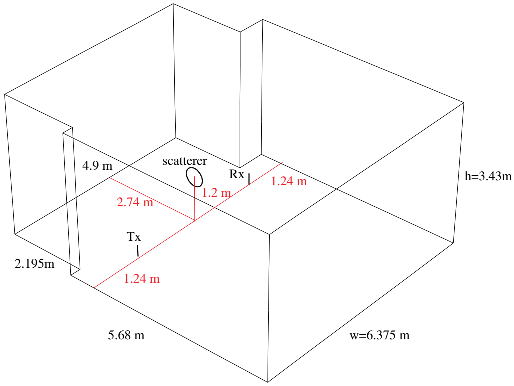


Abbildung 2.28: Skizze des experimentellen Setups. Tx: Sendeantenne (33 cm). Rx: Empfangsantenne (97 cm). Der Durchmesser der nichtlinear beladenen Leiterschleife (Streuer) ist 40.7 cm.

n	mit Streuer / dBm	ohne Streuer / dBm	Δ / dB
2	−31.96	−85.39	53.43
3	−48.08	−94.23	46.15
4	−34.61	−89.98	55.37
5	−50.20	−98.95	48.75
6	−40.47	−93.66	53.19
7	−55.50	−105.01	49.51
8	−40.63	−95.95	55.32
9	−49.23	−104.05	54.82
10	−47.64	−98.17	50.53

Tabelle 2.2: Erhöhung der niederfrequenten Spektralanteile durch den nichtlinearen Streuer.

2.8.2.2 Qualitative Erklärung des Experiments

Zur Erklärung der experimentellen Resultate muss eine Beschreibung im Zeitbereich gewählt.

Ähnlich wie im Fall der Resonatoranregung durch eine (lineare) Antenne kann die Anregung durch den nichtlinearen Streuer (Schleife mit Dioden) physikalisch modelliert werden durch harmonische Oszillatoren, die durch externe Quellen getrieben werden (vgl. Gleichung (2.238)). Die Lösung führt dann auf ein Faltungsintegral mit dem Kern $K(t)$ aus Gleichung (2).240.

Der Effekt der Leiterschleife mit den Dioden ist im Wesentlichen, dass der Strom nur in einer Richtung propagiert. Im Falle einer elektrisch kleinen Schleife ($c/f_c \gg 2R_0$, R_0 Schleifenradius) mit einer idealen Diode ergibt sich der durch ein Magnetfeld $H^{inc}(t)$ induzierte Strom $J_s(t)$ (die reflektierten Felder werden vernachlässigt) zu

$$J_s(t) = \frac{\mu S}{L_a} \frac{1}{2} \cdot \left[|H^{inc}(t)| - H^{inc}(t) \right] \cos(\alpha) \tag{2.250}$$

Hierbei ist S die Schleifenfläche, L_a die Induktivität der Schleife und α der Winkel zwischen dem einfallenden Magnetfeld und dem Normalenvektor der Schleife.

Das Faltungsintegral (Gleichung (2.239)) beinhaltet nun eine langsam veränderliche Funktion $K(t)$ und eine schnell oszillierende Funktion $J_s(t)$ (Gleichung (2.250)). Im Gegensatz zum linearen Fall muss dieses Mal aber nur der negative Teil der Funktion $f(t)$ berücksichtigt werden. Daher ist die Anregung des Resonators durch diese nichtlineare Schleife um den Faktor $\omega_c/(\pi\omega_1)$ größer als die Anregung durch eine gleichgroße lineare Schleife. Zusätzlich führt die Anregung mit einem periodisch gepulsten Signal mit $nf_m = f_1$ wie vorher zu einer Erhöhung der Antwort des Resonators.

Unter Benutzung eines einfachen Koppelmodells für eine Sendeantenne und einen nichtlinearen Streuer (kleine nichtlineare Schleife) ergibt sich das Verhältnis der Amplituden des E-Felds zu

$$\frac{E_{1,z}^{nls}}{E_{1,z}^{empty}} \sim \frac{f_{sc}(\omega_c)}{r_0} \frac{\omega_c}{\omega_1} \tag{2.251}$$

wobei $f_{sc}(\omega_c) \sim k_c^2 R_0^3/(\ln(8\,R_0/a) - 2)$ die Amplitude des an der Schleife gestreuten elektrischen Feldes ist und r_0 den Abstand zwischen Sendeantenne und Streuer bezeichnet.

Natürlich hängt das Ergebnis in Gleichung (2.251) davon ab, welcher Mode verwendet wird. Für kleine Streuer werden kleinere Amplituden als für große erwartet. Da im Experiment eine große Schleife verwendet wurde, ist der Wert aus Gleichung (2.251) sicher zu klein. Zur Behandlung großer Steuer sind zusätzliche Forschungsarbeiten nötig.

2.8.3 Wertung

Betrachtet wurde die Anregung eines Resonators hoher Güte mit einer Folge von Pulsen mit einem hochfrequenten Träger und einer Pulswiederholfrequenz, die ein ganzzahliger Teil der ersten Raumresonanzfrequenz ist. Durch das Abstimmen der Pulswiederholfrequenz auf die Resonanzfrequenz konnte die Anregung des Raumes um etwa 30 dB gesteigert werden. Eine zusätzliche Erhöhung der niederfrequenten Spektralanteile um weitere 55 dB konnte durch das Einbringen eines nichtlinearen Streuers demonstriert werden.

Diese, auf der Demodulation des induzierten Stroms beruhenden, Ergebnisse können generalisiert werden auf den Fall komplexerer elektronischer Systeme in metallischen Gehäusen. Darüber hinaus könnte dieser Koppelmechanismus auch für die Wechselwirkung von Systemen in Resonatoren mit denselbigen – und somit auch für den Test in Modenverwirbelungskammern – von Bedeutung sein.

Teil II

Anwendungen

3 Messverfahren nach IEC 61000-4-21

3.1 Nomenklatur

In diesem Kapitel werden die Messverfahren der IEC 61000-4-21 vorgestellt (IEC61000-4-21 2003). Diese Norm verwendet eine andere Nomenklatur, aus der für statistischen Größen nicht immer explizit klar wird, auf welches Ensemble sie sich gerade beziehen. Zur Übersetzung der Bezeichnungen kann Tabelle 3.1 verwendet werden.

3.2 Statistisch unabhängige Feldverteilungen

Das Funktionsprinzip einer Modenverwirbelungskammer besteht darin, dass man im Arbeitsvolumen *statistisch unabhängige* Feldverteilungen realisiert. Dies geschieht entweder durch Veränderung der elektromagnetischen Randbedingungen oder durch Veränderung der Anregung (Frequenzmodulation, Überlagerung mit bandbegrenztem weißen Rauschen) oder durch eine Kombination von beidem. Wie bisher beschränkt sich diese Arbeit auf die Veränderung der Randbedingungen. Zur Vereinfachung der Terminologie verwendet man den Begriff *unabhängige Randbedingungen* für solche Randbedingungen, die zu statistisch unabhängigen Feldverteilungen führen. Da zur Realisierung der unterschiedlichen Randbedingungen in der Regel ein Modenrührer verwendet wird, spricht man kurz auch von statistisch unabhängigen Rührerpositionen.

In den folgenden Abschnitten wird zuerst die Autokorrelation als Methode zur Abschätzung der Anzahl der unabhängigen Rührerpositionen vorgestellt. Anschließend werden die Grenzen des Konzepts diskutiert und mögliche Alternativen aufgezeigt.

3.2.1 Autokorrelation

Der normative Teil von (IEC61000-4-21 2003) *verlangt* lediglich, dass statistisch unabhängige Feldverteilungen realisiert werden. Eine konkrete Methode, zur Ermittelung der Rührerpositionen, die zu statistisch unabhängigen Feldverteilungen führen (kurz: unabhängige Rührerpositionen),

IEC 61000-4-21	diese Arbeit	Bemerkungen
P_{AveRec}	${}^{e}_{b}\langle P_r \rangle_{N_t}$	Mittelwert[a] der Leistung an der Referenzantenne bezüglich N_t realisierter statistisch unabhängiger Randbedingungen.
P_{MaxRec}	${}^{e}_{b}\lceil P_r \rceil_{N_t}$	Maximalwert der Leistung an der Referenzantenne bezüglich N_t realisierter statistisch unabhängiger Randbedingungen.
P_{Input}	${}^{e}_{b}\langle P_t \rangle_{N_t}$	Mittelwert der in die Kammer transferierten Leistung[b].
$\langle \cdot \rangle$	${}^{e}_{r}\langle \cdot \rangle_{N_p}$	Mittelwert bezüglich N_p verschiedener Positionen im Arbeitsvolumen der Kammer.
$E_{\mathrm{Max},x,y,z}$	${}^{e}_{b}\lceil E_{x,y,z} \rceil_{N_t}$	Maximalwert einer kartesischen Feldkomponente bezüglich N_t realisierter statistisch unabhängiger Randbedingungen während der Grundkalibrierung.
$\overset{\leftrightarrow}{E}_{x,y,z}$	$\frac{{}^{e}_{b}\lceil E_{x,y,z} \rceil_{N_t}}{\sqrt{{}^{e}_{b}\langle P_t \rangle_{N_t}}}$	Auf die Eingangsleistung normierter Maximalwert einer kartesischen Feldkomponente.
$\left\langle \overset{\leftrightarrow}{E}_{x,y,z} \right\rangle$	${}^{e}_{r}\left\langle \frac{{}^{e}_{b}\lceil E_{x,y,z} \rceil_{N_t}}{\sqrt{{}^{e}_{b}\langle P_t \rangle_{N_t}}} \right\rangle_{8}$	Räumliche Mittelwerte der normierten Maximalwerte der kartesischen Feldkomponenten.
σ_r	$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{8}\left(\overset{\leftrightarrow}{E}_{r,i} - \left\langle \overset{\leftrightarrow}{E}_{r} \right\rangle\right)^2}{8-1}}$	Räumliche Standardabweichung der kartesischen Komponente »r«.

[a] Soweit nicht anders vermerkt werden die Mittelwerte immer aus den linear skalierten Größen gebildet.
[b] In der Regel ist dies die Vorwärtsleistung am Fußpunkt der Sendeantenne.

Tabelle 3.1: Vergleich der Bezeichnungen der IEC 61000-4-21 und dieser Arbeit.

wird nicht vorgeschrieben. Es findet sich im informativen Teil jedoch ein Vorschlag, der für den Fall eines Rührers auf der Auswertung von Autokorrelationskoeffizienten (vergleiche auch Abschnitt A.9) beruht. Die Methode wird im Folgenden zunächst vorgestellt.

3.2.1.1 Verfahren nach IEC-61000-4-21

Die Methode basiert auf Messungen des Betrags der kartesischen Feldstärkekomponenten ($|E_x|$, $|E_y|$, $|E_y|$)[1] an einer Position im Arbeitsvolumen ($\mathbf{r}$) für eine Zahl N_T von äquidistanten Rührerpositionen bei einer Frequenz f. Für alle drei Feldkomponenten oder auch für den Betrag des Gesamtfeldes $|\mathbf{E}_t| = \sqrt{|E_x|^2 + |E_x|^2 + |E_x|^2}$ erhält man also ein Tupel der Größe N_T, das im Folgenden mit $\mathcal{E}_1 = (e_1, e_2, \ldots, e_{N_T})$ bezeichnet ist.

Aus $\mathcal{E}_1$ kann ein weiteres Tupel $\mathcal{E}_2$ durch Anwendung der Permutation

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \ldots & N_T \\ N_T & 1 & 2 & 3 & \ldots & N_{T-1} \end{pmatrix} \tag{3.1}$$

erzeugt werden:

$$\mathcal{E}_2 = \sigma\mathcal{E}_1 = (N_T, 1, 2, \ldots, N_{T-1}). \tag{3.2}$$

Auf diese Weise ergeben sich N_T verschiedene Tupel der Form

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_i &= \sigma\mathcal{E}_{i-1} = \sigma^i\mathcal{E}_1 & (3.3)\\ &= (e_i, e_{i+1}, \ldots, e_{N_T}, e_{N_T+1} \ldots, e_{i-1}). & (3.4) \end{aligned}$$

Für je zwei Tupel $\mathcal{E}_i$ und $\mathcal{E}_j$ kann der Korrelationskoeffizient r_{ij} berechnet werden,

$$\begin{aligned} r_{ij} &= \frac{\operatorname{cov}(\mathcal{E}_i, \mathcal{E}_j)}{\sqrt{\operatorname{var}(\mathcal{E}_i)\operatorname{var}(\mathcal{E}_j)}} & (3.5)\\ &= \frac{\sum_{k=1}^{N_T} \left((\mathcal{E}_i)_k - \langle\mathcal{E}_i\rangle\right)\left((\mathcal{E}_j)_k - \langle\mathcal{E}_j\rangle\right)}{\sqrt{\sum_{k=1}^{N_T} \left((\mathcal{E}_i)_k - \langle\mathcal{E}_i\rangle\right)^2 \sum_{k=1}^{N_T} \left((\mathcal{E}_j)_k - \langle\mathcal{E}_j\rangle\right)^2}} & (3.6)\\ &= \frac{\sum_{k=1}^{N_T} \left((\mathcal{E}_i)_k - \langle\mathcal{E}\rangle\right)\left((\mathcal{E}_j)_k - \langle\mathcal{E}\rangle\right)}{\sum_{k=1}^{N_T} \left((\mathcal{E}_i)_k - \langle\mathcal{E}\rangle\right)^2}, & (3.7) \end{aligned}$$

[1] In der Regel wird das E-Feld gemessen. Prinzipiell wäre ebenso das H-Feld verwendbar.

wobei zuletzt ausgenutzt wird, dass die Erwartungswerte und Varianzen aller Tupel identisch sind.[2] Da in die Korrelationskoeffizienten nur Permutationen desselben Datensatzes eingehen, wird dieser als Autokorrelationskoeffizient bezeichnet.

Wenn die Werte e_i äquidistant bezüglich einer kompletten Rotation des Modenrührers sind, so entspricht der Schritt von i nach $i+1$ einem Winkelversatz von

$$\Delta\alpha = 360°/N_T. \tag{3.8}$$

Somit sind die Autokorrelationskoeffizienten r_{1j} diskrete Werte der Autokorrelationsfunktion $r(\alpha)$ an den Aufpunkten $\alpha_j = (j-1) \cdot \Delta\alpha$. Zur exakten Darstellung der Autokorrelationsfunktion eines Rührers ist N_T daher möglichst groß zu wählen.

Der Wertebereich von (Auto-)Korrelationskoeffizienten ist das Intervall von -1 bis 1. Der Wert $r = 1$ entspricht perfekter (positiver Korrelation), $r = -1$ perfekter (negativer) Korrelation und $r = 0$ entspricht dem Fall, dass keine Korrelation vorliegt.[3]

Im informativen Teil der IEC 61000-4-21 wird vorgeschlagen, die Autokorrelation als ausreichend schwach anzusehen, wenn der Betrag von r_{1j} unter den Wert $1/e \approx 0.37$ fällt. Mit dem so festgelegtem j ergibt sich die Anzahl der unabhängigen Rührerpositionen zu

$$N_{T,ind} = \frac{360°}{(j-1)\Delta\alpha} = \frac{N_T}{j-1}. \tag{3.9}$$

3.2.2 Diskussion des Verfahrens

Bei einer kritischen Diskussion des Verfahrens muss zwischen prinzipiellen und technischen Kritikpunkten unterschieden werden. Prinzipielle Kritikpunkte beleuchten die Frage, ob die Autokorrelationsfunktion prinzipiell in der Lage ist, die Leistungsfähigkeit des Modenrührers zu qualifizieren. Technische Kritikpunkte beziehen auf die konkret vorgeschlagene Anwendung. Zunächst zur technischen Kritik.

[2] In der im August 2003 veröffentlichten Fassung der IEC 61000-4-21 (Ed. 1) ist die Normierung des Korrelationskoeffizienten falsch (Gleichung (A.4)).

[3] Bei Korrelationskoeffizienten handelt es sich um eine statistische Größe. Die Aussagen zum Grad der Korrelation gelten somit streng nur für den Grenzfall $N_T \to \infty$. Die Konsequenzen für endliche N_T werden im nächsten Abschnitt diskutiert (vergleiche auch Abschnitt A.9).

	H_0 annehmen	H_0 ablehnen
H_0 richtig	kein Fehler	Fehler 1. Art (α)
H_0 falsch	Fehler 2. Art (β)	kein Fehler

Tabelle 3.2: Mögliche Fehler bei der Hypothesenprüfung.

3.2.2.1 Technische Kritik

Verbesserungsvorschläge technischer Natur wurden erstmals von Lundén und Bäckström geäußert (Lundén und Bäckström 2000).[4] Die Kritik bezieht sich hierbei darauf, dass die Anzahl der vermessenen Rührerpositionen in die Bewertung der Korrelation eingehen muss. Deutlich wird das spätestens bei der Betrachtung des Extremfalls $N_T = 2$: Zwei Messwerte werden *immer* perfekt miteinander korreliert sein, egal ob sie voneinander unabhängig oder abhängig sind. Anstelle des Vergleichs mit einer festen Schranke ρ_0 (= 0.37 in der IEC 61000-4-21) muss somit eine vom wahren Wert der Schranke ρ und der Stichprobengröße N_T abhängige variable Grenze treten:

$$\rho_0 = \rho_0(\rho, N_T) \tag{3.10}$$

Die wahre Grenze ist hierbei die, die man bei unendlichem Stichprobenumfang wählen würde:

$$\rho_0(\rho, N_t \to \infty) = \rho \tag{3.11}$$

Zum Auffinden dieser Grenze nutzt man die Kenntnis der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung $\mathtt{pdf}_r(\rho, N)$ der Korrelationskoeffizienten r bei einem wahren Wert ρ und Stichprobengröße N. In Abschnitt A.9 ist gezeigt, dass die Verteilungsdichte $\mathtt{pdf}_r(\rho, N)$ auch für den Fall nicht normalverteilter Zufallsvariabler gut durch den bekannten Ausdruck für normalverteilte Variable nach Gleichung (A.108) auf Seite 200 approximiert werden kann.

Die quantitative Bewertung eines empirischen Korrelationskoeffizienten r ist ein Problem der statistischen Hypothesenprüfung. Hierbei stehen sich immer die Nullhypothese H_0 und ihr Gegenteil, die Hypothese $H_1 = \neg H_0$ gegenüber. Entsprechend den zwei Hypothesen ergeben sich vier Fälle bei der Prüfung der Hypothesen, die in Tabelle 3.2 dargestellt sind. Der *Fehler 1. Art* entspricht Wahrscheinlichkeit α, dass die Hypothese H_0 abgelehnt wird, obwohl sie richtig ist. Der *Fehler 2. Art* entspricht analog

[4] Diese Quelle findet sich auch als Referenz in der IEC 61000-4-21, ohne dass die Ergebnisse in die Norm eingeflossen sind.

der Wahrscheinlichkeit dafür, H_0 anzunehmen, obwohl H_0 richtig ist. Die gleichzeitige Minimierung beider Fehler ist unmöglich, so dass man sich auf einen Fehler konzentrieren muss.[5] Hierbei ist der Fehler 1. Art zu wählen, da nur in diesem Fall mit einer konkreten Grundgesamtheit gerechnet werden kann. Es geht somit bei der statistischen Hypothesenprüfung immer um die Frage ob bei einer vorgegebenen oberen Schranke für den Fehler 1. Art (typisch sind die Werte $\alpha = 0.05$ und $\alpha = 0.01$, die *Signifikanzniveaus* von 95% bzw. 99% entsprechen) die Hypothese H_0 abgelehnt werden kann oder nicht. Im Falle einer Annahme von H_0 kann der Fehler nicht quantifiziert werden. Für einen vorgegebenen Wert von α ist die Hypothese H_0 dann signifikant abzulehnen, wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, in der H_0 entsprechenden Grundgesamtheit einen Wert zu erhalten, der mindestens so extrem wie der empirische ist, kleiner als α ist.

Da die Streuung der Wahrscheinlichkeitsdichte für steigendes N_T kleiner wird, wird der *kritische Wert* ρ_0, ab dem die Nullhypothese signifikant abgelehnt werden kann, bei fester Irrtumswahrscheinlichkeit α für große Populationen näher am Erwartungswert ρ liegen. Die Benutzung einer festen Grenze, wie in der IEC 61000-4-21 suggeriert, bedeutet somit, dass für verschiedene N_T die Entscheidung mit unterschiedlicher Irrtumswahrscheinlichkeit gefällt wird.

Aus der bekannten Verteilungsfunktion kann auch der p-*Wert* berechnet werden. Der p-Wert eines Beobachtungswertes einer Zufallsvariablen entspricht der Wahrscheinlichkeit einen Wert aus der Gesamtpopulation zu erhalten, der mindestens so extrem wie der Beobachtungswert ist. Die Nullhypothese ist abzulehnen, wenn der p-Wert kleiner als die gewählte Irrtumswahrscheinlichkeit α ist.

Im Zusammenhang mit der Bewertung von Korrelationskoeffizienten treten zwei wichtige Spezialfälle auf:

1. **Annahme einer unkorrelierten Grundgesamtheit:** Diesen Ansatz verfolgen Lundén und Bäckström in (Lundén und Bäckström 2000). Die Nullhypothese ist hierbei, dass der experimentelle Korrelationskoeffizient r zu einer Population mit Erwartungswert $\rho = 0$ gehört. Da auch in einer solchen Population mit Beobachtungswerten ungleich Null zu rechnen ist, kann diese Hypothese mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit α erst dann abgelehnt werden, wenn $|r| > \rho_0$,

[5] In der Regel wird der Fehler 2. Art umso größer je kleiner der Fehler 1. Art wird und umgekehrt.

wobei ρ_0 aus der Beziehung

$$\alpha/2 = \int_{-1}^{\rho_0} \mathtt{pdf}_r(\rho = 0, N_T)\mathrm{d}r = \int_{\rho_0}^{1} \mathtt{pdf}_r(\rho = 0, N_T)\mathrm{d}r \qquad (3.12)$$

bestimmt wird. In diesem Fall ist die Fragestellung *beidseitig* und die kritische Grenze für beide Seiten gleich, da die Verteilung für $\rho = 0$ symmetrisch ist. Der p-Wert zum Beobachtungswert r ist dann

$$p(r) = 2\int_{r}^{1} \mathtt{pdf}_r(\rho = 0, N_T)\mathrm{d}r. \qquad (3.13)$$

Man könnte auch argumentieren, dass sich der experimentelle Korrelationskoeffizient von $r = 1$ kommend dem Wert $r = 0$ annähert. Die Fragestellung wäre dann *einseitig* ($r > \rho = 0$?) und der kritische Wert berechnet sich gemäß

$$\alpha = \int_{\rho_0}^{1} \mathtt{pdf}_r(\rho = 0, N_T)\mathrm{d}r. \qquad (3.14)$$

In diesem Fall ergibt sich der p-Wert zu

$$p(r) = \int_{r}^{1} \mathtt{pdf}_r(\rho = 0, N_T)\mathrm{d}r. \qquad (3.15)$$

Wird die Nullhypothese signifikant verworfen erhält man die Aussage, dass die Stichproben mit dem beobachtetem r *nicht perfekt unkorreliert sind*.

2. **Annahme einer korrelierten Grundgesamtheit mit $\rho > 0$:** Dieser Ansatz wird von Krauthäuser et al., vorgeschlagen (Krauthäuser et al. 2004a, b, 2005b). Die prinzipielle Vorgehensweise unterscheidet sich nicht von der oben beschriebenen. Lediglich die Nullhypothese wird anders formuliert. Entsprechend ergeben sich andere kritische Werte ρ_0 und p-Werte für die einseitige ($r < \rho$?) Fragestellung zu

$$\alpha = \int_{-1}^{\rho_0} \mathtt{pdf}_r(\rho, N_T)\mathrm{d}r \qquad (3.16)$$

$$p(r) = \int_{-1}^{r} \mathtt{pdf}_r(\rho, N_T)\mathrm{d}r \qquad (3.17)$$

> und die zweiseitige Fragestellung ($|r| < \rho$?) zu
>
> $$\alpha/2 = \int_{-1}^{\rho_0} \mathtt{pdf}_r(\rho, N_T)\,dr \tag{3.18}$$
>
> $$p(r) = 2\int_{-1}^{r} \mathtt{pdf}_r(\rho, N_T)\,dr. \tag{3.19}$$
>
> Im Falle der signifikanten Ablehnung der Nullhypothese ist die Aussage, dass die Stichproben mit dem beobachtetem r *schwächer als* ρ *korreliert sind*.

Das Problem des Ansatzes von Lundén und Bäckström ist, dass für wachsendes N_T der kritische Wert ρ_0 fällt. Hierdurch wird bei einer größeren Stichprobe die Nullhypothese bis zu einem größerem Winkelversatz zurückgewiesen, was zu einer geringeren Anzahl von statistisch unabhängigen Rührerpositionen führen würde. Umgekehrt könnte die Anzahl der unabhängigen Rührerpositionen durch Ausdünnen einer Stichprobe erhöht werden. Das Problem entsteht dadurch, dass auf Abweichungen von der perfekten Nicht-Korrelation getestet wird. Es interessiert aber nicht, ab welchem Winkelversatz die Stichproben nicht mehr signifikant von perfekt unkorrelierten unterscheidbar sind. Vielmehr interessiert – gemäß dem Ansatz von Krauthäuser et al. – ab welchem Winkelversatz die Korrelation signifikant schwächer als die gewählte Schwelle ρ ist.

Die kritischen Werte ρ_0 beider Ansätze sind in den Tabellen 3.3 und 3.4 bzw. den Abbildungen 3.1 und 3.2 dargestellt. In der Abbildung 3.1 werden die experimentellen r-Werte immer zu einer Ablehnung der Nullhypothese führen – und damit zu der Aussage, dass die Stichproben nicht perfekt unkorreliert sind —, wenn sie oberhalb der gezeigten Linie (einseitige Fragestellung) bzw. außerhalb des von beiden Linien eingeschlossenen Gebiets (zweiseitige Fragestellung) liegen. Bei kleinem N_T wird das praktisch nie der Fall sein, so dass H_0 nie verworfen werden könnte. Im Falle der Abbildung 3.2 wird H_0 abgelehnt — und damit die Stichproben als ausreichend schwach korreliert betrachtet —, wenn das experimentelle r unterhalb der Kurve (einseitige Fragestellung) bzw. im eingeschlossenen Gebiet (zweiseitige Fragestellung) liegt. Für die zweiseitige Fragestellung führt dies zu einen minimalen Wert N_T (in der Graphik der Kreuzungspunkt), unterhalb dessen die Statistik mit der gewählten Irrtumswahrscheinlichkeit keine Aussage mehr tätigen kann. Für größer werdendes N_T wird man auch größere Werte für r akzeptieren: der Sicherheitsabstand zum wahrem

Wert verringert sich und konvergiert gegen Null für große Werte von N_T. In beide Graphen ist auch das Wertepaar $N_T = 450$, $\rho_0 = 0.37$ aus dem Beispiel der IEC 61000-4-21 eingezeichnet. Es ist zu erkennen, dass der Ansatz von Krauthäuser et al. et al. für $\rho = 0.37$ und $\alpha = 0.05$ recht nahe kommt. Der Ansatz von Lundén und Bäckström kann diesen Punkt nur reproduzieren, wenn die Irrtumswahrscheinlichkeit extrem stark herabgesetzt würde (Schätzungsweise auf $\alpha = 5 \cdot 10^{-16}$, aber dieser Wert ist sicher schon durch numerische Ungenauigkeiten beeinflusst).

Ein Programm zur Berechnung der kritischen Werte findet sich in Abschnitt B.4.1. Für die sinnvollsten Fälle $\rho = 0.37$, $\alpha = 0.05$ und einseitige bzw. zweiseitige Fragestellung findet man die einfache Approximation

$$\rho_0(N_T) \approx 0.37 \cdot \left(1 - \frac{7.22}{(N_T)^{0.64}}\right) \qquad \text{(einseitige Fragestellung)} \tag{3.20}$$

und

$$\rho_0(N_T) \approx 0.37 \cdot \left(1 - \frac{7.62}{(N_T)^{0.60}}\right), \qquad \text{(zweiseitige Fragestellung)} \tag{3.21}$$

die in Abbildung 3.3 gemeinsam mit den exakten numerischen Werten dargestellt sind.

3.2.2.2 Prinzipielle Kritik

In den beiden vorigen Abschnitten wurde das in IEC 61000-4-21 vorgeschlagene Verfahren zur Ermittlung der Anzahl der unabhängigen Rührerpositionen mit Hilfe der Autokorrelationsfunktion vorgestellt und diskutiert. Über die bereits diskutierte fehlende N_T-Abhängigkeit der kritischen Grenze des Korrelationskoeffizienten hinaus gibt es weitere wesentliche Kritikpunkte:

1. In der vorgeschlagenen Form impliziert das Verfahren, dass später mit *äquidistanten* Rührerpositionen gemessen wird, da nur *ein* Versatzwinkel berechnet wird.

2. Das Verfahren so nur auf die Situation mit einem Modenrührer anwendbar.

3. Obwohl die Frage der Korrelation von räumlichen Feldverteilungen beantwortet werden soll, gehen nur Werte einer Position im Raum ein.

N_T	I, 0.0, 0.05	II, 0.0, 0.05	I, 0.0, 0.01	II, 0.0, 0.01
4	0.9	0.95	0.98	0.99
10	0.5494	0.6319	0.7156	0.7647
20	0.3784	0.4439	0.5156	0.5615
50	0.2354	0.2788	0.3283	0.3611
100	0.1656	0.1968	0.2326	0.2568
200	0.1169	0.1389	0.1648	0.182
300	0.0955	0.1137	0.1348	0.1488
360	0.0872	0.1038	0.123	0.1362
400	0.0827	0.0984	0.1168	0.1289
450	0.0779	0.0929	0.1097	0.1217
1000	0.0525	0.0625	0.0744	0.082
10000	0.018	0.0198	0.026	0.0283
50000	0.0092	0.0097	0.0121	0.0161
100000	0.009	0.0095	0.0098	0.0099

Tabelle 3.3: Kritische Werte ρ_0 für den Autokorrelationskoeffizienten r bei Verwendung der Nullhypothese nach Lundén und Bäckström für verschiedene Populationsgrößen N_T. Die Irrtumswahrscheinlichkeit beträgt $\alpha = 0.05$ bzw. $\alpha = 0.01$. Die Kennzeichnungen »I« bzw. »II« beziehen sich ein ein- bzw. zweiseitige Fragestellungen.

Alle drei Punkte sind unkritisch bei ausreichend hohen Frequenzen. In diesem Fall kann davon ausgegangen werden, dass der Rührer einen echten *stochastischen Prozess* generiert, so dass die Autokorrelationsfunktion (nach Glättung) monoton fallend bis zum Winkel von 180° ist. In diesem Fall hat man tatsächlich nur eine lokale Korrelation und die Verwendung äquidistanter Rührerpositionen minimiert die gegenseitige Korrelation. Ebenso erwartet man bei hohen Frequenzen, dass räumliche Statistik und Rührerstatistik austauschbar sind. Die Bewertung des Rührers wäre somit ausreichend. Mehrere Rührer werden bei ausreichend hohen Frequenzen nicht benötigt, da bereits ein einziger Rührer genügend viele unabhängige Feldverteilungen generiert.

Kritisch wird die Anwendung des Verfahrens im Bereich nahe der Lowest Usable Frequency (LUF), also dort, wo es besonders darauf ankommt. Eine Ausweg bietet eine erweiterte Betrachtung des Problems: Das bisher beschriebene Verfahren sucht nur nach dem Winkelversatz, der *erstmalig* zu einer ausreichend geringen Korrelation führt. Tatsächlich ist jedoch eine

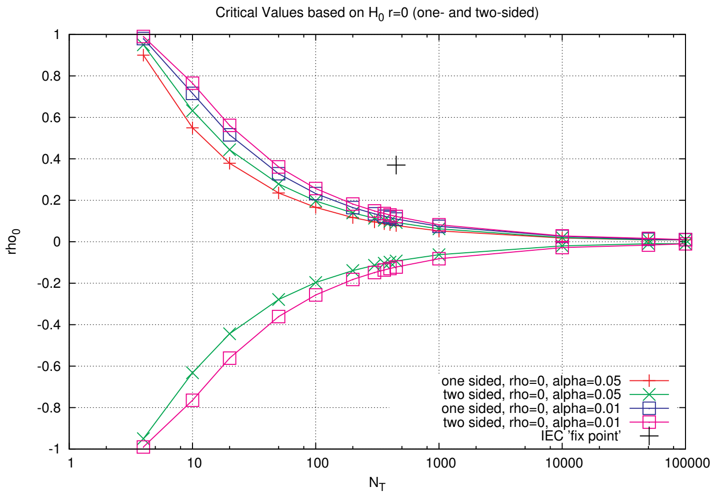


Abbildung 3.1: Kritische Werte ρ_0 für den Autokorrelationskoeffizienten r bei Verwendung der Nullhypothese nach Lundén und Bäckström für verschiedene Populationsgrößen N_T.

Menge $\mathcal{C} = \{i\}$ gesucht, so dass gilt

$$r_{ij} < \rho_0 \quad \text{für alle } i, j \in \mathcal{C} \text{ wenn } i \neq j. \tag{3.22}$$

Hierzu ist zunächst die $N_T \times N_T$ Matrix aller r_{ij}-Werte, zu berechnen. Da die Matrix symmetrisch ist und die Hauptdiagonale mit 1 besetzt ist verbleiben $\frac{N_T(N_T-1)}{2}$ unbekannte Werte. Die Bestimmung der (maximalen) Anzahl von unabhängigen Rührerpositionen ist dann gleichbedeutend mit der Suche nach der *größten* Menge $\mathcal{C}$. Das Problem kann im Rahmen der Graphentheorie behandelt werden. Der Graph wird hierbei von den Kanten $i - j$ gebildet, für die die Bedingung (3.22) erfüllt ist. Gesucht ist dann die *maximale Clique*, wobei eine Clique eine Menge von Knoten ist, die alle paarweise miteinander verbunden sind (Battiti und Protasi 2001). Das Suchproblem der maximalen Cliquen ist *NP-vollständig*, d. h. es kann auf einer (gedachten) nicht-deterministischen Turingmaschine in polynominell beschränkter Zeit gelöst werden. Für heutige Rechner sind aber nur Algorithmen bekannt, die exponentiell wachsende Laufzeit haben. In konkreten Fall reicht aber bereits das Auffinden einer Clique, deren

N_T	I, 0.37, 0.05	II, 0.37, 0.05	I, 0.37, 0.01	II, 0.37, 0.01
4	−0.7458	(−0.8671)	−0.9454	(−0.9724)
10	−0.1998	(−0.3178)	−0.4482	(−0.5306)
20	0.0015	(−0.0771)	−0.1687	(−0.2307)
50	0.1514	0.1057	0.0517	0.0143
100	0.2197	0.1888	0.1523	0.1271
200	0.2654	0.2443	0.2198	0.2024
300	0.2851	0.2683	0.2484	0.2344
360	0.2927	0.2773	0.2596	0.2467
400	0.2967	0.2822	0.2649	0.2532
450	0.3012	0.2873	0.2714	0.2606
1000	0.3237	0.3145	0.3039	0.2969
10000	0.3534	0.3512	0.3491	0.3444
50000	0.3609	0.3604	0.3601	0.36
100000	0.361	0.3605	0.3602	0.3601

Tabelle 3.4: Kritische Werte ρ_0 für den Autokorrelationskoeffizienten r bei Verwendung der Nullhypothese nach Krauthäuser et al., für verschiedene Populationsgrößen N_T. Als Erwartungswert wurde hier $\rho = 0.37$ gewählt. Die Irrtumswahrscheinlichkeit beträgt $\alpha = 0.05$ bzw. $\alpha = 0.01$. Die Kennzeichnungen »I« bzw. »II« beziehen sich ein ein- bzw. zweiseitige Fragestellungen.

Größe der maximalen Clique nahe kommt. Für die folgenden Analysen wurde der Reactive-Local-Search-Algorithmus von Battiti und Protasi verwendet (Battiti und Protasi 2001).

Die Abbildung 3.4 zeigt Ergebnisse der Suche nach maximalen Cliquen für den Fall der großen Magdeburger Modenverwirbelungskammer. Dargestellt sind die Resultate für drei Frequenzen. Die Frequenz 150 MHz ist unterhalb der LUF, die bei etwa 200 MHz liegt. Die nächste dargestellte Frequenz ist 250 MHz und liegt damit knapp oberhalb der LUF. Schließlich sind noch die Ergebnisse bei 1000 MHz dargestellt, wo sich die Kammer bereits klar im Operationsgebiet befindet. Für jede Teilgraphik wurden 100 Approximationen der maximalen Clique berechnet. Aus den gefundenen Rührerpositionen wurde die Häufigkeitsverteilung der Winkelabstände ermittelt und auf die für die gefundene Cliquengröße bei äquidistanter Verteilung zu erwartenden Häufigkeiten normiert. Bei Vorliegen einer äquidistanten Verteilung ergeben sich somit äquidistante Linien der Höhe eins. Eine wichtige Zusatzinformation zur Interpretation der Resultate

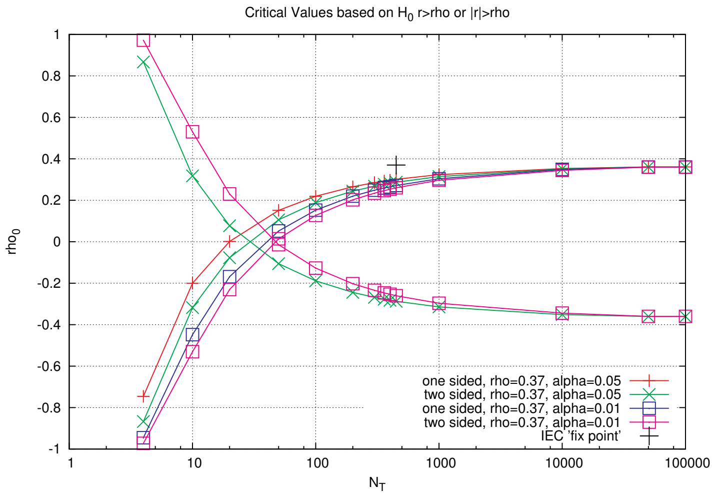


Abbildung 3.2: Kritische Werte ρ_0 für den Autokorrelationskoeffizienten r bei Verwendung der Nullhypothese nach Krauthäuser et al., für verschiedene Populationsgrößen N_T. Als Erwartungswert wurde hier $\rho = 0.37$ gewählt.

ist, dass der eingesetzte Rührer eine dreieckige Grundstruktur hat. Bei tiefen Frequenzen spielt die Irregularität der auf die Grundstruktur montierten Metallplatten keine große Rolle, so dass sich die Grundsymmetrie der Struktur auswirken kann. Genau dies beobachtet man bei 150 MHz: Die gefundene Cliquengröße beträgt 9, was einem mittleren Abstand von $360°/9 = 40°$ entspricht. Die aus der Symmetrie resultierenden Abstände von 120° und 240° werden von äquidistanten Rührerpositionen also exakt realisiert. Die gefundenen Cliquen meiden diese Abstände aber offensichtlich. Weniger ausgeprägt – aber immer noch zu beobachten – ist diese Eigenschaft bei 250 MHz. Auch hier sind die Häufigkeiten im Bereich der Symmetriepunkte klar reduziert (die Cliquengröße beträgt hier bereits 31). Im Gegensatz dazu realisieren die Cliquen bei 1000 MHz offensichtlich immer äquidistante Abstände bei einer Cliquengröße von 90.

Bei der gerade beschriebenen Verbesserung des Autokorrelationsverfahrens bleibt der Kritikpunkt, dass nicht die Feldverteilung direkt getestet wird. Auch dies wäre prinzipiell möglich. Hierzu würde man die Beträge der Vektorkomponenten des E-Feldes an mehreren Positionen im Arbeits-

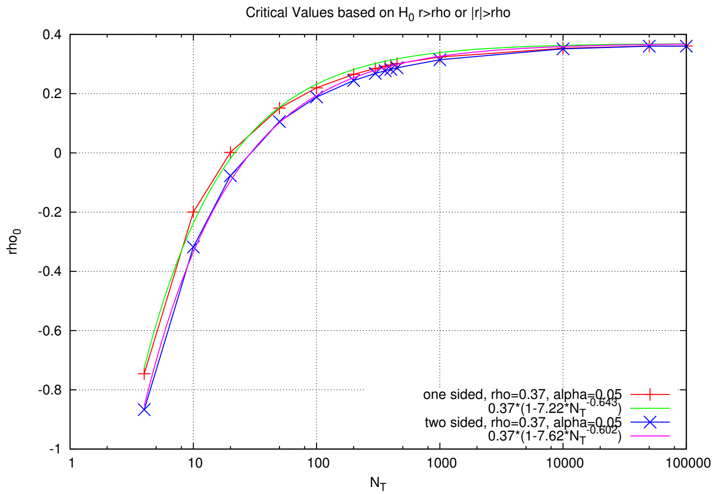


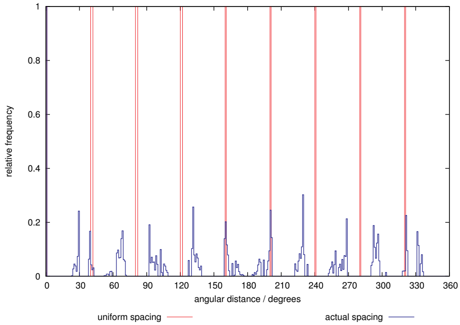
Abbildung 3.3: Approximation der kritischen Werte für $\rho = 0.37$, $\alpha = 0.05$ für einseitige- und zweiseitige Fragestellung durch eine einfache Funktion.

volumen der Kammer heranziehen und dann wieder nach der maximalen Clique suchen. Die Stichprobengröße ist dann aber nicht die Anzahl der genutzten Rührerpositionen sondern das Dreifache (drei Raumrichtungen) der Anzahl der vermessenen Raumpunkte. Letztere kann aber nicht beliebig groß gemacht werden, weil sonst (insbesondere bei tiefen Frequenzen) die Felder an diesen Punkten nicht mehr statistisch unabhängig sind (vergleiche Abschnitt 2.1.2.1.4). Typischerweise liegen Werte für acht Positionen vor, so dass der Stichprobenumfang 24 ist. Dei zweiseitiger Fragestellung, $\alpha = 0.05$ und $\rho = 0.37$ ergibt sich eine kritische Grenze nach Gleichung (3.21) eine kritische Grenze von

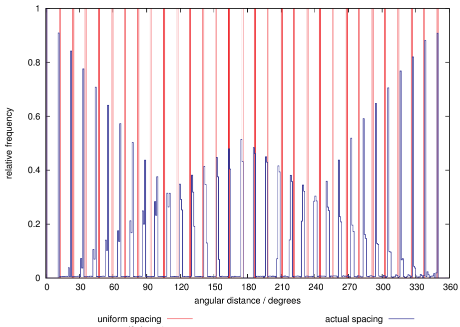
$$\rho_0 \approx -0.13, \tag{3.23}$$

so dass $|r| < \rho_0$ gar nicht mehr erfüllt werden kann. Die statistische Hypothesenprüfung ist bei solch kleinen Stichproben blind.

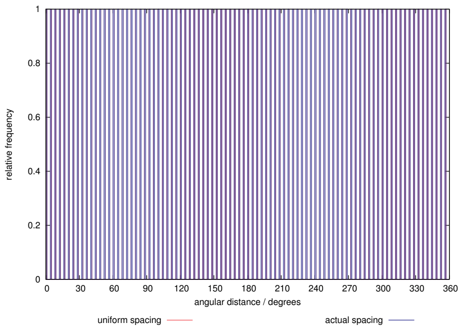
Insgesamt erscheint es sinnvoll, an der Analyse der Autokorrelationsfunktion festzuhalten, diese jedoch im Bereich der LUF um eine Suche nach der maximalen Clique zu erweitern.



(a) $f = 150\,\mathrm{MHz},\ N = 9$



(b) $f = 250\,\mathrm{MHz},\ N = 31$



(c) $f = 1000\,\mathrm{MHz},\ N = 90$

Abbildung 3.4: Relative Häufigkeiten der Winkelabstände in den schwach korrelierten Cliquen.

3.3 Gütebestimmung

3.3.1 Verfahren nach Norm

In der Norm IEC 61000-4-21 ist die Güte Q in der Form

$$ {}_{r}\left\langle {}_{b}\langle Q(\omega)\rangle_{N_t} \right\rangle_{N_p} = \frac{16\pi^2 V}{\eta_{Rx}\eta_{Tx}\lambda^3} {}_{r}\left\langle \frac{{}_{b}\langle P_r\rangle_{N_t}}{{}_{b}\langle P_t\rangle_{N_t}} \right\rangle_{N_p} \tag{3.24} $$

definiert (IEC61000-4-21 2003), wobei P_r die Leistung am Fußpunkt der Referenzantenne, P_t die Eingangsleistung in die Sendeantenne ist.[6] Die Größen η_{Tx} und η_{Rx} sind die Antenneneffektivitäten von Sende- (T_x) und Empfangsantenne (R_x). N_t bezeichnet die Anzahl der verwendeten Positionen des Modenrührers und N_p die Anzahl der Positionen der Empfangsantenne.

Die in dieser Formel implizit getätigten Annahmen werden offenbar, wenn man die Herleitung betrachtet. Hierzu wird zunächst nur ein Punkt im Arbeitsvolumen betrachtet, an dem die Empfangsantenne steht.

Die Güte ist per Definition

$$ Q = \omega \frac{{}_{r}\langle w\rangle\, V}{P_d}, \tag{3.25} $$

so dass sich der Mittelwert zu

$$ {}_{b}\langle Q\rangle_{N_t} = \omega \frac{{}_{r}\langle w\rangle\, V}{{}_{b}\langle P_d\rangle_{N_t}}, \tag{3.26} $$

ergibt.[7]

Die Verlustleistung P_d muss im stationären Zustand von außen nachgeliefert werden. Ist P_t die Vorwärtsleistung am Fußpunkt der Sendeantenne, so folgt

$$ P_d = \eta_{Tx} \underbrace{\left(1 - |S_{11,Tx}|^2\right)}_{p_{s,Tx}} P_t, \tag{3.27} $$

bzw.

$$ {}_{b}\langle P_d\rangle_{N_t} = {}_{b}\langle \eta_{Tx} p_{s,Tx} P_t\rangle_{N_t}. \tag{3.28} $$

[6] Die Eingangsleistung in die Kammer ist weder die Vorwärtsleistung noch die Nettoleistung. In der Regel wird die Fehlanpassung der Sendeantenne vernachlässigt und die Vorwärtsleistung benutzt.

[7] Die Energiedichte ${}_{r}\langle w\rangle$ ist bereits räumlich gemittelt, so dass die Gleichheit ${}_{b}\langle {}_{r}\langle w\rangle\rangle_{N_t} = {}_{r}\langle w\rangle$ vorausgesetzt werden kann

Für den Erwartungswert der Empfangsleistung gilt

$$
\begin{aligned}
{}_{b}^{e}\langle P_r\rangle_{N_t} &\overset{N_t\ \text{groß}}{=} {}_{b}^{t}\langle P_r\rangle && (3.29)\\
&= \left\langle \eta_{Rx} \underbrace{\left(1-|S_{22,Rx}|^2\right)}_{p_{s,Rx}} S_c A_e \right\rangle_b && (3.30)\\
&= {}_{b}\langle \eta_{Rx}\rangle \cdot {}_{b}\langle p_{s,Rx}\rangle \cdot c \cdot {}_{b}\langle w\rangle \cdot \frac{\lambda^2}{8\pi}, && (3.31)
\end{aligned}
$$

so dass

$$
{}_{b}\langle w\rangle \overset{N_t\ \text{groß}}{=} \frac{8\pi \cdot {}_{b}^{e}\langle P_r\rangle_{N_t}}{{}_{b}\langle \eta_{Rx}\rangle \cdot {}_{b}\langle p_{s,Rx}\rangle \cdot c \cdot \lambda^2} = {}_{r}\langle w\rangle \tag{3.32}
$$

folgt. Setzt man nun Gleichung (3.32) und Gleichung (3.28) in Gleichung (3.26) ein, ergibt sich

$$
{}_{b}^{e}\langle Q\rangle_{N_t} = \frac{16\pi^2 V\, {}_{b}^{e}\langle P_r\rangle_{N_t}}{{}_{b}\langle \eta_{Rx}\rangle_{N_t}\ {}_{b}\langle \eta_{Tx}\rangle_{N_t}\ {}_{b}\langle p_{s,Rx}\rangle\ {}_{b}\langle p_{s,Tx}\rangle\ \lambda^3\ {}_{b}^{e}\langle P_t\rangle_{N_t}}. \tag{3.33}
$$

Mittelt man nun über Messungen an N_p verschiedenen Positionen im Raum folgt

$$
{}_{r}^{e}\left\langle {}_{b}^{e}\langle Q\rangle_{N_t}\right\rangle_{N_p} = {}_{r}^{e}\left\langle \frac{16\pi^2 V\, {}_{b}^{e}\langle P_r\rangle_{N_t}}{{}_{b}\langle \eta_{Rx}\rangle_{N_t}\ {}_{b}\langle \eta_{Tx}\rangle_{N_t}\ {}_{b}\langle p_{s,Rx}\rangle\ {}_{b}\langle p_{s,Tx}\rangle\ \lambda^3\ {}_{b}^{e}\langle P_t\rangle_{N_t}} \right\rangle_{N_p}. \tag{3.34}
$$

Die Gleichung (3.24) für die Güte nach IEC 61000-4-21 gilt als unter folgenden Bedingungen:

1. Die Fehlanpassungen von Sende- und Empfangsantenne werden vernachlässigt, d. h. $p_{s,Tx} = p_{s,Rx} = 1$ wird angenommen. Für die Anwendung der Norm heißt das, dass (im Freiraum) gut angepasste Antennen zu verwenden sind.

2. Es wird angenommen, dass die Antenneneffektivitäten der Sende- und Empfangsantennen, η_{Tx} und η_{Rx}, nicht von der Rührerstellung oder der Position im Raum abhängen.

3.3.2 Bandbreitenreduziertes Zeitbereichsverfahren

Gleichung (3.24) ist durchaus geeignet, die Güte während einer IEC-Kalibriermessung zu bestimmen. Soll jedoch nur die Güte bestimmt werden, so ist das Verfahren relativ aufwendig und zeitintensiv. Hauptgrund hierfür ist, dass in $\frac{{}_b\langle P_r\rangle_{N_t}}{{}_b\langle P_t\rangle_{N_t}}$ die Mittelwertsbildung nicht mit der Division vertauscht werden kann. Hierdurch scheidet eine schnelle Messung mittels eines Netzwerkanalysators aus. In der Praxis werden in der Regel Leistungsmesser eingesetzt, da üblicherweise nicht zwei Spektrumanalysatoren oder Messempfänger zur Verfügung stehen. Wegen der vergleichsweise geringen Dynamik der Leistungsmessköpfe ist der Frequenzbereich für die Gütebestimmung in der Praxis somit meist auf den Frequenzbereich beschränkt, für den Leistungsverstärker zur Verfügung stehen.

In der Folge wird nun ein alternatives Messverfahren für die Bestimmung der Güte beschrieben, dass diese Nachteile nicht aufweist (Krauthäuser und Nitsch 2002c, 2003; Krauthäuser 2007). Das Verfahren basiert auf frühen Arbeiten von Corona et al. (Corona et al. 1980).

Im eingeschwungenen Zustand speichert der Hohlraumresonator eine konstante Energie. Schaltet man nun die Erregung ab, so wird die Energie über die Verlustmechanismen umgesetzt und die Energiedichte wird exponentiell abnehmen. Die Zeitkonstante dieser freien Energierelaxation τ hängt mit der Güte über die Formel

$$Q = \omega \cdot \tau = \frac{2\pi}{d} \tag{3.35}$$

zusammen, wobei d das sogenannte logarithmische Dekrement ist. Somit kann die Gütebestimmung über eine Bestimmung der Zeitkonstante τ erfolgen.

Corona et al. zeigen in (Corona et al. 1980), dass

$$d = \frac{1}{f \cdot \Delta t} \ln\left(\frac{E(t_0)}{E(t_0 + \Delta t)}\right) \tag{3.36}$$

gilt. Und somit folgt

$$d = \frac{\ln(10)}{20 \cdot f \cdot \Delta t} \Delta E_{dB} \tag{3.37}$$

$$= \frac{\ln(10)}{20 \cdot f \cdot \Delta t} \Delta P_{dB}. \tag{3.38}$$

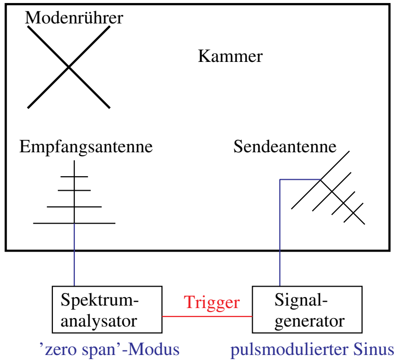


Abbildung 3.5: Messaufbau zur Bestimmung der Güte über die Messung der freien Energierelaxation.

Für die mittlere Feldstärke nach einer Zeit τ gilt somit

$$\langle E(t_0+\tau)\rangle = (1/\sqrt{e})\,\langle E(t_0)\rangle \tag{3.39}$$

$$\langle E_{dB_{V/m}}(t_0+\tau)\rangle = \langle E_{dB_{V/m}}(t_0)\rangle - 4.34\text{dB}. \tag{3.40}$$

Aus Gleichung (3.38) und Gleichung (3.35) folgt sodann die Beziehung

$$Q = \frac{20\cdot\pi\cdot f\cdot\Delta t}{\ln 10\cdot\Delta P_{dB}} \approx 27.29\cdot\frac{f\cdot\Delta t}{\Delta P_{dB}}. \tag{3.41}$$

Die Messung der Güte reduziert sich bei diesem Verfahren somit auf die Bestimmung die Leistungsreduzierung ΔP_{dB} (in dB) am Fußpunkt einer Messantenne im Arbeitsvolumen der Kammer und des zugehörigen Zeitintervalls Δt innerhalb des transienten Bereichs der freien Energierelaxation. Es ist wichtig, den Bereich der *freien* Relaxation zu benutzen, d. h. den Bereich des Abschwingens. Im Einschwingbereich gehört die Quelle mit ihrem Innenwiderstand zum System, sodass sich eine Zeitkonstante ergibt, die den Innenwiderstand enthält. Beim Ausschwingen ist die Quelle abgetrennt und die Zeitkonstante entspricht der Systemzeitkonstante.

Der Messaufbau zur Gütebestimmung über die Vermessung der freien Energierelaxation ist in Abbildung 3.5 dargestellt. Die Anregung der Kammer erfolgt über die Sendeantenne. Das Signal kommt hierbei von einem Signalgenerator mit integriertem Pulsgenerator und Pulsmodulator.

Das Anregungssignal ist somit ein pulsmodulierter Sinus. Die Frequenz des Sinus entspricht der Frequenz, bei der die Gütebestimmung vorgenommen werden soll. Die Ein- und Auszeiten des Pulsgenerators sind so groß zu wählen, dass die Kammer sicher in den komplett eingeschwungenen bzw. komplett ausgeschwungenen Zustand kommt. Die Wahl einer Pulsperiode von 100 µs und eines Tastverhältnisses von 1:1 hat sich in der Praxis bewährt. Das Signal der Empfangsantenne wird mit Hilfe eines Spektrumanalysators erfasst. Die Mittenfrequenz des Spektrumanalysators entspricht der Anregungsfrequenz und der Analysator wird im »zero-span«-Modus betrieben. Bei dieser Betriebsart wird auf der Mittenfrequenz das Hüllkurvensignal als Funktion der Zeit dargestellt. Hierbei wird das Signal des Pulsgenerators als Trigger eingesetzt.

3.3.2.1 Anforderungen an die Messbandbreite

Bei der oben beschriebenen Messung werden nur Signale innerhalb der eingestellten Auflösungsbandbreite (RBW) erfasst. Es handelt sich somit um die Kombination einer frequenzselektiven Messung und einer Zeitbereichsmessung. Wichtig ist, dass die Bandbreite groß genug ist, um die Einhüllende nicht wesentlich zu verfälschen und andererseits klein genug um eine möglichst hohe Messdynamik zu haben. Die Flankensteilheit steht in unmittelbarem Zusammenhang mit der zur vermessenden Güte: je kleiner die Güte, desto steiler die Flanke.

Die 90%-10% Abfallzeit $T_{90,10}$ und die RBW müssen der Beziehung $T_{90,10} \geqslant 0.35/\mathrm{RBW}$ genügen. Mit Gleichung (3.36) folgt daraus unmittelbar

$$d = \frac{1}{f \cdot T_{90,10}} \ln\left(\frac{0.9E_0}{0.1E_0}\right) \tag{3.42}$$

$$= \frac{\mathrm{RBW}}{0.35f} \ln(9) \approx \frac{6.28 \cdot \mathrm{RBW}}{f}. \tag{3.43}$$

Dies entspricht einem theoretischen unteren Limit für die minimale Güte,

$$Q_{\mathrm{min,th}} = \frac{\pi}{d} \approx \frac{f}{2 \cdot \mathrm{RBW}}. \tag{3.44}$$

Für die praktische Anwendung sollte die Anfallzeit des Signals um einen Faktor 3–5 größer als $T_{90,10}$ sein. Hieraus folgt dann ein tatsächliches Q-Limit, das um einen Faktor 3–5 größer ist:

$$Q_{\mathrm{min,real}} = k \cdot Q_{\mathrm{min,th}}, \quad k \text{ zwischen 3 und 5} \tag{3.45}$$

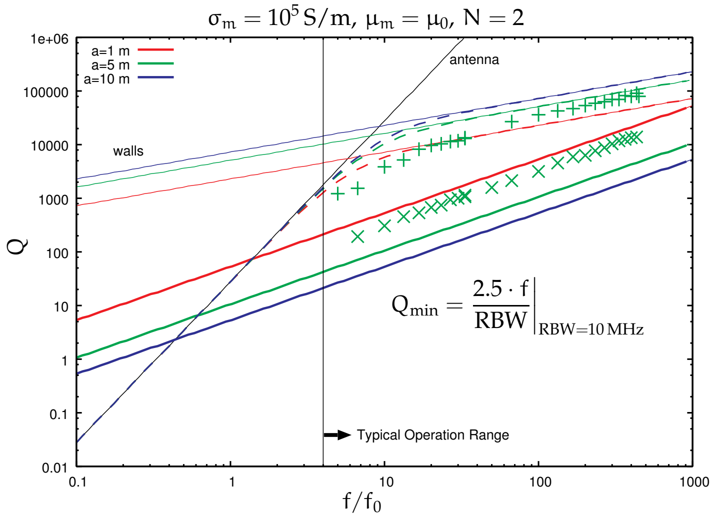


Abbildung 3.6: Vergleich der für RBW $= 10\,$MHz und $k = 5$ berechneten Werte von Q_{min} mit tatsächlich für Modenverwirbelungskammern zu erwartenden Gütewerten. Damit eine einfache Darstellung über f/f_0 (f_0: niedrigste Resonanzfrequenz) möglich ist, wurden die theoretischen Kurven für den Fall einer würfelförmigen Geometrie mit Kantenlänge a berechnet. Die Symbole zeigen experimentelle Güten der großen Magdeburger Modenverwirbelungskammer für minimale (+) und maximale Beladung (x).

Ein Wert von $k = 5$ ergibt eine hervorragende Übereinstimmung mit den in (Krauthäuser und Nitsch 2003) präsentierten experimentellen Werten.

Die Frequenzabhängigkeit von $Q_{min,real}$ hat Konsequenzen für den Einsatzbereich der Methode. Für hohe Frequenzen erwartet man einen Schnittpunkt mit der flacheren Güte, die sich aus den Wandverlusten ergibt (siehe Gleichung (2.223)):

$$\frac{2.5 \cdot f}{RBW} = \frac{3\mu_0 V}{2\mu_m \delta_s S}, \quad \delta_s = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_m \sigma_m}} \tag{3.46}$$

$$f = \frac{9\pi}{25} \frac{(RBW)^2 \mu_0^2 \sigma_m V^2}{\mu_m S^2} \tag{3.47}$$

Für den Fall einer würfelförmigen MVK mit Kantenlänge a ($V = a^3$, $S = 6a^2$) lässt sich die obere Frequenzgrenze auch einfach auf die erste Resonanzfrequenz $f_0 = c/(a\sqrt{2})$ beziehen:

$$f' = \frac{f}{f_0} = \frac{a\sqrt{2}}{c} f = \frac{9\pi\sqrt{2}}{25 \cdot 36} \frac{(\mathrm{RBW})^2 \mu_0^2 \sigma_m a^3}{c\mu_m} \tag{3.48}$$

Die obere Frequenzgrenze wächst also mit a^3. Der kritische Fall tritt somit bei kleinen Modenverwirbelungskammern ein. Bei einer Kantenlänge von $a = 1\,\mathrm{m}$ folgt für $\mu_m = \mu_0$ und eine recht kleine Wandleitfähigkeit von $\sigma_m = 1 \cdot 10^5\,\mathrm{S/m}$ eine obere relative Frequenzgrenze von $f' \approx 1860$. Approximiert man die LUF mit $4 \cdot f_0$, so entspricht die obere Frequenzgrenze dem 465-fachen der LUF.

Zu tiefen Frequenzen hin erwartet man eine weitere Grenze der Anwendbarkeit aufgrund der Antennenverluste (siehe Gleichung (2.227)):

$$\frac{2.5 \cdot f}{\mathrm{RBW}} = \frac{(2\pi f)^3 V}{N \langle p_m \rangle \pi c^3} \tag{3.49}$$

$$f = \sqrt{\frac{2.5}{\mathrm{RBW}} \frac{N \langle p_m \rangle c^3}{8\pi^2 V}} \tag{3.50}$$

Für den Fall der würfelförmigen MVK mit Kantenlänge a ergibt sich dann für die relative Frequenz

$$f' = \sqrt{\frac{5}{\mathrm{RBW}} \frac{N \langle p_m \rangle c}{8\pi^2 a}}. \tag{3.51}$$

Der kritischste Fall ist somit wiederum der Fall einer kleinen MVK. Für $a = 1\,\mathrm{m}$, $N = 2$, $\langle p_m \rangle = 0.5$ und $\mathrm{RBW} = 10\,\mathrm{MHz}$ ergibt sich $f' \approx 1.4$, was immer noch deutlich unter der zu erwartenden LUF liegt.

Die Ergebnisse sind in der Abbildung 3.6 dargestellt. Dort sind zusätzlich noch die experimentellen Gütewerte der großen Magdeburger Modenverwirbelungskammer für den Fall der maximalen und der minimalen Beladung eingezeichnet.

3.4 Grundkalibrierung

Die IEC-Norm 61000-4-21 sieht eine Grundkalibrierung der Kammer vor. Ziel dieser Grundkalibrierung ist es sicherzustellen, dass eine ausreichend geringe Feldinhomogenität im Arbeitsvolumen gewährleistet ist. Nachzuweisen ist hierbei die Einhaltung des Inhomogenitätsgrenzwertes sowohl für die leere als auch für die *maximal beladene* Kammer. Die Beladung der Kammer soll hierbei die Beladung durch ein EUT simulieren und wird in der Regel durch das Einbringen von Absorbern ins Arbeitsvolumen erreicht. Der Begriff »maximale Beladung« bezieht sich auf die spätere Beladung während einer EUT-Messung: Im Rahmen der EUT-Kalibrierung (Abschnitt 3.5) ist nachzuprüfen, dass die Beladung der Kammer durch das EUT die maximale Beladung nicht übersteigt. Nur in diesem Fall kann eine normgerechte Messung am EUT durchgeführt werden.

Die Grundkalibrierung beginnt mit einer *Schätzung* der Startfrequenz f_s. Diese Schätzung basiert in der Regel auf einer vorhergehenden Analyse des Modenrührers (vergleiche Abschnitt 3.2). Bewährt hat sich die auch in der Norm empfohlene Grenze von 50 unabhängigen Randbedingungen, die der Modenrührer hervorzubringen in der Lage sein muss. Die Richtigkeit der Annahme von f_s als Startfrequenz ist am Ende der Grundkalibrierung durch Vergleich mit dem Homogenitätskriterium zu validieren. Im Falle der Falsifikation muss die Kalibrierung mit einem angepasstem Wert für f_s erneut durchgeführt werden.

Basierend auf der Wahl von f_s wird der Frequenzbereich unterteilt und in den Intervallen mit unterschiedlichen Schrittweiten und Anzahlen von Rührerpositionen (12–50) gemessen. Aufgezeichnet werden hierbei für alle Frequenzen und alle Rührerpositionen

- Hin- und rücklaufende Leistung bezogen auf den Port der Sendeantenne,
- Empfangsleistung am Port der Referenzantenne
- und x, y, und z-Komponente des elektrischen Feldstärkebetrags.

Die Messung der Feldstärke erfolgt hierbei an den 8 Ecken des Arbeitsvolumen; die Empfangsleistung der Referenzantenne wird an 8 Positionen im Arbeitsvolumen bei unterschiedlichen und Ausrichtungen bestimmt.[8]

Aus den Messungen werden bestimmt

1. Für jeden Ort:

[8] Die Norm erlaubt eine Reduktion der Anzahl der Messpositionen auf drei oberhalb von $10f_s$.

Die mittlere Eingangsleistung $P_{\mathbf{Input}}$: linearer Mittelwert der Eingangsleistung (in der Regel die Vorwärtsleistung) über die N_T (statistisch unabhängigen) Rührerpositionen,

$$P_{\text{Input}} = {}_{b}^{e}\langle P_t \rangle_{N_t} \tag{3.52}$$

Die mittlere Empfangsleistung $P_{\mathbf{AveRec}}$:

$$P_{\text{AveRec}} = {}_{b}^{e}\langle P_r \rangle_{N_t} \tag{3.53}$$

Die maximale Empfangsleistung $P_{\mathbf{MaxRec}}$:

$$P_{\text{MaxRec}} = {}_{b}^{e}\lceil P_r \rceil_{N_t} \tag{3.54}$$

Die maximalen x,y,z-E-Komponenten $E_{\mathbf{Max,x,y,z}}$:

$$E_{\text{Max,x}} = {}_{b}^{e}\lceil E_x \rceil_{N_t} \tag{3.55}$$

$$E_{\text{Max,y}} = {}_{b}^{e}\lceil E_y \rceil_{N_t} \tag{3.56}$$

$$E_{\text{Max,z}} = {}_{b}^{e}\lceil E_z \rceil_{N_t} \tag{3.57}$$

Die normalisierte Feldstärken $\overleftrightarrow{E}_{\mathbf{x,y,z}}$:

$$\overleftrightarrow{E}_x = \frac{E_{\text{Max,x}}}{\sqrt{P_{\text{Input}}}} = \frac{{}_{b}^{e}\lceil E_x \rceil_{N_t}}{\sqrt{{}_{b}^{e}\langle P_t \rangle_{N_t}}} \tag{3.58}$$

$$\overleftrightarrow{E}_y = \frac{E_{\text{Max,y}}}{\sqrt{P_{\text{Input}}}} = \frac{{}_{b}^{e}\lceil E_y \rceil_{N_t}}{\sqrt{{}_{b}^{e}\langle P_t \rangle_{N_t}}} \tag{3.59}$$

$$\overleftrightarrow{E}_z = \frac{E_{\text{Max,z}}}{\sqrt{P_{\text{Input}}}} = \frac{{}_{b}^{e}\lceil E_z \rceil_{N_t}}{\sqrt{{}_{b}^{e}\langle P_t \rangle_{N_t}}} \tag{3.60}$$

2. Aus diesen (jeweils acht) Werten:

Die mittleren normierten Feldstärken $\left\langle \overleftrightarrow{E}_{\mathbf{x,y,z}} \right\rangle$:

$$\left\langle \overleftrightarrow{E}_x \right\rangle = \frac{\sum_{i=1}^{8} \overleftrightarrow{E}_{x,i}}{8} = {}^{e}_{r}\left\langle \frac{{}^{e}_{b}\lceil E_x \rceil_{N_t}}{\sqrt{{}^{e}_{b}\langle P_t \rangle_{N_t}}} \right\rangle_{8} \tag{3.61}$$

$$\left\langle \overleftrightarrow{E}_y \right\rangle = \frac{\sum_{i=1}^{8} \overleftrightarrow{E}_{y,i}}{8} = {}^{e}_{r}\left\langle \frac{{}^{e}_{b}\lceil E_y \rceil_{N_t}}{\sqrt{{}^{e}_{b}\langle P_t \rangle_{N_t}}} \right\rangle_{8} \tag{3.62}$$

$$\left\langle \overleftrightarrow{E}_z \right\rangle = \frac{\sum_{i=1}^{8} \overleftrightarrow{E}_{z,i}}{8} = {}^{e}_{r}\left\langle \frac{{}^{e}_{b}\lceil E_z \rceil_{N_t}}{\sqrt{{}^{e}_{b}\langle P_t \rangle_{N_t}}} \right\rangle_{8} \tag{3.63}$$

$$\left\langle \overleftrightarrow{E} \right\rangle_{24} = \frac{\sum_{r=x,y,z} \sum_{i=1}^{8} \overleftrightarrow{E}_{r,i}}{24} = {}^{e}_{r}\left\langle \frac{\sum_{r=x,y,z} {}^{e}_{b}\lceil E_r \rceil_{N_t}}{\sqrt{{}^{e}_{b}\langle P_t \rangle_{N_t}}} \right\rangle_{24} \tag{3.64}$$

Die räumlichen Standardabweichungen $\sigma_{\mathbf{x,y,z}}$:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{8} \left(\overleftrightarrow{E}_{x,i} - \left\langle \overleftrightarrow{E}_x \right\rangle \right)^2}{8-1}} \tag{3.65}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{8} \left(\overleftrightarrow{E}_{y,i} - \left\langle \overleftrightarrow{E}_y \right\rangle \right)^2}{8-1}} \tag{3.66}$$

$$\sigma_z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{8} \left(\overleftrightarrow{E}_{z,i} - \left\langle \overleftrightarrow{E}_z \right\rangle \right)^2}{8-1}} \tag{3.67}$$

$$\sigma_{24} = \sqrt{\frac{\sum_{r=x,y,z} \sum_{i=1}^{8} \left(\overleftrightarrow{E}_{r,i} - \left\langle \overleftrightarrow{E} \right\rangle_{24} \right)^2}{24-1}} \tag{3.68}$$

Den Antennenkalibrierfaktor (ACF):

$$\mathrm{ACF} = {}^{e}_{r}\left\langle \frac{P_{\mathrm{AveRec}}}{P_{\mathrm{Input}}} \right\rangle_{8} \tag{3.69}$$

Die Kammereinfügedämpfung (IL):

$$\mathrm{IL} = {}^{e}_{r}\left\langle \frac{P_{\mathrm{MaxRec}}}{P_{\mathrm{Input}}} \right\rangle_{8} \tag{3.70}$$

Die Kalibrierprozedur ist in gleicher Weise für die leere und die maximal Beladene Kammer durchzuführen. Das Maß der Beladung (Loading) wird über das Verhältnis der Antennen Kalibrierfaktoren definiert und sollte größer als 16 (12 dB) sein:

$$\text{Loading} = \frac{\text{ACF}_{\text{leer}}}{\text{ACF}_{\text{beladen}}} \tag{3.71}$$

Die Kalibrierung gilt als erfolgreich, wenn alle Standardabweichungen (einzelne Komponenten, gesamter Datensatz, leer und beladen) kleiner als 3 dB sind. Für tiefe Frequenzen wird diese Grenze gelockert: unterhalb von 100 MHz sind 4 dB erlaubt und zwischen 100 MHz und 400 MHz fällt die Grenze linear auf den Wert von 3 dB.[9] Des weiteren dürfen bei maximal drei Frequenzen pro Oktave Grenzüberschreitungen um maximal 1 dB auftreten.

3.5 EUT-Kalibrierung

Vor der eigentlichen EUT-Messung wird eine Kurzkalibrierung durchgeführt, bei der sich das EUT bereits im Arbeitsvolumen befindet. Der Messablauf entspricht der Durchführung der Grundkalibrierung, wobei allerdings auf Sondenmessungen ganz verzichtet werden kann. Die Position der Referenzantenne darf variiert werden, muss es aber nicht, d. h. in der Regel wird die EUT-Kalibrierung mit nur einer Position der Referenzantenne durchgeführt. Aus den Messwerten wird der *Kammerkalibrierfaktor (CCF)* bestimmt. Er entspricht dem Antennenkalibrierfaktor (ACF) der Grundkalibrierung, d. h.

$$\text{CCF} = {}^{e}_{r}\left\langle \frac{P_{\text{AveRec}}}{P_{\text{Input}}} \right\rangle_{1-8} . \tag{3.72}$$

Aus dem ACF und dem Kammerkalibrierfaktor (CCF) bestimmt man den *Kammerbeladungsfaktor* CLF gemäß

$$\text{CLF} = \frac{\text{CCF}}{\text{ACF}} . \tag{3.73}$$

[9] Die Aufweichung der Grenze zu tiefen Frequenzen hin ist historisch begründet. Zur Zeit der Entwicklung der Norm existierte bereits eine Reihe von relativ großen Kammern, die das 3 dB Kriterium bei tiefen Frequenzen nicht einhalten. Die Diskussion über eine einheitliche Grenze ist im Zuge der Überarbeitung der IEC 61000-4-21 erneut aufgeflammt, so dass eine zukünftige Änderung der Grenze nicht auszuschließen ist.

Die Beladung durch das EUT muss kleiner als die maximale Beladung, für die das Homogenitätskriterium überprüft wurde, sein. Es muss daher

$$\mathrm{CLF} \leqslant \mathrm{Loading} \tag{3.74}$$

erfüllt sein.

Aus dem CCF ergibt sich die Güte Q der Kammer bei Anwesenheit des EUT zu[10]

$$Q = \frac{16\pi^2 V}{\eta_{Tx}\eta_{Rx}\lambda^3}\mathrm{CCF}. \tag{3.75}$$

3.6 Störfestigkeitsmessung

Die Festlegung der Testfeldstärke E_{Test} für Störfestigkeitsmessungen erfolgt über den räumlichen Mittelwert des Maximalwertes bezüglich der Rührerpositionen normierten kartesischen Feldkomponenten $\left\langle \overleftrightarrow{E} \right\rangle_{24}$ aus Gleichung (3.64). Ist P_{Input} die mittlere während des Tests zugeführte Leistung ergibt sich die Verhältnisrelation

$$\frac{E_{\mathrm{Test}}}{\mathrm{CCF}} = \frac{\left\langle \overleftrightarrow{E} \right\rangle_{24}}{\mathrm{ACF}} \cdot \sqrt{P_{\mathrm{Input}}}, \tag{3.76}$$

bzw.

$$P_{\mathrm{Input}} = \left(\frac{E_{\mathrm{Test}}}{\left\langle \overleftrightarrow{E} \right\rangle_{24} \cdot \sqrt{\mathrm{CCF}}} \right)^2 \tag{3.77}$$

3.7 Störemissionsmessung

In diesem Abschnitt werden Methoden zur Messung der Emission eines EUT diskutiert. Im Gegensatz zu Freifeldern und Absorberhallen wird in der MVK die gesamte abgestrahlte Leistung und nicht die Feldstärke in einem bestimmten Anstand gemessen. Die Frage der Korrelierbarkeit dieser beiden Größen ist noch nicht abschließend beantwortet; Material hierzu findet sich beispielsweise in (Holloway et al. 2003c; Koepke et al. 2000; Wilson et al. 2001, 2002b, 2004).

[10] In gleicher Weise berechnen sich die Güten von leerer und maximal Beladener Kammer aus den Antennenkalibrierfaktoren ACF.

Hier wird es zunächst darum gehen, wie die total abgestrahlte Leistung bestimmt werden kann. Hierzu wird zunächst die Methodik der IEC 61000-4-21 vorgestellt (die in ihrer jetzigen Fassung (2003) auch eine Korrelationsformel angibt), bevor eine hierzu alternative Methode eingeführt wird.

Die gemeinsame Basis der weiteren Erörterungen ist die Gleichung (2.146) aus dem Abschnitt 2.5.1, die aus Gründen der Übersicht hier noch einmal dargestellt wird:

$$\langle P_t \rangle = \frac{16\pi^2 V}{\eta_r (1 - |S_{22}|^2) \lambda^3 \langle Q \rangle} \langle P_r \rangle \quad \text{(allgemein)} \tag{3.78}$$

$$\langle P_t \rangle = \frac{16\pi^2 V}{\eta_r \lambda^3 \langle Q \rangle} \langle P_r \rangle \quad \text{(angepasst)} \tag{3.79}$$

3.7.1 Methode nach IEC 61000-4-21

IEC 61000-4-21 beschreibt normativ zwei alternative Methoden zur Bestimmung der total abgestrahlten Leistung P_{rad} eines EUT:[11]

- Basierend auf der Messung der mittleren Empfangsleistung P_{AveRec} und dem CCF

$$P_{rad} = \frac{\eta_T \cdot P_{AveRec}}{CCF}. \tag{3.80}$$

Der CCF ist definiert als

$$CCF = \left\langle \frac{P_{AveRec}}{P_{input}} \right\rangle_{\text{Antennen Positionen}}. \tag{3.81}$$

Der CCF wird während der EUT-Kalibrierung bestimmt. Bei dieser Messung befindet sich das EUT im ausgeschalteten Zustand in der Kammer. Die Kammer wird angeregt mit einem Dauerstrichsignal der mittleren Leistung (bezüglicher der Variation der Randbedingungen) P_{input} und die mittlere Leistung am Fußpunkt der Empfangsantenne P_{AveRec} wird bestimmt. Die Bezeichnung $\langle\cdot\rangle_{\text{Antennen Positionen}}$ steht für eine mögliche, aber nicht normativ vorgeschriebene, Mittelung bezüglich mehrerer Positionen der Empfangsantenne im Raum.

[11] Im Folgenden wird wieder die Notation des IEC-Standards benutzt.

- Basierend auf der Messung der maximalen Empfangsleistung

$$P_{rad} = \frac{\eta_T \cdot P_{MaxRec}}{CLF \cdot IL}. \tag{3.82}$$

Hierbei ist P_{MaxRec} die maximale Empfangsleistung bezüglich der Veränderung der Randbedingungen und der Kammerbeladungsfaktor (CLF) ist ein Faktor, sich aus der Kombination der EUT-Kalibrierung und der Grundkalibrierung ergibt. Die Definition der CLF ist

$$CLF = \frac{CCF}{ACF}, \tag{3.83}$$

wobei der ACF analog zum CCF definiert ist, sich aber auf die Ergebnisse der Grundkalibrierung der leeren Kammer bezieht. Die Kammereinfügedämpfung (IL) folgt ebenfalls aus der Grundkalibrierung der leeren Kammer und ist gegeben durch

$$IL = \left\langle \frac{P_{MaxRec}}{P_{input}} \right\rangle_{\text{Antennen Positionen}}. \tag{3.84}$$

Während der Grundkalibrierung werden acht verschiedene Antennenpositionen verwendet.

Prinzipiell sollte die Methode basierend auf P_{AveRec} bevorzugt werden, da sie auf Grund der Verwendung des Mittelwertes eine geringere Unsicherheit aufweist. Darüber hinaus geht hier nur die EUT-Kalibrierung und nicht die Grundkalibrierung ein.

Bemerkenswerterweise gehen charakteristische Eigenschaften der Empfangsantenne wie Polarisation, Effektivität und Fehlanpassung nicht in das Ergebnis der Messung ein. Deutlich wird dies, wenn die Gleichung (3.80) zu

$$\frac{P_{rad,EUT}}{P_{AveRec,EUT}} = \frac{\eta_T P_{input,EUTCal}}{P_{AveRec,EUTCal}} \tag{3.85}$$

umgeschrieben wird (für eine Antennenposition). Die Größe $\eta_T P_{input,EUTCal}$ ist die abgestrahlte Leistung während der EUT-Kalibrierung *falls* $P_{input,EUTCal}$ die der Sendeantenne zur Verfügung gestellte Leistung ist. Die Ermittlung von $P_{input,EUTCal}$ ist aber durchaus problematisch, da sie weder der Vorwärtsleistung (wegen der Fehlanpassung) noch der Nettoleistung entspricht. Letzteres folgt aus der Tatsache, dass die Sendeantenne ebenfalls als Empfangsantenne wirkt und die empfangene Leistung in die in die Nettoleistung mit eingeht (Ladbury et al. 1999). In der Regel ist (für ausreichend hohe Frequenzen) die Anpassung der Sendeantenne gut genug, so dass die Vorwärtsleistung benutzt werden kann.

3.7.2 Alternative Methode

Im Gegensatz zur oben beschriebenen IEC-Methode wird nun eine Vorgehensweise zur Analyse von Gleichung (2.146) vorgestellt, die mit einer einzigen Messung auskommt (Krauthäuser 2007). Das bedeutet, dass $\langle P_r \rangle$ und $\langle Q \rangle$ gleichzeitig gemessen werden müssen. Das Verfahren basiert auf dem bandbreitenreduzierten Zeitbereichsmessverfahren zu Bestimmung der Güte aus Abschnitt 3.3.2 (Krauthäuser und Nitsch 2002c, 2003).

3.7.2.1 Simultane Messung von Güte und Empfangsleistung

Bei der Gütebestimmung nach Abschnitt 3.3.2 kann der zeitliche Signalverlauf in vier Bereiche eingeteilt werden.

»Ein,T«: Unmittelbar nach den Einschalten der Leistung am Signalgenerator ist das Feld in der Kammer transient. Der Pegel der Hüllkurve wächst (im Mittel) vom Rauschpegel auf seinen stationären Wert.

»Ein,S«: Liegt das Signal des Signalgenerators bereits lange genug an, befindet sich die Kammer im eingeschwungenen Zustand (stationär). Der Pegel der Hüllkurve ist konstant.

»Aus,T«: Nach dem Abschalten der Leistung relaxieren die Felder. Das Feld ist transient. Die Hüllkurve fällt (im Mittel) von ihrem stationären Wert auf den Rauschpegel.

»Aus,S«: Ist die Leistung des Signalgenerators bereits lange abgeschaltet, so stellt sich wieder ein stationärer Zustand ein. Das Hüllkurvensignal entspricht dem Rauschpegel.

Die Leistung an der Empfangsantenne im Zustand »Ein,S« kann immer so eingestellt werden, dass sie wesentlich größer als die vom EUT abgestrahlte Leistung ist. Daher kann das bandbreitenreduzierte Zeitbereichsmessverfahren zur Bestimmung der Güte ohne Veränderung eingesetzt werden, auch wenn das *eingeschaltete* EUT in der Kammer präsent ist. Abbildung 3.7 zeigt, dass weder der Hüllkurvenpegel im Zustand »Ein,S« noch die Transiente der freien Energierelaxation (»Aus,T«) durch die Abstrahlung des EUT beeinflusst wird. Alle Parameter zur Auswertung von Gleichung (2.146) (Δt und ΔP_r zur Gütebestimmung sowie $\langle P_r \rangle$) können somit aus einer einzigen Aufnahme des zeitlichen Hüllkurvenverlaufs gewonnen werden. Die Werte Δt und ΔP_r werden hierzu aus dem Bereich

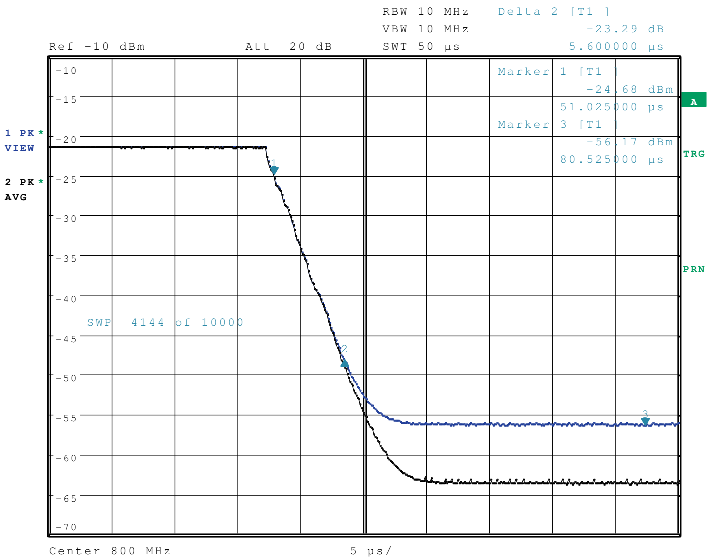


Abbildung 3.7: Gemittelte zeitliche Hüllkurvenverläufe mit dem eingeschwungenen Zustand »Ein,S«, dem Bereich der freien Energierelaxation »Aus,T« und dem eingeschwungenen Zustand ohne äußere Anregung »Aus,S«. Rechts erkennt man die Pegelanhebung auf Grund der EUT-Abstrahlung. In den anderen Bereichen werden die Pegel durch die Abstrahlung nicht wesentlich beeinflusst.

der freien Energierelaxation extrahiert (»Aus,T«) und $\langle P_r \rangle$ ist der Pegel im Bereich »Aus,S«. Genaugenommen stimmt dies jedoch nur für den Fall, dass auch das EUT-Signal mit größerer Auflösungsbandbreite gemessen werden kann (z. B. bei weit separierten nadelförmigen Spektrallinien). Im Allgemeinen wird jedoch für die EUT-Messung eine bestimmte Kombination von Detektor- und Auflösungsbandbreiteneinstellung vorgegeben sein. Dies stellt jedoch kein prinzipielle Problem dar, da modere Spektrumanalysatoren mehrere Messungen mit unterschiedlichen Messeinstellungen zeitversetzt durchführen können. Ein Beispiel ist in Abbildung 3.8 dargestellt. Die Erhöhung der Messzeit ist hierbei praktisch unerheblich, weil die Zeit für eine Kurve im Millisekundenbereich liegt.

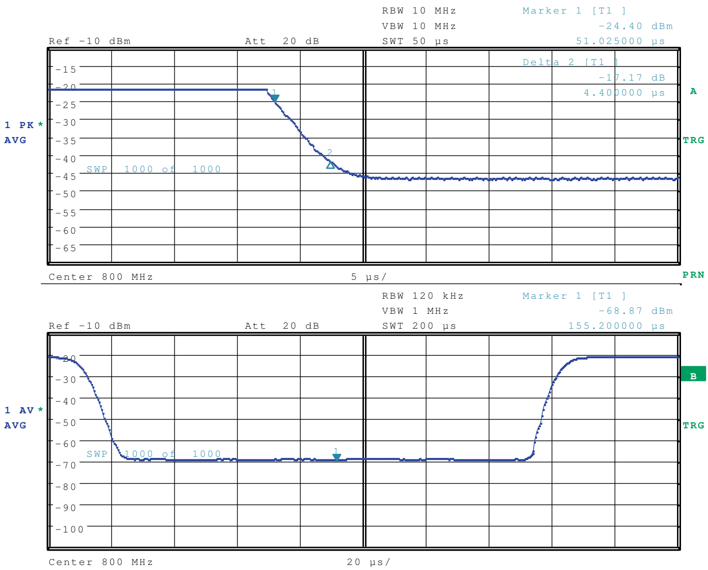


Abbildung 3.8: Quasi simultane Messung zweier Verläufe mit unterschiedlichen Einstellungen der Messparameter. Der obere Verlauf dient der Bestimmung der Güte (Spitzenwertdetektor, 10 MHz RBW). Aus dem unteren Verlauf wird die Abstrahlung des EUT bestimmt (Mittelwertsdetektor, 120 kHz RBW).

Die Kombination von Gleichung (2.146) und Gleichung (3.41) liefert

$$\langle P_t \rangle = \frac{4\pi V \ln(10) f^2 \Delta P_{dB}}{\eta_r 5 c^3 \Delta t} \langle P_r \rangle \,. \tag{3.86}$$

In »dB«-Einheiten ausgedrückt ergibt dies[12]

$$\begin{aligned} \langle P_t \rangle |_{dBm} = & -10 \log(\eta_r) + 10 \log(V|_{m^3}) \\ & - 10 \log(\Delta t|_{\mu s}) \\ & + 20 \log(f|_{MHz}) - 66.68 \\ & + 10 \log(\Delta P_{dB}) + \langle P_r \rangle |_{dBm}. \end{aligned} \tag{3.87}$$

[12] Der Ausdruck $+10 \log(\Delta P_{dB})$ kann leicht zu Anwendungsfehlern führen. Hier ist tatsächlich das Zehnfache des Logarithmus der bereits dB-skalierten Größe zu berechnen.

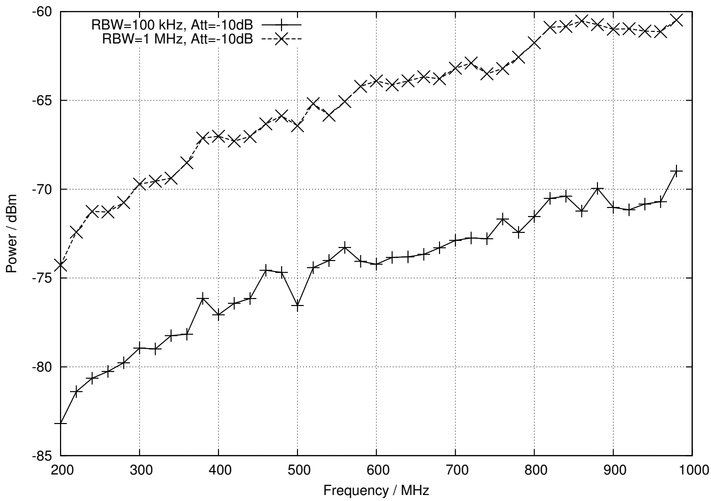


Abbildung 3.9: Rauschpegel für zwei unterschiedliche Auflösungsbandbreiten.

Für eine gegebene MVK ist $-10\log(\eta_r) + 10\log\left(V|_{m^3}\right) - 66.68$ eine Kammerspezifische Konstante.

3.7.2.1.1 Sensitivität Die Sensitivität der neuen Messmethode kann durch Anwendung der Methode auf den Fall, dass kein EUT vorhanden ist, ermittelt werden. Ergebnisse solcher Messungen sind in der Abbildung 3.9 für Auflösungsbandbreiten von 100 kHz und 1 MHz bei Verwendung einer internen Abschwächung des Spektrumanalysators von 10 dB dargestellt. Maßgeblich für die Sensitivität der Methode ist neben der Auflösungsbandbreite natürlich auch das verwendete Gerät. Die gezeigten Resultate sind daher nicht methodenspezifisch. Die Kenntnis der Sensitivität wird aber wichtig im Zusammenhang mit den in der Folge dargestellten experimentellen Ergebnissen.

Abbildung 3.10: Der Rauschgenerator »CNEIII« mit 100 mm Monopolantenne.

3.7.2.2 Vergleich mit den IEC Methoden

Zur Evaluation der neuen Messmethode wurden zwei Referenzstrahlungsquellen herangezogen. Die erste Quelle ist ein batteriegespeister Rauschgenerator »CNEIII« von »York Electromagnetics« mit einer 100 mm langen Monopolantenne. Die Antenne ist für den Frequenzbereich bis 1 GHz spezifiziert. Abbildung 3.10 zeigt die Einheit von Generator und Antenne.

Das zweite Gerät ist ein ebenfalls batteriegespeister Kammgenerator »RSG2000« von »Schaffner«. Der Ausgangspegel dieses Generators wurde durch einen externen Abschwächer um 20 dB reduziert. Als Antenne kommt hier dieselbe Monopolantenne wie im ersten Fall zum Einsatz. Der Kammgenerator »RSG2000« ist in Abbildung 3.11 dargestellt.

Für beide Geräte wurden drei Messungen durchgeführt:

1. Messung des Generatorausgangspegels. Im Falle des »CNEIII« erfolgte die Messung mit den Mittelwertsdetektor; beim »RSG2000« kam der Spitzenwertdetektor zum Einsatz. In beiden Fällen betrug die Auflösungsbandbreite 100 kHz.

Abbildung 3.11: Kammgenerator »RSG2000« mit Abschwächer und aufgesetzter Monopolantenne.

2. Eine Messung der Abstrahlung nach IEC 61000-4-21 wurde durchgeführt (EUT-Kalibrierung und EUT-Messung). Die gesamt abgestrahlten Leistungen basierend auf dem CCF und dem Kammerbeladungsfaktor (CLF) nach Gleichung (3.80) und Gleichung (3.82) wurden bestimmt.

3. Bestimmung der total abgestrahlten Leistung mit der neuen Methode. Hierbei wurden zwei Hüllkurven parallel vermessen. Die Bestimmung der Güte aus der freien Energierelaxation erfolgt mit maximaler Bandbreite (10 MHz) und Spitzenwertdetektor. Zur Bestimmung des EUT-Pegels im Zustand »Aus,S« fanden die gleichen Messparameter wie bei den IEC-Messungen Anwendung.

Alle dargestellten Messungen sind in der großen Magdeburger Moden-

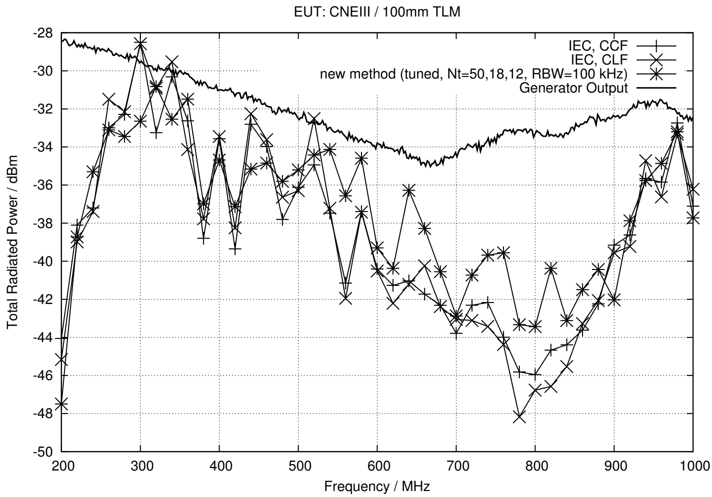


Abbildung 3.12: Ausgangspegel des Generators und total abgestrahlte Leistungen gemäß den verschiedenen Methoden für die Rauschquelle »CNEIII«.

verwirbelungskammer durchgeführt worden (LUF=200 MHz).

3.7.2.2.1 Rauschstrahlungsquelle »CNEIII« Der Rauschgenerator »CNEIII« produziert eine Pseudorauschsignal mit Frequenzen bis 2 GHz. Zum Vergleich der IEC-Methoden mit der neuen Methode wurde die gesamte abgestrahlte Leistung im Frequenzbereich zwischen 200 MHz und 1 GHz bestimmt. Die Frequenzschrittweite betrug '20 MHz.

Die Ergebnisse der Messungen sind in Abbildung 3.12 dargestellt. Vergleicht man die Resultate ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung für Frequenzen unterhalb von 500 MHz und oberhalb von 900 MHz. Dazwischen zeigen sich Abweichungen von bis zu 5 dB.

3.7.2.2.2 Kammgenerator »RSG2000« Der Kammgenerator »RSG2000« erzeugt ein Linienspektrum mit 100 MHz Linienabstand im Frequenzbereich bis 18 GHz. Durch die Limitierungen von Kammer (LUF) und Monopolantenne wurde auch hier nur der Frequenzbereich zwischen 200 MHz und 1 GHz untersucht. In diesem Frequenzintervall liegen neun Linien.

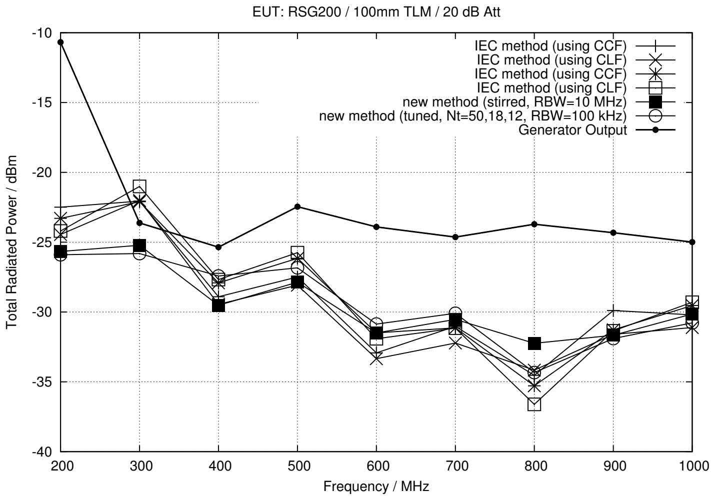


Abbildung 3.13: Ausgangspegel des Generators und total abgestrahlte Leistungen gemäß den verschiedenen Methoden für den Kammgenerator »RSG2000«.

Die Resultate der Messungen sind in Abbildung 3.13 wiedergegeben. Sowohl für die IEC-Methoden als auch für die neue Methode wurden hier zwei Einzelmessungen durchgeführt um die Reproduzierbarkeit zu testen. Im Falle der neuen Methode wurde auch eine Messung im »mode-stirred«-Betrieb der Kammer durchgeführt, bei der die Mittelung der Messkurven direkt im Analysator erfolgte. Die Auswertung erfolgte dann manuell durch einsetzen von Marker-Werten in Gleichung (3.87). Die andere Messung mit der neuen Methode erfolgte im »mode-tuned«-Betrieb der Kammer mit unterschiedlichen Messeinstellungen für die Bestimmung von $\langle Q \rangle$ und von $\langle P_r \rangle$.

Der intramethodische Vergleich zeigt eine gute Übereinstimmung. Im Falle der neuen Methode ergeben sich Unterschiede bis 2.5 dB. Eine Hauptursache dieser Abweichungen ist sicher die unterschiedliche Betriebsart der Kammer (»stirred« vs. »tuned«). Im Falle des Kammgenerators ist der Einfluss der Messbandbreite vernachlässigbar. Die Unterschiede der beiden IEC-Methoden betragen ebenfalls maximal 2.5 dB.

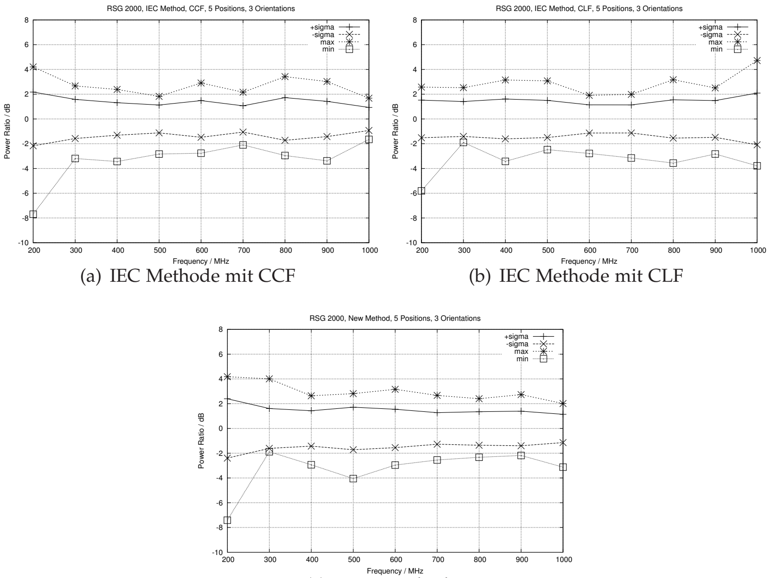
Auch ein intermethodischer Vergleich ergibt ähnliche Resultate. Lediglich bei zwei Frequenzen ergeben sich bemerkenswerte Unterschiede: bei 300 MHz liegen die IEC-Ergebnisse über dem Generatorausgangspegel und bei 800 MHz ist der Messwert für den Fall der manuellen Messung mit der neuen Methode um mehr als 2.5 dB größer als die anderen Werte.

Die Ausgangsleistung des Generators stellt die obere Grenze für die möglichen Werte der gesamt abgestrahlten Leistung dar. Festzustellen ist jedoch, dass diese Grenze in den IEC-Messungen im Bereich von 300 MHz leicht überschritten wird. Da nur bei Auswertung über den Kammerbeladungsfaktor (CLF) Information der Grundkalibrierung eingeht, der Effekt aber bei beiden Auswertungen auftritt, kann die Ursache nur im Bereich der EUT-Kalibrierung bzw. der EUT-Messung liegen. Die genaue Ursache ist zurzeit noch offen.

3.7.2.2.3 Abhängigkeit von der Position Die Anregung der MVK mit einer bestimmten Leistung wird immer zu räumlich inhomogenen Werten für die Erwartungswerte der elektrischen Größen (Feldstärke, Energiedichte, skalare Leistungsdichte, etc.) führen. Die Streuung der Werte hängt hierbei von der Anzahl der unabhängigen Randbedingungen ab; mehr unabhängige Randbedingungen führen zu einer größeren räumlichen Homogenität. Somit existiert immer eine *positionsabhängige* Kopplung zwischen einer Sende- und einer Empfangsantenne in der Kammer. Die räumliche Inhomogenität ist somit eine *intrinsische* Begrenzung für die Genauigkeit sowohl von Störfestigkeits- als auch von Emissionsmessungen. Die Variationen aufgrund der räumlichen Inhomogenität treten daher unabhängig von der konkret gewählten Messmethode auf. Unterschiede in der Streuung bei verschiedenen Methoden sind daher nur dann zu erwarten, wenn diese nicht durch Inhomogenität, sondern durch andere, methodenspezifische Faktoren nach unten limitiert ist.

Zur Untersuchung des methodischen Einfluss auf die Streuung wurden Messungen an fünf verschiedenen Positionen mit je drei unterschiedlichen EUT-Orientierungen durchgeführt. Zu Anwendung kamen wieder die beiden IEC-Methoden und die neue Methode. Die Ergebnisse (relativ zum Mittelwert der 15 Messungen) sind in den Abbildungen 3.14(a)–3.14(c) dargestellt.

Wie erwartet liegen alle Methoden im gleichen Variationsbereich. Die Standardabweichungen betragen etwa ±1.5 dB bis ±2 dB und die maximalen Abweichungen sind typischerweise kleiner als ±3 dB. Für alle Methoden ist der Betrag der minimalen Abweichung signifikant größer (6 dB bis



(a) IEC Methode mit CCF

(b) IEC Methode mit CLF

(c) Neue Methode

Abbildung 3.14: Abweichungen von der mittleren total abgestrahlten Leistung. Die Messungen wurden an 5 räumlichen EUT-Positionen und mit drei orthogonalen EUT-Orientierungen durchgeführt. Die vier Linien zeigen die Standardabweichung (± sigma) sowie das Minimum (min) und das Maximum (max).

8 dB) im Bereich kleiner Frequenzen (in der Nähe der LUF).

3.7.2.2.4 Abhängigkeit von der Beladung Die beiden verwendeten Generatoren sind klein und bewirken keine signifikante Beladung der Kammer. Zur Untersuchung des Einflusses einer höheren Beladung wurden weitere Messungen mit dem »RSG2000« Kammgenerator durchgeführt, bei denen zusätzliche Absorber in der Kammer waren. Für den Fall von vier zusätzlichen Absorberblöcken ist die Konfiguration in Abbildung 3.15 dargestellt. Die Gütefaktoren der Kammer bei den unterschiedlichen Beladungen ergeben sich aus Abbildung 3.16.

Abbildung 3.15: Kammgenerator »RSG2000« mit vier zusätzlichen Absorberblöcken. Im Falle der Beladung mit zwei Blöcken fehlten die Absorber auf dem Boden.

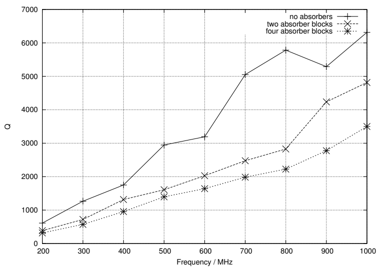
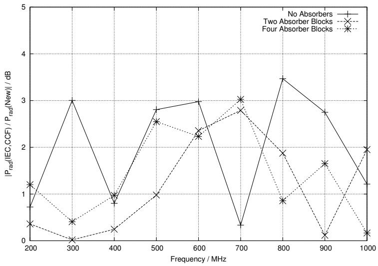
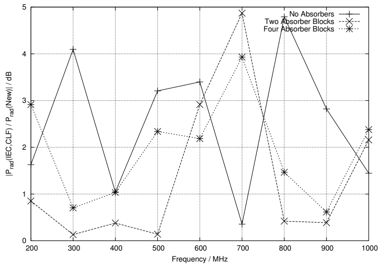


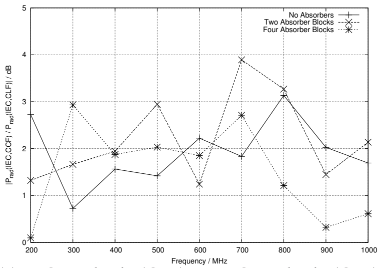
Abbildung 3.16: Gütefaktoren Q der Kammer für unterschiedliche Beladungszustände.



(a) IEC Methode (CCF) vs. Neue Methode



(b) IEC Methode (CLF) vs. Neue Methode



(c) IEC Methode (CLF) vs. IEC Methode (CLF)

Abbildung 3.17: Verhältnis der abgestrahlten Leistungen der referenzierten Methoden für drei EUT-Beladungen.

Die Abweichungen zwischen der IEC-CCF-Methode und der neuen Methode sind kleiner als 3 dB (3.17(a)). Im Falle der IEC-CLF-Methode ergeben sich deutlich größere Abweichungen bis zu 5 dB (3.17(b)). Zur Wertung dieser größeren Abweichungen betrachtet man die Abweichung der beiden IEC-Methoden untereinander. 3.17(c) zeigt, dass diese im gleichen Bereich liegen. Die beobachteten Abweichungen sind somit auf die größeren Ungenauigkeiten der IEC-CLF-Methode zurückzuführen. Diese sind darin begründet, dass hier der (statistisch unsicherere) Maximalwert anstelle des Mittelwertes eingeht und zusätzlich Information aus der (lange zurückliegenden) Grundkalibrierung verwendet wird. Die Übereinstimmung mit der »besseren« IEC-Methode (CCF) ist gut.

4 Korrelation mit Freiraum, Halbraum und TEM-Wellenleiter

4.1 Emission

WILSON et al. fassen in (WILSON et al. 2004) den Erkenntnisstand bezüglich der Umrechenbarkeit von Emissionsmessungen zusammen. Ausgangspunkt ist hierbei die Betrachtung eines einfachen (elektrischen oder magnetischen) Dipols. Für einen beliebigen Strahler definiert man im Fernfeld die *Direktivität* $D(\theta, \phi)$ als die in Richtung (θ, ϕ) pro Raumwinkel Ω ($d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\phi$) abgestrahlte Leistungsdichte $\Phi(\theta, \phi)$ normiert auf die mittlere abgestrahlte Leistung $P_T/4\pi$,

$$D(\theta, \phi) = \frac{\Phi(\theta, \phi)}{P_T/4\pi}, \tag{4.1}$$

wobei P_T die gesamte abgestrahlte Leistung ist.[1] Die maximalen Direktivität D_{max} ist die Direktivität in Hauptabstrahlrichtung. Für elektrisch kurze Dipole gilt $D_{max} = 3/2 = 1.76\,\mathrm{dBi} = 0\,\mathrm{dBd}$. Für die Kombination eines elektrischen und einen magnetischen Dipols ergibt sich $D_{max} = 3 = 4.77\,\mathrm{dBi} = 3\,\mathrm{dBd}$.

4.1.1 Dipol im Freiraum

Betrachtet wird ein kurzer elektrischer Dipol im idealen Freiraum. Die Dipollänge sei $d\ell$ und der Spitzenstrom sei I_0. Der Dipol befindet sich im Ursprung des Koordinatensystems und sei entlang der z-Richtung ausgerichtet. Im Fernfeld existiert nur eine θ-Komponente des elektrischen Feldes E_θ und eine φ-Komponente des magnetischen Feldes H_φ und es gilt im Abstand r

$$E_\theta = \frac{j2\pi f \mu I_0 d\ell}{4\pi r} \sin\theta \exp(-jkr) \tag{4.2}$$

$$H_\varphi = \frac{j2\pi f I_0 d\ell}{4\pi r \cdot c} \sin\theta \exp(-jkr). \tag{4.3}$$

[1] Der Antennengewinn G ist analog definiert, wird allerdings auf die der Antenne zugeführte Leistung normiert. Es gilt somit $G = \eta \cdot D$, wobei η die Antenneneffektivität ist.

Der Poyntingvektor hat in diesem Falle nur eine radiale Komponente. Die gesamte abgestrahlte Leistung P_T entspricht dem Integral über die Kugeloberfläche dieses Betrages:

$$P_T = \frac{2}{3}\eta\pi I_0^2 \left(\frac{d\ell}{\lambda}\right)^2 \tag{4.4}$$

Ziel der Emissionsmessung im Freiraum ist die Bestimmung der maximalen Feldstärke E_{max}, die bei der gewählten Geometrie beim Winkel $\theta = \pi/2$ auftritt und den Wert

$$E_{max}^2 = \frac{(2\pi f)^2 \mu^2 I_0^2 (d\ell)^2}{(4\pi r)^2} \tag{4.5}$$

$$= \frac{3}{2}\frac{\eta}{4\pi r^2} P_T \tag{4.6}$$

annimmt. Für beliebige maximale Direktivitäten gilt dann analog

$$E_{max}^2 = D_{max}\frac{\eta}{4\pi r^2} P_T. \tag{4.7}$$

Gemessen wird im Experiment tatsächlich eine Spannung U_{max}, die über den Antennenfaktor $AF = E/U$ mit der Feldstärke verknüpft ist.[2] Insgesamt ergibt sich im Freiraum im Fernfeld eines Dipolsstrahlers mit maximaler Direktivität D_{max} die maximale Spannung an einer Antenne mit Antennenfaktor AF die Spannung zu

$$U_{max}^2 = \frac{1}{AF^2} D_{max}\eta \underbrace{\frac{1}{4\pi r^2}}_{=PL} P_T \tag{4.8}$$

$$= \frac{1}{AF^2} \cdot D_{max} \cdot \eta \cdot PL \cdot P_T. \tag{4.9}$$

Der Faktor PL (engl: propagation loss) bezeichnet hierbei die leistungsbezogene Streckendämpfung.

[2] In (Wilson et al. 2004) wird der Antennenfaktor als U/E definiert. In dieser Arbeit wird die übliche Definition verwendet, so dass die Formeln anders aussehen.

4.1.2 Dipol im Halbraum

Die meisten Emissionsuntersuchungen im Frequenzbereich bis 1 GHz werden heute im Halbraum, d. h. über einer (ideal) leitfähigen Ebene durchgeführt. Hierbei kommt es zu einer Überlagerung des direkt propagierten Anteils mit dem Teil, der an der Masseebene reflektiert wird. Im Grenzfall idealer Leitfähigkeit kann der reflektierte Anteil durch ein gespiegeltes EUT dargestellt werden. Die geometrischen Verhältnisse sind in der Abbildung 4.1 skizziert. Üblicherweise befindet sich das EUT in einer Höhe von $h = 1\,\mathrm{m}$ und der horizontale Abstand s beträgt 3 m, 10 m oder 30 m. In Abhängigkeit von der Höhe R_h der Empfangsantenne über der Masseebene wird die Feldstärke zwischen Null und dem zweifachen der im Freiraum gemessenen Feldstärke variieren. In der Normmessung wird angestrebt, unabhängig von der Messfrequenz einen konstanten Faktor (zwei) zu realisieren. Hierzu wird im Bereich $R_h \in [1\,\mathrm{m}, 4\,\mathrm{m}]$ ein Höhenscan durchgeführt und der Messwert entspricht dem Maximum der Werte über die realisierten Höhen.

Es ergibt sich ein Interferenzterm (Geometriefaktor) der Form[3]

$$g(R_h) = \begin{cases} \left|\frac{r}{r_1} e^{-jkr_1} - \frac{r}{r_2} e^{-jkr_2}\right| & \text{horizontale Polarisation} \\ \left|\frac{s^2}{r_1^2}\frac{r}{r_1} e^{-jkr_1} + \frac{s^2}{r_2^2}\frac{r}{r_2} e^{-jkr_2}\right| & \text{vertikale Polarisation.} \end{cases} \tag{4.10}$$

Die unterschiedlichen Vorzeichen für horizontale und vertikale Polarisation folgen aus dem Phasensprung um π bei der Reflexion in horizontaler Polarisation. Die zusätzlichen Faktoren $\frac{s^2}{r_i^2}$ für vertikale Polarisation sind notwendig, da weder der angenommene abstrahlende Dipol noch die Messantenne gekippt werden (vergleiche Abbildung 4.1 unten: Es gilt $r_i/s = \cos(\phi)$. Da der Faktor sowohl beim Sende- als auch beim Empfangsdipol auftaucht folgt insgesamt ein Faktor $(r_i/s)^2$). Die Weglängen r, r_1 und r_2 sind offensichtlich gegeben durch

$$r = \sqrt{s^2 + R_h^2} \tag{4.11}$$

$$r_1 = \sqrt{s^2 + (R_h - h)^2} \tag{4.12}$$

$$r_2 = \sqrt{s^2 + (R_h + h)^2} \tag{4.13}$$

[3] In dieser Form gilt dies nur für sehr kleine Strahler. Ausgedehntere Objekte können oft durch Überlagerung mehrerer Dipole nachgebildet werden, wodurch zusätzliche Interferenzterme auftreten. Für beliebige Strahler müssten schließlich Multipolmodelle betrachtet werden.

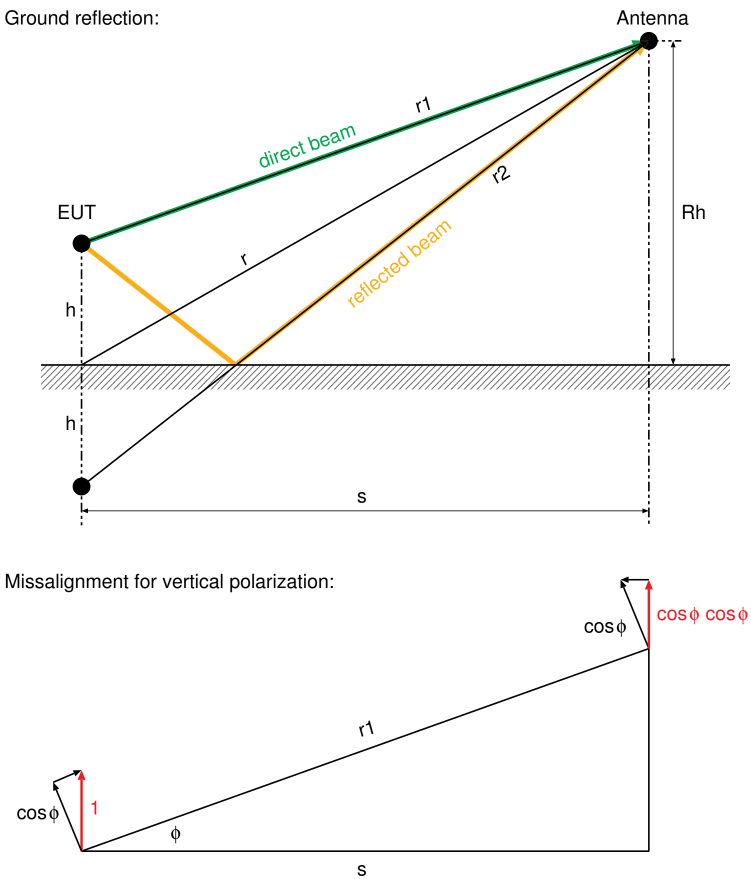


Abbildung 4.1: Geometrie bei Messungen im Halbraum.

Der Geometriefaktor $g(R_h)$ ist in Abbildung 4.2 für die üblichen Messentfernungen dargestellt.

Bezeichnet man mit $g_{max,h}$ bzw. $g_{max,v}$ die Maximalwerte von $g(R_h)$ bezüglich des Höhenscans bei horizontale bzw. vertikaler Polarisation der Messantenne, so ergeben sich für einen beliebig orientierten Dipol horizontale und vertikale Maximalfeldstärken von

$$E^2_{max,h} = D_{max}\eta \frac{g^2_{max,h}}{4\pi r^2} P_T \tag{4.14}$$

$$E^2_{max,v} = D_{max}\eta \frac{g^2_{max,v}}{4\pi r^2} P_T \tag{4.15}$$

$$E^2_{max} = E^2_{max,h} + E^2_{max,v} \tag{4.16}$$

$$= D_{max}\eta \frac{g^2_{max}}{4\pi r^2} P_T \tag{4.17}$$

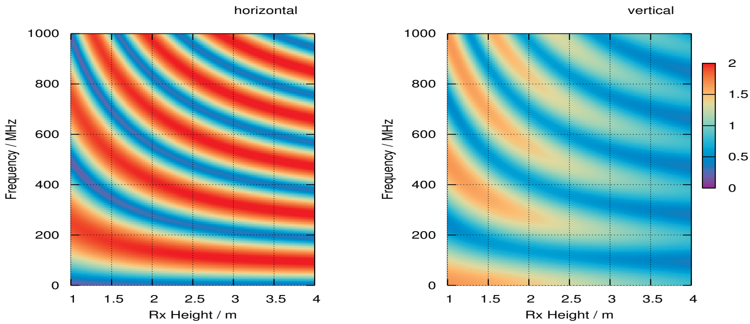
mit

$$g^2_{max} = g^2_{max,h} + g^2_{max,v} \tag{4.18}$$

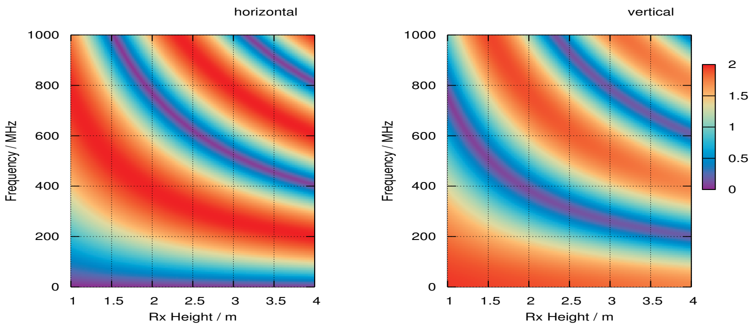
Bei der Durchführung von Normmessungen werden die Resultate jedoch nicht nach obigen Schema (korrekt) zur Gesamtfeldstärke E_{max} zusammengefasst. Stattdessen wird das Maximum von horizontalem und vertikalem Feldstärkewert gebildet. Dies wäre korrekt, wenn außer Höhenscan und Drehung des EUT um eine Drehachse senkrecht zur Massefläche auch noch eine Drehung um eine Achse parallel zur Massefläche stattfände. Letzteres ist aber nicht der Fall. Der Unterschied zwischen g_{max} und $G_{max} = \max(g_{max,h}, g_{max,v})$ beträgt offensichtlich maximal 3 dB (Faktor $\sqrt{2}$). Die verschiedenen Maximalwerte des Geometriefaktors und die Höhen, in denen sie realisiert werden, sind in Abbildung 4.3 dargestellt.

Die Abbildung 4.3 zeigt deutliche Abweichungen des Geometriefaktors für unterschiedliche Messentfernungen. Besonders deutlich wird dies bei horizontaler Polarisation und tiefen Frequenzen. Diese Abweichungen sind in der Abbildung 4.4 zusammengefasst. Es zeigt sich beispielsweise, dass ein horizontal orientierter Dipol im Frequenzbereich unterhalb von 200 MHz verfahrensbedingt um mindestens 5 dB »günstiger« bewertet wird, wenn die Messentfernung von 10 m auf 30 m heraufgesetzt wird.

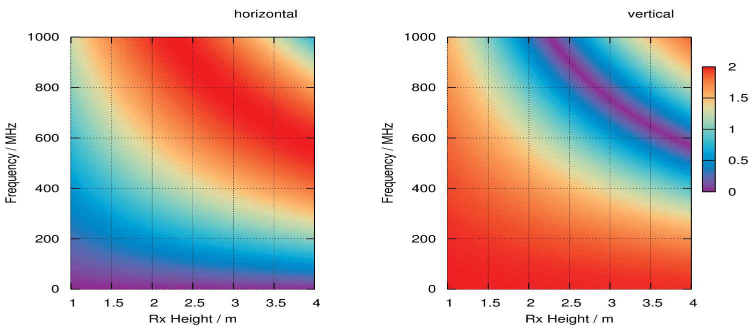
Wegen der fehlenden Drehung ist die maximale Direktivität D_{max} auch nur ein Schätzwert für die tatsächlich eingehende maximale Direktivität in der realisierten Drehebene. Betrachtet man nur Dipole, deren Zentrum auf der Drehachse liegt, wird D_{max} tatsächlich realisiert.



(a) 3 m

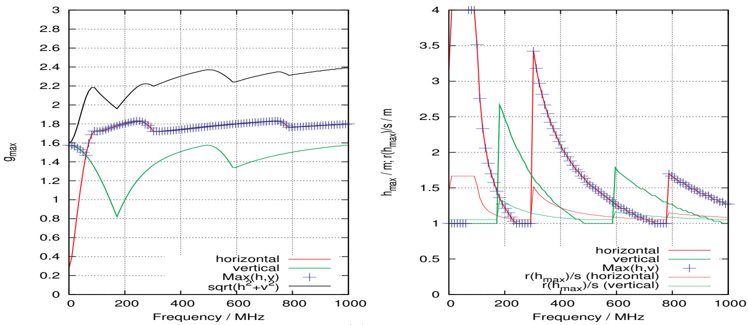


(b) 10 m

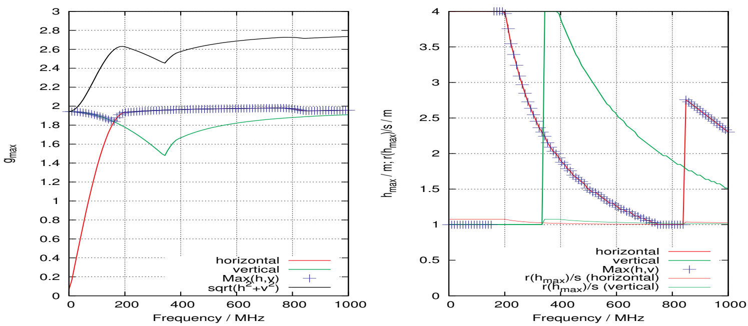


(c) 30 m

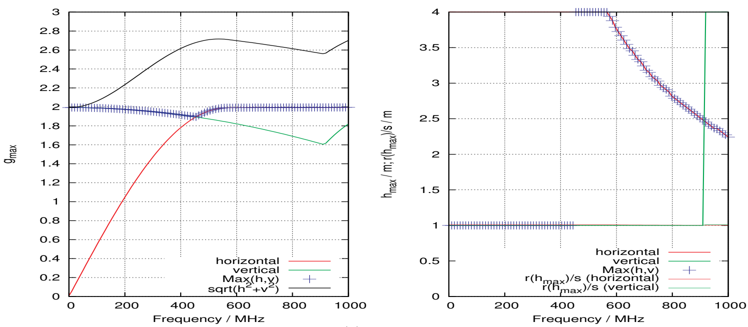
Abbildung 4.2: Werte des Geometriefaktors g für horizontale und vertikale Polarisation bei unterschiedlichen Abständen.



(a) 3 m



(b) 10 m



(c) 30 m

Abbildung 4.3: Werte des Maximalwertes des Geometriefaktors g_{max} für horizontale und vertikale Polarisation bei unterschiedlichen Abständen.

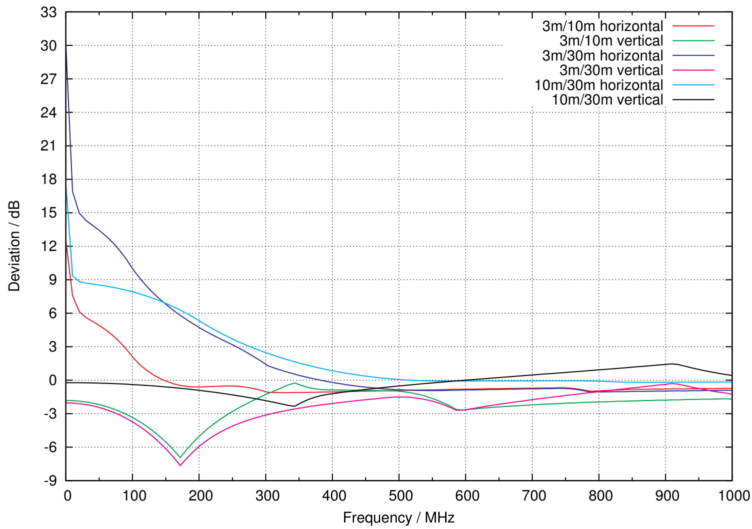


Abbildung 4.4: Abweichungen von g_{max} für verschiedene Messentfernungen.

Mit Gleichung (4.17) ergibt sich die gemessene Spannung analog zu Gleichung (4.9) zu

$$U_{max}^2 = \frac{1}{AF^2} D_{max} \eta \underbrace{\frac{g_{max}^2}{4\pi r^2}}_{=PL} P_T \tag{4.19}$$

$$= \frac{1}{AF^2} \cdot D_{max} \cdot \eta \cdot PL \cdot P_T . \tag{4.20}$$

4.1.3 Dipol im TEM-Wellenleiter

Platziert man einen Dipol, der die Leistung P_T abstrahle, in einen TEM-Wellenleiter, so misst man am Port des Wellenleiters eine Spannung U. Diese Spannung korrespondiert mit dem TEM-Mode der Zelle, der durch den Dipol angeregt wurde. Im Allgemeinen werden zusätzlich höhere Moden angeregt, die jedoch nicht zum Port propagieren können. Die in diesen Moden enthaltene Leistung steht der Messung nicht mehr zur Verfügung. Im Weiteren werden die höheren Moden vernachlässigt. Ziel der Messung im TEM-Wellenleiter ist die Bestimmung der maximalen Spannung U_{max}. Dies kann zum einen durch entsprechende Ausrichtung des Dipols geschehen, oder drei orthogonale Orientierungen werden vermessen und zu U_{max} kombiniert, $U_{max}^2 = \sum_{i=1}^{3} U_i^2$. Die genauere Analyse zeigt, dass

$$U_{max}^2 = D_{max} \frac{\lambda^2 e_{0y}^2 Z_0 P_T}{4\pi\eta} \tag{4.21}$$

$$= \underbrace{\left(\frac{\sqrt{Z_0}\lambda e_{0y} r}{\eta} \right)^2}_{=1/AF^2} \cdot D_{max} \cdot \eta \cdot \underbrace{\frac{1}{4\pi r^2}}_{=PL} \cdot P_T \tag{4.22}$$

$$= \frac{1}{AF^2} \cdot D_{max} \cdot \eta \cdot PL \cdot P_T \tag{4.23}$$

ist, wobei ein zunächst willkürlicher Abstand r eingeführt wurde. Die Größe Z_0 ist die Impedanz des Wellenleiters (typisch $50\,\Omega$). Der Faktor e_{0y} ist die auf die Wurzel der Eingangsleistung normierte TEM-Mode-Feldstärke, die sich am Ort des Dipols ergäbe, wenn die Zelle mit der Eingangsleistung gespeist würde. Approximativ gilt

$$e_{0y} \approx \frac{\sqrt{Z_0}}{d}, \tag{4.24}$$

wenn d die Septumshöhe ist. Mit dieser Approximation schreibt sich Gleichung (4.23) als

$$U_{max}^2 \approx \underbrace{\left(\frac{Z_0 \lambda r}{\eta d} \right)^2}_{\approx 1/AF^2} \cdot D_{max} \cdot \eta \cdot \underbrace{\frac{1}{4\pi r^2}}_{=PL} \cdot P_T. \tag{4.25}$$

Interpretiert man $\frac{\eta}{\sqrt{Z_0}\lambda e_{0y} r} \approx \frac{\eta d}{Z_0 \lambda r}$ als Antennenfaktor des TEM-Wellenleiters bietet es sich an, r so zu interpretieren, dass der Antennenfaktor sich nur ändert, wenn sich die Septumshöhe ändert. Dies ist der Fall, wenn man die Definitionen aus Abbildung 4.5 verwendet.

4.1.4 Dipol in der Modenverwirbelungskammer

Emittiert ein Dipol die Leistung P_T (tatsächlich ist es hier egal, ob es sich um einen Dipol handelt), so steht an einer Empfangsantenne nach

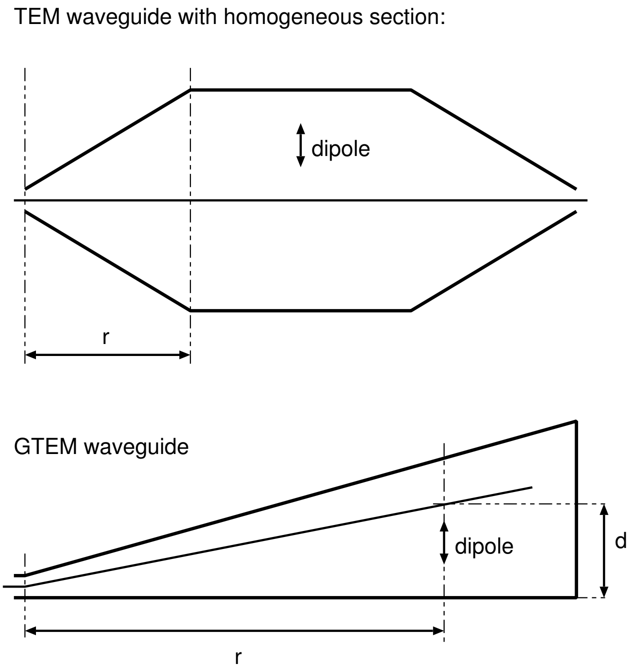


Abbildung 4.5: Definition von r bei Wellenleitern.

Gleichung (2.216)

$$P_T = \frac{16\pi^2 V}{\eta_r \lambda^3 \langle Q \rangle} \langle P_r \rangle \, . \tag{4.26}$$

Um die Antenneneffektivität η_r und die Güte $\langle Q \rangle$ zu eliminieren, führt man die Messung oft als Vergleichsmessung aus (vergleiche Abschnitt 3.7), bei der zunächst ein bekannter Emitter mit einer abgestrahlten Leistung P_{ref} und der zugehörigen Empfangsleistung $\langle P_{r,ref} \rangle$ vermessen wird. Es gilt dann (siehe auch Gleichung (3.85))

$$\frac{P_T}{\langle P_r \rangle} = \frac{P_{ref}}{\langle P_{r,ref} \rangle}, \tag{4.27}$$

was mit Hilfe der Antennenimpedanz Z_c (typisch 50 Ω) zu einer Spannung umgeschrieben werden kann,

$$\left\langle U^2 \right\rangle = \left\langle P_r \right\rangle Z_c = Z_c \frac{\left\langle P_{r,ref} \right\rangle}{P_{ref}} P_T. \tag{4.28}$$

In der Modenverwirbelungskammer spielt die Winkelverteilung der Direktivität keine Rolle. Das Messergebnis ist so, als strahle das EUT isotrop, d. h. es kann

$$D_{max} = 1 \tag{4.29}$$

gesetzt werden.[4] Analog zu den Formeln in den vorigen Abschnitten ergibt sich somit

$$\left\langle U^2 \right\rangle = Z_c \frac{\left\langle P_{r,ref} \right\rangle}{P_{ref}} P_T \tag{4.30}$$

$$= \eta \cdot \underbrace{\frac{4\pi r^2 Z_c \left\langle P_{r,ref} \right\rangle}{\eta P_{ref}}}_{=1/AF^2} \cdot D_{max} \cdot \underbrace{\frac{1}{4\pi r^2}}_{=PL} \cdot P_T \tag{4.31}$$

$$= \frac{1}{AF^2} \cdot D_{max} \cdot \eta \cdot PL \cdot P_T. \tag{4.32}$$

Der eingeführte Abstand r dient nur der Anpassung der Schreibweise und hat keine praktische Bedeutung.

4.1.5 Korrelation

Die Gleichungen (4.9), (4.20), (4.23) und (4.32) erlauben den direkten Vergleich zwischen den Messumgebungen. Für je zwei Messumgebungen »A« und »B« gilt

$$\frac{U_A^2}{U_B^2} = \frac{AF_B^2}{AF_A^2} \frac{D_{max,A}}{D_{max,B}} \frac{PL_A}{PL_B} \tag{4.33}$$

mit den Parametern aus Tabelle 4.1. Hierbei bedeutet »Antenne«, das der Antennenfaktor der Empfangsantenne zu benutzen ist. Die Bemerkung »Testplan« in der Spalte für die maximale Direktivität zielt darauf ab, dass es vom Ablauf der konkreten Messung abhängt, welche maximale Direktivität die Messung »sieht«: ungünstig gewählte Messpositionen führen zu einer (ungewollten) Verringerung der beobachteten maximalen Direktivität.

[4] Die maximale Direktivität des EUT *ist nicht* Eins, aber es *macht keinen Unterschied* sie als Eins anzunehmen.

Umgebung	U	AF	D_{max}	PL
Freiraum	U_{max}	Antenne	Testplan	$\frac{1}{4\pi r^2}$
Halbraum	U_{max}	Antenne	Testplan	$\frac{g_{max}^2}{4\pi r^2}$
TEM-Wellenleiter	U_{max}	$\frac{\eta}{\sqrt{Z_0 \lambda e_{0y}}\, r}$	Testplan	$\frac{1}{4\pi r^2}$
MVK	$\langle U \rangle$	$\sqrt{\frac{\eta P_{ref}}{4\pi r^2 Z_c \langle P_{r,ref} \rangle}}$	1	$\frac{1}{4\pi r^2}$

Tabelle 4.1: Parameter zur Korrelation von Dipolmessungen.

Experimentelle Ergebnisse zur Überprüfung der Korrelation finden sich beispielsweise in (Krauthäuser und Dunker 2006).

4.2 Erwartungswert der maximale Direktivität

Das Fernfeld kann als Entwicklung in sphärischen Wellenfunktionen $\mathbf{K}_{smn}$ mit Koeffizienten $Q^{(3)}_{smn}$ dargestellt werden (Hansen 1988; Koepke et al. 2000; Wilson et al. 2002b):[5]

$$E(r, \theta, \phi) = k\sqrt{\eta}\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\frac{e^{jkr}}{kr}\sum_{smn} Q^{(3)}_{smn}\mathbf{K}_{smn}(\theta, \phi) \tag{4.34}$$

$$= k\sqrt{\eta}\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\frac{e^{jkr}}{kr}\sum_{s=1}^{2}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=-n}^{n} Q^{(3)}_{smn}\mathbf{K}_{smn}(\theta, \phi) \tag{4.35}$$

Die n-Summation würde theoretisch bis unendlich laufen. Praktisch verschwinden jedoch die sphärischen Wellenfunktionen für $n > ka$, wobei a der Radius der minimalen, den Emitter umschließenden Kugel ist. Die Beschränkung der Summe auf

$$n \leqslant N \approx ka = \frac{2\pi a}{\lambda} \tag{4.36}$$

ist daher sinnvoll. Die gesamt abgestrahlte Leistung P_T ergibt sich zu

$$P_T = \frac{1}{2}\sum_{smn}|Q^{(3)}_{smn}|^2. \tag{4.37}$$

[5] Die Wellenfunktionen sind dimensionslos und die Entwicklungskoeffizienten haben die Einheit $\sqrt{W}$. In (Hansen 1988) findet sich die Entwicklung in der Form $E(r, \theta, \phi) = k/\sqrt{\eta}\ldots$, was jedoch hinsichtlich der Einheiten nicht passt. Dieser Fehler ist in der Sekundärquelle (Wilson et al. 2002b) stillschweigend korrigiert.

Die totale Anzahl N_m der Moden in der Entwicklung ist

$$N_m = 2\sum_{n=1}^{N}(2n+1) = 2(N^2+2N). \tag{4.38}$$

Da die Koeffizienten komplex sind, benötigt man doppelt so viele Beobachtungswerte N_s zur ihrer Bestimmung,

$$N_s = 2N_m = 4(N^2+2N) \approx 4((ka)^2+2ka). \tag{4.39}$$

In (Hansen 1988) wird gezeigt, dass eine obere Grenze für die maximale Direktivität D_{max} durch die Anzahl N der Entwicklungsterme bestimmt ist:

$$D_{max} \leqslant \begin{cases} 3 & N = 1 \\ N^2+2N & N > 1 \end{cases} \tag{4.40}$$

und wegen $N \simeq ka$

$$D_{max} \leqslant \begin{cases} 3 & ka \leqslant 1 \\ (ka)^2+2ka & ka > 1 \end{cases} \tag{4.41}$$

Für parasitäre Emitter ist diese obere Abschätzung zu grob. Es zeigt sich, dass die Direktivität – unter Annahme von normalverteilten Entwicklungskoeffizienten – χ_2^2-verteilt sind mit Erwartungswert $\langle D\rangle = 0.5$. Der Erwartungswert des Maximalwertes $\langle \lceil D \rceil \rangle = \langle D_{max}\rangle$ bei einer Stichprobengröße N_s ergibt sich nach Gleichung (2.174) zu

$$\langle D_{max}\rangle = \langle D\rangle \sum_{n=1}^{N_s}\frac{1}{n} \tag{4.42}$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N_s}\frac{1}{n} \tag{4.43}$$

$$\approx \frac{1}{2}\left[0.577+\ln(N_s)+\frac{1}{2N_s}\right] \tag{4.44}$$

Für den Fall einer kompletten Messung (über den Raumwinkel 4π) ist $N_s = 2N_m$ durch Gleichung (4.39) gegeben und es ergibt sich

$$\langle D_{max}\rangle \approx \begin{cases} 1.55 & \text{für } (ka) \leqslant 1 \\ 0.5\left(0.577+\ln\left(4(ka)^2+8(ka)\right)+\frac{1}{8(ka)^2+16(ka)}\right) & \text{für } (ka) > 1. \end{cases} \tag{4.45}$$

Art	Polarisationen	N_s
Voll	1	$4(N^2+2N)$
Voll	2	$8(N^2+2N)$
Eine Ebene	1	$2(2N+1)$
Eine Ebene	2	$4(2N+1)$
Drei Ebenen	1	$2(6N-3)$
Drei Ebenen	2	$4(6N-3)$

Tabelle 4.2: Anzahl der notwendigen unabhängigen Messwerte für verschiedene Messabläufe.

Der Verlauf ist in der Abbildung 4.6 dargestellt.

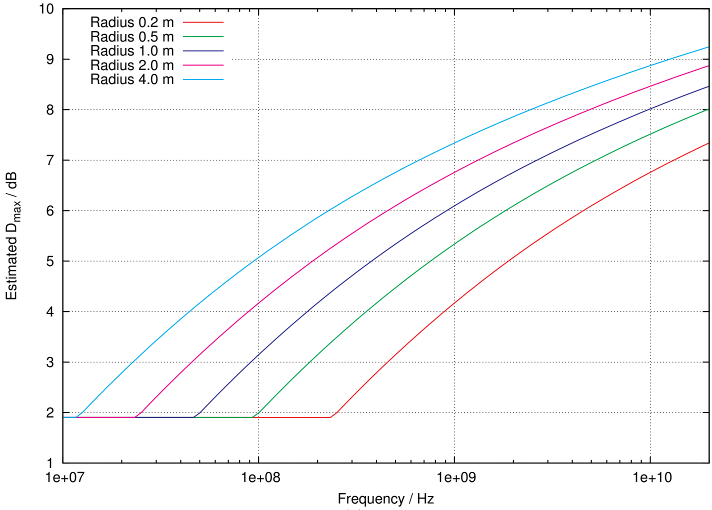
Betrachtet man eine tatsächliche Emissionsmessung (z. B. auf einem Freifeld), so wird nicht der komplette Raumwinkelbereich vermessen, sondern nur ein Schnitt (Rotation um die vertikale Achse). Auch für eine solche Messung kann $\langle D_{max} \rangle$ abgeschätzt werden. Die Bedeutung ist dann jedoch die einer bei der Messung beobachteten Direktivität und darf nicht mit der wahren Direktivität des EUT verwechselt werden. Für parasitäre Emitter gilt Gleichung (4.44) weiterhin, jedoch mit reduzierten Werten für N_s. Für die wichtigsten Spezialfälle sind die Werte in Tabelle 4.2 zusammengefasst und die resultierenden Erwartungswerte für die Direktivität sind in Abbildung 4.7 dargestellt.

Im Experiment kommt hinzu, dass die räumliche Größe der Empfangsantenne die tatsächlich erreichbare Winkelauflösung – und damit die Anzahl der erreichbaren unabhängigen Messpunkte — limitiert. Ist A die effektive lineare Antennengröße in der Rotationsebene und s die Messdistanz, so ergibt sich eine minimale Winkelauflösung von

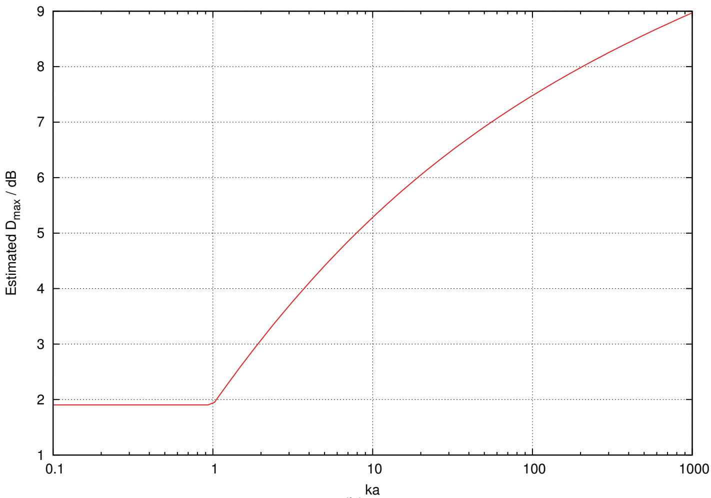
$$\Delta\varphi_{min} = 2 \arctan\left(\frac{A}{2s}\right). \tag{4.46}$$

Der durch N_s gegebene maximale Winkelschritt $\Delta\varphi_{max} = {}^{360°}/_{N_s}$ ist zusammen mit dem minimalen Winkelschritt in Abbildung 4.8 für ausgewählte Parameter wiedergegeben.

Offensichtlich existiert für jedes EUT eine Grenzfrequenz, jenseits derer prinzipiell nicht mehr genügend unabhängige Messpunkte zur Verfügung stehen, um die maximal abgestrahlte Leistung korrekt zu bestimmen.



(a)



(b)

Abbildung 4.6: Erwartete maximale Direktivität für parasitäre Emitter. Links: Darstellung über der Frequenz für verschiedene Radien a der minimalen umschließenden Kugel. Rechts: Darstellung über ka.

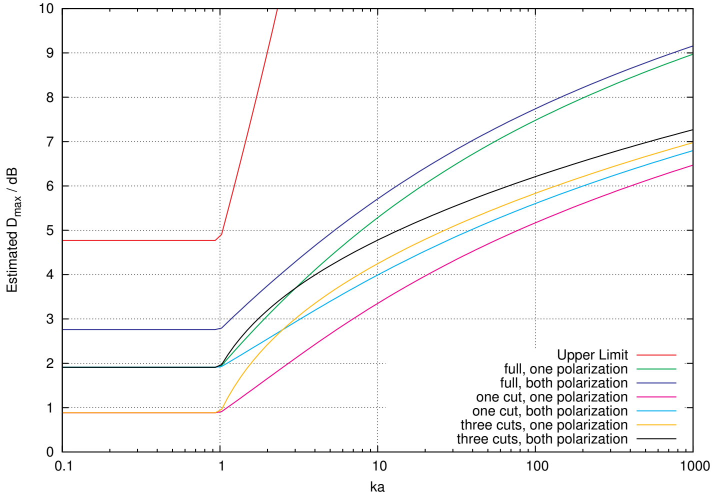


Abbildung 4.7: Erwartungswerte der Direktivität als Funktion von ka für unterschiedliche Messungen.

4.3 Einkopplung

Aus dem Prinzip der Reziprozität folgt für die Modenverwirbelungskammer, dass auch für den Fall der Störeinkopplung die effektive Direktivität eines EUT Eins ist. Die eingekoppelte Leistung ist eine Zufallsvariable mit bekannter Verteilung, so dass auch der Erwartungswert der maximal eingekoppelten Leistung bekannt ist (vergleiche Gleichung (2.174)) (Hill 2003; Höijer 2006a, b).

Bei EMV-Untersuchungen im Freiraum, Halbraum und in TEM-Wellenleitern ist die maximal eingekoppelte Leistung jedoch direkt proportional zur maximalen Direktivität. Es gilt daher, dass die in einer MVK in ein EUT eingekoppelte Leistung $\langle \lceil P_{MVK} \rceil \rangle$ um den Faktor der maximalen Direktivität kleiner als die maximal im TEM-Feld eingekoppelte Leistung $P_{TEM,max}$,

$$P_{TEM,max} = D_{max} \langle \lceil P_{MVK} \rceil \rangle \, . \tag{4.47}$$

Experimentelle Untersuchungen finden sich beispielsweise in (Bäckström und Lorén 2001, 2002; Freyer und Bäckström 2000a, 2001; Jansson und

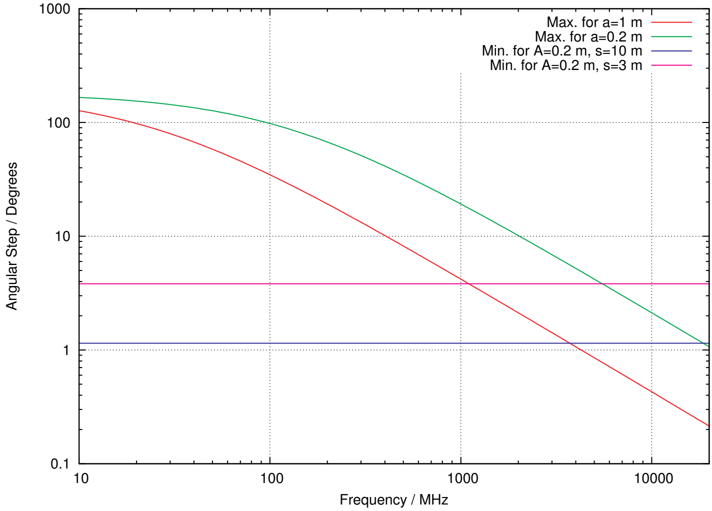


Abbildung 4.8: Maximaler (bestimmt durch N_s) und minimaler Winkelschritt (bestimmt durch die Empfangsantenne) für den Fall der Messung in einer Ebene für ausgewählte Parameter.

Bäckström 1999).

Wie bereits im Fall der Emissionsuntersuchungen ist auch hier D_{max} nicht unbedingt die wahre maximale Direktivität, sondern hängt von der Durchführung der Messung ab (vergleiche Abschnitt 4.2).

4.3.1 Verbindungsstrukturen

Verbindungsstrukturen (Leitungen) sind häufig die wichtigsten Einfalltore für elektromagnetische Störungen. Die Leitung dient dann als (parasitäre) Antenne. Aus der Sicht der EMV interessieren besonders die Maximalwerte elektrischer Größen (Störstrom, Störspannung, Störleistung) am Port der Leitung. Da die Nutzsignale nur in den seltensten Fällen Hochfrequenzsignale sind, muss immer mit Fehlanpassungen der Leitungen gerechnet werden. In diesem Fall kommt es bei hinreichend hohen Frequenzen zu Resonanzen und häufig sind es diese Resonanzen, die die Maximalwerte am Port bestimmen.

In TEM-Feldern ist die Korrelationslänge praktisch unendlich, so dass resonante Leitungsanregungen möglich sind. Die Maximalwerte ergeben sich dann bei geeigneter Positionierung der Struktur im Feld. In Modenverwirbelungskammern ist das anregende Feld eine Zufallsvariable in Abhängigkeit von der Positionierung des Rührers. Diese Zufallsvariable weist eine nahreichweitige Korrelation auf (vergleiche Abschnitt 2.1.2.1.4) mit einer Korrelationslänge in der Größenordnung von $\lambda/2$ auf (Holland und St. John 1998; Holland und St. John 1999).

In einer noch laufenden Arbeit (Herzig 2007) werden in Anlehnung an Arbeiten von Hill et al. (Hill et al. 1996) zurzeit Mikrostreifenleitungen unterschiedlicher Länge mit unterschiedlichen Leitungsabschlüssen in der GTEM-Zelle und der Modenverwirbelungskammer untersucht. Erste Ergebnisse sind in der Abbildung 4.9 wiedergegeben. Dargestellt ist der Betrag der Transmission $|S_{21}|$ einer offenen Mikrostreifenleitung relativ zur angepasst abgeschlossenen Leitung für die Fälle der Feldeinkopplung in der Modenverwirbelungskammer (Maximum und Mittelwert der Verteilung) und der GTEM-Zelle (maximale Einkopplung) für Leitungslängen von 100 mm und 300 mm. Es wird deutlich, dass die Resonanzen in der GTEM-Zelle die Resonanzen in der MVK teilweise um mehr als eine Größenordnung übersteigen können.

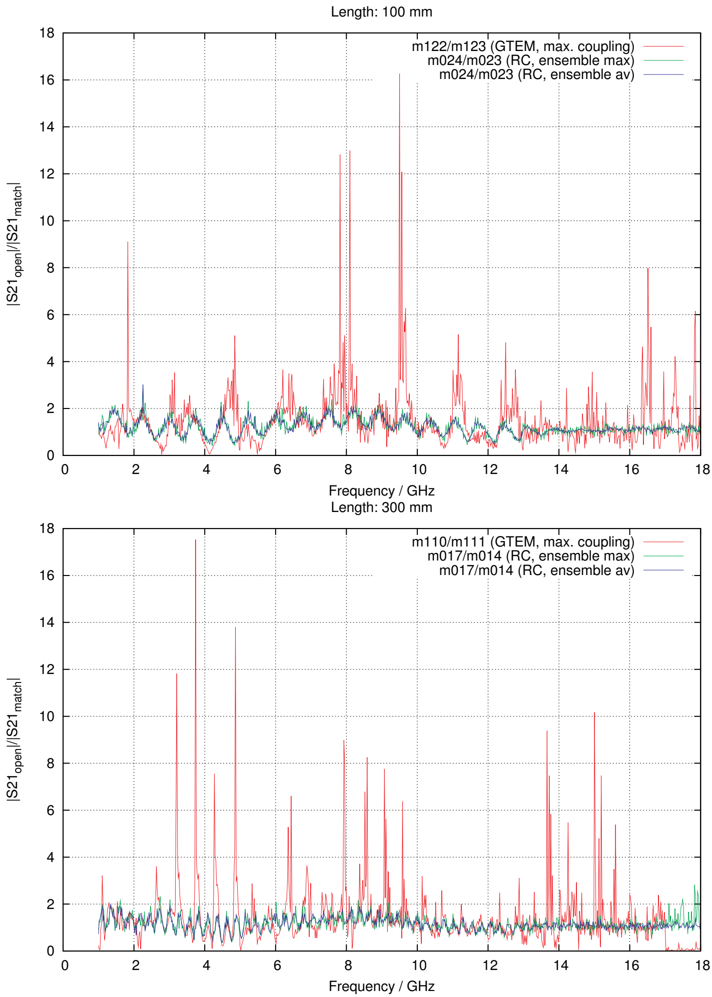


Abbildung 4.9: Betrag der Transmission $|S_{21}|$ einer offenen Mikrostreifenleitung relativ zur angepasst abgeschlossenen Leitung für die Fälle der Feldeinkopplung in der Modenverwirbelungskammer (Maximum und Mittelwert der Verteilung) und der GTEM-Zelle (maximale Einkopplung) für Leitungslängen von 100 mm und 300 mm.

Teil III

Anhänge

A Verteilungsfunktionen

A.1 Zufallsvariable

Unter einer Zufallsvariablen $X(\omega)$ versteht man eine Funktion, die den Ergebnissen ω eines Zufallsexperiments Werte (Realisationen) x zuordnet, $X(\omega) = x$.

A.2 Generierung korrelierter Zufallszahlen

Sind Z_1 und Z_2 zwei unkorrelierte Zufallszahlen, so lassen sich hieraus zwei Zufallszahlen X_1 und X_2 mit Korrelation ρ berechnen:

$$X_1 = Z_1 \tag{A.1}$$

$$X_2 = \rho \cdot Z_1 + \sqrt{1-\rho^2} \cdot Z_2 \tag{A.2}$$

A.3 χ-Verteilung

Die χ-Verteilung ist eine kontinuierliche Verteilung auf dem Bereich der positiven reellen Zahlen. Sie tritt typischerweise bei der Betrachtung eines k-dimensionalen Vektors auf, dessen Komponenten unabhängig und normalverteilt sind. In diesem Fall ist die Länge des Vektors χ-verteilt mit k Freiheitsgraden. Formal ausgedrückt: Wenn k Größen X_i unabhängig sind und normalverteilt mit Mittelwerten μ_i und Standardabweichungen σ_i, so ist die Größe

$$Z = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} \left(\frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2} \tag{A.3}$$

χ-verteilt mit Freiheitsgrad k. Die Wahrscheinlichkeitsdichte ist dann gegeben durch

$$\mathtt{pdf}_Z(z;k) = \frac{2^{1-k/2} z^{k-1}}{\Gamma(k/2)} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \cdot u(0), \tag{A.4}$$

wobei Γ die Gamma Funktion bezeichnet.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ist dann durch die (untere) regularisierte Gammafunktion gegeben:

$$\texttt{cdf}_Z(z;k) = P(k/2, z^2/2) \cdot u(0) = \frac{\gamma(k/2, z^2/2)}{\Gamma(k/2)} \cdot u(0) \tag{A.5}$$

Die Funktion $\gamma(k/2, z^2/2)$ bezeichnet hierbei die untere unvollständige Gammafunktion, d. h.

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1}\, e^{-t}\, dt \tag{A.6}$$

$$= \gamma(z, x) + \Gamma(z, x) \tag{A.7}$$

$$\gamma(z, x) = \int_0^x t^{z-1}\, e^{-t}\, dt. \tag{A.8}$$

Wichtige statistische Parameter sind

Mittelwert	$\mu = \sqrt{2}\,\frac{\Gamma((k+1)/2)}{\Gamma(k/2)}$
Modus	$\sqrt{k-1}$
Median	keine allgemeine Formel
Varianz	$s^2 = k - \mu^2$

A.3.1 χ_2

Im Zusammenhang mit Modenverwirbelungskammern treten der Fall $k = 2$, $k = 4$ und $k = 6$ auf. Der Fall $k = 2$ ergibt sich z. B. bei der Betrachtung des Betrags einer Feldkomponente, da hier Real- und Imaginärteil eingehen. In diesem Fall gilt außerdem, dass die Erwartungswerte von Real- und Imaginärteil verschwinden, $\mu_i = 0$, und die Varianzen gleich sind, $\sigma_i^2 = \sigma^2(\mathbf{r})$.[1]

[1] Hier wird das elektrische Feld betrachtet. Bei der Betrachtung des Magnetfeldes ist die Varianz $\sigma^2(\mathbf{r})/\eta^2$. Fern von den Wänden ist $\sigma^2(\mathbf{r}) = E_0^2/3$.

Unter Verwendung der Normierungsbedingung für die Wahrscheinlichkeitsdichte folgt:

$$k = 2 \Rightarrow 2^{1-k/2} = 2^0 = 1; \quad z^{k-1} = z^1 = z \tag{A.9}$$

$$\Gamma(k/2) = \Gamma(1) = 1 \tag{A.10}$$

$$\mathtt{pdf}_Z(z,k) = \mathtt{pdf}_Z(z,2) = z \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \cdot u(0) \tag{A.11}$$

$$1 = \int_0^\infty z \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)\, dz \tag{A.12}$$

$$= \int_0^\infty \frac{x}{\sigma^2(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right)\, dx \tag{A.13}$$

Somit ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Fall zweier Freiheitsgrade, verschwindenden Mittelwerts und einheitlicher Standardabweichung gegeben durch

$$\mathtt{pdf}_X(x; k = 2; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) = \frac{x}{\sigma^2(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right) \cdot u(0). \tag{A.14}$$

Diese Verteilung ist als *Rayleigh-Verteilung* bekannt.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ergibt sich durch Integration zu

$$\mathtt{cdf}_X(x; k = 2; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) = \int_0^x \frac{t}{\sigma^2(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right)\, dt = 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right). \tag{A.15}$$

Die statistischen Parameter sind dann:

Mittelwert	$\mu = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma(\mathbf{r}) \approx 1.25\,\sigma(\mathbf{r})$
Modus	$\sigma(\mathbf{r})$
Median	$\sqrt{2\ln(2)}\sigma(\mathbf{r}) = \sqrt{\ln(4)}\sigma(\mathbf{r}) \approx 1.18\,\sigma(\mathbf{r})$
Varianz	$s^2 = \frac{4-\pi}{2}\sigma^2(\mathbf{r}) \approx (0.66\,\sigma(\mathbf{r}))^2$

A.3.2 χ_4

Der Fall mit Freiheitsgrad $k = 4$ tritt z. B. bei der Betrachtung des Betrages des Magnetfeldes an einer ideal leitenden Oberfläche $|\mathbf{H}(\mathbf{r})|$ auf, da dieser durch

$$\begin{aligned}|\mathbf{H}| &= \sqrt{\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^*} \\ &= \sqrt{H_{xr}^2 + H_{xi}^2 + H_{zr}^2 + H_{zi}^2}\end{aligned} \tag{A.16}$$

gegeben ist.[2]

Wie oben erhält man unter Verwendung der Normierungsbedingung für die Wahrscheinlichkeitsdichte die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung:

$$k = 4 \Rightarrow 2^{1-k/2} = 2^{-1} = 1/2; \quad z^{k-1} = z^3 \tag{A.17}$$

$$\Gamma(k/2) = \Gamma(2) = 1\Gamma(1) = 1 \tag{A.18}$$

$$\mathtt{pdf}_Z(z,k) = \mathtt{pdf}_Z(z,4) = \frac{z^3}{2} \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \cdot u(0) \tag{A.19}$$

$$1 = \int_0^\infty \frac{z^3}{2} \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)\, dz \tag{A.20}$$

$$= \int_0^\infty \frac{x^3}{2\sigma^4(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right)\, dx \tag{A.21}$$

Somit ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Fall von vier Freiheitsgraden, verschwindenden Mittelwerts und einheitlicher Standardabweichung gegeben durch

$$\mathtt{pdf}_X(x; k = 4; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) = \frac{x^3}{2\sigma^4(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right) \cdot u(0). \tag{A.22}$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ergibt sich durch Integration zu

$$\begin{aligned}\mathtt{cdf}_X(x; k = 4; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) &= \\ \int_0^x \frac{t^3}{2\sigma^4(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right)\, dt & \\ = 1 - \left[\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})} + 1\right] \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right). &\end{aligned} \tag{A.23}$$

[2] Der Normalenvektor der Oberfläche sei in y-Richtung gerichtet.

Die statistischen Parameter sind dann:

Mittelwert	$\mu = \frac{3}{4}\sqrt{2\pi}\sigma(\mathbf{r}) \approx 1.88\,\sigma(\mathbf{r})$
Modus	$\sqrt{3}\sigma(\mathbf{r}) \approx 1.73\,\sigma(\mathbf{r})$
Median	$\approx 1.83\,\sigma(\mathbf{r})$
Varianz	$s^2 = \left(4 - \frac{9}{8}\pi\right)\sigma^2(\mathbf{r}) \approx (0.68\,\sigma(\mathbf{r}))^2$

A.3.3 χ_6

Der Fall mit Freiheitsgrad $k = 6$ tritt beispielsweise bei der Betrachtung des Betrags des elektrischen Gesamtfeldes $|\mathsf{E}(\mathbf{r})|$ auf, da dieser durch

$$\begin{aligned} |\mathsf{E}| &= \sqrt{\mathsf{E} \cdot \mathsf{E}^*} \\ &= \sqrt{E_{xr}^2 + E_{xi}^2 + E_{yr}^2 + E_{yi}^2 + E_{zr}^2 + E_{zi}^2} \end{aligned} \tag{A.24}$$

gegeben ist.

Wie oben erhält man unter Verwendung der Normierungsbedingung für die Wahrscheinlichkeitsdichte die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung:

$$k = 6 \Rightarrow 2^{1-k/2} = 2^{-2} = 1/4; \quad z^{k-1} = z^5 \tag{A.25}$$

$$\Gamma(k/2) = \Gamma(3) = 2\Gamma(2) = 2 \cdot 1\Gamma(1) = 2 \tag{A.26}$$

$$\mathtt{pdf}_Z(z,k) = \mathtt{pdf}_Z(z,6) = \frac{z^5}{8} \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \cdot u(0) \tag{A.27}$$

$$1 = \int_0^\infty \frac{z^5}{8} \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)\, dz \tag{A.28}$$

$$= \int_0^\infty \frac{x^5}{8\sigma^6(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right)\, dx \tag{A.29}$$

Somit ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Fall von sechs Freiheitsgraden, verschwindenden Mittelwerts und einheitlicher Standardabweichung gegeben durch

$$\mathtt{pdf}_X(x; k = 6; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) = \frac{x^5}{8\sigma^6(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right) \cdot u(0). \tag{A.30}$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ergibt sich durch Integration zu

$$\begin{aligned}\mathtt{cdf}_X(x; k = 6; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) = \\ &\int_0^x \frac{t^5}{8\sigma^6(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right) \, dt \\ &= 1 - \left[\frac{x^4}{8\sigma^4(\mathbf{r})} + \frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})} + 1\right] \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(\mathbf{r})}\right).\end{aligned} \tag{A.31}$$

Die statistischen Parameter sind dann:

Mittelwert	$\mu = \frac{15}{16}\sqrt{2\pi}\sigma(\mathbf{r}) \approx 2.35\,\sigma(\mathbf{r})$
Modus	$\sqrt{5}\sigma(\mathbf{r}) \approx 2.24\,\sigma(\mathbf{r})$
Median	$\approx 2.31\,\sigma(\mathbf{r})$
Varianz	$s^2 = \left(6 - \frac{225}{128}\pi\right)\sigma^2(\mathbf{r}) \approx (0.69\,\sigma(\mathbf{r}))^2$

Die Verteilungsfunktionen für die Fälle $k = 2$, $k = 4$ und $k = 6$ sind in der Abbildung A.1 dargestellt. Dort eingezeichnet sind auch die Lagen von Median, Mittelwert, Modus und die Standardabweichung.

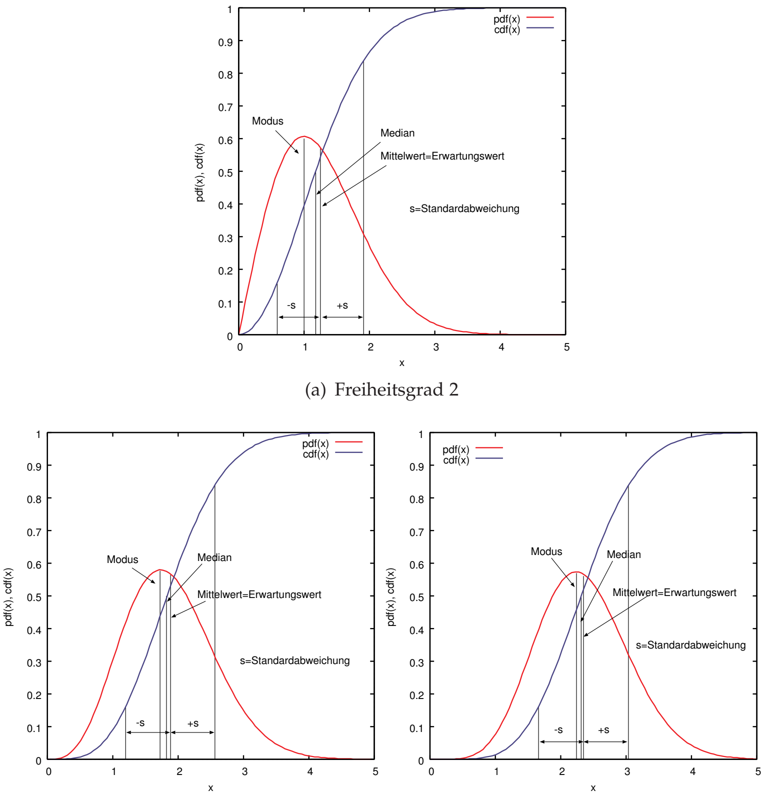
Das Verhältnis der Mittelwerte für $k = 2$ und $k = 6$ ist gegeben durch

$$\frac{\mu_6}{\mu_2} = \frac{\frac{15}{16}\sqrt{2\pi}\sigma}{\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma} = \frac{15}{8} = 1.875. \tag{A.32}$$

Wichtigstes Beispiel für den Bereich der Modenverwirbelungskammern sind der Betrag einer Feldkomponente ($k = 2$) und der Betrag des Gesamtfeldes ($k = 6$). Wegen $|\mathbf{E}| = \sqrt{|E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2}$ und der Gleichverteilung der Komponenten würde man intuitiv ein Verhältnis von $\sqrt{3} \approx 1.73$ erwarten. Das tatsächliche Verhältnis ist offensichtlich um rund 8% größer.

Der Mittelwert μ entspricht dem Erwartungswert $_b\langle x\rangle$ der Verteilung. Zieht man eine unabhängige Stichprobe der Größe N, so ist der experimentelle Mittelwert m gleich μ für sehr große N:

$$m = \mu = {}_b\langle x\rangle \quad \text{für } N \to \infty \tag{A.33}$$



(a) Freiheitsgrad 2

(b) Freiheitsgrad 4

(c) Freiheitsgrad 6

Abbildung A.1: Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (pdf) und Wahrscheinlichkeitsverteilung (cdf) für den Fall der χ-Verteilung mit Freiheitsgrad 2, 4 und 6. Der Parameter σ ist in beiden Fällen eins. Eingezeichnet sind auch die Lagen von Mittelwert, Median, Modus und die Standardabweichung.

A.4 χ^2-Verteilung

Die χ^2-Verteilung ist eine kontinuierliche Verteilung auf dem Bereich der positiven reellen Zahlen. Sie tritt typischerweise bei der Betrachtung eines k-dimensionalen Vektors auf, dessen Komponenten unabhängig und normalverteilt sind. In diesem Fall ist das Quadrat der Länge des Vektors χ^2-verteilt mit k Freiheitsgraden. Formal ausgedrückt: Wenn k Größen X_i unabhängig sind und normalverteilt mit Mittelwerten μ_i und Standardabweichungen σ_i, so ist die Größe

$$Z = \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 \tag{A.34}$$

χ^2-verteilt mit Freiheitsgrad k. Die Wahrscheinlichkeitsdichte ist dann gegeben durch

$$\mathtt{pdf}_Z(z; k) = \frac{(1/2)^{\frac{k}{2}}}{\Gamma(k/2)} z^{\frac{k}{2}-1} \exp\left(-\frac{z}{2}\right) \cdot u(0), \tag{A.35}$$

wobei Γ die Gamma Funktion bezeichnet.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ist dann

$$\mathtt{cdf}_Z(z; k) = P(k/2, z/2) = \frac{\gamma(k/2, z/2)}{\Gamma(k/2)}, \tag{A.36}$$

wobei $\gamma(k/2, z/2)$ die untere unvollständige Gammafunktion und $P(k/2, z/2)$ die untere regularisierte Gammafunktion ist, d. h.

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1}\, e^{-t}\, dt \tag{A.37}$$

$$= \gamma(z, x) + \Gamma(z, x) \tag{A.38}$$

$$\gamma(z, x) = \int_0^{x} t^{z-1}\, e^{-t}\, dt. \tag{A.39}$$

Wichtige statistische Parameter sind

Mittelwert	$\mu = k$
Modus	$k - 2$ für $k \geqslant 2$
Median	näherungsweise $k - 2/3$
Varianz	$s^2 = 2k$

A.4.1 χ_2^2

Wichtige Spezialfälle sind wie bei der χ-Verteilung $k = 2$ und $k = 6$. Für $k = 2$ ergibt sich:

$$k = 2 \Rightarrow (1/2)^{k/2} = (1/2)^1 = 1/2; \quad z^{k/2-1} = z^0 = 1 \tag{A.40}$$

$$\Gamma(k/2) = \Gamma(1) = 1 \tag{A.41}$$

$$\texttt{pdf}_Z(z,k) = \texttt{pdf}_Z(z,2) = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{z}{2}\right)\cdot u(0) \tag{A.42}$$

$$1 = \int_0^\infty \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{z}{2}\right)\,dz \tag{A.43}$$

$$= \int_0^\infty \frac{1}{2\sigma(\mathbf{r})}\cdot\exp\left(-\frac{x}{2\sigma(\mathbf{r})}\right)\,dx \tag{A.44}$$

Somit ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Fall zweier Freiheitsgrade, verschwindenden Mittelwerts und einheitlicher Standardabweichung gegeben durch

$$\texttt{pdf}_X(x; k = 2; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) = \frac{1}{2\sigma(\mathbf{r})}\cdot\exp\left(-\frac{x}{2\sigma(\mathbf{r})}\right)\cdot u(0). \tag{A.45}$$

Diese Verteilung ist als *Exponentialverteilung* bekannt.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ergibt sich durch Integration zu

$$\texttt{cdf}_X(x; k = 2; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) = \int_0^x \frac{1}{2\sigma(\mathbf{r})}\cdot\exp\left(-\frac{t}{2\sigma(\mathbf{r})}\right)\,dt = 1 - \exp\left(-\frac{x}{2\sigma(\mathbf{r})}\right). \tag{A.46}$$

Die statistischen Parameter sind dann:

Mittelwert	$\mu = 2\sigma(\mathbf{r})$
Modus	0
Median	$2\ln(2)\sigma(\mathbf{r}) = \ln(4)\sigma(\mathbf{r}) \approx 1.39\,\sigma(\mathbf{r})$
Varianz	$s^2 = 4\sigma^2(\mathbf{r}) = (2\sigma(\mathbf{r}))^2$

A.4.2 χ_6^2

Der Fall mit Freiheitsgrad $k = 6$ tritt beispielsweise bei der Betrachtung des Quadrats des Betrags des elektrischen Gesamtfeldes $|\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2$ auf.

Wie oben erhält man unter Verwendung der Normierungsbedingung für die Wahrscheinlichkeitsdichte die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung:

$$k = 6 \Rightarrow (1/2)^{k/2} = (1/2)^3 = 1/8; \quad z^{(k/2)-1} = z^2 \tag{A.47}$$

$$\Gamma(k/2) = \Gamma(3) = 2\Gamma(2) = 2 \cdot 1\Gamma(1) = 2 \tag{A.48}$$

$$\texttt{pdf}_Z(z,k) = \texttt{pdf}_Z(z,6) = \frac{z^2}{16} \cdot \exp\left(-\frac{z}{2}\right) \cdot u(0) \tag{A.49}$$

$$1 = \int_0^\infty \frac{z^2}{16} \cdot \exp\left(-\frac{z}{2}\right)\, dz \tag{A.50}$$

$$= \int_0^\infty \frac{x^2}{16\sigma^3(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x}{2\sigma(\mathbf{r})}\right)\, dx \tag{A.51}$$

Somit ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Fall von sechs Freiheitsgraden, verschwindenden Mittelwerts und einheitlicher Standardabweichung gegeben durch

$$\texttt{pdf}_X(x; k = 6; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) = \frac{x^2}{16\sigma^3(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{x}{2\sigma(\mathbf{r})}\right) \cdot u(0). \tag{A.52}$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ergibt sich durch Integration zu

$$\begin{aligned} \texttt{cdf}_X(x; k = 6; \mu_i = 0; \sigma_i = \sigma(\mathbf{r})) &= \\ \int_0^x \frac{t^2}{16\sigma^3(\mathbf{r})} \cdot \exp\left(-\frac{t}{2\sigma(\mathbf{r})}\right)\, dt \\ &= 1 - \left[\frac{x^2}{8\sigma^2(\mathbf{r})} + \frac{x}{2\sigma(\mathbf{r})} + 1\right] \exp\left(-\frac{x}{2\sigma(\mathbf{r})}\right). \end{aligned} \tag{A.53}$$

Die statistischen Parameter sind dann:

Mittelwert	$\mu = 6\,\sigma(\mathbf{r})$
Modus	$4\,\sigma(\mathbf{r})$
Median	$\approx 5.35\,\sigma(\mathbf{r})$
Varianz	$s^2 = 12\,\sigma^2(\mathbf{r}) \approx (3.46\,\sigma(\mathbf{r}))^2$

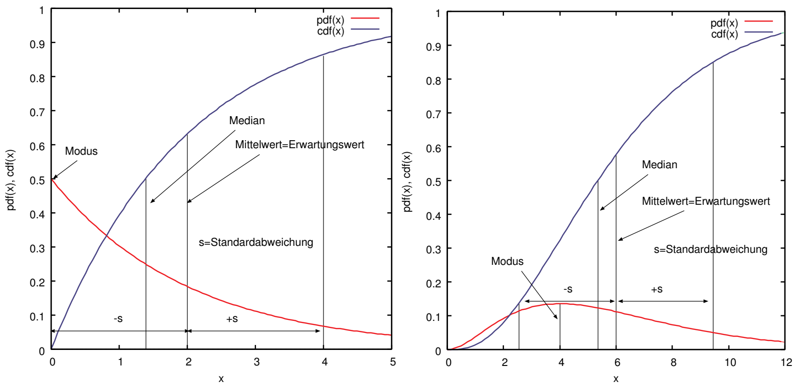


Abbildung A.2: Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (pdf) und Wahrscheinlichkeitsverteilung (cdf) für den Fall der χ^2-Verteilung mit Freiheitsgrad 2 (links) und 6 (rechts). Der Parameter σ ist in beiden Fällen eins. Eingezeichnet sind auch die Lagen von Mittelwert, Median, Modus und die Standardabweichung.

Die Verteilungsfunktionen für die Fälle $k = 2$ und $k = 6$ sind in der Abbildung A.2 dargestellt. Dort eingezeichnet sind auch die Lagen von Median, Mittelwert, Modus und die Standardabweichung.

A.5 Verteilungsfunktionen auf der Dezibelskala

Im Bereich der Messtechnik werden Größen oft auf der Dezibelskala gemessen. Die daraus resultierenden Auswirkungen auf die Verteilungsfunktionen sollen hier kurz zusammengefasst werden. Detaillierte Informationen finden sich in (Ladbury et al. 1999; Papoulis 1991).

Wenn X eine Zufallsvariable auf einer linearen Skala ist, so kann dieser eine Zufallsvariable Y zugeordnet werden, wobei

$$Y = dBX = k \cdot \log X \tag{A.54}$$

ist und $k = 10$ für »Leistungsgrößen« (z. B. empfangene Leistung, skalare Leistungsdichte) bzw. $k = 20$ für »Spannungsgrößen« (z. B. Spannung, Strom, Feldstärke) ist.

Da die Logarithmusfunktion streng monoton steigend ist, gilt für $x > 0$ einfach

$$\mathtt{cdf}_{dBX}(y) = \mathcal{P}\left\{x \leqslant 10^{\frac{y}{k}}\right\} = \mathtt{cdf}_X(10^{\frac{y}{k}}). \tag{A.55}$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte ist die Ableitung der Verteilungsfunktion:

$$\begin{aligned} \mathtt{pdf}_{dBX}(y) &= \frac{d\mathtt{cdf}_{dBX}(y)}{dy} \\ &= \frac{d\mathtt{cdf}_X(10^{\frac{y}{k}})}{dy} \\ &= \frac{10^{\frac{y}{k}} \cdot \ln(10) \cdot \mathtt{pdf}_X(10^{\frac{y}{k}})}{k} \end{aligned} \tag{A.56}$$

Von den statistischen Parametern lassen sich nur die Perzentile – also z. B. der Median – leicht auf die dB-Skala umrechnen. So gilt beispielsweise wegen

$$\mathtt{cdf}_{dBX}(y) \stackrel{!}{=} 0.5 = \mathtt{cdf}_X(10^{\frac{y}{k}}), \tag{A.57}$$

dass $10^{\frac{y}{k}}$ der Median von X ist, wenn y der Median von dBX ist.

Die anderen statistischen Parameter können im Allgemeinen nur numerisch bestimmt werden.

Das Ergebnis dieser Vorgehensweise ist exemplarisch für die $dB\chi^2_2$-Statistik ($k = 10$) in der Abbildung A.3 dargestellt. Die Tabelle A.1 fasst die Ergebnisse für die vier wichtigsten Fälle zusammen.

Auffällig ist die Unabhängigkeit der Standardabweichungen vom Parameter σ der Verteilungen. Weiterhin fällt auf, dass die Parameter der $dB\chi$- und der $dB\chi^2$-Verteilungen (für $k = 20$ bzw. $k = 10$) ineinander übergehen, wenn die Ersetzung $\sigma^2 \to \sigma$ vorgenommen wird. Tatsächlich gehen die Verteilungen ineinander über, so dass das obige Resultat offensichtlich ist.

A.6 Multivariate Verteilung

Bisher wurden nur univariate Verteilungen betrachtet, d. h. Verteilungen einer Zufallsvariablen X. Im Allgemeinen werden mehrere Zufallsvariablen X_i ($i = 1 \ldots k$) von Interesse sein. In diesem Fall definiert man die *gemeinsame Verteilung* (engl.: joint distribution) der Zufallsvariablen analog zum univariaten Fall:

$$\mathtt{cdf}_{X_1,\ldots X_k}(x_1, \ldots, x_k) = \mathcal{P}\{X_1 \leqslant x_1; \ldots X_k \leqslant x_k\} \tag{A.58}$$

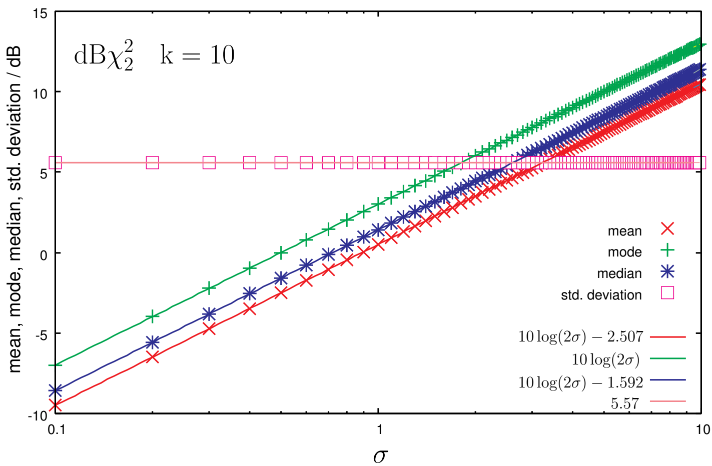


Abbildung A.3: Ermittlung der σ-Abhängigkeit der statistischen Parameter für den Fall der $dB\chi_2^2$-Statistik ($k = 10$).

	$dB\chi_2$ $k = 20$	$dB\chi_6$ $k = 20$
Mittelwert	$10\log(2\sigma^2) - 2.507$	$10\log(6\sigma^2) - 0.764$
Modus	$10\log(2\sigma^2)$	$10\log(6\sigma^2)$
Median	$10\log(2\sigma^2) - 1.592$	$10\log(6\sigma^2) - 0.498$
Standardabweichung	5.57	2.729

	$dB\chi_2^2$ $k = 10$	$dB\chi_6^2$ $k = 10$
Mittelwert	$10\log(2\sigma) - 2.507$	$10\log(6\sigma) - 0.764$
Modus	$10\log(2\sigma)$	$10\log(6\sigma)$
Median	$10\log(2\sigma) - 1.592$	$10\log(6\sigma) - 0.498$
Standardabweichung	5.57	2.729

Tabelle A.1: Statistische Parameter der wichtigsten Fälle von dB-skalierten Zufallsvariablen.

Die *Randverteilung* (engl.: marginal distribution) wird dann definiert als:

$$\mathtt{cdf}_{X_i}(x_i) = \mathcal{P}\{X_1 \leqslant \infty; \dots X_i \leqslant x_i \dots X_k \leqslant \infty\} \tag{A.59}$$

Es gilt:

$$\sum_{i=1}^{k} \mathtt{cdf}_{X_i}(x_i) - (k-1) \leqslant \mathtt{cdf}_{X_1,\dots X_k}(x_1, \dots, x_k) \leqslant \sqrt{\prod_{i=1}^{k} \mathtt{cdf}_{X_i}(x_i)} \tag{A.60}$$

Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte ist analog zum univariaten Fall definiert. Es gilt

$$\mathtt{cdf}_{X_1,\dots X_k}(x_1, \dots, x_k) = \int_{-\infty}^{x_k} \dots \int_{-\infty}^{x_1} \mathtt{pdf}_{X_1,\dots X_k}(u_1, \dots, u_k) du_1 \dots du_k \tag{A.61}$$

Hierbei wird vorausgesetzt, dass $\mathtt{pdf}_{X_1,\dots X_k} \geqslant 0$ ist.

A.7 Statistische Unabhängigkeit von Zufallsvariablen

Zufallsvariablen $X_1, \dots X_n$ sind dann und genau dann *statistisch unabhängig* wenn die gemeinsame Verteilung das Produkt der Randverteilungen ist:

$$\mathtt{cdf}_{X_1,\dots,X_n}(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} \mathtt{cdf}_{X_i}(x_i) \tag{A.62}$$

Die Gleichheit gilt dann auch für die Wahrscheinlichkeitsdichten:

$$\mathtt{pdf}_{X_1,\dots,X_n}(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} \mathtt{pdf}_{X_i}(x_i) \tag{A.63}$$

A.8 Verteilung von Funktionen von Zufallsvariablen

Häufig sind Zufallsvariablen Eingangsgrößen einer Funktion, so dass die Ergebnisgröße auch wieder eine Zufallsvariable ist. Hierbei interessiert es dann natürlich, wie die Ergebnisgröße verteilt ist. Im Folgenden werden einige für den Bereich der Modenverwirbelungskammer wichtige Ergebnisse vorgestellt. Details hierzu findet man in der Literatur (Mood et al. 1974; Papoulis 1991).

A.8.1 Verteilung von Summe und Differenz

Es seien zwei Zufallsvariablen X und Y betrachtet, für die die (zweidimensionale) Wahrscheinlichkeitsdichte $\mathtt{pdf}_{X,Y}(x,y)$ bekannt sei. Für die Summe $Z = X + Y$ und die Differenz $V = X - Y$ gilt dann offensichtlich

$$\begin{aligned} \mathtt{pdf}_Z(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathtt{pdf}_{X,Y}(x, z-x)\,dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathtt{pdf}_{X,Y}(z-y, y)\,dy \end{aligned} \tag{A.64}$$

$$\begin{aligned} \mathtt{pdf}_V(v) &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathtt{pdf}_{X,Y}(x, x-v)\,dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathtt{pdf}_{X,Y}(v+y, y)\,dy, \end{aligned} \tag{A.65}$$

wobei C jeweils die Normierungskonstante ist, die sich aus der Forderung $\int \mathtt{pdf}_(x)dx = 1$ ergibt.

Für den Fall, dass X und Y voneinander unabhängig sind folgt dann für die Summe

$$\begin{aligned} \mathtt{pdf}_Z(z) = \mathtt{pdf}_{X+Y}(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathtt{pdf}_Y(z-x)\mathtt{pdf}_X(x)\,dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathtt{pdf}_X(z-y)\mathtt{pdf}_Y(y)\,dy \\ &= (\mathtt{pdf}_X * \mathtt{pdf}_Y)(z). \end{aligned} \tag{A.66}$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte der Summe zweier unabhängiger Zufallsvariablen ist somit die *Faltung* der beiden Wahrscheinlichkeitsdichten.

Die Erweiterung auf N Zufallsvariablen ist einfach:

$$\mathtt{pdf}_{\sum X_i} = (\ldots(\mathtt{pdf}_{X_1} * \mathtt{pdf}_{X_2}) * \mathtt{pdf}_{X_2} \ldots) * \mathtt{pdf}_{X_N} \tag{A.67}$$

A.8.2 Verteilung des Mittelwertes

Aus der Verteilung der Summe von N unabhängigen Zufallsvariablen (mit identischer Verteilung) ergibt sich direkt die Verteilung des Mittelwertes

$$\langle X \rangle = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{X_i}{N} \tag{A.68}$$

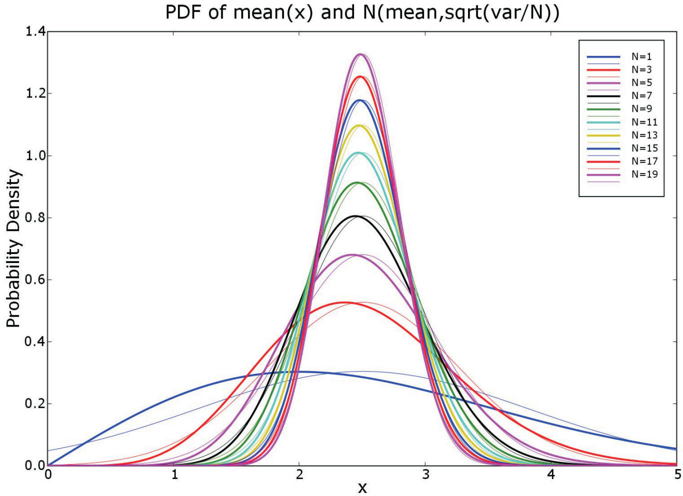


Abbildung A.4: PDF des Mittelwertes einer Rayleigh verteilten Zufallsvariable (dicke Linien) für verschiedene N. Der Parameter der Grundverteilung ($N = 1$) ist $\sigma = 2$. Die dünnen Linien zeigen Normalverteilungen mit Erwartungswert $\mu = \sqrt{\pi/2}\sigma$ und Standardabweichung $\sigma_N = \sqrt{(4-\pi)/(2N)}\sigma$
.

zu

$$\mathtt{pdf}_{\langle X \rangle} = \mathrm{conv}(\mathtt{pdf}_X, N)(x/N) \tag{A.69}$$

In der Abbildung A.4 ist die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsdichte für den Fall der Rayleigh-Verteilung dargestellt. Die Verteilung des Mittelwertes nähert sich schnell einer Normalverteilung an.[3] Für ausreichend großes N (hier etwa $N > 17$) gilt

$$\mathtt{pdf}_{\langle X \rangle_N} \approx N(\mu(X), \sqrt{\mathrm{var}(X)/N}), \tag{A.70}$$

wobei $N(\mu, \sigma)$ die Normalverteilung mit Lageparameter μ und Streuparameter σ bezeichnet.

[3]Das gilt nicht nur für den Fall der Rayleighverteilung, sondern allgemein. Es handelt sich hierbei um eine Folge des zentralen Grenzwertsatzes der Statistik.

A.8.3 Verteilung der Extremwerte

Neben den Verteilungen einer Zufallsvariablen X selbst sind auch die Verteilungen der Extremwerte von Stichproben des Umfangs N von großem Interesse. Folgende einfache Überlegungen führen auf die gesuchten Verteilungen von Maximum (${}_{b}\lceil X\rceil_{N}$) und Minimum (${}_{b}\lfloor X\rfloor_{N}$):

Für $N = 1$ sind die Extremwerte gleich dem Wert selbst. Daher ist die Wahrscheinlichkeit einen Maximalwert kleiner x zu finden gleich der Wahrscheinlichkeit einen Wert kleiner x zu finden und somit

$$\mathtt{cdf}_{{}_{b}\lceil X\rceil_{1}}(x) = \mathtt{cdf}_{X}(x). \tag{A.71}$$

Analog ist die Wahrscheinlichkeit einen Minimalwert kleiner x zu finden gleich der Wahrscheinlichkeit einen Wert kleiner x zu finden:

$$\mathtt{cdf}_{{}_{b}\lfloor X\rfloor_{1}}(x) = \mathtt{cdf}_{X}(x) \tag{A.72}$$

Für den Fall $N > 1$ nehmen wir an, das der Fall $N - 1$ bereits bekannt sei. Damit der Maximalwert von N Werten kleiner als ein Wert x ist, müssen offensichtlich alle Werte kleiner als x sein. Somit ist die zugehörige Wahrscheinlichkeit gleich der Wahrscheinlichkeit für die ersten $N-1$ Werte multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit, dass der N-te Werte auch kleiner als x ist. Somit folgt:

$$\begin{aligned}\mathtt{cdf}_{{}_{b}\lceil X\rceil_{N}}(x) &= \mathtt{cdf}_{{}_{b}\lceil X\rceil_{N-1}}(x) \cdot \mathtt{cdf}_{X}(x) \\ &= \left(\mathtt{cdf}_{X}(x)\right)^{N} \end{aligned} \tag{A.73}$$

Betrachtet man das Minimum von N Werten, kann wie folgt argumentiert werden: Die Wahrscheinlichkeit, dass das Minimum kleiner als ein Wert x ist, ist gleich Eins minus der Wahrscheinlichkeit, dass alle Werte größer als x sind. Somit folgt:

$$\begin{aligned}\mathtt{cdf}_{{}_{b}\lfloor X\rfloor_{N}}(x) &= 1 - \mathtt{cdf}_{{}_{b}\lfloor X\rfloor_{N}}(x) \cdot \left(1 - \mathtt{cdf}_{X}(x)\right) \\ &= 1 - \left(1 - \mathtt{cdf}_{X}(x)\right)^{N} \end{aligned} \tag{A.74}$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichten sind die Ableitungen der Wahrscheinlichkeitsfunktionen und ergeben sich zu

$$\mathtt{pdf}_{{}_{b}\lceil X\rceil_{N}}(x) = N \cdot \left(\mathtt{cdf}_{X}(x)\right)^{N-1} \cdot \mathtt{pdf}_{X}(x) \tag{A.75}$$

$$\mathtt{pdf}_{{}_{b}\lfloor X\rfloor_{N}}(x) = N \cdot \left(1 - \mathtt{cdf}_{X}(x)\right)^{N-1} \cdot \mathtt{pdf}_{X}(x) \tag{A.76}$$

Für den Fall der Rayleighverteilung mit $\sigma = 2$ ist die Wahrscheinlichkeitsdichte $\mathtt{pdf}_{{}_{b}\lceil X\rceil_{N}}(x)$ in Abbildung A.5 für einige N dargestellt.

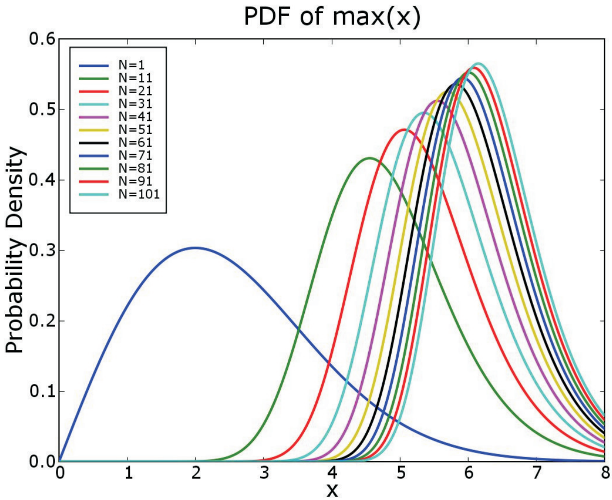


Abbildung A.5: PDF des Maximums einer Rayleigh verteilten Zufallsvariable für verschiedene N. Der Parameter der Grundverteilung ($N = 1$) ist $\sigma = 2$.

A.8.3.1 Parameter der Extremalwertverteilungen: χ_2

N	$\langle\cdot\rangle$	Modus	var$(\cdot)$	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	1.253	1.000	0.429	0.655	0.320	1.177	2.448
2	0.886	0.707	0.215	0.463	0.226	0.833	1.731
5	0.560	0.447	0.086	0.293	0.143	0.527	1.095
10	0.396	0.316	0.043	0.207	0.101	0.372	0.774
20	0.280	0.224	0.021	0.146	0.072	0.263	0.547
50	0.177	0.141	0.009	0.093	0.045	0.167	0.346
100	0.125	0.100	0.004	0.066	0.032	0.118	0.245
200	0.089	0.071	0.002	0.046	0.022	0.083	0.173
225	0.084	0.067	0.002	0.044	0.021	0.079	0.164
300	0.072	0.058	0.001	0.038	0.018	0.068	0.142
360	0.066	0.053	0.001	0.035	0.016	0.062	0.129
400	0.063	0.050	0.001	0.033	0.015	0.059	0.123
500	0.056	0.045	0.001	0.029	0.014	0.053	0.110
800	0.044	0.035	0.001	0.023	0.011	0.042	0.087
1000	0.040	0.032	0.000	0.021	0.010	0.037	0.078
1024	0.039	0.031	0.000	0.020	0.010	0.037	0.077
1600	0.031	0.025	0.000	0.016	0.007	0.029	0.062
2000	0.028	0.022	0.000	0.015	0.005	0.026	0.056
3200	0.022	0.018	0.000	0.000	0.003	0.021	0.045
5000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.017	0.036
10000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.012	0.027

Tabelle A.2: Statistische Parameter von ${}_b\lfloor\chi_2\rfloor_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ.

N	$\langle\cdot\rangle$	Modus	var$(\cdot)$	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	1.253	1.000	0.429	0.655	0.320	1.177	2.448
2	1.620	1.457	0.374	0.612	0.711	1.567	2.712
5	2.068	1.932	0.292	0.540	1.262	2.022	3.028
10	2.370	2.238	0.242	0.492	1.644	2.325	3.248
20	2.644	2.514	0.203	0.451	1.986	2.600	3.455
50	2.972	2.843	0.166	0.408	2.385	2.928	3.710
100	3.198	3.071	0.146	0.382	2.654	3.154	3.892
200	3.410	3.285	0.130	0.360	2.901	3.366	4.067
225	3.444	3.320	0.127	0.357	2.941	3.401	4.096
300	3.528	3.404	0.122	0.349	3.037	3.485	4.165
360	3.579	3.456	0.118	0.344	3.096	3.537	4.209
400	3.609	3.486	0.117	0.342	3.130	3.566	4.234
500	3.671	3.549	0.113	0.336	3.200	3.628	4.286
800	3.797	3.677	0.106	0.326	3.343	3.755	4.394
1000	3.856	3.737	0.103	0.321	3.409	3.814	4.445
1024	3.862	3.743	0.103	0.320	3.416	3.821	4.450
1600	3.977	3.859	0.097	0.312	3.544	3.936	4.549
2000	4.033	3.916	0.095	0.308	3.607	3.992	4.598
3200	4.148	4.033	0.090	0.299	3.735	4.108	4.699
5000	4.255	4.142	0.085	0.292	3.852	4.215	4.793
10000	4.415	4.305	0.080	0.282	4.028	4.377	4.936

Tabelle A.3: Statistische Parameter von ${}_b\lceil\chi_2\rceil_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ.

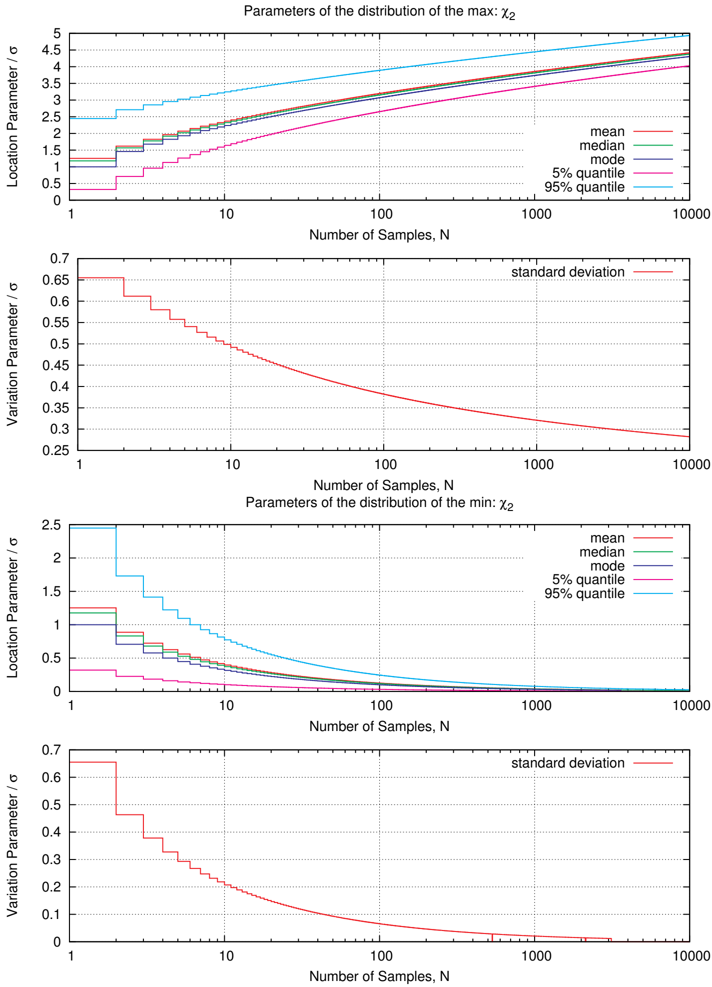


Abbildung A.6: Lage- und Streuparameter von $_b\lceil \chi 2 \rceil_N$ (oben) und $_b\lfloor \chi 2 \rfloor_N$ (unten).

A.8.3.2 Parameter der Extremalwertverteilungen: χ_4

N	$\langle\cdot\rangle$	Modus	var$(\cdot)$	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	1.880	1.732	0.466	0.682	0.843	1.832	3.080
2	1.496	1.414	0.263	0.513	0.698	1.468	2.385
5	1.128	1.095	0.132	0.364	0.548	1.116	1.747
10	0.922	0.909	0.082	0.287	0.458	0.916	1.404
20	0.759	0.757	0.053	0.230	0.383	0.757	1.141
50	0.593	0.597	0.031	0.175	0.303	0.593	0.880
100	0.494	0.500	0.021	0.143	0.254	0.495	0.728
200	0.412	0.419	0.014	0.119	0.213	0.414	0.606
225	0.400	0.407	0.013	0.115	0.207	0.401	0.587
300	0.371	0.378	0.011	0.106	0.193	0.373	0.544
360	0.354	0.361	0.010	0.101	0.184	0.356	0.519
400	0.345	0.352	0.010	0.099	0.179	0.346	0.505
500	0.326	0.332	0.009	0.093	0.170	0.327	0.477
800	0.289	0.295	0.007	0.082	0.151	0.291	0.422
1000	0.273	0.279	0.006	0.078	0.142	0.275	0.399
1024	0.271	0.278	0.006	0.077	0.142	0.273	0.396
1600	0.242	0.248	0.005	0.069	0.126	0.244	0.354
2000	0.229	0.235	0.004	0.065	0.120	0.230	0.334
3200	0.204	0.208	0.003	0.057	0.106	0.205	0.297
5000	0.182	0.186	0.003	0.051	0.095	0.183	0.265
10000	0.153	0.157	0.002	0.043	0.080	0.154	0.223

Tabelle A.4: Statistische Parameter von ${}_b\lfloor\chi_4\rfloor_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ.

N	$\langle\cdot\rangle$	Modus	var$(\cdot)$	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	1.880	1.732	0.466	0.682	0.843	1.832	3.080
2	2.264	2.142	0.372	0.610	1.334	2.224	3.334
5	2.709	2.590	0.276	0.525	1.919	2.669	3.637
10	3.003	2.882	0.225	0.474	2.300	2.962	3.848
20	3.268	3.146	0.188	0.433	2.634	3.226	4.046
50	3.583	3.460	0.153	0.391	3.020	3.541	4.291
100	3.800	3.679	0.134	0.366	3.279	3.758	4.466
200	4.003	3.883	0.119	0.345	3.516	3.961	4.633
225	4.036	3.917	0.117	0.342	3.554	3.995	4.660
300	4.116	3.997	0.112	0.334	3.646	4.075	4.727
360	4.165	4.048	0.109	0.330	3.702	4.124	4.769
400	4.194	4.076	0.107	0.327	3.735	4.153	4.793
500	4.253	4.136	0.104	0.322	3.802	4.212	4.843
800	4.374	4.259	0.098	0.312	3.939	4.334	4.947
1000	4.431	4.316	0.095	0.308	4.003	4.391	4.996
1024	4.437	4.322	0.095	0.307	4.009	4.397	5.001
1600	4.546	4.434	0.089	0.299	4.132	4.507	5.096
2000	4.600	4.488	0.087	0.295	4.192	4.561	5.143
3200	4.711	4.601	0.083	0.288	4.314	4.672	5.240
5000	4.814	4.705	0.079	0.281	4.427	4.775	5.331
10000	4.968	4.861	0.074	0.271	4.596	4.930	5.468

Tabelle A.5: Statistische Parameter von ${}_b\lceil\chi_4\rceil_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ.

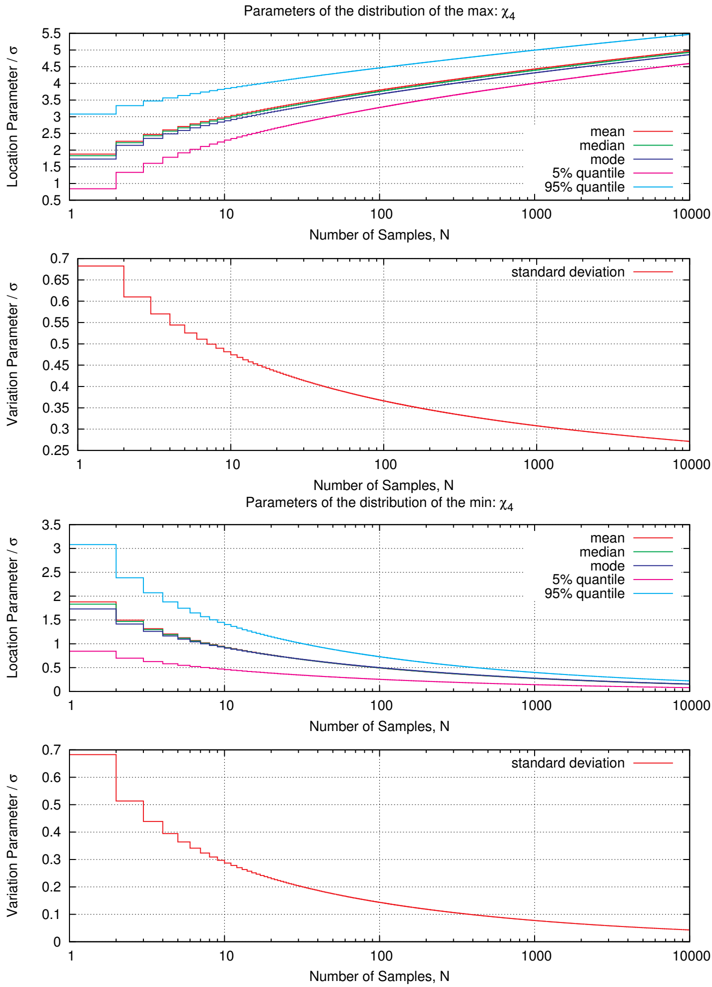


Abbildung A.7: Lage- und Streuparameter von $_b\lceil \chi_4 \rceil_N$ (oben) und $_b\lfloor \chi_4 \rfloor_N$ (unten).

A.8.3.3 Parameter der Extremalwertverteilungen: χ_6

N	μ	Modus	var$(\cdot)$	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	2.350	2.236	0.478	0.691	1.279	2.313	3.548
2	1.960	1.910	0.282	0.531	1.115	1.943	2.864
5	1.578	1.573	0.153	0.391	0.937	1.575	2.227
10	1.357	1.370	0.102	0.319	0.825	1.360	1.877
20	1.176	1.199	0.070	0.265	0.729	1.183	1.602
50	0.984	1.011	0.045	0.212	0.620	0.992	1.320
100	0.864	0.891	0.033	0.182	0.550	0.872	1.149
200	0.761	0.788	0.025	0.157	0.488	0.769	1.006
225	0.745	0.772	0.024	0.154	0.478	0.753	0.984
300	0.708	0.734	0.021	0.145	0.455	0.715	0.933
360	0.685	0.710	0.020	0.140	0.441	0.693	0.902
400	0.672	0.698	0.019	0.137	0.433	0.680	0.885
500	0.646	0.671	0.017	0.131	0.417	0.654	0.849
800	0.595	0.618	0.014	0.120	0.385	0.602	0.780
1000	0.572	0.595	0.013	0.115	0.371	0.579	0.749
1024	0.570	0.593	0.013	0.115	0.369	0.577	0.746
1600	0.527	0.549	0.011	0.105	0.342	0.534	0.689
2000	0.507	0.528	0.010	0.101	0.330	0.514	0.663
3200	0.468	0.487	0.009	0.093	0.304	0.474	0.610
5000	0.433	0.452	0.007	0.086	0.282	0.439	0.565
10000	0.385	0.402	0.006	0.076	0.251	0.390	0.501

Tabelle A.6: Statistische Parameter von ${}_b\lfloor\chi_6\rfloor_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ.

N	μ	Modus	var$(\cdot)$	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	2.350	2.236	0.478	0.691	1.279	2.313	3.548
2	2.740	2.633	0.369	0.608	1.804	2.704	3.797
5	3.182	3.070	0.268	0.518	2.400	3.145	4.094
10	3.472	3.356	0.217	0.466	2.780	3.433	4.300
20	3.732	3.614	0.180	0.425	3.110	3.692	4.493
50	4.041	3.922	0.147	0.383	3.489	4.000	4.733
100	4.253	4.135	0.128	0.358	3.743	4.212	4.903
200	4.451	4.335	0.114	0.337	3.975	4.411	5.067
225	4.484	4.367	0.112	0.334	4.012	4.443	5.094
300	4.562	4.446	0.107	0.327	4.102	4.522	5.159
360	4.610	4.495	0.104	0.322	4.158	4.570	5.200
400	4.638	4.523	0.102	0.320	4.189	4.598	5.223
500	4.696	4.582	0.099	0.315	4.255	4.656	5.272
800	4.814	4.702	0.093	0.305	4.389	4.775	5.374
1000	4.869	4.757	0.090	0.301	4.451	4.830	5.421
1024	4.875	4.763	0.090	0.300	4.457	4.836	5.426
1600	4.982	4.872	0.085	0.292	4.577	4.944	5.520
2000	5.035	4.925	0.083	0.288	4.636	4.997	5.565
3200	5.143	5.035	0.079	0.281	4.756	5.105	5.660
5000	5.243	5.137	0.075	0.274	4.866	5.206	5.749
10000	5.394	5.290	0.070	0.265	5.031	5.357	5.883

Tabelle A.7: Statistische Parameter von ${}_b\lceil\chi_6\rceil_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ.

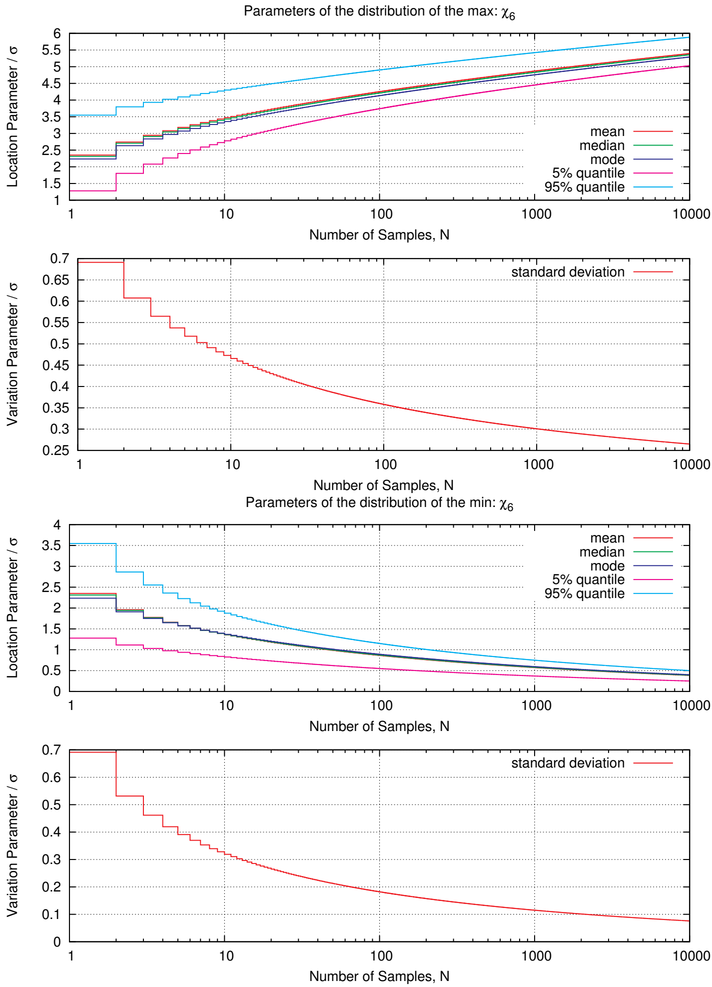


Abbildung A.8: Lage- und Streuparameter von $_b\lceil \chi_6 \rceil_N$ (oben) und $_b\lfloor \chi_6 \rfloor_N$ (unten).

A.8.3.4 Parameter der Extremalwertverteilungen: χ_2^2

N	μ	Modus	var$(\cdot)$	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	2.000	0.000	4.000	2.000	0.103	1.386	5.991
2	1.000	0.000	1.000	1.000	0.051	0.693	2.996
5	0.400	0.000	0.160	0.400	0.021	0.277	1.198
10	0.200	0.000	0.040	0.200	0.010	0.139	0.599
20	0.100	0.000	0.010	0.100	0.005	0.069	0.300
50	0.040	0.000	0.002	0.040	0.002	0.028	0.120
100	0.020	0.000	0.000	0.020	0.001	0.014	0.060
200	0.010	0.000	0.000	0.010	0.001	0.008	0.030
225	0.009	0.000	0.000	0.009	0.001	0.007	0.028
300	0.007	0.000	0.000	0.007	0.001	0.006	0.020
360	0.006	0.000	0.000	0.000	0.001	0.006	0.018
400	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.006	0.017
500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.014
800	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.010
1000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.010
1024	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.010
1600	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.010
2000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.010
3200	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.010
5000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.010
10000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.009

Tabelle A.8: Statistische Parameter von ${}_b\lfloor\chi_2^2\rfloor_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ.

N	μ	Modus	var$(\cdot)$	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	2.000	0.000	4.000	2.000	0.103	1.386	5.991
2	3.000	1.386	5.000	2.236	0.506	2.456	7.352
5	4.567	3.219	5.854	2.420	1.594	4.089	9.170
10	5.858	4.605	6.199	2.490	2.703	5.407	10.551
20	7.195	5.991	6.385	2.527	3.945	6.759	11.934
50	8.998	7.824	6.501	2.550	5.689	8.571	13.765
100	10.375	9.210	6.540	2.557	7.046	9.950	15.151
200	11.756	10.597	6.560	2.561	8.417	11.333	16.537
225	11.991	10.832	6.562	2.562	8.651	11.568	16.773
300	12.565	11.408	6.566	2.563	9.223	12.143	17.348
360	12.929	11.772	6.569	2.563	9.586	12.507	17.713
400	13.140	11.983	6.570	2.563	9.796	12.718	17.923
500	13.586	12.429	6.572	2.564	10.241	13.164	18.370
800	14.525	13.369	6.575	2.564	11.179	14.103	19.310
1000	14.971	13.816	6.576	2.564	11.624	14.549	19.756
1024	15.018	13.863	6.576	2.564	11.671	14.597	19.803
1600	15.911	14.756	6.577	2.565	12.563	15.489	20.696
2000	16.357	15.202	6.578	2.565	13.009	15.935	21.142
3200	17.297	16.142	6.578	2.565	13.948	16.875	22.082
5000	18.189	17.034	6.579	2.565	14.841	17.768	22.975
10000	19.575	18.421	6.579	2.565	16.227	19.154	24.361

Tabelle A.9: Statistische Parameter von ${}_b\lceil\chi_2^2\rceil_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ.

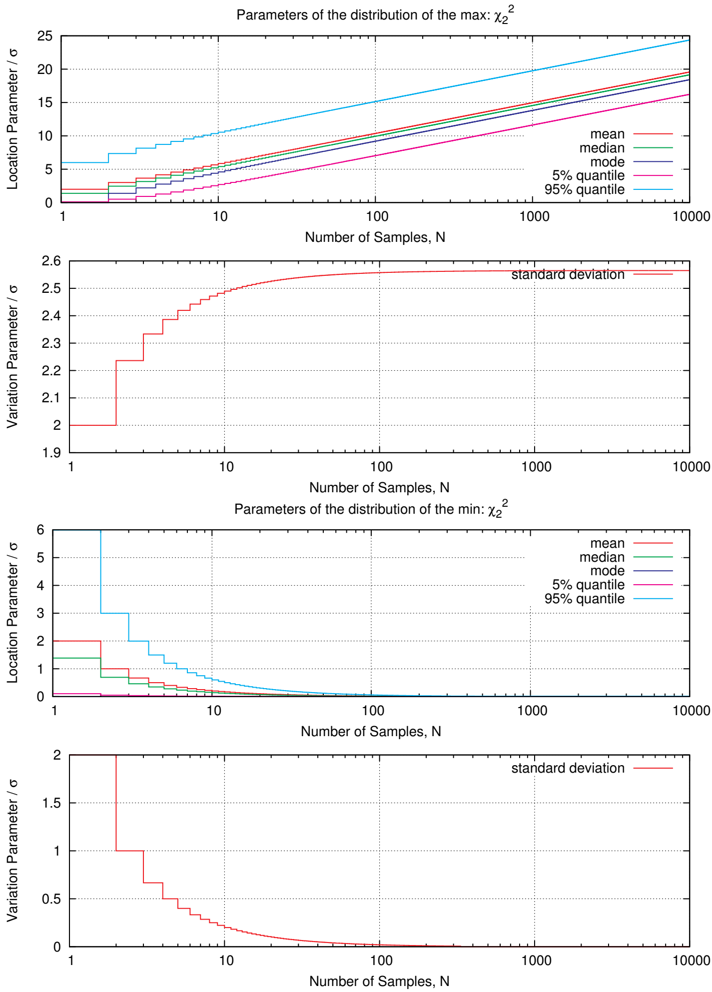


Abbildung A.9: Lage- und Streuparameter von ${}_b\lceil \chi^2_2 \rceil_N$ (oben) und ${}_b\lfloor \chi^2_2 \rfloor_N$ (unten).

A.8.3.5 Parameter der Extremalwertverteilungen: χ^2_6

N	μ	Modus	var(·)	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	6.000	4.000	12.000	3.464	1.635	5.348	12.592
2	4.125	3.043	4.734	2.176	1.244	3.775	8.203
5	2.643	2.142	1.590	1.261	0.879	2.481	4.957
10	1.942	1.654	0.762	0.873	0.681	1.849	3.521
20	1.454	1.283	0.389	0.623	0.531	1.399	2.567
50	1.013	0.924	0.172	0.414	0.384	0.983	1.742
100	0.779	0.723	0.096	0.310	0.302	0.760	1.321
200	0.604	0.567	0.056	0.236	0.238	0.592	1.013
225	0.579	0.545	0.051	0.225	0.228	0.567	0.969
300	0.522	0.493	0.041	0.202	0.207	0.512	0.870
360	0.489	0.463	0.035	0.188	0.194	0.480	0.813
400	0.471	0.446	0.033	0.181	0.188	0.462	0.782
500	0.435	0.413	0.028	0.166	0.174	0.427	0.721
800	0.368	0.352	0.020	0.140	0.148	0.362	0.608
1000	0.341	0.326	0.017	0.129	0.137	0.335	0.561
1024	0.338	0.323	0.016	0.128	0.136	0.333	0.557
1600	0.289	0.278	0.012	0.109	0.117	0.285	0.475
2000	0.268	0.257	0.010	0.100	0.109	0.264	0.439
3200	0.227	0.219	0.007	0.085	0.093	0.224	0.372
5000	0.195	0.189	0.005	0.073	0.080	0.193	0.319
10000	0.154	0.149	0.003	0.057	0.063	0.152	0.251

Tabelle A.10: Statistische Parameter von ${}_b\lfloor\chi^2_6\rfloor_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ.

N	μ	Modus	var(·)	Std.-Abw.	$Q_{0.05}$	Median	$Q_{0.95}$
1	6.000	4.000	12.000	3.464	1.635	5.348	12.592
2	7.875	6.229	12.234	3.498	3.254	7.313	14.416
5	10.395	8.953	11.807	3.436	5.759	9.888	16.760
10	12.273	10.896	11.304	3.362	7.726	11.784	18.491
20	14.110	12.765	10.805	3.287	9.673	13.629	20.190
50	16.474	15.148	10.233	3.199	12.176	15.998	22.398
100	18.217	16.900	9.874	3.142	14.011	17.743	24.043
200	19.928	18.618	9.573	3.094	15.800	19.455	25.670
225	20.216	18.907	9.527	3.087	16.100	19.744	25.945
300	20.916	19.609	9.420	3.069	16.828	20.444	26.615
360	21.357	20.051	9.356	3.059	17.286	20.886	27.038
400	21.611	20.306	9.321	3.053	17.550	21.140	27.282
500	22.148	20.845	9.248	3.041	18.106	21.677	27.798
800	23.271	21.971	9.107	3.018	19.266	22.801	28.880
1000	23.800	22.503	9.045	3.007	19.812	23.331	29.391
1024	23.857	22.559	9.039	3.006	19.870	23.387	29.446
1600	24.910	23.615	8.924	2.987	20.953	24.441	30.465
2000	25.434	24.141	8.871	2.978	21.491	24.966	30.974
3200	26.531	25.242	8.767	2.961	22.616	26.064	32.040
5000	27.567	26.281	8.677	2.946	23.676	27.101	33.049
10000	29.165	27.884	8.552	2.924	25.307	28.700	34.609

Tabelle A.11: Statistische Parameter von ${}_b\lceil\chi^2_6\rceil_N$. Alle Werte sind in Einheiten von σ.

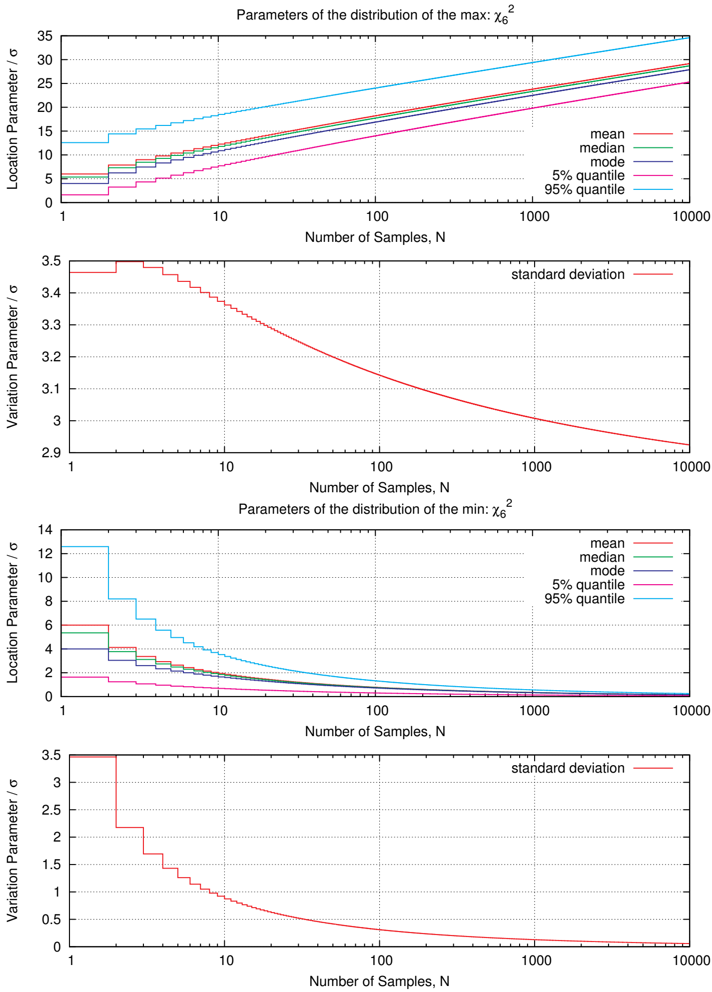


Abbildung A.10: Lage- und Streuparameter von $_b\lceil \chi_6^2 \rceil_N$ (oben) und $_b\lfloor \chi_6^2 \rfloor_N$ (unten).

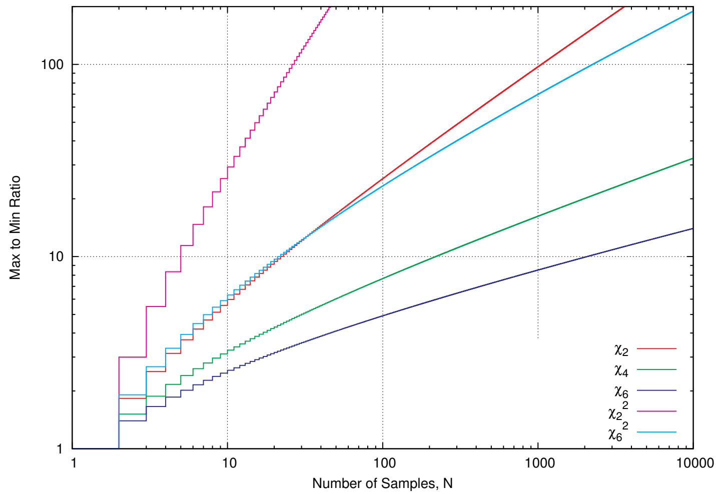


Abbildung A.11: Quotient $^{t}\langle\,_{b}\lceil\cdot\rceil\rangle_{N}\,/\,^{t}\langle\,_{b}\lfloor\cdot\rfloor\rangle_{N}$ für χ_2, χ_4, χ_6, χ_2^2 und χ_6^2.

A.8.4 Maximum zu Minimum und Maximum zu Mittewert Quotienten

A.8.5 Transformationsmethode

Es wird nun der Fall betrachtet, dass die gemeinsame Verteilung von Zufallsvariablen gesucht ist, die ihrerseits Funktionen anderer Zufallsvariabler sind. Die Darstellung beschränkt sich auf den zweidimensionalen Fall kontinuierlichen Zufallsvariablen (Mood et al. 1974).

Sei

$$\mathtt{pdf}_{X_1,\ldots,X_n}(x_1,\ldots,x_n) \tag{A.77}$$

die n-dimensionale gemeinsame Verteilungsdichte der n Zufallsvariablen $X_1,\ldots,X_n$ und seien $y_i = g_i(x_1,\ldots,x_n)$ n invertierbare Abbildungen mit mindestens einmal stetig partiell differenzierbaren Umkehrabbildungen

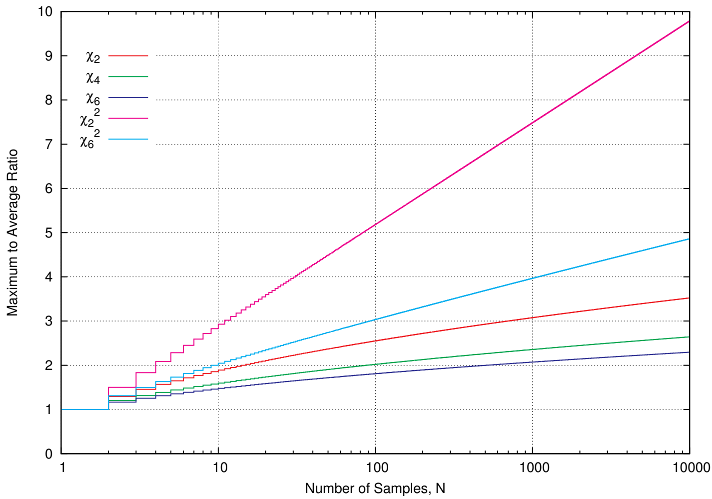


Abbildung A.12: Quotient ${}^{t}\langle\, {}_{b}\lceil\cdot\rceil\rangle_N \,/\, {}^{t}\langle\cdot\rangle_N$ für χ_2, χ_4, χ_6, χ_2^2 und χ_6^2.

$x_i = g^{-1}(y_1, \ldots, y_n)$ und nichtverschwindender Jokobi-Determinante

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial y_1} & \cdots & \frac{\partial x_1}{\partial y_n} \\ \frac{\partial x_2}{\partial y_1} & \cdots & \frac{\partial x_2}{\partial y_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_n}{\partial y_1} & \cdots & \frac{\partial x_n}{\partial y_n} \end{vmatrix} \neq 0, \tag{A.78}$$

dann ergibt sich die gemeinsame Verteilungsdichte der Zufallsvariablen Y_i zu

$$\begin{aligned} &\mathtt{pdf}_{Y_1,\ldots,Y_n}(y_1, \ldots, y_n) = \\ &\qquad |J| \cdot \mathtt{pdf}_{X_1,\ldots,X_n}(g_1^{-1}(y_1, \ldots, y_n), \ldots, g_n^{-1}(y_1, \ldots, y_n)) \end{aligned} \tag{A.79}$$

A.8.6 Verteilungsfunktionstechnik

Gegeben sei die gemeinsame Verteilungsfunktion $\mathtt{cdf}_{X_1,\ldots,X_n}(x_1, \ldots, x_n)$ der Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n$. Die gemeinsame Verteilung der Variablen

$Y_1, \ldots, Y_k$ mit $Y_j = g_j(X_1, \ldots, X_n), \quad j = 1, \ldots, k$ kann dann wie folgt ermittelt werden (Mood et al. 1974):

Per Definition ist die gemeinsame Verteilung gegeben durch

$$\begin{aligned} \mathtt{cdf}_{Y_1,\ldots,Y_k}(y_1, \ldots, y_k) &= \mathcal{P}\{Y_1 \leqslant y_1, \ldots, Y_k \leqslant y_k\} && \text{(A.80)} \\ &= \mathcal{P}\{g_1(X_1, \ldots, X_n) \leqslant y_1, \ldots, g_k(X_1, \ldots, X_n) \leqslant y_k\} && \text{(A.81)} \end{aligned}$$

Die letzte Zeile beschreibt die Wahrscheinlichkeit durch die Zufallsvariablen X_i und die bekannten Funktionen g_j. Da die gemeinsame Verteilung der Variablen X_i als bekannt vorausgesetzt wird, kann die Verteilungsfunktion der Y_i prinzipiell berechnet werden.

Als Beispiel für die Anwendung sei eine Rayleigh-verteilte Zufallsvariable X betrachtet. Gesucht ist die Verteilung des Quadrats $Y = X^2$. Es gilt

$$\mathtt{pdf}_X(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \cdot u(0) \tag{A.82}$$

und somit

$$\begin{aligned} \mathtt{cdf}_Y(y) &= \mathcal{P}\{Y \leqslant y\} && \text{(A.83)} \\ &= \mathcal{P}\left\{X^2 \leqslant y\right\} && \text{(A.84)} \\ &= \int_{x^2 \leqslant y} \mathtt{pdf}_X(x) dx && \text{(A.85)} \\ &= \int_0^{\sqrt{y}} \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx && \text{(A.86)} \\ &= 1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} && \text{(A.87)} \\ &= 1 - e^{-\frac{y}{2\sigma^2}} && \text{(A.88)} \end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich $\mathtt{pdf}_Y(y) = \frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{y}{2\sigma^2}} \cdot u(0) = \chi_2^2(\sigma^2)$. $Y = X^2$ folgt somit einer Exponentialverteilung.

Ganz allgemein lassen sich mit der Verteilungsfunktionstechnik leicht die gemeinsamen Verteilungen von Summe, Differenz, Produkt und Quotient zweier Zufallsvariabler angeben:

Summe $Z = X + Y$**:** Aus der Definition der Verteilungsfunktion folgt

$$\begin{aligned}
\mathtt{cdf}_Z(z) &= \mathcal{P}\{Z \leqslant z\} = \mathcal{P}\{X + Y \leqslant z\} && \text{(A.89)}\\
&= \iint_{x+y\leqslant z} \mathtt{pdf}_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy && \text{(A.90)}\\
&= \int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{z-x} \mathtt{pdf}_{X,Y}(x,y)\,dy\right]dx && \text{(A.91)}\\
&= \int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{z} \mathtt{pdf}_{X,Y}(x,u-x)\,du\right]dx && \text{(A.92)}
\end{aligned}$$

und somit

$$\begin{aligned}
\mathtt{pdf}_Z(z) &= \frac{d\mathtt{cdf}_Z(z)}{dz} && \text{(A.93)}\\
&= \frac{d}{dz}\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{z} \mathtt{pdf}_{X,Y}(x,u-x)\,du\right]dx\right\} && \text{(A.94)}\\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \mathtt{pdf}_{X,Y}(x,z-x)\,dx. && \text{(A.95)}
\end{aligned}$$

Sind X und Y unabhängig folgt unmittelbar die bereits bei der Betrachtung des Mittelwertes erwähnte Faltungsidentität:

$$\begin{aligned}
\mathtt{pdf}_Z(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathtt{pdf}_X(x)\mathtt{pdf}_Y(z-x)\,dx && \text{(A.96)}\\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \mathtt{pdf}_X(z-y)\mathtt{pdf}_Y(y)\,dy && \text{(A.97)}
\end{aligned}$$

Differenz $Z = x - y$**:** Mit der analogen Vorgehensweise wie oben erhält man

$$\begin{aligned}
\mathtt{cdf}_Z(z) &= \mathcal{P}\{Z \leqslant z\} = \mathcal{P}\{X - Y \leqslant z\} && \text{(A.98)}\\
&= \int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{z} \mathtt{pdf}_{X,Y}(x,x-u)\,du\right]dx && \text{(A.99)}
\end{aligned}$$

und

$$\mathtt{pdf}_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathtt{pdf}_{X,Y}(x,x-z)\,dx. \qquad \text{(A.100)}$$

Produkt $Z = X \cdot Y$**:**

$$\begin{aligned}
\mathtt{cdf}_Z(z) &= \mathcal{P}\{Z \leqslant z\} = \mathcal{P}\{X \cdot Y \leqslant z\} && \text{(A.101)}\\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{z} \frac{1}{|x|} \mathtt{pdf}_{X,Y}(x, \frac{u}{x}) du \right] dx && \text{(A.102)}\\
\mathtt{pdf}_Z(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|x|} \mathtt{pdf}_{X,Y}(x, \frac{z}{x}) dx && \text{(A.103)}
\end{aligned}$$

Quotient $Z = \frac{X}{Y}$**:**

$$\begin{aligned}
\mathtt{cdf}_Z(z) &= \mathcal{P}\{Z \leqslant z\} = \mathcal{P}\left\{ \frac{X}{Y} \leqslant z \right\} && \text{(A.104)}\\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{z} |y| \mathtt{pdf}_{X,Y}(uy, y) du \right] dy && \text{(A.105)}\\
\mathtt{pdf}_Z(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} |y| \mathtt{pdf}_{X,Y}(zy, y) dy && \text{(A.106)}
\end{aligned}$$

A.9 Bewertung von Korrelationskoeffizienten

Der Korrelationskoeffizient r zweier Zufallsvariabler X_1 und X_2 ist selbst wieder eine Zufallsvariable. Zur Bewertung von experimentell ermittelten Korrelationskoeffizienten ist daher die Kenntnis der Verteilungsfunktion $\mathtt{cdf}_r(\rho, N)$ wichtig, wobei ρ die Korrelation der Grundgesamtheit und N den Stichprobenumfang bezeichnet. Für normalverteilte Zufallsgrößen (X, Y) mit der gemeinsamen Verteilungsdichte

$$\begin{aligned}
\mathtt{pdf}_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\Bigg\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \Big[\frac{(x - \langle x \rangle)^2}{\sigma_1^2} \\
- 2\frac{\rho(x - \langle x \rangle)(y - \langle y \rangle)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(y - \langle y \rangle)^2}{\sigma_2^2} \Big] \Bigg\} \qquad \text{(A.107)}
\end{aligned}$$

entnimmt man die Verteilungsdichte $\mathtt{pdf}_r(\rho, N)$ der Literatur (Stange 1971; Fisz 1976):

$$\mathtt{pdf}_r(\rho, N) = \frac{n-2}{\pi} \left(1-\rho^2\right)^{\frac{n-1}{2}} \left(1-r^2\right)^{\frac{n-4}{2}} \int_0^\infty \frac{x^{n-2}}{(1-\rho r x)^{n-1}\sqrt{1-x^2}} dx \tag{A.108}$$

$$\approx \frac{N-2}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\Gamma(N-1)}{\Gamma\left(N-\frac{1}{2}\right)} \cdot \frac{\left(1-\rho^2\right)^{\frac{(N-1)}{2}} \left(1-r^2\right)^{\frac{N-4}{2}}}{(1-\rho r)^{N-\frac{3}{2}}} \cdot \left[1 + \frac{1+\rho r}{4(2N-1)} + \dots\right] \tag{A.109}$$

Die Verteilungsfunktion ergibt sich hieraus durch numerische Integration. In Abschnitt B.4 finden sich hierzu Beispielprogramme.

Verteilungsdichten für verschiedene Werte von N und ρ sind in Abbildung A.13 dargestellt. Es wird deutlich, dass insbesondere für kleine Populationsgrößen mit einer großen Streuung von experimentellen Korrelationskoeffizienten zu rechnen ist. Extrem wird es für $N \leqslant 4$: Für $N = 4$ ist die Verteilungsdichte uniform, d. h. alle Werte für r sind gleich wahrscheinlich, für $N = 3$ ergeben sich deutliche Häufungen bei $r = \pm 1$ und für $N = 1$ ist die Wahrscheinlichkeitsdichte offensichtlich $\mathtt{pdf}_r(\rho, 2) = \frac{1}{2}\left(\delta(r+1) + \delta(r-1)\right)$.

Für große Werte von N strebt $\mathtt{pdf}_r(\rho, N)$ einer Normalverteilung mit Erwartungswert $\langle r \rangle = \rho$ und Varianz $\mathrm{var}(r) = \frac{1}{N}(1-\rho^2)^2$ zu (Fisz 1976). Die Konvergenz der Verteilung ist sehr langsam; die Näherungen für Erwartungswert und Varianz gelten etwa ab $N > 500$.

Fisher stellt fest, dass die Zufallsvariable

$$U = \frac{1}{2} \log\left(\frac{1+R}{1-R}\right) \tag{A.110}$$

bereits für relativ kleine N normalverteilt mit Erwartungswert

$$\langle U \rangle = \frac{1}{2} \log\left(\frac{1+\rho}{1-\rho}\right) + \frac{\rho}{2(N-1)} \tag{A.111}$$

und Varianz

$$\mathrm{var}(U) = \frac{1}{N-3} \tag{A.112}$$

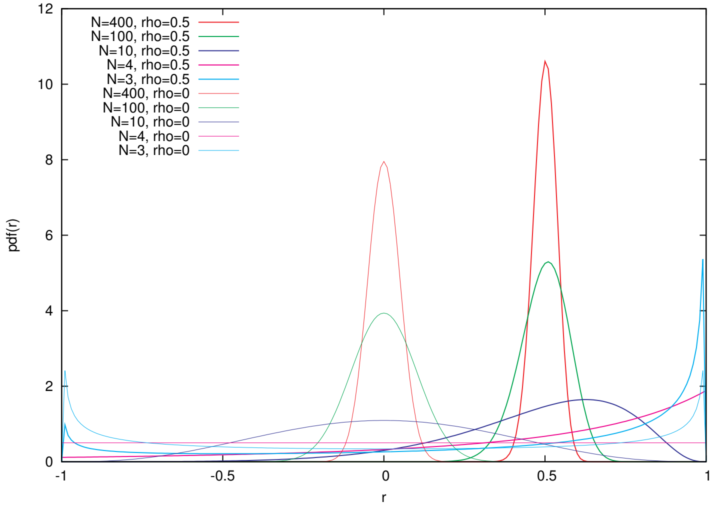


Abbildung A.13: Verteilungsdichte $\mathtt{pdf}_r(\rho, N)$ des Korrelationskoeffizienten normalverteilter Zufallsvariabler für verschiedene ρ und N.

ist (Fisher 1954).

Aus dem Korrelationskoeffizienten r zwischen zwei Zufallsvariablen X und Y ergibt sich das *lineare Bestimmtheitsmaß*

$$B_L = r^2. \tag{A.113}$$

Das lineare Bestimmtheitsmaß B_L gibt an, welcher Anteil der Varianz von Y durch die Varianz von X »erklärbar« ist, wenn man einen linearen Zusammenhang zwischen X und Y voraussetzt (Stange 1971). Die Erklärbarkeit ist hierbei rein deskriptiv zu verstehen: aus einem hohen Bestimmtheitsgrad kann grundsätzlich nicht die Richtigkeit des linearen Modells geschlossen werden. Auch umgekehrt falsifiziert ein geringer Bestimmtheitsgrad das lineare Modell nicht, deutet aber darauf hin, dass andere Faktoren vorliegen, die einen stärkeren Einfluss auf die Streuung von Y haben.

Die durch Gleichung (A.108) gegebene Verteilungsdichte des Korrelationskoeffizienten gilt für normalverteilte Zufallsvariablen. Im Zusammenhang mit Modenverwirbelungskammern sind die experimentellen Größen in der Regel aber χ- bzw. χ^2-verteilt mit unterschiedlichen Freiheitsgraden (vergleiche Tabelle 2.1 auf Seite 54). Es stellt sich somit zunächst die Frage, ob Gleichung (A.108) auch in diesen Fällen benutzt werden kann. Da theoretische Ausdrücke für andere als die Normalverteilung nicht zur Verfügung stehen bietet sich die numerische Analyse mit unterschiedlich verteilten Zufallszahlen an. Das Ergebnis einer solchen Analyse ist in Abbildung A.14 dargestellt. Die Übereinstimmung der Kurven für alle Verteilungen ist sehr gut, so dass auch im Falle der Modenverwirbelungskammern mit Gleichung (A.108) gearbeitet werden kann.

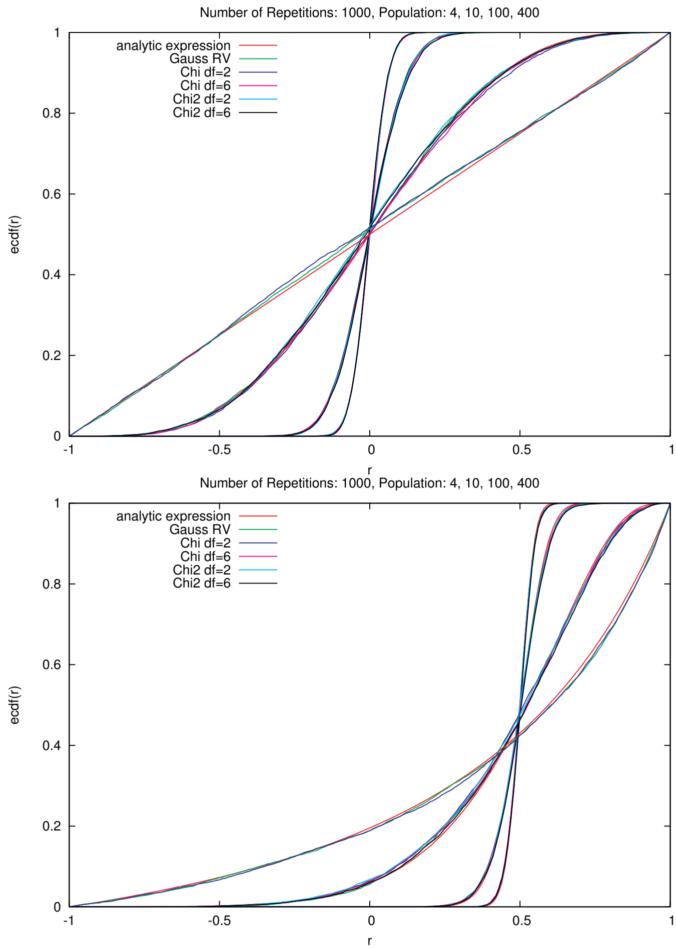


Abbildung A.14: Vergleich der Verteilungsfunktionen der Korrelationskoeffizienten zwischen Zufallsvariablen unterschiedlich verteilter Populationen (Gauss, χ_2, χ_6, χ_2^2, χ_6^2) für Populationsgrößen $N = 4, 10, 100, 400$ (mit zunehmender Steilheit) mit der theoretischen Verteilung für den Fall der Normalverteilung. Oben dargestellt sind die Kurven für den Fall $\rho = 0$ und unten für den Fall $\rho = 0.5$.

B Hilfsprogramme

B.1 Parameter der dB-skalierten Verteilungen

```python
from __future__ import division

import math
import scipy
import sys

class distributions:
    def __init__(self,s):
        self.s=s
        self.k=10
    def p_chi_2(self, x):
        r=x/s**2*math.exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
        return r
    def c_chi_2(self, x):
        c=1-math.exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
        return c

    def p_chi_6(self, x):
        r=x**5/(8*s**6)*math.exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
        return r
    def c_chi_6(self, x):
        c=1-(x**4/(8*self.s**4)+x**2/(2*self.s**2)+1)*math.exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
        return c


    def p_chi2_2(self, x):
        r=1/(2*s)*math.exp(-(x/(2*self.s)))
        return r
    def c_chi2_2(self, x):
        c=1-math.exp(-(x/(2*self.s)))
        return c

    def p_chi2_6(self, x):
        r=x**2/(16*s**3)*math.exp(-(x/(2*self.s)))
        return r
    def c_chi2_6(self, x):
```

```
        c=1-(x**2/(8*self.s**2)+x/(2*self.s)+1)*math.exp(-(x/(2*self
            .s)))
        return c

    def __p_dB(self,x,k,dist):
        y=10**(x/k)
        r=y*math.log(10)*dist(y)/k
        return r
    def __c_dB(self,x,k,dist):
        y=10**(x/k)
        r=dist(y)
        return r
    def p_10dBchi_2(self,x):
        return self.__p_dB(x,10,self.p_chi_2)
    def c_10dBchi_2(self,x):
        return self.__c_dB(x,10,self.c_chi_2)
    def p_20dBchi_2(self,x):
        return self.__p_dB(x,20,self.p_chi_2)
    def c_20dBchi_2(self,x):
        return self.__c_dB(x,20,self.c_chi_2)
    def p_10dBchi_6(self,x):
        return self.__p_dB(x,10,self.p_chi_6)
    def c_10dBchi_6(self,x):
        return self.__c_dB(x,10,self.c_chi_6)
    def p_20dBchi_6(self,x):
        return self.__p_dB(x,20,self.p_chi_6)
    def c_20dBchi_6(self,x):
        return self.__c_dB(x,20,self.c_chi_6)
    def p_10dBchi2_2(self,x):
        return self.__p_dB(x,10,self.p_chi2_2)
    def c_10dBchi2_2(self,x):
        return self.__c_dB(x,10,self.c_chi2_2)
    def p_20dBchi2_2(self,x):
        return self.__p_dB(x,20,self.p_chi2_2)
    def c_20dBchi2_2(self,x):
        return self.__c_dB(x,20,self.c_chi2_2)
    def p_10dBchi2_6(self,x):
        return self.__p_dB(x,10,self.p_chi2_6)
    def c_10dBchi2_6(self,x):
        return self.__c_dB(x,10,self.c_chi2_6)
    def p_20dBchi2_6(self,x):
        return self.__p_dB(x,20,self.p_chi2_6)
    def c_20dBchi2_6(self,x):
        return self.__c_dB(x,20,self.c_chi2_6)

if __name__ == "__main__":
    typ=sys.argv[1]
```

```
    slist=eval(sys.argv[2])
    typdct={"chi_2": ('p_chi_2', 'c_chi_2'),
            "chi_6": ('p_chi_6', 'c_chi_6'),
            "chi2_2": ('p_chi2_2', 'c_chi2_2'),
            "chi2_6": ('p_chi2_6', 'c_chi2_6'),
            "10dBchi_2": ('p_10dBchi_2', 'c_10dBchi_2'),
            "20dBchi_2": ('p_20dBchi_2', 'c_20dBchi_2'),
            "10dBchi_6": ('p_10dBchi_6', 'c_10dBchi_6'),
            "20dBchi_6": ('p_20dBchi_6', 'c_20dBchi_6'),
            "10dBchi2_2": ('p_10dBchi2_2', 'c_10dBchi2_2'),
            "20dBchi2_2": ('p_20dBchi2_2', 'c_20dBchi2_2'),
            "10dBchi2_6": ('p_10dBchi2_6', 'c_10dBchi2_6'),
            "20dBchi2_6": ('p_20dBchi2_6', 'c_20dBchi2_6')
            }

    print "# Distribution:", typ
    print "# s mean mode median variance"
    for s in slist:
        dist=distributions(s)
        pdf=getattr(dist,typdct[typ][0])
        cdf=getattr(dist,typdct[typ][1])

        if typ in ("chi_2", "chi_6", "chi2_2", "chi2_6"):
            xstart=0
        else:
            xstart=scipy.optimize.fsolve(lambda x: cdf(x)-0.0000001,
                 0)
        xend=scipy.optimize.fsolve(lambda x: cdf(x)-0.9999999, 0)
        mean=scipy.integrate.quad(lambda x: x*pdf(x), xstart, xend)
             [0]
        var=scipy.integrate.quad(lambda x: (x-mean)**2*pdf(x),
             xstart, xend)[0]
        median=scipy.optimize.fsolve(lambda x: cdf(x)-0.5, mean)
        modus=scipy.optimize.fmin(lambda x: -pdf(x), mean)
        print s, mean, modus, median, var
```

B.2 Verteilung des Mittelwertes

```
from __future__ import division
import math
import sys
import scipy

class MeanDist(object):
    def __init__(self,x,pdf):
        self.x=x
```

```
        self.pdf=pdf
        self.width=x[-1]-x[0]
        self.fac=self.width/(len(x)-1)
    def calc(self, N=None):
        cdict={}
        if N is None:
            N=1
        convolved=self.pdf
        cdict[1]=convolved
        print "%d: %e"%(1,scipy.integrate.trapz(convolved,self.x))
        for i in range(2,N+1):
            convolved=scipy.signal.convolve(convolved,self.pdf,1)*self.fac*(i)/float(i-1)
            cdict[i]=convolved
            print "%d: %e"%(i,scipy.integrate.trapz(convolved,self.x/float(i)))
        return cdict

if __name__== '__main__':
    from pylab import *
    N=int(sys.argv[1])
    mean=0.0
    std=2.0
    step=0.01
    x=scipy.arrayrange(-5*N,5*N+step,step)
    dist=scipy.stats.rayleigh(mean,std)
    var=(4-math.pi)/2*std**2
    mean=math.sqrt(math.pi/2)*std
    pdf=dist.pdf(x)
    cdf=dist.cdf(x)
    av=MeanDist(x,pdf)
    cdict=av.calc(N)
    for i in range(1,N+1,2):
        nor=i*scipy.stats.norm.pdf(x,mean*i,math.sqrt(var/i)*i)
        line1, = plot(x/i,cdict[i], linewidth=2, label='N=%d'%i)
        line2,=plot(x/i,nor)
        setp(line2, 'color', line1._color)
    xlabel('x', fontsize=18)
    ylabel('Probability Density', fontsize=18)
    title('PDF of mean(x) and N(mean,sqrt(var/N))', fontsize=20)
    xlim((0,5))
    labels = getp(gca(), 'xticklabels')
    setp(labels, fontsize=14)
    labels = getp(gca(), 'yticklabels')
    setp(labels, fontsize=14)
    legend()
    show()
```

B.3 Statistische Parameter der Extremalverteilungen

```
from __future__ import division

from scipy import *
import sys

def h(x):
    return (sign(x)+1)/2

class MinMax(object):
    def pdf_min (self, x, N):
        r=N*(1-self.cdf(x))**(N-1)*self.pdf(x)
        return r
    def cdf_min(self, x, N):
        c=1-(1-self.cdf(x))**(N)
        return c
    def pdf_max (self, x, N):
        return N*self.cdf(x)**(N-1)*self.pdf(x)
    def cdf_max (self, x, N):
        return self.cdf(x)**(N)

class chi2(MinMax):
    def __init__(self,s):
        self.s=s
    def pdf(self, x):
        r=x/self.s**2*exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
        return r*h(x)
    def cdf(self, x):
        c=1-exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
        return c*h(x)

class chi4(MinMax):
    def __init__(self,s):
        self.s=s
    def pdf(self, x):
        r=x**3/(2*self.s**4)*exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
        return r*h(x)
    def cdf(self, x):
        c=1-(1+x**2/(2*self.s**2))*exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
        return c*h(x)

class chi6(MinMax):
    def __init__(self,s):
        self.s=s
    def pdf(self, x):
```

```
        r=x**5/(8*self.s**6)*exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
        return r*h(x)
    def cdf(self, x):
        c=1-(1+x**2/(2*self.s**2)+x**4/(8*self.s**4))*exp(-(x**2/(2*
             self.s**2)))
        return c*h(x)

class chisquare2(MinMax):
    def __init__(self,s):
        self.s=s
    def pdf(self, x):
        r=1/(2*self.s)*exp(-(x/(2*self.s)))
        return r*h(x)
    def cdf(self, x):
        c=1-exp(-(x/(2*self.s)))
        return c*h(x)

class chisquare6(MinMax):
    def __init__(self,s):
        self.s=s
    def pdf(self, x):
        r=x**2/(16*self.s**3)*exp(-(x/(2*self.s)))
        return r*h(x)
    def cdf(self, x):
        c=1-(1+x/(2*self.s)+x**2/(8*self.s**2))*exp(-(x/(2*self.s)))
        return c*h(x)


class distributions:
    def __init__(self,s):
        self.s=s
        self.k=10
    def p_chi_2(self, x):
        r=x/s**2*exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
        return r
    def c_chi_2(self, x):
        c=1-exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
        return c

    def p_chi_4(self, x):
        r=x**3/(2*s**4)*exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
        return r
    def c_chi_4(self, x):
        c=1-(x**2/(2*self.s**2)+1)*exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
        return c

    def p_chi_6(self, x):
```

```
        r=x**5/(8*s**6)*exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
        return r
    def c_chi_6(self, x):
        c=1-(x**4/(8*self.s**4)+x**2/(2*self.s**2)+1)*exp(-(x**2/(2*self.s**2)))
        return c


    def p_chi2_2(self, x):
        r=1/(2*s)*exp(-(x/(2*self.s)))
        return r
    def c_chi2_2(self, x):
        c=1-exp(-(x/(2*self.s)))
        return c

    def p_chi2_6(self, x):
        r=x**2/(16*s**3)*exp(-(x/(2*self.s)))
        return r
    def c_chi2_6(self, x):
        c=1-(x**2/(8*self.s**2)+x/(2*self.s)+1)*exp(-(x/(2*self.s)))
        return c

    def __p_dB(self,x,k,dist):
        y=10**(x/k)
        r=y*log(10)*dist(y)/k
        return r
    def __c_dB(self,x,k,dist):
        y=10**(x/k)
        r=dist(y)
        return r
    def p_10dBchi_2(self,x):
        return self.__p_dB(x,10,self.p_chi_2)
    def c_10dBchi_2(self,x):
        return self.__c_dB(x,10,self.c_chi_2)
    def p_20dBchi_2(self,x):
        return self.__p_dB(x,20,self.p_chi_2)
    def c_20dBchi_2(self,x):
        return self.__c_dB(x,20,self.c_chi_2)
    def p_10dBchi_4(self,x):
        return self.__p_dB(x,10,self.p_chi_4)
    def c_10dBchi_4(self,x):
        return self.__c_dB(x,10,self.c_chi_4)
    def p_20dBchi_4(self,x):
        return self.__p_dB(x,20,self.p_chi_4)
    def c_20dBchi_4(self,x):
        return self.__c_dB(x,20,self.c_chi_4)
    def p_10dBchi_6(self,x):
```

```
            return self.__p_dB(x,10,self.p_chi_6)
    def c_10dBchi_6(self,x):
            return self.__c_dB(x,10,self.c_chi_6)
    def p_20dBchi_6(self,x):
            return self.__p_dB(x,20,self.p_chi_6)
    def c_20dBchi_6(self,x):
            return self.__c_dB(x,20,self.c_chi_6)
    def p_10dBchi2_2(self,x):
            return self.__p_dB(x,10,self.p_chi2_2)
    def c_10dBchi2_2(self,x):
            return self.__c_dB(x,10,self.c_chi2_2)
    def p_20dBchi2_2(self,x):
            return self.__p_dB(x,20,self.p_chi2_2)
    def c_20dBchi2_2(self,x):
            return self.__c_dB(x,20,self.c_chi2_2)
    def p_10dBchi2_6(self,x):
            return self.__p_dB(x,10,self.p_chi2_6)
    def c_10dBchi2_6(self,x):
            return self.__c_dB(x,10,self.c_chi2_6)
    def p_20dBchi2_6(self,x):
            return self.__p_dB(x,20,self.p_chi2_6)
    def c_20dBchi2_6(self,x):
            return self.__c_dB(x,20,self.c_chi2_6)

if __name__ == "__main__":
    typ=sys.argv[1]
    nlist=eval(sys.argv[2])
    sigma=1

    dist=eval(typ)(sigma)
    print '#␣n␣|␣min_stat␣|␣max_stat'
    print '#␣stat:␣mean(3,11)␣modus(4,12)␣var(5,13)␣std(6,14)␣q05
         (7,15)␣median(8,16)␣q95(9,17)'
    for n in nlist:

        print n,
        for what in ('min','max'):
            def p(x):
                return getattr(dist, 'pdf_%s'%what)(x,n)
            def c(x):
                return getattr(dist, 'cdf_%s'%what)(x,n)
            #print "TEST", c(0)
            xstart=0
            xend=100#optimize.fsolve(lambda x: c(x)-0.9999999, 0)
            mean=integrate.quad(lambda x: x*p(x), xstart, xend)[0]
            var=integrate.quad(lambda x: (x-mean)**2*p(x), xstart,
                 xend)[0]
```

```
            x=arrayrange(xstart,xend+0.01,0.01)
            _c=c(x)
            #print _c
            ic=interpolate.interp1d(_c,x)
            #median=optimize.fsolve(lambda x: c(x)-0.5, mean)
            #q05=optimize.fsolve(lambda x: c(x)-0.05, mean)
            #q95=optimize.fsolve(lambda x: c(x)-0.95, mean)
            median=ic(0.5).item()
            q05=ic(0.05).item()
            q95=ic(0.95).item()
            modus=optimize.fmin(lambda x: -p(x), [mean],disp=0)[0]
            print "|", mean, modus, var, sqrt(var), q05, median, q95,
        print
```

B.4 Verteilung von Korrelationskoeffizienten

```
from __future__ import division
import sys
import math
import scipy
scipy.pkgload('integrate','special')

def CalcPsi(n, rho,eps=0.01):
    def calc_psi_exact(r,n,rho):
        ga = scipy.special.gamma
        tmp = ga(n-0.5)
        if scipy.isfinite(tmp):
            gafac = ga(n-1)/tmp
        else:
            gafac = 1.0/math.sqrt(n-0.5) * (1+3.0/(8*n-4))
        psi= (n-2)/math.sqrt(2*math.pi) * gafac\
             * math.pow(1-r*r,0.5*(n-4)) * math.pow(1-rho*rho,0.5*(n-1))\
             * math.pow(1-rho*r, 1.5-n) * scipy.special.hyp2f1(0.5,0.5,n-0.5,0.5*(1+rho*r))
        return psi
    def calc_psi_norm_transform(r,n,rho):
        def atanh (x):
            if x<-0.99:
                return -1e300
            elif x>0.99:
                return 1e300
            else:
                return 0.5*math.log((1+x)/(1-x))
        s=math.sqrt(1.0/(n-3))
```

```
        mu=atanh(rho)
        z=atanh(r)
        psi=scipy.stats.norm.pdf(z,mu,s)
        return psi
    def calc_psi(r,n,rho):
        try:
            return calc_psi_exact(r,n,rho)
        except:
            try:
                return calc_psi_norm_transform(r,n,rho)
            except:
                return 0.0

    psi=[]
    psi2=[]
    r = []
    for i in range(int(2.0/eps+1)):
        r.append(round(-1.0+i*eps,3))
        psi.append(calc_psi(r[i],n,rho))
    cpsi = [0.0]
    tmp = scipy.integrate.cumtrapz(psi,r).tolist()
    cpsi.extend(tmp)
    factor=1.0/cpsi[-1]
    psi = [x*factor for x in psi]
    cpsi = [x*factor for x in cpsi]
    return r, psi, cpsi

if __name__ == '__main__':
    N=int(sys.argv[1])
    rho=float(sys.argv[2])

    r,psi,cpsi = CalcPsi(N,rho)
    for _r,_psi,_cpsi in zip(r,psi,cpsi):
        print _r, _psi, _cpsi
```

B.4.1 Kritische Werte

```
from __future__ import division
import sys
import math
import scipy
scipy.pkgload('integrate','special','interpolate','stats')

def CalcPsi(n, rho,eps=0.01):
    def calc_psi_exact(r,n,rho):
        ga = scipy.special.gamma
        tmp = ga(n-0.5)
```

```
        if scipy.isfinite(tmp):
            gafac = ga(n-1)/tmp
        else:
            gafac = 1.0/math.sqrt(n-0.5) * (1+3.0/(8*n-4))
        psi= (n-2)/math.sqrt(2*math.pi) * gafac\
             * math.pow(1-r*r,0.5*(n-4)) * math.pow(1-rho*rho,0.5*(n-1))\
             * math.pow(1-rho*r, 1.5-n) * scipy.special.hyp2f1(0.5,0.5,n-0.5,0.5*(1+rho*r))
        return psi
    def calc_psi_norm_transform(r,n,rho):
        def atanh (x):
            if x<-0.99:
                return -1e300
            elif x>0.99:
                return 1e300
            else:
                return 0.5*math.log((1+x)/(1-x))
        s=math.sqrt(1.0/(n-3))
        mu=atanh(rho)
        z=atanh(r)
        psi=scipy.stats.norm.pdf(z,mu,s)
        return psi
    def calc_psi(r,n,rho):
        #return calc_psi_int(r,n,rho)
        try:
            return calc_psi_exact(r,n,rho)
        except (OverflowError):
            return calc_psi_norm_transform(r,n,rho)

    psi=[]
    psi2=[]
    r = []
    cpsi = []
    for i in range(int(2.0/eps+1)):
        r.append(round(-1.0+i*eps,3))
        psi.append(calc_psi(r[i],n,rho))
        cpsi.append(scipy.integrate.quad(calc_psi,-1,r[-1],(n,rho))[0])
    factor=1.0/cpsi[-1]
    psi = [x*factor for x in psi]
    cpsi = [x*factor for x in cpsi]
    return r, psi, cpsi

if __name__ == '__main__':
    Nlst=eval(sys.argv[1])
    rho=float(sys.argv[2])
```

```
    alpha=float(sys.argv[3])


    for n in Nlst:
        r,psi,cpsi = CalcPsi(n,rho)
        cpsi_invers=scipy.interpolate.interp1d(cpsi,r)
        print n, round(cpsi_invers(alpha)[0],4)
```

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literatur

Åkermark et al. 2002 Åkermark, H.; Jansson, L.; Leppäla, S.: On the measurement of shielding effectiveness in a mode stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2002, S. 383–388

Arnaut 2003e Arnaut, L. R.: Statistics of the quality factor of a rectangular reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 1, S. 61–76. – ISSN 0018-9375

Arnaut 2005a Arnaut, L. R.: On the maximum rate of fluctuation in mode-stirred reverberation. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 47 (2005), S. 781–804

Arnaut und West 1998 Arnaut, L. R.; West, P. D.: Evaluation of the NPL untuned stadium reverberation chamber using mechanical and electronic stirring techniques / National Physical Laboratory, NPL. Teddington, Middlesex, UK, September 1998 (CETM 11). – NPL Report. – ISSN 1369-6742

Arnaut und West 2006 Arnaut, L. R.; West, P. D.: Electromagnetic reverberation near a perfectly conducting boundary. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 359–371. – ISSN 0018-9375

Åsander et al. 2002 Åsander, H. J.; Eriksson, G.; Jansson, L.; Åkermark, H.: Field uniformity analysis of a mode stirred reverberation chamber using high resolution computational modeling. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2002, S. 285–290

Battiti und Protasi 2001 Battiti, R.; Protasi, M.: Reactive local search for the maximum clique problem. In: *Algorithmica (New York)* 29 (2001), S. 610–637. – URL http://rtm.science.unitn.it/~battiti/battiti-publications.html. – Software: http://rtm.science.unitn.it/intertools/clique/

Baum 2000 Baum, C. E.: A time-domain view of choice of transient excitation waveforms for enhanced response of electronic system. In: *Interaction Note*. September 2000 (520)

Becker und Autler 1946 Becker, G. E.; Autler, S. H.: Water Vapor Absorption of Electromagnetic Radiation in the centimeter Wave-Length Range. In: *Physical Review* 70 (1946), September, Nr. 5/6, S. 300–307

Borgnis und Papas 1958 Borgnis, F.; Papas, C.: *Handbuch der Physik*. Bd. 16. Kap. Electromagnetic Waveguides and Resonators, S. 285–422, Flügge, S., 1958

Bourhis et al. 2004 Bourhis, R.; Orlenius, C.; Nilsson, G.; Jinstrand, S.; Kildal, P. S.: Measurements of realized diversity gain of active DECT phones and base-stations in a reverberation chamber. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2004. IEEE* Bd. 1, 2004, S. 715–718

Bozzetti et al. 2004 Bozzetti, M.; Calò, G.; D'Orazio, A.; De Sario, M.; Petruzzelli, V.; Prudenzano, F.; Diaferia, N.; Bonaventura, C.: Mode-stirred chamber for cereal disinfestation. In: *Materials Research Innovations* 8 (2004), Nr. 1, S. 17–22

Bunting 2002 Bunting, C. F.: Statistical characterization and the simulation of a reverberation chamber using finite-element techniques. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 44 (2002), Nr. 1, S. 214–221. – ISSN 0018-9375

Bunting 2003 Bunting, C. F.: Shielding effectiveness in a two-dimensional reverberation chamber using finite-element techniques. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 3, S. 548–552. – ISSN 0018-9375

Bunting und Yu 2002 Bunting, C. F.; Yu, S.-P.: Statistical shielding effectiveness-an examination of the field a rectangular box using ModalMOM. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2002, S. 210–215

Bunting und Yu 2004 Bunting, C. F.; Yu, S.-P.: Field penetration in a rectangular box using numerical techniques: an effort to obtain statistical shielding effectiveness. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 46 (2004), Nr. 2, S. 160–168. – ISSN 0018-9375

Bunting et al. 2003 Bunting, C. F.; Yu, S.-P.; Khan, Z. A.: Statistical shielding effectiveness - a modal/moment method approach to characterize the average shielding effectiveness over a wide frequency range including resonances. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2003, S. 532–536

Byun et al. 2002 Byun, J.; Kim, D.; Lee, J.; Kildal, P. S.: Actual diversity gain measured in the reverberation chamber. In: *IEEE Antennas and Propagation Society, AP-S International Symposium (Digest)* Bd. 3, 2002, S. 718–721

Bäckström und Lorén 2001 Bäckström, M.; Lorén, J.: Microwave coupling into a generic object. Properties of measured angular receiving pattern and its significance for testing. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2001, S. 1227–1232

Bäckström und Lorén 2002 Bäckström, M.; Lorén, J.: Microwave coupling into a generic object. Properties of angular receiving pattern and its significance for testing in anechoic and reverberation chambers / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOI, Sweden, 2002 (FOI-R–0392–SE). – Report

Cappetta et al. 1998 CAPPETTA, L.; FEO, M.; FIUMARA, V.; PIERRO, V.; PINTO, M.: Electromagnetic chaos in mode-stirred reverberation enclosures. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 40 (1998), Nr. 3, S. 185–192. – ISSN 0018-9375

Carlberg et al. 2005 CARLBERG, U.; KILDAL, P. S.; CARLSSON, J.: Study of antennas in reverberation chamber using method of moments with cavity Green's function calculated by Ewald summation. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 47 (2005), S. 805–814. – ISSN 00189375 (ISSN)

Carlberg et al. 2004a CARLBERG, U.; KILDAL, P. S.; CARLSSON, J.; KARLSSON, K.: Comparison of different numerical modelling techniques for reverberation chamber: initial 2D study. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2004. IEEE* Bd. 2, 2004, S. 1511–1514

Carlsson et al. 2002 CARLSSON, J.; WOLFGANG, A.; KILDAL, P. S.: Numerical FDTD simulations of a validation case for small antenna measurements in a reverberation chamber. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE* Bd. 2, 2002, S. 482–485

Carlssson et al. 2003 CARLSSSON, J.; WOLFGANG, A.; ORLENIUS, C.; KILDAL, P.-S.: Accuracy of radiation efficiency measurements in a reverberation chamber. In: *Antenn 03. Nordic Antenna Symposium. Conference Proceedings*. Arboga, Sweden, Mai 2003, S. 297–302

Chang 1989 CHANG, K. (Hrsg.): *Handbook of Microwave and Optical Components*. Bd. 1: *Microwave Passive and Antenna Conponents*. Wiley, 1989. – ISBN 0-471-61366-5

Cheng 1989 CHENG, K.: *Field ans Wave Electromagnetics*. 2. Addison-Wesley, 1989. – ISBN 0-201-52820-7

Chung et al. 2001 CHUNG, S.-Y.; RHEE, J.-G.; RHEE, H.-J.; LEE, K.-S.: Field uniformity characteristics of an asymmetric structure reverberation chamber by FDTD method. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2001, S. 429–434

Coates et al. 2002 COATES, A. R.; DUFFY, A. P.; HODGE, K. G.; WILLIS, A. J.: Investigating electromagnetic exposure of communication cables in reverberant chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2002, S. 233–237

Corona 1980 CORONA, P.: Electromagnetic reverberating enclosures: behaviour and applications. In: *Alta Frequenza* 49 (1980), Nr. 2, S. 154–158. – ISSN 0002-6557

Corona et al. 1998 CORONA, P.; FERRARA, G.; MIGLIACCIO, M.: A spectral approach for the determination of the reverberating chamber quality factor. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 40 (1998), Nr. 2, S. 145–153. – ISSN 0018-9375

Corona et al. 1980 Corona, P.; Latmiral, G.; Paolini, E.: Performance and Analysis of a Reverberating Enclosure with Variable Geometry. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* EMC-22 (1980), Nr. 1, S. 2–5

Crawford und Koepke 1986a Crawford, M.; Koepke, G.: Design, evaluation, and use of a reverberation chamber for performing electromagnetic susceptibility-/vulnerability measurements. / National Bureau of Standards NBS. Boulder, CO, April 1986 (TN 1092). – NBS Technical Note

Crawford und Ladbury 1988 Crawford, M. L.; Ladbury, J. M.: Mode-stirred chamber for measuring shielding effectiveness of cables and connectors: an assessment of MIL-STD-1344A method 3008. In: *Electromagnetic Compatibility, 1988. Symposium Record. IEEE 1988 International Symposium on*, 1988, S. 30–36

Dion et al. 1995 Dion, M.; C., G.; S., K.: Hardening against a combined electromagnetic thread. In: *AGARD - Symposium of a High Power Microwaves, 5/1994* Bd. 564. Ottawa, CA, März 1995, S. 20.1–20.7. – ISBN 92836-0012-6

Dunn 1990 Dunn, J. M.: Local, high-frequency analysis of the fields in a mode-stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 32 (1990), Nr. 1, S. 53–58. – ISSN 0018-9375

Eckhardt et al. 1999 Eckhardt, B.; Dörr, U.; Kuhl, U.; Stöckmann, H.-J.: Correlations of electromagnetic fields in chaotic cavities. In: *Europhys. Lett.* 46 (1999), Nr. 2, S. 134–140

Either und Boillot 1992 Either, B.; Boillot, L.: Very Low Frequency To 40 GHz Screening Measurements On Cables And Connectors; Line Injection Method And Mode Stirred Chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1992. Symposium Record. IEEE 1992 International Symposium on*, 1992, S. 302–307

Eulig et al. 2003 Eulig, N.; Enders, A.; Krauthäuser, H.; Nitsch, J.: Achievable field strength in reverberation chambers. In: *Advances in Radio Science* 1 (2003), Mai, S. 53–56. – ISSN 1684-9965

Fisher 1954 Fisher, R.: *Statistical methods for research workers*. 12. Edinburgh: Oliver and Boyd, 1954

Fisz 1976 Fisz, M.: *Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik*. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1976

Freyer und Bäckström 2000a Freyer, G. J.; Bäckström, M. G.: Comparison of anechoic and reverberation chamber coupling data as a function of directivity pattern. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2000, S. 615–620

Freyer und Bäckström 2001 Freyer, G. J.; Bäckström, M. G.: Comparison of anechoic and reverberation chamber coupling data as a function of directivity pattern. II. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2001, S. 286–291

Galdi et al. 1999 Galdi, V.; Petracca, S.; Pinto, I. M.: Hybrid computation of normal mode tune shifts in rounded-rectangular pipes. In: *Particle Accelerator Conference, 1999. Proceedings of the 1999* Bd. 4, 1999, S. 2882–2884

Geun 2003 Geun, R. J.: Field uniformity characteristics of an asymmetric structure reverberation chamber by FDTD method. In: *Environmental Electromagnetics, 2003. CEEM 2003. Proceedings. Asia-Pacific Conference on*, 2003, S. 426–429

Ghose 1963 Ghose, R. N.: *Microwave Circuit Theory and Analysis*. McGraw-Hill, 1963 (Electrical and Electronical Engineering Series)

Gronwald 2003 Gronwald, F.: The influence of electromagnetic singularities on an active dipole antenna within a cavity. In: *Advances in Radio Science* 1 (2003), S. 57–61

Gronwald 2006 Gronwald, F.: *Antenna Theory in Resonating Systems derived from Fundamental Electromagnetism*. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2006. – Habilitation

Gronwald et al. 2003 Gronwald, F.; Krauthäuser, H. G.; Nitsch, J.; Tkachenko, S.: Aspects of Electromagnetic Coupling to Linear and Nonlinear Elements within a Rectangular Cavity. In: *Proccedings of the 5th International Congress on Industrial and Apllied Mathematics*. Sydney, Australia, Juli 2003, S. 336

Hallbjörner 2001 Hallbjörner, P.: Reflective antenna efficiency measurements in reverberation chambers. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 30 (2001), Nr. 5, S. 332–335

Hansen 1988 Hansen, J. (Hrsg.): *Spherical Near-Field Antenna Measurements*. London, UK: Peter Peregrinus Ltd., 1988 (IEE Elektromagnetic Wave Series 26). – ISBN 0-86341-110-X

Harima 1998 Harima, K.: FDTD analysis of electromagnetic fields in a reverberation chamber. In: *IEICE Transactions on Communications* E81-B (1998), Nr. 10, S. 1946–1950

Harima und Yamanaka 1999 Harima, K.; Yamanaka, Y.: FDTD analysis on the effect of stirrers in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 International Symposium on*, 1999, S. 260–263

Harrington 2001 Harrington, R. F.: *Time-Harminic Electromagnetic Fiels*. IEEE, 2001 (The IEEE Press Series on Electromagnetic Wave Theory). – reprint of the original book from 1961

Hegge et al. 2004 Hegge, N.; Orlenius, C.; Kildal, P. S.: Development of reverberation chamber for accurate measurements of mobile phones and mobile phone antennas. In: *Antenna Measurements and SAR, 2004. AMS 2004. IEE*, 2004, S. 55–58. – ISSN 0537-9989

Herzig 2007 Herzig, M.: Einkopplung elektromagnetischer Felder in Mikrostreifenleitungen in der Modenverwirbelungskammer und der GTEM-Zelle / Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, IGET. 2007. – Studienarbeit. in Bearbeitung

Heynick et al. 1976 Heynick, L.; Polson, P.; Karp, A.: A microwave exposure system for primates. In: *Radio Science* 12 (1976), Nr. 6, S. 103–110. – Conference: Proceedings of the 1976 Annual Meeting of USNC/URSI. Amherst, MA, USA, 11-15 Oct 1976

Hill 1995 Hill, D. A.: Spatial correlation function for fields in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 37 (1995), Nr. 1, S. 138. – ISSN 0018-9375

Hill 1996 Hill, D. A.: A reflection coefficient derivation for the Q of a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 38 (1996), Nr. 4, S. 591–592. – ISSN 0018-9375

Hill 1998a Hill, D. A.: Electromagnetic Theory of Reverberation Chambers / National Institute of Standards and Technology, NIST. Boulder, CO., Dezember 1998 (TN 1506). – NIST Technical Note

Hill 1998b Hill, D. A.: Plane wave integral representation for fields in reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 40 (1998), Nr. 3, S. 209–217. – ISSN 0018-9375

Hill 1999 Hill, D. A.: Linear dipole response in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 41 (1999), Nr. 4, S. 365–368. – ISSN 0018-9375

Hill 2003 Hill, D. A.: Reciprocity in reverberation chamber measurements. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 1, S. 117–119. – ISSN 0018-9375

Hill 2005 Hill, D. A.: Boundary fields in reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 47 (2005), Nr. 2, S. 281–290. – ISSN 0018-9375

Hill et al. 1996 Hill, D. A.; Camell, D. G.; Cavcey, K. H.; Koepke, G. H.: Radiated emissions and immunity of microstrip transmission lines: theory and reverberation chamber measurements. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 38 (1996), Nr. 2, S. 165–172. – ISSN 0018-9375

Hill et al. 1993 Hill, D. A.; Crawford, M. L.; Kanda, M.; Wu, D. I.: Aperture coupling to a coaxial air line: theory and experiment. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 35 (1993), Nr. 1, S. 69–74. – ISSN 0018-9375

Hill und Ladbury 2002 HILL, D. A.; LADBURY, J. M.: Spatial-correlation functions of fields and energy density in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 44 (2002), Nr. 1, S. 95–101. – ISSN 0018-9375

Hill et al. 1994 HILL, D. A.; MA, M. T.; ONDREJKA, A. R.; RIDDLE, B. F.; CRAWFORD, M. L.; JOHNK, R. T.: Aperture excitation of electrically large, lossy cavities. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 36 (1994), Nr. 3, S. 169–178. – ISSN 0018-9375

Holland und St. John 1999 HOLLAND, R.; ST. JOHN, R.: *Statistical Electromagnetics*. Taylor & Francis, 1999. – ISBN 1-56032-856-8

Holland und St. John 1998 HOLLAND, R.; ST. JOHN, R. H.: Statistical response of EM-driven cables inside an overmoded enclosure. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 40 (1998), Nr. 4 pt 1, S. 311–324

Holloway et al. 2006b HOLLOWAY, C. L.; HILL, D. A.; LADBURY, J. M.; WILSON, P. F.; KOEPKE, G.; CODER, J.: On the Use of Reverberation Chambers to Simulate a Rician Radio Environment for the Testing of Wireless Devices. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 54 (2006), S. 3167–3177. – ISSN 0018-926X

Holloway et al. 2003c HOLLOWAY, C. L.; WILSON, P. F.; KOEPKE, G.; CANDIDI, M.: Total radiated power limits for emission measurements in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2003, S. 838–843

Huang und Edwards 1992a HUANG, Y.; EDWARDS, D. J.: An investigation of electromagnetic field inside a moving wall mode-stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1992. Eighth International Conference on*, 1992, S. 115–119

Huang und Edwards 1992b HUANG, Y.; EDWARDS, D. J.: A novel reverberating chamber: the source-stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1992. Eighth International Conference on*, 1992, S. 120–124

Höijer 2006a HÖIJER, M.: Maximum power available to stress onto the critical component in the equipment under test when performing a radiated susceptibility test in the reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 372–384. – ISSN 0018-9375

Höijer 2006b HÖIJER, M.: Radiated Susceptibility Test in Reverberation Chamber / FOI–Swedish Defence Research Agency. Linköping, Sweden, Juni 2006 (FOI-R–2007–SE). – Scientific Report. – ISSN 1650-1942

Höijer et al. 2000 HÖIJER, M.; ANDERSSON, A. M.; LUNDÉN, O.; BÄCKSTRÖM, M.: Numerical simulations as a tool for optimizing the geometrical design of reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2000, S. 1–6

Höijer und Bäckström 2003 Höijer, M.; Bäckström, M.: How we confused the comparison between high level radiated susceptibility measurements in the reverberation chamber and at the open area test site. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003. EMC '03. 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2003, S. 1043–1046

IEC61000-4-21 2003 : *IEC 61000-4-21 (Joint Task Force IEC SC77B-CISPR/A): Electromagnetic Compatibility (EMC)—Part 4.21: Testing and Measurement Techniques — Reverberation chamber test methods*. August 2003

IEC61000-4-3 2006 : *IEC 61000-4-3 (IEC SC77B): Electromagnetic Compatibility (EMC)—Part 4.3: Testing and measurement techniques — Radiated, radio-frequency, electromagnetic field immunity test*. Februar 2006

Ilyinski et al. 1993 Ilyinski, A.; Slepyan, G. Y.; Slepyan, A. V.: *IEE Electromagnetic Waves Seies*. Bd. 36: *Propagation, Scattering and Dissipation of Electromagnetic Waves*. IEE, 1993

Jansson und Bäckström 1999 Jansson, L.; Bäckström, M.: Directivity of equipment and its effect on testing in mode-stirred and anechoic chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1999, S. 17–22

Jostingmeier et al. 1994 Jostingmeier, A.; Rieckmann, C.; Omar, A. S.: Computation of the irrotational magnetic eigenfunctions belonging to complex cavities. In: *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on* 42 (1994), S. 2285–2293. – ISSN 0018-9480

Karlsson et al. 2004 Karlsson, K.; Carlsson, J.; Carlberg, U.; Kildal, P. S.: A method of moments solution of a 2D reverberation chamber using G1DMULT and asymptotic extraction. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2004. IEEE* Bd. 2, 2004, S. 1323–1326

Kay 2006 Kay, P.: Field distribution and over-moding in a TEM cell. In: *17th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2006* Bd. 2006, 2006, S. 457–460

Kildal 2001 Kildal, P.-S.: Measurements of mobile phone antennas in small reverberation chambers. In: *Conference Proceedings. ICECom 2001. 16th International Conference on Applied Electromagnetics and Communications*. Dubrovnik, Croatia, Oktober 2001, S. 17–22. – ISBN 953-6037-36-X

Kildal und Carlsson 2002b Kildal, P. S.; Carlsson, C.: Detection of a polarization imbalance in reverberation chambers and how to remove it by polarization stirring when measuring antenna efficiencies. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 34 (2002), Nr. 2, S. 145–149

Kildal und Carlsson 2002c Kildal, P. S.; Carlsson, C.: Study of polarization stirring in reverberation chambers used for measuring antenna efficiencies. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE* Bd. 2, 2002, S. 486–489

Kildal und Rosengren 2004b Kildal, P. S.; Rosengren, K.: Electromagnetic characterization of MIMO antennas including coupling using classical embedded element pattern and radiation efficiency. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2004. IEEE* Bd. 2, 2004, S. 1259–1262

Kildal et al. 2002b Kildal, P. S.; Rosengren, K.; Byun, J.; Lee, J.: Definition of effective diversity gain and how to measure it in a reverberation chamber. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 34 (2002), Nr. 1, S. 56–59

Koepke et al. 2000 Koepke, G.; Hill, D.; Ladbury, J.: Directivity of the test device in EMC measurements. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2000, S. 535–539

Kostas und Boverie 1991 Kostas, J. G.; Boverie, B.: Statistical model for a mode-stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 33 (1991), Nr. 4, S. 366–370. – ISSN 0018-9375

Kouveliotis et al. 2002a Kouveliotis, N. K.; Trakadas, P. T.; Capsalis, C. N.: Examination of field uniformity in vibrating intrinsic reverberation chamber using the FDTD method. In: *Electronics Letters* 38 (2002), Nr. 3, S. 109–110. – ISSN 0013-5194

Kouveliotis et al. 2002b Kouveliotis, N. K.; Trakadas, P. T.; Capsalis, C. N.: FDTD calculation of quality factor of vibrating intrinsic reverberation chamber. In: *Electronics Letters* 38 (2002), Nr. 16, S. 861–862. – ISSN 0013-5194

Kouveliotis et al. 2003a Kouveliotis, N. K.; Trakadas, P. T.; Capsalis, C. N.: FDTD modeling of a vibrating intrinsic reverberation chamber. In: *Journal of Electromagnetic Waves and Applications* 17 (2003), Nr. 6, S. 849–850. – ISSN 0920-5071

Krauthäuser und Dunker 2006 Krauthäuser, H. G.; Dunker, L.: Emissionsmessungen im Frequenzbereich oberhalb von 1 GHz. In: Gonschorek, K.-H. (Hrsg.): *Elektromagnetische Verträglichkeit, EMV 2006, Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit*. Düsseldorf, Germany: VDE-Verlag, März 2006, S. 317–324. – ISBN 978-3-8007-2933-3

Krauthäuser und Nitsch 2002a Krauthäuser, H. G.; Nitsch, J.: MoM-Simulation und Messung statistischer Feldparameter in Modenverwirbelungskammern. In: *Elektromagnetische Verträglichkeit EMV 2002*. Düsseldorf: VDE Verlag, April 2002 (10. Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit), S. 363–374. – ISBN 3-8007-2684-X

Krauthäuser und Nitsch 2002c Krauthäuser, H. G.; Nitsch, J.: Transient Fields in Mode-Stirred Chambers. In: *XXVIIth General Assembly of the International Union of Radio Science, URSI 2002*, 2002

Krauthäuser und Nitsch 2003 Krauthäuser, H. G.; Nitsch, J.: Effects of the Variation of the Excitation and Boundary Conditions of Mode-Stirred Chambers and Consequences for Calibration and Measurements. In: *Electromagnetic Compatibility 2003, 15th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*. Zurich: Communication Technology Laboratory and Laboratory for Electromagnetic Fields and Mocrowave Electronics of the Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Februar 2003, S. 615–620

Krauthäuser et al. 2001 Krauthäuser, H. G.; Tkachenko, S.; Nitsch, J.: Strong Linear and Non-Linear Coupling to System-Cavity Modes from Repetitive Hight Frequency Illumination. In: *Proceedings of the International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA 01)*, 2001

Krauthäuser et al. 2002c Krauthäuser, H. G.; Tkachenko, S.; Nitsch, J.: The Action of Non-Linear Effects in a Resonator. In: *XXVIIth General Assembly of the International Union of Radio Science, URSI 2002*, 2002

Krauthäuser et al. 2002d Krauthäuser, H. G.; Tkachenko, S.; Nitsch, J.: Starke Anhebung niederfrequenter Spektralanteile durch HF-Anregung von Hohlraumresonatoren. In: *Elektromagnetische Verträglichkeit EMV 2002*. Düsseldorf: VDE Verlag, April 2002 (10. Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit), S. 641–648. – ISBN 3-8007-2684-X

Krauthäuser et al. 2004a Krauthäuser, H. G.; Winzerling, T.; Nitsch, J.; Eulig, N.; Enders, A.: Anzahl der statistisch unabhängigen Randbedingungen in Modenverwirbelungskammern. In: Feser, K. (Hrsg.): *Elektromagnetische Verträglichkeit, EMV 2004, 12. Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit*. Düsseldorf, Germany: VDE-Verlag, Februar 2004, S. 87–94. – ISBN 3-8007-2810-9

Krauthäuser et al. 2004b Krauthäuser, H. G.; Winzerling, T.; Nitsch, J.; Eulig, N.; Enders, A.: Determination of the Number of Statistically Independent Boundary Conditions of Mode-Stirred Chambers. In: *EUROEM 2004, Book of Abstracts*. Magdeburg, Juli 2004. – ISBN 3-929757-73-7

Krauthäuser et al. 2005b Krauthäuser, H. G.; Winzerling, T.; Nitsch, J.; Eulig, N.; Enders, A.: Statistical Interpretation of Autocorrelation Coefficients for Fields in Mode-Stirred Chambers. In: *2005 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 2. Chicago, USA, August 2005, S. 550–555. – ISBN 0-7803-9380-5

Krauthäuser 2007 Krauthäuser, H.: On the Measurement of Total Radiated Power in Uncalibrated Reverberation Chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 49 (2007), Mai, Nr. 2, S. 270–279

Kravchenko et al. 1987 Kravchenko, V.; Bolotov, E.; Letunova, N.: Communication facilities and powerful electromagnetic interferences. In: *Moscow: Radio i Svias* (1987)

Kummer 1989 Kummer, M. (Hrsg.): *Grundlagen der Mikrowellentechnik*. 2. Berlin: Verlag Technik, 1989. – ISBN 3-341-00687-7

Kürner 2003 Kürner, W.: *Messung gestrahlter Emissionen und Gehäuseschirmdämpfungen in Modenverwirblungskammern*. Berlin: Tenea Verlag, 2003. – Dissertation, TU Karlsruhe. – ISBN 3-936582-57-2

Ladbury et al. 1999 Ladbury, J.; Koepke, G.; Camell, D.: Evaluation of the NASA Langley Research Center Mode-Stirred Chamber Facility / NIST. Boulder, CO, Januar 1999 (TN 1508). – NIST Technical Note

Ladbury 1999 Ladbury, J. M.: Monte Carlo simulation of reverberation chambers. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1999. Proceedings. 18th* Bd. 2, 1999, S. 10.C.1–1–10.C.1–8

Ladbury und Koepke 1999 Ladbury, J. M.; Koepke, G. H.: Reverberation chamber relationships: corrections and improvements or three wrongs can (almost) make a right. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1999, S. 1–6

Laermans et al. 2004b Laermans, E.; Knockaert, L.; De Zutter, D.: Two-dimensional method of moments modelling of lossless overmoded transverse magnetic cavities. In: *J. Computational Phys.* 198 (2004), S. 326–348

Lail und Castillo 2002 Lail, B. A.; Castillo, S. P.: A hybrid MoM/FEM model of coupling to thin-wire structures in complex cavities. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE* Bd. 3, 2002, S. 290–293

Lamb Jr. 1946 Lamb Jr., W. E.: Theory of a Microwave Spectroscope. In: *Physical Review* 70 (1946), September, Nr. 5/6, S. 308–317

Lehman 1993 Lehman, T. H.: A Statistical Theory of Electromagnetic Fields in Complex Cavities. In: Baum, C. (Hrsg.): *Interaction Notes*. URL http://www-e.uni-magdeburg.de/notes, Mai 1993 (TN 494), S. 1–80

Leuchtmann et al. 2003a Leuchtmann, P.; Bruns, C.; Vahldieck, R.: Broadband method of moment simulation and measurement of a medium-sized reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2003, S. 844–849

Liu et al. 1983 Liu, B.-H.; Chang, D.; Ma, M.: Eigenmodes and the composite quality factor of a reverberating chamber. / National Bureau of Standards, NBS. August 1983 (TN 1066). – NBS Technical Note. – 1–46 S

Lundén und Bäckström 2000 Lundén, O.; Bäckström, M.: Stirrer efficiency in FOA reverberation chambers. Evaluation of correlation coefficients and chi-squared tests. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2000, S. 11–16

Martin et al. 2003 Martin, T.; Bäckström, M.; Lorén, J.: Semi-empirical modeling of apertures for shielding effectiveness simulations. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 2, S. 229–237. – ISSN 0018-9375

McDonald und Kaufman 1988 McDonald, S. W.; Kaufman, A. N.: Wave chaos in the stadium: Statistical properties of short-wave solutions of the Helmholtz equation. In: *Phys. Rev. A* 37 (1988), April, Nr. 8, S. 3067–3086

Mendes 1968 Mendes, H. A.: A new Approach to Electromagnetic Field-Strength Measurements in Shielded Enclosures. In: *Wescon Technical Papers: A compilation of technical Papers presented at Western Electronic Show and Convention*. Los Angeles, CA, August 1968, S. 19/2–1–19/2–16

Mitra und Trost 1997 Mitra, A. K.; Trost, T. F.: Statistical simulations and measurements inside a microwave reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1997. IEEE 1997 International Symposium on*, 1997, S. 48–53

Moglie 2004 Moglie, F.: Convergence of the reverberation chambers to the equilibrium analyzed with the finite-difference time-domain algorithm. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 46 (2004), Nr. 3, S. 469–476

Moglie und Pastore 2006 Moglie, F.; Pastore, A. P.: FDTD analysis of plane wave superposition to simulate susceptibility tests in reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 195–202. – ISSN 0018-9375

Mood et al. 1974 Mood, A. M.; Graybill, F. A.; Boes, D. C.: *Introduction to the Theory of Statistics*. 3. McGraw-Hill, 1974 (McGraw-Hill Series in Probability and Statistics). – ISBN 0-07-042864-6

Nguyen et al. 2000a Nguyen, D. T.; Bunting, C. F.; Moeller, K. J.; Runesha, H.; Qin, J.: Subspace and Lanczos sparse eigen-solvers for finite element structural and electromagnetic applications. In: *Adv. In Engineering Software* 31 (2000), S. 599–606

Ochs 1999 Ochs, W.: High- to low frequency conversion in nonlinear circuits: closed results in frequency and time domain. In: *Int. Symposium on Electromagnetic Compatibility*. Magdeburg, Oktober 1999

Olof und Bäckström 2002 Olof, L.; Bäckström, M.: Design of experiment. How to improve reverberation chamber mode-stirrer efficiency / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOI, Sweden, 2002 (FOI-R–0468–SE). – Report

Orjubin et al. 2006a Orjubin, G.; Petit, F.; Richalot, E.; Mengue, S.; Picon, O.: Cavity losses modeling using lossless FDTD method. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 429–431. – ISSN 0018-9375

Otterskog 2005 Otterskog, M.: Modelling of propagation environments inside a Scattered Field Chamber. In: *Vehicular Technology Conference, 2005. VTC 2005-Spring. 2005 IEEE 61st* Bd. 1, 2005, S. 102–105. – ISSN 1550-2252

Otterskog und Madsén 2004 Otterskog, M.; Madsén, K.: On creating a nonisotropic propagation environment inside a scattered field chamber. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 43 (2004), Nr. 3, S. 192–195

Papoulis 1991 Papoulis, A.: *Probability, random variables, and stochastic processes*. 3. McGraw-Hill, 1991 (McGraw-Hill Series in Electrical Engineering: Communication and Signal Processing). – ISBN 0070484775

Pasquino 2003 Pasquino, N.: Simulation of the behavior of a new model of reverberating chamber for the evaluation of electromagnetic compatibility in the time domain. In: Di Martino, B. (Hrsg.); Yang, L. (Hrsg.); Bobeanu, C. (Hrsg.): *The European Simulation and Modelling Conference 2003*. Naples, Italy, Oktober 2003, S. 69–74. – ISBN 90-77381-04-X

Pasquino 2004 Pasquino, N.: Chaotic model of a new reverberating enclosure for EMC compliance testing in the time domain. In: *Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2004. IMTC 04. Proceedings of the 21st IEEE* Bd. 1, 2004, S. 746–751. – ISSN 1091-5281

Rhee und Rhee 2006 Rhee, E.; Rhee, J. G.: Comparison of field uniformity characteristics in a triangular reverberation chamber with QRS diffusers. In: *17th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2006* Bd. 2006, 2006, S. 489–492

Sabine 1915 Sabine, W.: *Collectred Papers on Acoustics*. Kap. The Insulation of Sound, S. 237–254, Dover Publications, 1915. – Book from 1964

Smythe 1989 Smythe, R.: *Static and Dynamic Electricity*. Third Edition, Revised Printing. SUMMA, 1989. – ISBN 0-89116-917-2

Stange 1971 Stange, K.: *Angewandte Statistik*. Bd. Zweiter Teil: Mehrdimensionale Probleme. Berlin: Springer-Verlag, 1971. – ISBN 3-540-05297-6

Steinmetz 2001 Steinmetz, T.: Analoge Glasfaser-Übertragungsstrecke für Hochfrequenz-Messsignale in der EMV. In: *EMV-ESD Elektromagnetische Verträglichkeit* 12 (2001), Nr. 1, S. 36–39

Stratton 1941 Stratton, J. A.: *Electromagnetic Theory*. New York, London: McGraw-Hill, 1941 (International Series in Pure and Applied Physics)

Taylor und Giri 1994 Taylor, C.; Giri, D.: *High-power microwave systems and effects*. Taylor & Francis, 1994

Tesche et al. 1997 Tesche, F.; Ianoz, M.; Karlsson, T.: *EMC analysis and computation models*. Wiley, 1997

Tkachenko et al. 1999 Tkachenko, S.; Vodopianov, G.; Martinov, L.: Electromagnetic field coupling to an electrically small antenna in a rectangular cavity. In: *13th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, Februar 1999, S. 16–18

Weinzierl et al. 2006 Weinzierl, D.; Kost, A.; Raizer, A.: Improvement of field distribution in a reverberation chamber by phase shift of exciting wires, calculated by TLM. In: *17th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2006* Bd. 2006, 2006, S. 180–183

Weinzierl et al. 2003 Weinzierl, D.; Raizer, A.; Kost, A.; De Salvador Ferreira, G.: Simulation of a mode stirred chamber excited by wires using the TLM method. In: *COMPEL - The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering* 22 (2003), Nr. 3, S. 770–778

Wilson et al. 2004 Wilson, P.; Holloway, C. L.; Koepke, G.: A review of dipole models for correlating emission measurements made at various EMC test facilities. In: *Electromagnetic Compatibility, 2004. EMC 2004. 2004 InternationalSymposium on* Bd. 3, 2004, S. 898–901

Wilson et al. 2001 Wilson, P.; Koepke, G.; Ladbury, J.; Holloway, C. L.: Emission and immunity standards: replacing field-at-a-distance measurements with total-radiated-power measurements. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2001, S. 964–969

Wilson et al. 2002b Wilson, P. F.; Hill, D. A.; Holloway, C. L.: On determining the maximum emissions from electrically large sources. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 44 (2002), Nr. 1, S. 79–86

Wilson und Ma 1986 Wilson, P. F.; Ma, M. T.: Shielding Effectiveness Measurements using an Apertured TEM Cell in a Reverberation Chamber. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 1986, S. 265–269

Wilson und Ma 1987 Wilson, P. F.; Ma, M. T.: Techniques for measuring the shielding effectiveness of materials. In: *Electromagnetic Compatibility 1987. 7th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*. Zurich, Switzerland, März 1987, S. 547–552

Wolf 1976 Wolf, E.: New theory of radiative energy transfer in free electromagnetic fields. In: *Phys. Rev. D* 13 (1976), Februar, Nr. 4, S. 869–886

Wu und Chang 1987 Wu, D.; Chang, D.: An investigation of a ray-mode representation of the Green's function in a rectangular cavity / National Bureau of Standards, NBS. 1987 (TN1312). – NBS Technical Note

Yaghjian 1980 Yaghjian, A. D.: ELECTRIC DYADIC GREEN'S FUNCTIONS IN THE SOURCE REGION. In: *Proceedings of the IEEE* 68 (1980), S. 248–263

Yang et al. 2002a Yang, J.; Carlsson, J.; Kildal, P. S.; Carlsson, C.: Calculation of self-impedance and radiation efficiency of a dipole near a lossy cylinder with arbitrary cross section by using the moment method and a spectrum of two-dimensional solutions. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 32 (2002), Nr. 2, S. 108–112

Zacharias et al. 1993 Zacharias, R. A.; Avalle, C. A.; Kunz, K. S.; Molau, N. E.; Pennock, S. T.; Poggio, A. J.; Sharpe, R. M.: A methodology for assessing high intensity RF effects in aircraft. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1993. 12th DASC., AIAA/IEEE*, 1993, S. 451–456

Zhang und Li 2002a Zhang, D.; Li, E.: Characterization of a reverberation chamber by 3D finite element method. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 3rd International Symposium on*, 2002, S. 394–396

Weiterführende Literatur

Anon 1994 Anon, W.: Sealing the gaps in EMI gasket testing. In: *EE: Evaluation Engineering* 33 (1994), Nr. 4, S. 74–78

Anon 1996 Anon, W.: NIST provides calibration measurements of new NASA reverberation chamber test laboratory. In: *J. Research National Institute Standards Technology* 101 (1996), S. 822–823

Arnaut et al. 2007 Arnaut, L.; Krauthäuser, H.; Höijer, M.: Comparison of Different Definitions of Field Strength Used in Reverberation Chamber Standards. In: *Proceedings of the IEEE International Symposium on EMC*. Honolulu, Hawaii, USA, 2007. – accepted for publication

Arnaut und West 1999 Arnaut, L.; West, P.: Electric field probe measurements in the NPL untuned stadium reverberation chamber / National Physical Laboratory, NPL. Teddington, Middlesex, UK, September 1999 (CETM 13). – NPL Report. – ISSN 1467-3932

Arnaut 1999 Arnaut, L. R.: Ensemble decimation factors for reverberation chamber stirrer data / National Physical Laboratory, NPL. Teddington, Middlesex, UK, August 1999 (CETM 12). – NPL Report. – ISSN 1467-3932

Arnaut 2000 Arnaut, L. R.: Uncertainty reduction and decorrelation of mode-stirred reverberation chamber data using transformation and expansion techniques / National Physical Laboratory, NPL. Teddington, Middlesex, UK, Juni 2000 (CETM 21). – NPL Report. – ISSN 1467-3932

Arnaut 2001a Arnaut, L. R.: Effect of local stir and spatial averaging on measurement and testing in mode-tuned and mode-stirred reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 43 (2001), Nr. 3, S. 305–325. – ISSN 0018-9375

Arnaut 2001b Arnaut, L. R.: Operation of electromagnetic reverberation chambers with wave diffractors at relatively low frequencies. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 43 (2001), Nr. 4, S. 637–653. – ISSN 0018-9375

Arnaut 2002 Arnaut, L. R.: Compound exponential distributions for undermoded reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 44 (2002), Nr. 3, S. 442–457. – ISSN 0018-9375

Arnaut 2003a Arnaut, L. R.: Adaptive control and optimization of electromagnetic radiation, attenuation, and scattering using self-adaptive material systems. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 51 (2003), Nr. 7, S. 1530–1548. – ISSN 0018-926X

Arnaut 2003b Arnaut, L. R.: Comments on "Investigation of the field uniformity of a mode-stirred chamber using diffusors based on acoustic theory". In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 1, S. 146–147. – ISSN 0018-9375

Arnaut 2003c Arnaut, L. R.: Corrections to "compound exponential distributions for undermoded reverberation chambers". In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 3, S. 568–569. – ISSN 0018-9375

Arnaut 2003d Arnaut, L. R.: Limit distributions for imperfect electromagnetic reverberation. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 2, S. 357–377. – ISSN 0018-9375

Arnaut 2004a Arnaut, L. R.: Compromizing and optimizing the design of special-purpose reverberation chambers for HIRF testing. In: *Electromagnetic Compatibility, 2004. EMC 2004. 2004 InternationalSymposium on* Bd. 1, 2004, S. 237–240. – ISSN 10774076 (ISSN)

Arnaut 2004b Arnaut, L. R.: Statistical modelling of power dissipation in electronic circuits immersed in a random field. In: *URSI 2004 International Symposium on Electromagnetic Theory* Bd. 1. Pisa, Italy, Mai 2004, S. 296–298. – ISBN 88-8492-252-6

Arnaut 2005b Arnaut, L. R.: Statistical distributions of dissipated power in electronic circuits immersed in a random electromagnetic field. In: *Radio Science* 40 (2005), September, S. RS6S06

Arnaut und Rochard 2002 Arnaut, L. R.; Rochard, O. C.: Distributions of field magnitude and energy density in undermoded mode-tuned reverberation chambers. In: *5th European Symposium on EMC*. Sorrento, Italy, September 2002, S. 666–669

Arnaut und West 2000 Arnaut, L. R.; West, P. D.: Effect of antenna aperture, EUT and stirrer step size on measurements in mode-stirred reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2000, S. 29–31

Azoulay et al. 2004 Azoulay, A.; Letertre, T.; Monebhurrun, V.; Bolomey, J. C.; Despres, B.: Characterization of spurious emissions of wireless devices in a reverberation chamber. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1, 2004, S. 128–132

Bai et al. 1999a Bai, L.; Wang, L.; Wang, B.; Song, J.: Effects of paddle configurations on the uniformity of the reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1999, S. 12–16

Bai et al. 1999b Bai, L.; Wang, L.; Wang, B.; Song, J.: Reverberation chamber modeling using FDTD. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1999, S. 7–11

Baltes und Hilf 1972 Baltes, H. P.; Hilf, E. R.: Progress in Weyl's Problem Achieved by Computational Methods. In: *Computer Physics Communications* 4 (1972), S. 208–213

Baoli et al. 2002 Baoli, S.; Wu, R.; Benqing, G.; Shiming, Y.: The analysis of several diffusers in a reverberation chamber by FDTD method. In: *Microwave and Millimeter Wave Technology, 2002. Proceedings. ICMMT 2002. 2002 3rd International Conference on*, 2002, S. 911–914

Baranowski et al. 2002 Baranowski, S.; Demoulin, B.; Kone, L.: Use of ray tracing to calculate the field in oversized cavities: comparison between line source and dipole excitations. In: Lewandowski, G. (Hrsg.); Moron, W. (Hrsg.); Sega, W. (Hrsg.): *Sixteenth International Wroclaw Symposium and Exhibition Electromagnetic Compatibility 2002* Bd. 1. Wroclaw, Poland, Juni 2002, S. 115–118. – ISBN 83-916146-0-3

Baum 1991 Baum, C.: The Microwave-Oven Theorem All Power to the Chicken. In: Baum, C. (Hrsg.): *Microwave Memos*. URL `http://www-e.uni-magdeburg.de/notes`, 1991 (MM 3), S. 1–6

Belcastro 1997 Belcastro, C. M.: Closed-loop HIRF experiments performed on a fault tolerant flight control computer. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1997. 16th DASC., AIAA/IEEE* Bd. 1, 1997, S. 4.1–40–54

Bellan und Pignari 2001 Bellan, D.; Pignari, S.: Susceptibility analysis of wiring harness in a reverberation chamber environment. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2001, S. 746–750

Besnier 2005 Besnier, P.: Controling measurement reproducibility and uncertainty in reverberation chambers. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 2, 2005, S. 562–565

Bethe 1944 Bethe, H. A.: Theory of Diffraction by Small Holes. In: *Pysical Review* 66 (1944), Oktober, Nr. 7/8, S. 163–182

Birtcher et al. 2003 Birtcher, C. R.; Panaretos, A. H.; Balanis, C. A.: Scaled measurements of mode-stirred HIRF penetration into an aircraft fuselage. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2003. IEEE* Bd. 4, 2003, S. 755–758

Bonnet et al. 2005 Bonnet, P.; Vernet, R.; Girard, S.; Paladian, F.: FDTD modelling of reverberation chamber. In: *Electronics Letters* 41 (2005), Nr. 20, S. 1101–1102. – ISSN 0013-5194

Borgstrom 1999 Borgstrom, E. J.: Radio frequency susceptibility testing for RTCA/DO-160D, after change notice one. In: *AIAA/IEEE Digital Avionics Systems Conference - Proceedings* Bd. 1, 1999

Borgstrom 2002 Borgstrom, E. J.: A comparison of methods and results using the semi-anechoic and reverberation chamber radiated RF susceptibility test procedures in RTCA/DO-160D, Change One. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2002, S. 184–188

Borgstrom 2004 Borgstrom, E. J.: A comparison of methods and results using the Semi-Anechoic and Reverberation Chamber radiated RF Susceptibility test procedures in RTCA/DO-160D, change one. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1, 2004, S. 245–250

Bradshaw et al. 1997 Bradshaw, S.; Delport, S.; Wyk, E. van: Qualitative measurement of heating uniformity in a multimode microwave cavity. In: *Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy* 32 (1997), Nr. 2, S. 87–95. – ISSN 0832-7823

Braun et al. 2000 Braun, C.; Guidi, P.; Schmidt, H.; Taenzer, A.; Krauthäuser, H.; Nitsch, J.: Messung von Ausfall-Schwellwerten an modernen Hochgeschwindigkeits-Prozessor-Platinen mit gepulsten Hochleistungs-Mikrowellen und in Moden-Verwirbelungs-Kammern. In: *Elektromagnetische Verträglichkeit EMV 2000*. Düsseldorf, Germany, 2000, S. 573–580

Brezinski und Kempf 2000 Brezinski, K. A.; Kempf, D. R.: Electromagnetic interference evaluation of an intercommunications system on a Navy aircraft. In: *Digital Avionics Systems Conferences, 2000. Proceedings. DASC. The 19th* Bd. 1, 2000, S. 3C3/1–3C3/8

Brock et al. 1989 Brock, G.; McMahon, A.; Salazar, J.; Griffin, P.; Capraro, G.; Drozd, A.; Pesta, A.: An SHF/EHF field-to-wire coupling model enhancement to IEMCAP. In: *Electromagnetic Compatibility, 1989. IEEE 1989 National Symposium on*, 1989, S. 131–136

Bruns et al. 2004 Bruns, C.; Leuchtmann, P.; Vahldieck, R.: Simulation and comparison of different stirrer types inside a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2004. EMC 2004. 2004 InternationalSymposium on* Bd. 1, 2004, S. 241–244

Bruns und Vahldieck 2005 Bruns, C.; Vahldieck, R.: A closer look at reverberation chambers - 3-D simulation and experimental verification. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 47 (2005), Nr. 3, S. 612–626

Bunting 1999 Bunting, C. F.: Two-dimensional finite element analysis of reverberation chambers: the inclusion of a source and additional aspects of analysis. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1999, S. 219–224

Bunting 2000 Bunting, C. F.: Shielding effectiveness, statistical characterization, and the simulation of a two-dimensional reverberation chamber using finite element techniques. In: *Digital Avionics Systems Conferences, 2000. Proceedings. DASC. The 19th* Bd. 1, 2000, S. 3A5/1–3A5/8

Bunting 2001 Bunting, C. F.: Shielding effectiveness in a reverberation chamber using finite element techniques. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2001, S. 740–745

Bunting et al. 1998 Bunting, C. F.; Moeller, K. J.; Reddy, C. J.; Scearce, S. A.: Finite element analysis of reverberation chambers: a two-dimensional study at cutoff. In: *Electromagnetic Compatibility, 1998. 1998 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1998, S. 208–212

Bunting et al. 1999 Bunting, C. F.; Moeller, K. J.; Reddy, C. J.; Scearce, S. A.: A two-dimensional finite-element analysis of reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 41 (1999), Nr. 4, S. 280–289. – ISSN 0018-9375

Bäckström und Jörgen 1993 Bäckström, M.; Jörgen, L.: Microwave coupling into a slotted cavity / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOA, Sweden, 1993 (FOA C 30712-8.3, 3.2). – Report

Bäckström und Lorén 1994 Bäckström, M.; Lorén, J.: Microwave coupling into a slotted cavity. Additional results. / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOA, Sweden, 1994 (FOA-R–94-00042-3.2–SE). – Report

Bäckström und Lundén 1996 Bäckström, M.; Lundén, O.: Transmission cross sections of apertures measured by use of nested mode-stirred chambers. / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOA, Sweden, 1996 (FOA-R–96-00359-3.2–SE,). – Report. in Swedish

Bäckström et al. 2003 Bäckström, M.; Martin, T.; Lorén, J.: Analytical model for bounding estimates of shielding effectiveness of complex resonant cavities. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003. EMC '03. 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2003, S. 946–949

Bäckström und Lovstrand 2004 Bäckström, M. G.; Lovstrand, K. G.: Susceptibility of electronic systems to high-power microwaves: summary of test experience. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 46 (2004), Nr. 3, S. 396–403. – ISSN 0018-9375

Caldwell und Higgins 2005 Caldwell, M.; Higgins, M.: Electromagnetic test facilities at Sandia National Laboratories. In: *Measurement Systems for Homeland Security, Contraband Detection and Personal Safety Workshop, 2005. (IMS 2005) Proceedings of the 2005 IEEE International Workshop on*, 2005, S. 57–62

Carlberg et al. 2003a Carlberg, U.; Kildal, P. S.; Wolfgang, A.; Sotoudeh, O.; Orlenius, C.: Characterization of lossy cylinder in reverberation chamber by computed and measured absorption cross sections. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2003. IEEE* Bd. 4, 2003, S. 719–722

Carlberg et al. 2003b Carlberg, U.; Kildal, P.-S.; Wolfgang, A.; Sotoudeh, O.; Orlenius, C.: Measurements with lossy objects in reverberation chambers and their effect on the polarization and elevation dependence of the field statistics. In: *Antenn 03. Nordic Antenna Symposium. Conference Proceedings*. Arboga, Sweden, Mai 2003, S. 303–308

Carlberg et al. 2004b Carlberg, U.; Kildal, P. S.; Wolfgang, A.; Sotoudeh, O.; Orlenius, C.: Calculated and measured absorption cross sections of lossy objects in reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 46 (2004), Nr. 2, S. 146–154. – ISSN 0018-9375

Carlberg et al. 2002 Carlberg, U.; Sipus, Z.; Kildal, P. S.: Calculation of absorption cross section of lossy objects used when measuring antennas in reverberation chambers. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE* Bd. 2, 2002, S. 470–473

Carter 1996 Carter, N. J.: Aircraft EMC, the past, the present and the future: an overview. In: *EMC (electromagnetic Compatibility) in Aerospace (Digest No. 1996/243), IEE Colloquium on*, 1996, S. 3/1–3/7

Cerri et al. 2006 Cerri, G.; De Leo, R.; Moglie, F.; Mariani Primiani, V.: Theoretical and experimental analysis of the field-to-line coupling in a reverberation chamber. In: *IEE Proceedings: Science, Measurement and Technology* 153 (2006), S. 201–207

Cerri et al. 2005 Cerri, G.; Primiani, V. M.; Pennesi, S.; Russo, P.: Source stirring mode for reverberation chambers. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 47 (2005), S. 815–823. – ISSN 00189375 (ISSN)

Chung et al. 2002 Chung, S. Y.; Rhee, J. G.; Rhee, H. J.: Simulations on field uniformity in a triangular reverberation chamber. In: *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering* 12 (2002), Nr. 2, S. 198–205

Clarke 1982 Clarke, R. N.: *Electromagnetic stirred mode cavities (SMCs)*. 1982

Clegg et al. 1996a Clegg, J.; Marvin, A.; Angus, J.; Dawson, J.: Optimal phase reflection gratings and the effect on fields in a mode stirred chamber. In: *EMC '96 ROMA. International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 2. Rome, Italy, University Rome 'La Sapienza', September 1996, S. 867–872

Clegg et al. 1996b Clegg, J.; Marvin, A. C.; Angus, J. A. S.; Dawson, J. F.: Method for increasing the mode density in a reverberant screened room. In: *Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings-* 143 (1996), Nr. 4, S. 216–220. – ISSN 1350-2344

Clegg et al. 2005 Clegg, J.; Marvin, A. C.; Dawson, J. F.; Porter, S. J.: Optimization of stirrer designs in a reverberation chamber. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 47 (2005), S. 824–832. – ISSN 00189375 (ISSN)

Coates et al. 2003a Coates, A. R.; Duffy, A. P.; Hodge, K. G.; Willis, A. J.: Reverberation chamber for testing cable shielding. In: *IEE Colloquium (Digest)* 3-10028 (2003), S. 87–91

Coates et al. 2003b Coates, A. R.; Gavrilakis, A.; Duffy, A. P.; Hodge, K. G.; Willis, A. J.: Shield behaviour of communications cables. In: *Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings-* 150 (2003), Nr. 6, S. 307–312. – ISSN 1350-2344

Cochard et al. 1998 Cochard, N.; Arzelies, P.; Lacoume, J. L.; Gabillet, Y.: Noise source calibration in test tank. In: *OCEANS '98 Conference Proceedings* Bd. 1, 1998, S. 134–137

Cooke et al. 1998 Cooke, S. J.; Blank, M.; Levush, B.; Latham, P. E.: Modeling the influence of lossy dielectric loads in gyroklystron cavities. In: *Plasma Science, 1998. 25th Anniversary. IEEE Conference Record - Abstracts. 1998 IEEE International on*, 1998, S. 193

Corona 1999 Corona, P.: Validation methods for reverberating chambers. In: *Electromagnetic Compatibility 1999. 13th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, Februar 1999, S. 145–148. – ISBN 3-9521199-3-8

Corona et al. 1987 Corona, P.; Ferrara, G.; Gennarelli, C.: Backscattering by loaded and unloaded dihedral corners. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 35 (1987), Nr. 10, S. 1148–1153. – ISSN 0096-1973

Corona et al. 1996 Corona, P.; Ferrara, G.; Migliaccio, M.: Reverberating chambers as sources of stochastic electromagnetic fields. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 38 (1996), Nr. 3, S. 348–356. – ISSN 0018-9375

Corona et al. 1999 Corona, P.; Ferrara, G.; Migliaccio, M.: A stochastic approach for determining the reverberating chamber quality factor. In: *Electromagnetic Compatibility 1999. 13th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, Februar 1999, S. 689–692. – ISBN 3-9521199-3-8

Corona et al. 2000 Corona, P.; Ferrara, G.; Migliaccio, M.: Reverberating chamber electromagnetic field in presence of an unstirred component. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 42 (2000), Nr. 2, S. 111–115. – ISSN 0018-9375

Corona et al. 2004a Corona, P.; Ferrara, G.; Migliaccio, M.: Generalized stochastic field model for reverberating chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 46 (2004), Nr. 4, S. 655–660. – ISSN 0018-9375

Corona et al. 2004b Corona, P.; Ferrara, G.; Migliaccio, M.: Polarimetric field characterization in reverberating chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 46 (2004), Nr. 2, S. 155–159. – ISSN 0018-9375

Corona et al. 2002 Corona, P.; Ladbury, J.; Latmiral, G.: Reverberation-chamber research-then and now: a review of early work and comparison with current understanding. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 44 (2002), Nr. 1, S. 87–94. – ISSN 0018-9375

Corona und Paolini 1983 Corona, P.; Paolini, E.: Magnification Factor for Mode Stirred Chambers. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 1983, S. 504–507

Crawford und Koepke 1987 Crawford, M.; Koepke, G.: Performing EM susceptibility/vulnerability measurements using a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility 1987. 7th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*. Zurich, Switzerland, März 1987, S. 121–126

Crawford et al. 1990 Crawford, M.; Ma, M.; Ladbury, J.; Riddle, B.: Measurement and evaluation of a TEM/reverberating chamber. / National Institute of Standards and Technology, NIST. Juli 1990 (TN 1342). – NIST Technical Note

Crawford und Koepke 1985 Crawford, M. L.; Koepke, G. H.: Comparing em susceptibility measurement results between reverberation and anechoic chambers. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 1985, S. 152–160

Crawford und Koepke 1986b Crawford, M. L.; Koepke, G. H.: Preliminary evaluation of reverberation chamber method for pulsed rf immunity testing. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 1986, S. 270–278

Crawford und Ladbury 1989 Crawford, M. L.; Ladbury, J. M.: Mode-stirred chamber for measuring shielding effectiveness of cables and connectors. Assessing MIL-STD-1344A Method 3008. In: *Connector Specifier* 5 (1989), Nr. 6, S. 45–51

Crawford und Riddle 1992 Crawford, M. L.; Riddle, B. F.: Reverberating Asymmetric TEM Cell For Radiated EMC/V And SE Testing, 10 KHz-18 GHz. In: *Electromagnetic Compatibility, 1992. Symposium Record. IEEE 1992 International Symposium on*, 1992, S. 206–213

Davenport et al. 1994 Davenport, E. M.; McQuilton, D.; Bowly, T. R.: Development of a mode stirred EMC facility. In: *Electromagnetic Compatibility, 1994. Ninth International Conference on (Conf. Publ. No. 396)*, 1994, S. 266–273

Dawson et al. 2005 Dawson, J. F.; Konefal, T.; Robinson, M. P.; Marvin, A. C.; Porter, S. J.; Chirwa, L. C.: Field statistics in an enclosure with an aperture effect of Q-factor and number of modes. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1, 2005, S. 141–146

De Doncker und Meys 2004 De Doncker, P.; Meys, R.: Statistical response of antennas under uncorrelated plane wave spectrum illumination. In: *Electromagnetics* 24 (2004), S. 409–423

De Leo und Mariani Primiani 2006 De Leo, R.; Mariani Primiani, V.: Radiated Immunity Tests: Reverberation Chamber Versus Anechoic Chamber Results. In: *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on* 55 (2006), S. 1169–1174. – ISSN 0018-9456

De Vries-Venter und Baker 1998 De Vries-Venter, L.; Baker, D. C.: EMC: radiated immunity testing an overview of the reverberation chamber. In: *Communications and Signal Processing, 1998. COMSIG '98. Proceedings of the 1998 South African Symposium on*, 1998, S. 471–474

Démoulin et al. 2001 Démoulin, B.; Hoëppe, F.; Baranowski, S.; Cauterman, M.: Recent progress achieved in EMC testing methods. In: *Revue HF Tijdschrift* 4 (2001), Nr. 4, S. 11–18

Depienne et al. 2003 Depienne, S.; Monebhurrun, V.; Azoulay, A.; Bolomey, J. C.: The reverberating chamber: a useful tool to characterize the radiated power of small size RF devices. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003. EMC '03. 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2003, S. 461–464

Devereux et al. 1997 Devereux, R. W.; Fuller, G. L.; Schillinger, R.: Electromagnetic susceptibility of installed avionics. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1997. 16th DASC., AIAA/IEEE* Bd. 1, 1997, S. 4.1–17–24

Ding und Sha 2005 Ding, J. J.; Sha, F.: Analysis of electromagnetic mode-states in an EMC reverberation chamber. In: *Dianbo Kexue Xuebao/Chinese Journal of Radio Science* 20 (2005), S. 557–560

Dingjinjin 2004 Dingjinjin, S.: The analysis for multimode of electrical fields in reverberating chamber. In: *Microwave and Millimeter Wave Technology, 2004. ICMMT 4th International Conference on, Proceedings*, 2004, S. 923–926

Duffy 1995 Duffy, A. P.: A preliminary study of fields in mode-stirred chambers. In: *EMC Tests in Screened Rooms, IEE Colloquium on*, 1995, S. 6/1–6/8

Duffy und Williams 1999 Duffy, A. P.; Williams, A. J. M.: Optimising mode stirred chambers [EMC testing]. In: *Electromagnetic Compatibility 1999. 13th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*. Zurich, Switzerland: Swiss Federal Inst. Technol., Februar 1999, S. 685–688. – ISBN 3-9521199-3-8

Ely et al. 2002 Ely, J. J.; Nguyen, T. X.; Koppen, S. V.; Salud, M. T.: Electromagnetic interference assessment of CDMA and GSM wireless phones to aircraft navigation radios. In: *Digital Avionics Systems Conference, 2002. Proceedings. The 21st* Bd. 2, 2002, S. 13E4–1–13E4–13

Ely et al. 2000 Ely, J. J.; Nguyen, T. X.; Scearce, S. A.: The influence of modulated signal risetime in flight electronics radiated immunity testing with a mode-stirred chamber / NASA. 2000 (209844). – Forschungsbericht

Erickson und Pesta 1998 Erickson, G. J.; Pesta, A. J.: Long term exposure electromagnetic effects on discrete analog and digital electronic devices. In: *Electronic Components and Technology Conference, 1998. 48th IEEE*, 1998, S. 742–746

Eriksson et al. 2001 Eriksson, G.; Asander, H. J.; Bäckström, M.; Lorén, J.: Microwave coupling into a generic object. FDTD simulations and comparison with measurements. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2001, S. 313–318

Eulig 2004 Eulig, N.: *Eignung der Feldvariablen Kammer (FVK) für EMV-Störfestigkeitstests*. Shaker Verlag, 2004. – ISBN 978-3-8322-2945-0

Eulig und Enders 2002 Eulig, N.; Enders, A.: Reverberation Chamber: A Low-Cost Alternative to Anechoic Chambers? In: *Technisches Messen* 69 (2002), Nr. 2, S. 85–89

Excell und Rousseau 1990 Excell, P. S.; Rousseau, M.: A broadband compact range for radiative EMC testing. In: *Calibration of Antennas for Close Range Measurements, IEE Colloquium on*, 1990, S. 6/1–6/4

Fiachetti et al. 2001 Fiachetti, C.; Issac, F.; Michielsen, B.; Reineix, A.: Modelling field to equipment coupling in mode stirred chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2001, S. 762–767

Fiachetti und Michielsen 2003 Fiachetti, C.; Michielsen, B.: Electromagnetic random field models for analysis of coupling inside mode tuned chambers. In: *Electronics Letters* 39 (2003), Nr. 24, S. 1713–1714. – ISSN 0013-5194

Fiumara et al. 2005 Fiumara, V.; Fusco, A.; Matta, V.; Pinto, I. M.: Free-space antenna field/pattern retrieval in reverberation environments. In: *Antennas and Wireless Propagation Letters* 4 (2005), S. 329–332. – ISSN 1536-1225

Foulonneau et al. 1996 Foulonneau, B.; Gaudaire, F.; Gabillet, Y.: Measurement method of electromagnetic transmission loss of building components using two reverberation chambers. In: *Electronics Letters* 32 (1996), Nr. 23, S. 2130–2131. – ISSN 0013-5194

Fourestie et al. 2005 Fourestie, B.; Bolomey, J. C.; Sarrebourse, T.; Altman, Z.; Wiart, J.: Spherical Near Field Facility for Characterizing Random Emissions. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 53 (2005), Nr. 8, S. 2582–2589. – ISSN 0018-926X

French und Jay 1998 French, M.; Jay, M.: Automotive test methods. In: *Experimental Techniques* 22 (1998), Nr. 5, S. 39–42

Freyer und Bäckström 2000b Freyer, G. J.; Bäckström, M. G.: Some implications of a single aspect angle electromagnetic compatibility test. In: *Digital Avionics Systems Conferences, 2000. Proceedings. DASC. The 19th* Bd. 1, 2000, S. 3.B.1_1–3.B.1_7

Freyer et al. 2002 Freyer, G. J.; Bäckström, M. G.; Hatfield, M. O.: Correlation of typical absorber lined and reverberation chamber compliance measurements - how likely? In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2002, S. 966–971

Freyer und Hatfield 1992 Freyer, G. J.; Hatfield, M. O.: Comparison Of Gasket Transfier Impedance And Shielding Effectiveness Measurements Part I. In: *Electromagnetic Compatibility, 1992. Symposium Record. IEEE 1992 International Symposium on*, 1992, S. 139–141

Freyer und Hatfield 1994a Freyer, G. J.; Hatfield, M. O.: Aircraft test applications of reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 1994. Symposium Record. Compatibility in the Loop. IEEE International Symposium on*, 1994, S. 491–496

Freyer und Hatfield 1994b Freyer, G. J.; Hatfield, M. O.: Attributes of a reverberation chamber for radiated immunity testing. In: *National Conference Publication - Institution of Engineers, Australia*, 1994, S. 387–393

Freyer et al. 1995a Freyer, G. J.; Hatfield, M. O.; Johnson, D. M.: Radiated immunity testing using reverberation chambers . In: *Conference Proceedings RF Expo West*. San Diego, CA, USA, Januar 1995, S. 336

Freyer et al. 1996a Freyer, G. J.; Hatfield, M. O.; Johnson, D. M.; Slocum, M. B.: Comparison of measured and theoretical statistical parameters of complex cavities. In: *Electromagnetic Compatibility, 1996. Symposium Record. IEEE 1996 International Symposium on*, 1996, S. 250–253

Freyer et al. 1996b Freyer, G. J.; Hatfield, M. O.; Loughry, T. A.: Cavity to cavity coupling measurements in commercial aircraft and the implications for on-board operation of personal electronic devices. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1996., 15th AIAA/IEEE*, 1996, S. 333–338

Freyer et al. 1995b Freyer, G. J.; Hatfield, M. O.; Loughry, T. A.; Johnk, R.; Johnson, D. M.: Shielding effectiveness measurements for a large commercial aircraft. In: *Electromagnetic Compatibility, 1995. Symposium Record. 1995 IEEE International Symposium on*, 1995, S. 383–386

Freyer et al. 1996c Freyer, G. J.; Hatfield, M. O.; Slocum, M. B.: Characterization of the electromagnetic environment in aircraft cavities excited by internal and external sources. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1996., 15th AIAA/IEEE*, 1996, S. 327–332

Freyer et al. 1998 Freyer, G. J.; Lehman, T. H.; Ladbury, J. M.; Koepke, G. H.; Hatfield, M. O.: Verification of fields applied to an EUT in a reverberation chamber using statistical theory. In: *Electromagnetic Compatibility, 1998. 1998 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1998, S. 34–38

Freyer et al. 1994 Freyer, G. J.; Rowan, J.; Hatfield, M. O.: Gasket shielding performance measurements obtained from four test techniques. In: *Electromagnetic Compatibility, 1994. Symposium Record. Compatibility in the Loop. IEEE International Symposium on*, 1994, S. 279–284

Fujisaki et al. 1997 Fujisaki, K.; Ueyama, T.; Takahashi, K.; Satoh, S.: Phase characteristics of electromagnetic stirring. In: *Magnetics, IEEE Transactions on* 33 (1997), Nr. 5, S. 4245–4247. – ISSN 0018-9464

Gao et al. 2004 Gao, J.; Li, E.; Wee, Q. C.; Sing, C. W.; Kuan, L. M.: Development of control software for electromagnetic immunity test system. In: *10th International Symposium on Integrated Circuits, Devices and Systems, ISIC-2004: Integrated Systems on Silicon - Proceedings*, 2004, S. 349–352

Godfrey 1999a Godfrey, E. A.: Effects of corrugated walls on the field uniformity of reverberation chambers at low frequencies. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1, 1999, S. 23–28

Godfrey 1999b Godfrey, E. A.: Reverberation chambers at low frequencies. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1999, S. 23–28

Godfrey und Kousky 2000 Godfrey, E. A.; Kousky, J. T.: Measuring the shielding effectiveness of coaxial cables using a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2000, S. 627–631

Goldblum et al. 1996 Goldblum, C. E.; Lane, D.; Press, J. L.; Rayadurga, L.; Cohen, L.: Evanescent modes in a unique mode-stirred chamber the Advanced Technology Chamber (ATC)-design, construction, operation and data. In: *Electromagnetic Compatibility, 1996. Symposium Record. IEEE 1996 International Symposium on*, 1996, S. 180–184

Goldsmith und Johnson 1998 Goldsmith, K. R.; Johnson, P. A.: Design, construction, computational EM modelling, and characterisation of an aircraft sized reverberation chamber and stirrer. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1998. Proceedings., 17th DASC. The AIAA/IEEE/SAE* Bd. 1, 1998, S. D55/1–D55/8

Gove et al. 2006 Gove, K.; Bauer, H. P.; Rodriguez-Pereyra, V.: Required amplifier power in automotive radar pulse measurements. In: *EE: Evaluation Engineering* 45 (2006), S. 56–65

Gradoni et al. 2005 Gradoni, G.; Moglie, F.; Pastore, A. P.; Primiani, V. M.: Field-to-enclosure coupling in reverberation chamber: Numerical and experimental analysis. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1, 2005, S. 75–78

Gradoni et al. 2006 Gradoni, G.; Moglie, F.; Pastore, A. P.; Primiani, V. M.: Numerical and experimental analysis of the field to enclosure coupling in reverberation chamber and comparison with anechoic chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 203–211. – ISSN 0018-9375

Green 1992 GREEN, D. R. M.: Empirical screening effectiveness: extension of measurements to 18 GHz. In: *Electromagnetic Compatibility, 1992. Eighth International Conference on*, 1992, S. 276–279

Grosvenor et al. 2002 GROSVENOR, C. A.; NOVOTNY, D.; JOHNK, R.; CANALES, N.; VENEMAN, J.: Shielding effectiveness measurements using the direct illumination technique. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2002, S. 389–394

Hagen et al. 1999 HAGEN, M.; JOHNSON, D. M.; SLOCUM, M. B.: High-power radiated susceptibility testing of FADEC systems in reverberation chambers. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1999. Proceedings. 18th* Bd. 2, 1999, S. 10.C.5–1–10.C.5–8

Hale und Pressel 1982 HALE, C. S.; PRESSEL, P. I.: Mode stirring shielding effectiveness measurement: an automated system. In: *Fifteenth Annual Connectors and Interconnection Technology Symposium Proceedings*. Philadelphia, PA, USA, November 1982, S. 375–386

Hallbjörner 2002a HALLBJÖRNER, P.: A model for the number of independent samples in reverberation chambers. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 33 (2002), Nr. 1, S. 25–28

Hallbjörner 2002b HALLBJÖRNER, P.: Reverberation chamber with variable received signal amplitude distribution. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 35 (2002), Nr. 5, S. 376–377

Hallbjörner 2004 HALLBJÖRNER, P.: *Antennas and antenna measurement techniques for mobile communication terminals*, Chalmers Tekniska Hogskola, Dissertation, 2004

Hallbjorner 2006 HALLBJORNER, P.: Estimating the number of independent samples in reverberation chamber measurements from sample differences. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 354–358. – ISSN 0018-9375

Hallbjorner et al. 2005 HALLBJORNER, P.; CARLBERG, U.; MADSEN, K.; ANDERSSON, J.: Extracting electrical material parameters of electrically large dielectric objects from reverberation chamber measurements of absorption cross section. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 47 (2005), Nr. 2, S. 291–303. – ISSN 0018-9375

Hallbjorner und Madsen 2001 HALLBJORNER, P.; MADSEN, K.: Terminal antenna diversity characterisation using mode stirred chamber. In: *Electronics Letters* 37 (2001), Nr. 5, S. 273–274. – ISSN 0013-5194

Hamalainen et al. 2005 HAMALAINEN, J.; AUNOLA, M.; MARTIN, T.; BÄCKSTRÖM, M.: Comparing and visualising statistical shielding effectiveness for rectangular enclosures with different inner structures. In: *Electromagnetic Compatibility, 2005. EMC 2005. 2005 International Symposium on* Bd. 2, 2005, S. 530–533

Hamalainen 2004 Hamalainen, J. S.: Are shielding properties of the cavity readable in histograms of electric field amplitudes: to scale or not to scale histograms? In: *Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings-* 151 (2004), Nr. 6, S. 492–495. – ISSN 1350-2344

Harima 2003 Harima, K.: Radiated emission measurement of small EUT by using a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003. EMC '03. 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2003, S. 471–474

Harima 2004 Harima, K.: Statistical characteristics of maximum E-field distribution in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2004. EMC 2004. 2004 InternationalSymposium on* Bd. 2, 2004, S. 724–727

Harima 2005a Harima, K.: Determination of EMI antenna factor using reverberation chamber. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1, 2005, S. 93–95

Harima 2005b Harima, K.: Statistical characteristics of E-field distribution in a reverberation chamber. In: *IEICE Transactions on Communications* E88-B (2005), Nr. 8, S. 3127–3132

Harima et al. 2006 Harima, K.; Sugiyama, T.; Yamanaka, Y.; Shinozuka, T.: Total radiated power of radio transmitters measured in a reverberation chamber. In: *Journal of the National Institute of Information and Communications Technology* 53 (2006), S. 71–80

Harima und Yamanaka 2000 Harima, K.; Yamanaka, Y.: Evaluation of E-field uniformity for immunity testing in a reverberation chamber. In: *Proceedings of the 2000 International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP2000)* Bd. 4. Fukuoka, Japan, August 2000, S. 1573–1576. – ISBN 4-88552-169-6

Harima und Yamanaka 2001a Harima, K.; Yamanaka, Y.: Evaluation of e-field uniformity for radiated immunity testing in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2001, S. 768–770

Harima und Yamanaka 2001b Harima, K.; Yamanaka, Y.: Evaluation of electric-field uniformity in a reverberation chamber for radiated immunity testing. In: *IEICE Transactions on Communications* E84-B (2001), Nr. 9, S. 2618–2621

Harrington 2000 Harrington, T. E.: Total-radiated-power-based OATS-equivalent emissions testing in reverberation chambers and GTEM cells. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2000, S. 23–28

Hatfield 1988 Hatfield, M. O.: Shielding effectiveness measurements using mode-stirred chambers: a comparison of two approaches. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 30 (1988), Nr. 3, S. 229–238. – ISSN 0018-9375

Hatfield 2000 Hatfield, M. O.: A calibration procedure for reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2000, S. 621–626

Hatfield et al. 1994 Hatfield, M. O.; Bean, J. L.; Freyer, G. J.; Johnson, D. M.: Repeatability of mode-stirred chamber measurements. In: *Electromagnetic Compatibility, 1994. Symposium Record. Compatibility in the Loop. IEEE International Symposium on*, 1994, S. 485–490

Hatfield und Frever 1992 Hatfield, M. O.; Frever, G. J.: Comparison Of Gasket Transfer Impedance And Shielding Effectiveness Measurements Part II. In: *Electromagnetic Compatibility, 1992. Symposium Record. IEEE 1992 International Symposium on*, 1992, S. 142–148

Hatfield und Freyer 1994a Hatfield, M. O.; Freyer, G. J.: Summary of test techniques available for radiated immunity testing. In: *National Conference Publication - Institution of Engineers, Australia*, 1994, S. 375–380

Hatfield und Freyer 1994b Hatfield, M. O.; Freyer, G. J.: typical results of radiated immunity testing using reverberation chambers. In: *National Conference Publication - Institution of Engineers, Australia*, 1994, S. 395–401

Hatfield et al. 1997 Hatfield, M. O.; Freyer, G. J.; Slocum, M. B.: Reverberation characteristics of a large welded steel shielded enclosure. In: *Electromagnetic Compatibility, 1997. IEEE 1997 International Symposium on*, 1997, S. 38–43

Hatfield et al. 2003 Hatfield, M. O.; Pluim, W. P.; Price, W.: Investigation into in-situ shielding effectiveness testing of transport aircraft. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2003, S. 414–418

Hatfield und Slocum 1996 Hatfield, M. O.; Slocum, M. B.: Frequency characterization of reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 1996. Symposium Record. IEEE 1996 International Symposium on*, 1996, S. 190–193

Hatfield et al. 1998 Hatfield, M. O.; Slocum, M. B.; Godfrey, E. A.; Freyer, G. J.: Investigations to extend the lower frequency limit of reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 1998. 1998 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1998, S. 20–23

Helme 1990 Helme, B. G. M.: Measurement of the microwave properties of materials. In: *Industrial Uses of Microwaves, IEE Colloquium on*, 1990, S. 3/1–3/7

Herke und Barber 1997 Herke, D. L.; Barber, G. D. M.: The use of mode stirred chambers in EM evaluation testing. In: *Electromagnetic Compatibility, 1997. 10th International Conference on (Conf. Publ. No. 445)*, 1997, S. 193–198

Hilf 1973 Hilf, E. R.: *130 and the Cube Spectrum*. 1973. – http://osiris.physik.uni-oldenburg.de/publications/metadocs/ebs.130.and.cube.spectrum.html

Hill 1994 Hill, D. A.: Electronic mode stirring for reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 36 (1994), Nr. 4, S. 294–299. – ISSN 0018-9375

Hoad et al. 2004 Hoad, R.; Carter, N. J.; Herke, D.; Watkins, S. P.: Trends in EM susceptibility of IT equipment. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 46 (2004), Nr. 3, S. 390–395. – ISSN 0018-9375

Hoad et al. 2006 Hoad, R.; Lambourne, A.; Wraight, A.: HPEM and HEMP susceptibility assessments of computer equipment. In: *17th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2006* Bd. 2006, 2006, S. 168–171

Holland 1995 Holland, R.: Development of the equivalence principle for SGEMP and source-region EMP problems. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 37 (1995), S. 84–88. – ISSN 0018-9375

Holloway et al. 2003a Holloway, C. L.; Hill, D. A.; Ladbury, J.; Koepke, G.; Garzia, R.: Shielding effectiveness measurements of materials using nested reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 2, S. 350–356. – ISSN 0018-9375

Holloway et al. 2006a Holloway, C. L.; Hill, D. A.; Ladbury, J. M.; Koepke, G.: Requirements for an effective reverberation chamber: unloaded or loaded. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 187–194. – ISSN 0018-9375

Holloway et al. 2003b Holloway, C. L.; Hill, D. A.; Ladbury, J. M.; Lammers, T. M.: Assessing loaded reverberation chambers: calculating threshold metrics. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2003, S. 834–837

Hong 1993 Hong, J. S.: Multimode chamber excited by an array of antennas. In: *Electronics Letters* 29 (1993), Nr. 19, S. 1679–1680. – ISSN 0013-5194

Hong 1994 Hong, J. S.: Effect of a modulated source on a multimode cavity. In: *IEEE Microwave and Guided Wave Letters* 4 (1994), Nr. 2, S. 43–44

Huang 1999a Huang, Y.: Asymmetric reverberation chambers for EMC measurements. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999. EMC York 99. International Conference and Exhibition on (Conf. Publ. No. 464)*, 1999, S. 65–69

Huang 1999b Huang, Y.: Conducting triangular chambers for EMC measurements. In: *Measurement Science and Technology* 10 (1999), Nr. 3, S. L21–L24

Huang und Zhang 2004 Huang, Y.; Zhang, J. T.: Field measurements inside a reverberation chamber. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2004. IEEE* Bd. 1, 2004, S. 723–726

Huang et al. 2005 HUANG, Y.; ZHU, X.; NAIR, B.: A comparison of the microwave oven and reverberation chamber. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 3, 2005, S. 856–860

Huikan 2006 HUIKAN, L.: Spatial correlation functions of fields in a reverberation chamber based on expansion of spherical Bessel functions. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 427–428. – ISSN 0018-9375

Jackson und Smithers 1984 JACKSON, G. A.; SMITHERS, B. W.: Review of EMC methods using mode stirred enclosures. In: *International Conference on Electromagnetic Compatibility*. Guildford, Surrey, UK, September 1984, S. 131–135

James et al. 1999 JAMES, J. R.; RACE, A. J.; SCOTT, L. A.: Electromagnetic shielding degradation effects in composite material enclosures. In: *Electronics Letters* 35 (1999), Nr. 3, S. 209–211. – ISSN 0013-5194

Jansson 2002 JANSSON, L.: Statistical analysis of measured data concerning electromagnetic environment inside an experimental avionics bay and implications for testing. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2002, S. 815–820

Jedlicka und Castillo 1996 JEDLICKA, R.; CASTILLO, S. P.: Electromagnetic coupling into complex cavities through narrow slot apertures having depth and losses. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 1996. AP-S. Digest* Bd. 1, 1996, S. 612–615

Jesch 1988 JESCH, R. L.: Measurement of shielding effectiveness of cable and shielding configurations by mode-stirred techniques. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 30 (1988), Nr. 3, S. 222–228. – ISSN 0018-9375

Jiao und Ma 2002 JIAO, X.; MA, M.: Measurement of terminal antennas in reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 3rd International Symposium on*, 2002, S. 391–393

Johnson und Hatfield 1995a JOHNSON, D. M.; HATFIELD, M. O.: Mode-stirred chamber shielding effectiveness testing of a multiconductor cable assembly. In: *Electromagnetic Compatibility, 1995. Symposium Record. 1995 IEEE International Symposium on*, 1995, S. 396–400

Johnson und Hatfield 1995b JOHNSON, D. M.; HATFIELD, M. O.: Shielding effectiveness measurements of a shielded window: comparative results obtained using mode-stirred and anechoic chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 1995. Symposium Record. 1995 IEEE International Symposium on*, 1995, S. 378–382

Johnson et al. 1995 JOHNSON, D. M.; HATFIELD, M. O.; PREYER, G. J.: RF coupling measurements on passenger aircraft avionics exposed to cavity-mode excitation. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1995., 14th DASC*, 1995, S. 427–432

Johnson et al. 1998 JOHNSON, D. M.; HATFIELD, M. O.; SLOCUM, M. B.; FREYER, G. J.: Comparison of RF coupling to passenger aircraft avionics measured on a transport aircraft and in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1998. 1998 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 1998, S. 1047–1052

Johnson et al. 1999 JOHNSON, D. M.; HATFIELD, M. O.; SLOCUM, M. R.; FREYER, G. J.: Complications in correlatability between test techniques due to directional emission patterns. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 1999, S. 776–779

Johnson et al. 2000 JOHNSON, D. M.; SLOCUM, M. B.; HOSKINS, D.: High-power radiated susceptibility testing of rescue hoist systems in reverberation chambers. In: *Digital Avionics Systems Conferences, 2000. Proceedings. DASC. The 19th* Bd. 1, 2000, S. 3B2/1–3B2/8

Johnson und Goldsmith 1998 JOHNSON, P. A.; GOLDSMITH, K. R.: An experimental study of the placement an aircraft inside a large welded zinc-plated steel electromagnetic reverberation chamber. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1998. Proceedings., 17th DASC. The AIAA/IEEE/SAE* Bd. 1, 1998, S. D57/1–D57/9

Jones und Dudhia 1992 JONES, S.; DUDHIA, M.: Development of a climatically controlled reverberating chamber for the measurement of total radiated power. In: *IEE Colloquium on 'Radiated Emission Test Facilities' (Digest No.132)*. London, UK, Juni 1992, S. 4/1–4/8

Jordan et al. 2004 JORDAN, U.; ANDERSON, D.; BÄCKSTRÖM, M.; KIM, A. V.; LISAK, M.; LUNDÉN, O.: Microwave breakdown in slots. In: *Plasma Science, IEEE Transactions on* 32 (2004), Nr. 6, S. 2250–2262. – ISSN 0093-3813

Kempf 1993 KEMPF, D. R.: The effects of VSWR on connector shielding effectiveness measurements in a mode-stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1993. Symposium Record. 1993 IEEE International Symposium on*, 1993, S. 239–240

Kempf 1994 KEMPF, D. R.: A comparison of the isotropic broadband susceptibility test method and an RS103 test on an ARC-182 radio. In: *Electromagnetic Compatibility, 1994. Symposium Record. Compatibility in the Loop. IEEE International Symposium on*, 1994, S. 54–57

Kempf 1996a KEMPF, D. R.: Electromagnetic vulnerability testing of aircraft using mode-stirred techniques. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1996., 15th AIAA/IEEE*, 1996, S. 351–357

Kempf 1996b KEMPF, D. R.: EMV testing of aircraft: a comparison of the mode-stirred and standard methods. In: *Electromagnetic Compatibility, 1996. Symposium Record. IEEE 1996 International Symposium on*, 1996, S. 185–189

Kempf 1997 KEMPF, D. R.: A proposed HIRF test facility for aircraft testing. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1997. 16th DASC., AIAA/IEEE* Bd. 1, 1997, S. 4.2–22–5

Kempf und Brezinski 2005 Kempf, D. R.; Brezinski, K.: Shielding measurements of the space shuttle (endeavour in a changing EMI space). In: *AIAA/IEEE Digital Avionics Systems Conference - Proceedings* Bd. 2, 2005

Khaleghi et al. 2005a Khaleghi, A.; Azoulay, A.; Bolomey, J. C.: Dual Band Diversity Antenna System for Mobile Phones. In: *Wireless Communication Systems, 2005. 2nd International Symposium on*, 2005, S. 351–355

Khaleghi et al. 2005b Khaleghi, A.; Azoulay, A.; Bolomey, J. C.: Evaluation of Diversity Antenna Characteristics In Narrow Band Fading Channel Using Random Phase Generation Process. In: *Vehicular Technology Conference, 2005. VTC 2005-Spring. 2005 IEEE 61st* Bd. 1, 2005, S. 257–261. – ISSN 1550-2252

Khaleghi et al. 2005c Khaleghi, A.; Bolomey, J. C.; Azoulay, A.: A Pattern Diversity Antenna with Parasitic Switching Elements for Wireless LAN Communications. In: *Wireless Communication Systems, 2005. 2nd International Symposium on*, 2005, S. 611–615

Khaleghi et al. 2005d Khaleghi, A.; Bolomey, J. C.; Azoulay, A.; Ribiere-Tharaud, N.: A Compact and Broadband Diversity Antenna for Wireless LAN Applications. In: *Wireless Communication Systems, 2005. 2nd International Symposium on*, 2005, S. 380–384

Kildal 2003 Kildal, P.-S.: Characterization of terminal antennas. In: *Antenn 03. Nordic Antenna Symposium. Conference Proceedings*. Kalmar, Sweden, Mai 2003, S. 43–45

Kildal und Carlsson 2002a Kildal, P. S.; Carlsson, C.: Comparison between head losses of 20 phones with external and built-in antennas measured in reverberation chamber. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE* Bd. 1, 2002, S. 436–439

Kildal et al. 2002a Kildal, P. S.; Carlsson, C.; Yang, J.: Measurement of free-space impedances of small antennas in reverberation chambers. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 32 (2002), Nr. 2, S. 112–115

Kildal und Rosengren 2003 Kildal, P. S.; Rosengren, K.: Electromagnetic analysis of effective and apparent diversity gain of two parallel dipoles. In: *Antennas and Wireless Propagation Letters* 2 (2003), S. 9–13. – ISSN 1536-1225

Kildal und Rosengren 2004a Kildal, P. S.; Rosengren, K.: Correlation and capacity of MIMO systems and mutual coupling, radiation efficiency, and diversity gain of their antennas: simulations and measurements in a reverberation chamber. In: *Communications Magazine, IEEE* 42 (2004), Nr. 12, S. 104–112. – ISSN 0163-6804

Kim et al. 2000 Kim, H.; White, A. L.; Shin, K. G.: Effects of electromagnetic interference on controller-computer upsets and system stability. In: *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* 8 (2000), Nr. 2, S. 351–357. – ISSN 1063-6536

Klingler et al. 2001 Klingler, M.; Egot, S.; Ghys, J. P.; Rioult, J.: On the use of three-dimensional TEM cells for total radiated power measurements. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1, 2001, S. 123–128

Koepke und Ladbury 1998 Koepke, G. H.; Ladbury, J. M.: New electric field expressions for EMC testing in a reverberation chamber. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1998. Proceedings., 17th DASC. The AIAA/IEEE/SAE* Bd. 1, 1998, S. D53/1–D53/6

Koepke et al. 1989 Koepke, G. H.; Ma, M. T.; Bensema, W. D.: Implementation of an automated system for measuring radiated emissions using a TEM cell. In: *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on* 38 (1989), Nr. 2, S. 473–479. – ISSN 0018-9456

Koppen 2001 Koppen, D. M.: A comparison of bulk cable injection to reverberation chamber methods on a fault tolerant flight control computer. In: *Digital Avionics Systems, 2001. DASC. The 20th Conference* Bd. 1, 2001, S. 3B4/1–3B4/8

Koppen 2002 Koppen, S. V.: A description of the software element of the NASA portable electronic device radiated emissions investigation. In: *Digital Avionics Systems Conference, 2002. Proceedings. The 21st* Bd. 2, 2002, S. 13E1–1–13E1–11

Kouveliotis und Capsalis 2000 Kouveliotis, N. K.; Capsalis, C. N.: A new method for developing reverberation chamber conditions. In: *Applied Electromagnetism, 2000. Proceedings of the Second International Symposium of Trans Black Sea Region on*, 2000, S. 112

Kouveliotis et al. 2003b Kouveliotis, N. K.; Trakadas, P. T.; Capsalis, C. N.: Theoretical investigation of the field conditions in a vibrating reverberation chamber with an unstirred component. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 1, S. 77–81. – ISSN 0018-9375

Kouveliotis et al. 2004 Kouveliotis, N. K.; Trakadas, P. T.; Hairetakis, I. I.; Capsalis, C. N.: Experimental investigation of the field conditions in a vibrating intrinsic reverberation chamber. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 40 (2004), Nr. 1, S. 35–38

Krauthäuser und Nitsch 1999a Krauthäuser, H.; Nitsch, J.: Characterization of mode-stirred chambers in the time domain. In: *Proceedings of the International Symposium on Electromagnetic Compatibility*. Magdeburg, Germany, October 5.-7. 1999, S. 389–392

Krauthäuser und Nitsch 1999b Krauthäuser, H.; Nitsch, J.: Modenverwirbelungskammern: Ein "echtes" Prüfgelände in der EMV? In: *Symposium Elektromagnetische Verträglichkeit*. Mannheim, Oktober 1999, S. 4.1–4.6

Krauthäuser 2000 Krauthäuser, H. G.: Die Modenverwirbelungskammer: Eine EMV-Messumgebung zwischen Grunglagenforschung und Normung. In: *EMC Kompendium* 1 (2000), S. 88–90

Krauthäuser et al. 2002a Krauthäuser, H. G.; Kürschner, D.; Nitsch, J.: Ein Programmsystem zur Kalibrierung von und Messung in Modenverwirbelungskammern. In: *EMC Kompendium* 1 (2002), S. 90–91

Krauthäuser et al. 2002b Krauthäuser, H. G.; Kürschner, D.; Winzerling, T.; Nitsch, J.: Entwicklung und Evaluation eines flexiblen Programmsystems zur Kalibrierung von und Messung in Modenverwirbelungskammern nach IEC 61000-4-21. In: *Elektromagnetische Verträglichkeit EMV 2002*. Düsseldorf: VDE Verlag, April 2002 (10. Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit), S. 375–382. – ISBN 3-8007-2684-X

Krauthäuser und Nitsch 2002b Krauthäuser, H. G.; Nitsch, J.: Statistische Feldparameter in Modenverwirbelungskammern: Simulation und Messung. In: *Fachtagung Elektrische Energiesysteme*. Magdeburg, März 2002, S. 189–194. – ISBN 3-929757-47-8

Krauthäuser und Nitsch 2007 Krauthäuser, H. G.; Nitsch, J.: Simplifying the Measurement of Total Radiated Power in Reverberation Chambers. In: *ICEAA07*. Torino, Italy, September 2007. – accepted for publication

Krauthäuser et al. 2005a Krauthäuser, H. G.; Nitsch, J.; Tkachenko, S.; Korovkin, N.; Scheibe, H.: Transfer Impedance at High Frequencies. In: *2005 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1. Chicago, USA, August 2005, S. 228–233. – ISBN 0-7803-9380-5

Krauthäuser et al. 2006 Krauthäuser, H. G.; Plate, S.; Nitsch, J.: Eine Modenverwirbelungskammer für den Frequenzbereich oberhalb von 1 GHz. In: Gonschorek, K.-H. (Hrsg.): *Elektromagnetische Verträglichkeit, EMV 2006, Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit*. Düsseldorf, Germany: VDE-Verlag, März 2006, S. 365–372. – ISBN 978-3-8007-2933-3

Krogerus et al. 2001 Krogerus, J.; Kiesi, K.; Santomaa, V.: Evaluation of three methods for measuring total radiated power of handset antennas. In: *Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2001. IMTC 2001. Proceedings of the 18th IEEE* Bd. 2, 2001, S. 1005–1010

Kuriger et al. 2003 Kuriger, G.; Grant, H.; Cartwright, A.; Heirman, D.: Investigation of spurious emissions from cellular phones and the possible effect on aircraft navigation equipment. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), Nr. 2, S. 281–292. – ISSN 0018-9375

Kurner 2003 Kurner, W.: Radiated emission measurement in mode-tuned reverberation chambers. In: *Technisches Messen tm* 70 (2003), März, Nr. 3, S. 119–124. – ISSN 0171-8096

Kurner und Schwab 2000 Kurner, W.; Schwab, A.: Parameters and results of SE-measurements performed in mode-stirred chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2000, S. 611–614

Ladbury und Goldsmith 2000 Ladbury, J. M.; Goldsmith, K.: Reverberation chamber verification procedures, or, how to check if your chamber ain't broke and suggestions on now to fix it if it is. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2000, S. 17–22

Ladbury et al. 1996 Ladbury, J. M.; Johnk, R. T.; Ondrejka, A. R.: Rapid Evaluation of Mode-Stirred Chambers Using Impulsive Waveforms / NIST. Boulder, CO, USA, Juni 1996 (1381). – NIST Technical Note

Ladbury et al. 1997 Ladbury, J. M.; Koepke, G. H.; Camell, D. G.: Improvements in the CW evaluation of mode-stirred chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 1997. IEEE 1997 International Symposium on*, 1997, S. 33–37

Ladbury et al. 2002 Ladbury, J. M.; Lehman, T. H.; Koepke, G. H.: Coupling to devices in electrically large cavities, or why classical EMC evaluation techniques are becoming obsolete. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2002, S. 648–655

Laermans et al. 2004a Laermans, E.; De Zutter, D.; Pissoort, D.: Statistical correlation in an overmoded 2D lossless cavity. In: *URSI 2004 International Symposium on Electromagnetic Theory* Bd. 2, Mai 2004, S. 822–824. – ISBN 88-8492-252-6

Lail und Castillo 2001 Lail, B. A.; Castillo, S. P.: Electromagnetic coupling to thin-wire structures in complex cavities. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2001. IEEE* Bd. 4, 2001, S. 310–313

Lane und Clark 1998 Lane, S. A.; Clark, R. L.: Active control of a reverberant enclosure using an approximate constant volume velocity source. In: *American Control Conference, 1998. Proceedings of the 1998* Bd. 4, 1998, S. 2606–2610

Leat 2005 Leat, C. J.: Understanding skin current distributions on an aircraft at HF using eigencurrent expansions. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 2, 2005, S. 426–431

Leferink 2005 Leferink, F.: In-situ EMI testing of large naval radar systems using a Vibrating Intrinsic Reverberation Chamber (VIRC). In: *IEEE 6th International Symposium on Electromagnetic Compatibility and Electromagnetic Ecology, 2005, Proceedings* Bd. 2005, 2005, S. 307–310

Leferink et al. 2000 Leferink, F.; Boudenot, J. C.; Etten, W. van: Experimental results obtained in the vibrating intrinsic reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2000, S. 639–644

Leferink et al. 2002 Leferink, F.; Groot Boerle, D. J.; Lefebvre, J.; Boudenot, J.-C.; Heideman, G. H. L. M.; Etten, W. C. van: In situ measurement of electromagnetic interference using vibrating intrinsic reverberation chamber. In: *Revue de l'Electricite et de l'Electronique* 1 (2002), Januar, S. 87–93. – ISSN 1265-6534

Leferink et al. 2003 Leferink, F.; Hilverda, G.; Boerle, D. G.; Etten, W. van: Radiated electromagnetic fields of actual devices measured in different test environments. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2003, S. 558–563

Leferink 1998 Leferink, F. B. J.: High field strength in a large volume: the intrinsic reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1998. 1998 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1998, S. 24–27

Leferink et al. 2006 Leferink, F. B. J.; Bergsma, H.; Van Etten, W. C.: Shielding effectiveness measurements using a reverberation chamber. In: *17th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2006* Bd. 2006, 2006, S. 505–508

Lehman und Freyer 1997 Lehman, T. H.; Freyer, G. J.: Characterization of the maximum test level in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1997. IEEE 1997 International Symposium on*, 1997, S. 44–47

Lehman et al. 1997 Lehman, T. H.; Freyer, G. J.; Crawford, M. L.; Hatfield, M. O.: Recent developments relevant to implementation of a hybrid TEM cell/reverberation chamber HIRF test facility. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1997. 16th DASC., AIAA/IEEE* Bd. 1, 1997, S. 4.2–26–30

Lehman et al. 1998 Lehman, T. H.; Freyer, G. J.; Hatfield, M. O.; Ladbury, J. M.; Koepke, G. H.: Verification of fields applied to an EUT in a reverberation chamber using numerical modeling. In: *Electromagnetic Compatibility, 1998. 1998 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1998, S. 28–33

Lehman und Miller 1991a Lehman, T. H.; Miller, E. K.: The elementary statistical properties of electromagnetic fields in complex cavities. In: *Antennas and Propagation, 1991. ICAP 91., Seventh International Conference on (IEE)* Bd. 2, 1991, S. 938–941

Lehman und Miller 1991b Lehman, T. H.; Miller, E. K.: The statistical properties of electromagnetic fields with application to radiation and scattering. In: *AP-S International Symposium (Digest) (IEEE Antennas and Propagation Society)* Bd. 3, 1991, S. 1616–1619

Lentz 1978 Lentz, R. R.: Use of a reverberating chamber in microwave oven choke design. In: *Microwave power symposium 1978*. Ottawa, Ont., Canada, Juni 1978, S. 5–7

Leuchtmann et al. 2003b Leuchtmann, P.; Bruns, C.; Vahldieck, R.: On the validation of simulated fields in a reverberation chamber. In: *Microwave Conference, 2003. 33rd European* Bd. 3, 2003, S. 1035–1038

Lever et al. 1996 Lever, P. H.; Ball, R. J.; Jennings, P. A.: Design of a mode stirring facility for whole vehicle testing. In: *The Correlation Between Measurements in Screened Rooms and in Open Area Test Sites, IEE Colloquium on*, 1996, S. 4/1–4/6

Lienard und Degauque 2004 Lienard, M.; Degauque, P.: Simulation of dual array multipath channels using mode-stirred reverberation chambers. In: *Electronics Letters* 40 (2004), Nr. 10, S. 578–580. – ISSN 0013-5194

Loughry und Gurbaxani 1995 Loughry, T. A.; Gurbaxani, S. H.: The effects of intrinsic test fixture isolation on material shielding effectiveness measurements using nested mode-stirred chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 37 (1995), Nr. 3, S. 449–452. – ISSN 0018-9375

Lundén und Bäckström 2003 Lundén, O.; Bäckström, M.: A factorial designed experiment for evaluation of mode-stirrers in reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003. EMC '03. 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2003, S. 465–468

Lundén et al. 2001 Lundén, O.; Bäckström, M.; Niklas, W.: Evaluation of stirrer efficiency in FOI mode-stirred reverberation chambers / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOA, Sweden, 2001 (FOI-R–0250–SE). – Report

Lundén et al. 1999 Lundén, O.; Jansson, L.; Bäckström, M.: Measurements of stirrer efficiency in mode-stirred reverberation chambers / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOA, Sweden, 1999 (FOA-R–99-01139-612–SE). – Report

Lundmark et al. 2004 Lundmark, M.; Calvo, R. S.; Kildal, P. S.; Orlenius, C.: A solid hand phantom for mobile phones and results of measurements in reverberation chamber. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2004. IEEE* Bd. 1, 2004, S. 719–722

Ma 1988 Ma, M. T.: Understanding reverberating chambers as an alternative facility for EMC testing. In: *Journal of Electromagnetic Waves and Applications* 2 (1988), Nr. 3–4, S. 339–351. – ISSN 0920-5071

Ma et al. 1985 Ma, M. T.; Kanda, M.; Crawford, M. L.; Larsen, E. B.: A review of electromagnetic compatibility/interference measurement methodologies. In: *Proceedings of the IEEE* 73 (1985), Nr. 3, S. 388–411. – ISSN 0018-9219

Ma et al. 1986 Ma, M. T.; Kanda, M.; Crawford, M. L.; Larsen, E. B.: Measuring electromagnetic interference. II. Reverberating chambers. In: *Test & Measurement World* 6 (1986), Mai, Nr. 5, S. 74, 76, 79, 84, 86, 89–90. – ISSN 0744-1657

Ma und Koepke 1986 Ma, M. T.; Koepke, G. H.: Measurements of unintentional electromagnetic emissions. In: *Proceedings of the IEEE* 74 (1986), Nr. 1, S. 110–111. – ISSN 0018-9219

Maddocks 1997 Maddocks, T.: EMC measurements. In: *BEMC'97. 8th International Conference on Electromagnetic Measurement*. Teddington, UK, November 1997, S. 39–1–17. – ISBN 0-946754-23-3

Madsén et al. 2004 Madsén, K.; Hallbjörner, P.; Orlenius, C.: Models for the number of independent samples in reverberation chamber measurements with mechanical, frequency, and combined stirring. In: *Antennas and Wireless Propagation Letters* 3 (2004), S. 48–51. – ISSN 1536-1225

Madsen und Rosengren 2003 Madsen, K.; Rosengren, K.: Reverberation chamber for active phone radiated measurements. In: *Antenn 03. Nordic Antenna Symposium. Conference Proceedings*. Kalmar, Sweden, Mai 2003, S. 147–152

Madsen und Teng 2003 Madsen, K.; Teng, C. E.: Reverberation chamber for precompliance measurements of radiated harmonics from mobile phones. In: *Antenn 03. Nordic Antenna Symposium. Conference Proceedings*. Kalmar, Sweden, Mai 2003, S. 315–320

Malan und Metaxas 2002 Malan, D. H.; Metaxas, A.: Parallel computing in microwave heating analysis. In: *Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy* 37 (2002), Nr. 4, S. 215–222. – ISSN 0832-7823

Malekpour und Torres 2000 Malekpour, M.; Torres, W.: Characterization of a flight control computer with rollback recovery. In: *Digital Avionics Systems Conferences, 2000. Proceedings. DASC. The 19th* Bd. 1, 2000, S. 3C4/1–3C4/8

Martin und Bäckström 1999 Martin, T.; Bäckström, M.: Semi-empirical modeling of apertures by use of FDTD. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 1999, S. 832–837

Marvin et al. 1994 Marvin, A. C.; Angus, J. A. S.; Dawson, J. F.; Clegg, J.: Enhancements to stirred mode chambers by the use of pseudo-random phase reflection gratings. In: *EMC '94 Roma. International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1. Rome, Italy, September 1994, S. 218–221

Mason et al. 2006 Mason, I. M.; Cloete, J. H.; Van Brakel, W.; Hargreaves, J. E.: Electromagnetic reverberation at VHF on wires in uncased water-filled boreholes. In: *Electronics Letters* 42 (2006), S. 306–307

Masterson et al. 2001 Masterson, K. D.; Novotny, D. R.; Koepke, G. H.: Electromagnetic shielding characteristics of optical-fiber feedthroughs. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 43 (2001), Nr. 2, S. 177–186

McMahon et al. 1989 McMahon, A. T.; Weber, J.; Prothe, A.; Pesta, A.: Shielding effectiveness measurements for an SHF/EHF field-to-wire coupling model. In: *Electromagnetic Compatibility, 1989. IEEE 1989 National Symposium on*, 1989, S. 414–417

Melnikov et al. 1994 Melnikov, O.; Tyshkevich, R.; Yemelichev, V.; Sarvanov, V.: *Lectures on Graph Theory*. Mannhein, Leipzig, Wien, Zürich: BI Wissenschaftsverlag, 1994. – ISBN 3-411-17121-9

Merewether und Fisher 1982 MEREWETHER, D.; FISHER, R.: An application of the equivalence principle to the finite-difference analysis of EM fields inside complex cavities driven by large apertures. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 1982* Bd. 20, 1982, S. 495–498

Michielsen und Fiachetti 2004 MICHIELSEN, B.; FIACHETTI, M.: Green functions, covariance operators and canonical stochastic fields [waveguide example]. In: *URSI 2004 International Symposium on Electromagnetic Theory* Bd. 1. Pisa, Italy, Mai 2004, S. 299–301. – ISBN 88-8492-252-6

Michielsen und Fiachetti 2005 MICHIELSEN, B. L.; FIACHETTI, C.: Covariance operators, Green functions, and canonical stochastic electromagnetic fields. In: *Radio Science* 40 (2005), S. 1–12

Migliaccio 2001 MIGLIACCIO, M.: On the phase statistics of the electromagnetic field in reverberating chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 43 (2001), Nr. 4, S. 694–695. – ISSN 0018-9375

Mihran 1978 MIHRAN, T. G.: Microwave Oven Mode Tuning by Slab Dielectric Loads. In: *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on* 26 (1978), Nr. 6, S. 381–387. – ISSN 0018-9480

Milind und Ramanarayanan 2004 MILIND, S.; RAMANARAYANAN, V.: Design and analysis of a linear type electromagnetic stirrer. In: *Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2004 IEEE* Bd. 1, 2004, S. 194. – ISSN 0197-2618

Mislan 1985 MISLAN, J. D.: Comparison of Failure Mode Criteria in Electromagnetic Environments. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* IM-34 (1985), Nr. 4, S. 581–584

Mitra und Trost 1996 MITRA, A. K.; TROST, T. F.: Power transfer characteristics of a microwave reverberation chamber. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 38 (1996), Nr. 2, S. 197–200

Moeller et al. 2000 MOELLER, K. J.; NGUYEN, D. T.; BUNTING, C. F.; RUNESHA, H.; QIN, J.: Subspace and Lanczos sparse eigen-solvers for finite element structural and electromagnetic applications. In: *Advances in engineering software* 31 (2000), Nr. 8, S. 599–606

Moglie et al. 2005 MOGLIE, F.; PASTORE, A. P.; PRIMIANI, V. M.: Current probe characterization in a reverberation chamber. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 2, 2005, S. 545–549

Moore Jr. 1980 MOORE JR., O. H.: Construction of a Large High Intensity Reverberation Facility. In: *Institute of Environmental Sciences - Proceedings, Annual Technical Meeting*, 1980, S. 162–164

Musso et al. 2003 Musso, L.; Canavero, F.; Demoulin, B.; Berat, V.: Radiated immunity testing of a device with an external wire: repeatability of reverberation chamber results and correlation with anechoic chamber results. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2003, S. 828–833

Naval und Group 1996 Naval, S. W. C. R. C.; Group, A. C. O.: *Proceedings of the Reverberation Chamber and Anechoic Chamber Operators Group meeting...* 1996. – Papers and programme

Neilson et al. 1989 Neilson, J. M.; Latham, P. E.; Caplan, M.; Lawson, W. G.: Determination of the resonant frequencies in a complex cavity using the scattering matrix formulation. In: *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on* 37 (1989), S. 1165–1170. – ISSN 0018-9480

Nguyen 1999 Nguyen, T.: RF loading effects of aircraft seats in an electromagnetic reverberating environment. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1999. Proceedings. 18th* Bd. 2, 1999, S. 10.B.5–1–10.B.5–7

Nguyen et al. 2000b Nguyen, T. X.; Dudley, K. L.; Scearce, S. A.; Ely, J. J.; Richardson, R. E.; Hatfield, M. O.: RF coupling into the fuel tank of a large transport aircraft from intentionally transmitting PEDs in the passenger cabin. In: *AIAA/IEEE Digital Avionics Systems Conference - Proceedings* Bd. 1, 2000

Nguyen et al. 2004 Nguyen, T. X.; Koppen, S. V.; Ely, J. J.; Williams, R. A.; Smith, L. J.; Salud, M. T. P.: Portable wireless device threat assessment for aircraft navigation radios. In: *Electromagnetic Compatibility, 2004. EMC 2004. 2004 InternationalSymposium on* Bd. 3, 2004, S. 809–814

Nguyen et al. 2005 Nguyen, T. X.; Koppen, S. V.; Smith, L. J.; Williams, R. A.; Salud, M. T.: Wireless phone threat assessment for aircraft communication and navigation radios. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1, 2005, S. 135–140

Nitsch und Krauthäuser 2002 Nitsch, J.; Krauthäuser, H. G.: DFG-Forschergruppe 417: Elektromagnetische Verträglichkeit bei elektrotechnologischen Prozessen mit gepulsten Leistungen. In: *EMC Kompendium* 1 (2002), S. 87

Nitsch et al. 2003 Nitsch, J.; Mecke, H.; Styczynski, Z.; Wollenberg, G.; Krauthäuser, H. G.: Analysis Methods for Electrically Large Systems: From the Particular to the General (FOR417). In: *Electromagnetic Compatibility 2003, 15th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*. Zurich: Communication Technology Laboratory and Laboratory for Electromagnetic Fields and Mocrowave Electronics of the Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Februar 2003, S. 581–582

Orjubin et al. 2006b Orjubin, G.; Richalot, E.; Mengue, S.; Picon, O.: Statistical model of an undermoded reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 48 (2006), S. 248–251. – ISSN 0018-9375

Orjubin et al. 2006c ORJUBIN, G.; RICHALOT, E.; MENGUE, S.; PICON, O.: Statistical model of an undermoded reverberation chamber. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 48 (2006), S. 248–251

Orlenius et al. 2003a ORLENIUS, C.; SERAFIMOV, N.; KILDAL, P. S.: Procedure for measuring radiation efficiency in downlink band for active mobile phones in a reverberation chamber. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2003. IEEE* Bd. 4, 2003, S. 731–734

Orlenius et al. 2003b ORLENIUS, C.; WOLFGANG, A.; KILDAL, P.-S.: Bluetooth measurements in a reverberation chamber. In: *Antenn 03. Nordic Antenna Symposium. Conference Proceedings*. Kalmar, Sweden, Mai 2003, S. 135–139

Page 1994 PAGE, J.: Stirred mode reverberation chambers for EMC emission measurements and radio type approvals or organised chaos. In: *Electromagnetic Compatibility, 1994. Ninth International Conference on (Conf. Publ. No. 396)*, 1994, S. 313–320

Page und Cook 1995a PAGE, J.; COOK, A.: Stirred mode reverberation chambers for EMC emission measurements and radio type approvals or organised chaos. In: *Conference Proceedings RF Expo West*. San Diego, CA, USA, Januar 1995, S. 337–344

Page und Cook 1995b PAGE, J.; COOK, A.: Stirred mode reverberation chambers for radio type approval emission measurements. In: *EMC Tests in Screened Rooms, IEE Colloquium on*, 1995, S. 5/1–511

Panaretos et al. 2003 PANARETOS, A. H.; BIRTCHER, C. R.; BALANIS, C. A.: Statistics or EM field inside a scale model fuselage using a reverberation chamber approach. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2003. IEEE* Bd. 2, 2003, S. 1189–1192

Panaretos et al. 2005 PANARETOS, T.; BALANIS, C. A.; BIRTCHER, C. R.: HIRF penetration into simplified fuselage using a reverberation chamber approach. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 47 (2005), Nr. 3, S. 667–670

Perini und Cohen 2000 PERINI, J.; COHEN, L. S.: An alternative way to stir the fields in a mode stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2000, S. 633–637

Perini und Cohen 2002 PERINI, J.; COHEN, L. S.: Extending the operation of mode stirred chambers to low frequencies. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2002, S. 964–965

Perini et al. 2003 PERINI, J.; COHEN, L. S.; SARTORI, C. A. F.; CARDOSO, J. R.: An alternative solution for the updated mixed modes reverberating chambers. In: *Ciencia y Engenharia/ Science and Engineering Journal* 12 (2003), Nr. 3, S. 107–111

Petirsch 1999 PETIRSCH, M.: *Untersuchungen zur Optimierung der Feldverteilung in Mode-Stirred Chambers*. Berlin: Logos Verlag, 1999. – Dissertation, TU Karlsruhe. – ISBN 978-3-89722-232-8

Petirsch et al. 1999a PETIRSCH, M.; KURNER, W.; SOTRIFFER, I.; SCHWAB, A.: Comparing different measurement approaches in a mode-stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 1999, S. 929–933

Petirsch und Schwab 1997 PETIRSCH, M.; SCHWAB, A.: Optimizing shielded rooms utilizing acoustic analogies. In: *Electromagnetic Compatibility, 1997. IEEE 1997 International Symposium on*, 1997, S. 154–158

Petirsch und Schwab 1998 PETIRSCH, M.; SCHWAB, A.: Improving a mode-stirred chamber utilizing acoustic diffusors. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1, 1998, S. 39–43

Petirsch et al. 1999b PETIRSCH, M.; SOTRIFFER, I.; SCHWAB, A.: Mode-stirred chamber as test facility for electromagnetic susceptibility measurements. In: *Electromagnetic Compatibility 1999. 13th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*. Zurich, Switzerland, Februar 1999, S. 679–684. – ISBN 3-9521199-3-8

Petirsch und Schwab 1999 PETIRSCH, W.; SCHWAB, A. J.: Investigation of the field uniformity of a mode-stirred chamber using diffusers based on acoustic theory. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 41 (1999), Nr. 4, S. 446–451. – ISSN 0018-9375

Piette 2004 PIETTE, M.: Antenna radiation efficiency measurements in a reverberation chamber. In: *Radio Science Conference, 2004. Proceedings. 2004 Asia-Pacific*, 2004, S. 19–22

Plate et al. 2004 PLATE, S.; KRAUTHÄUSER, H. G.; NITSCH, J.: Construction and Characterization of an Table-Top Mode-Stirred Chamber. In: *EUROEM 2004, Book of Abstracts*. Magdeburg, Juli 2004. – ISBN 3-929757-73-7

Pommerenke 2000 POMMERENKE, D.: Methods for speeding up radiated and conducted immunity tests. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2000, S. 587–592

Pressel 1984 PRESSEL, P. I.: Mismatch: a major source of error in shielding effectiveness measurements. In: *Seventeenth Annual Connectors and Interconnection Technology Symposium Proceedings*. Anaheim, CA, USA, September 1984, S. 203–217

Price et al. 1993 PRICE, R. H.; DAVIS, H. T.; WENAAS, E. P.: Determination of the statistical distribution of electromagnetic-field amplitudes in complex cavities. In: *Phys. Rev. E* 48 (1993), Dezember, Nr. 6, S. 4716–4729

Priest et al. 2000 PRIEST, T.; GOLDSMITH, K.; DURIEU, D.: Using computational electromagnetics to solve an occupational health & safety incident. In: *Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics* Bd. 1, 2000, S. 341–348

Quine 1993 QUINE, J. P.: Characterization and testing of shielding gaskets at microwave frequencies. In: *Electromagnetic Compatibility, 1993. Symposium Record. 1993 IEEE International Symposium on*, 1993, S. 306–308

Quine et al. 1996 QUINE, J. P.; BROWN, C.; FISHER, K.; STREETER, J. P.; PESTA, A. J.: Testing of microwave shielding gaskets and cover panels-recent work at Rome Laboratories. In: *Electromagnetic Compatibility, 1996. Symposium Record. IEEE 1996 International Symposium on*, 1996, S. 371–374

Quine et al. 1997 QUINE, J. P.; OVERROCKER, D.; FISHER, K.; STREETER, J. P.; PESTA, A. J.: Proposal for a new methodology standard: simple near-field probe measurements of microwave leakage power from gasketed seams. In: *Electromagnetic Compatibility, 1997. IEEE 1997 International Symposium on*, 1997, S. 129–134

Quine und Pesta 1995 QUINE, J. P.; PESTA, A. J.: Shielding effectiveness of an enclosure employing gasketed seams-relation between SE and gasket transfer impedance. In: *Electromagnetic Compatibility, 1995. Symposium Record. 1995 IEEE International Symposium on*, 1995, S. 392–395

Quine et al. 1994 QUINE, J. P.; PESTA, A. J.; STREETER, J. P.; SUROWIC, E. A.: Distortion of radiation patterns for leakage power transmitted through attenuating cover panels and shielding gaskets-need for reverberation chamber measurement of total leakage power. In: *Electromagnetic Compatibility, 1994. Symposium Record. Compatibility in the Loop. IEEE International Symposium on*, 1994, S. 285–290

Quine et al. 1998 QUINE, J. P.; STREETER, J. P.; OVERROCKER, D.; FISHER, K.; PESTA, A. J.: A low cost dual methodology for characterizing microwave shielding gaskets over a wide frequency band. In: *Electromagnetic Compatibility, 1998. 1998 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1998, S. 245–248

Rayleigh 1905a RAYLEIGH, L.: The Constant of Radiation as Calculated from Melecular Data. In: *Nature* 72 (1905), Juli, S. 243–244

Rayleigh 1905b RAYLEIGH, L.: The Dynamic Theory of Gases and of Radiation. In: *Nature* 72 (1905), Mai, S. 54–55

Rean 1985 REAN, J. L.: HERO Susceptibility of 2.75 inch ffar: Comparative Results Obtained from Mode-Stirred Chambers, Anechoic Chambers, and Ground Plane Test Facilities., 1985, S. 194–198

Richardson 1985 RICHARDSON, R. E.: Mode Stirred Chamber Calibration Factor and Relaxation Time., 1985, S. 190–193

Richardson Jr. 1985 Richardson Jr., R. E.: Mode-Stirred Chamber Calibration Factor, Relaxation Time, and Scaling Laws. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* IM-34 (1985), Nr. 4, S. 573–580

Rosengren 2005 Rosengren, K.: *Characterization of terminal antennas for diversity and MIMO systems by theory, simulations and measurements in reverberation chamber*, Chalmers Tekniska Hogskola, Dissertation, 2005

Rosengren et al. 2004 Rosengren, K.; Bohlin, P.; Kildal, P. S.: Multipath characterization of antennas for MIMO systems in reverberation chamber including effects of coupling and efficiency. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2004. IEEE* Bd. 2, 2004, S. 1712–1715

Rosengren und Kildal 2001a Rosengren, K.; Kildal, P. S.: Study of distributions of modes and plane waves in reverberation chambers for the characterization of antennas in a multipath environment. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 30 (2001), Nr. 6, S. 386–391

Rosengren und Kildal 2001b Rosengren, K.; Kildal, P. S.: Theoretical study of angular distribution of plane waves in a small reverberation chamber for simulating multipath environment and testing mobile phones. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2001. IEEE* Bd. 3, 2001, S. 358–361

Rosengren und Kildal 2003 Rosengren, K.; Kildal, P.-S.: Diversity performance of a small terminal antenna for UMTS. In: *Antenn 03. Nordic Antenna Symposium. Conference Proceedings*. Kalmar, Sweden, Mai 2003, S. 165–170

Rosengren und Kildal 2005 Rosengren, K.; Kildal, P. S.: Radiation efficiency, correlation, diversity gain and capacity of a six-monopole antenna array for a MIMO system: theory, simulation and measurement in reverberation chamber. In: *Microwaves, Antennas and Propagation, IEE Proceedings -* 152 (2005), Nr. 1, S. 7–16. – ISSN 1350-2417

Rosengren und Kildal 2006 Rosengren, K.; Kildal, P. S.: Erratum: Radiation efficiency, correlation, diversity gain and capacity of a six-monopole antenna array for a MIMO system: Theory, simulation and measurement in reverberation chamber (IEE Proceedings: Microwaves, Antennas and Propagation (2005) 152: 1 (7-16)). In: *IEE Proceedings: Microwaves, Antennas and Propagation* 153 (2006), S. 400

Rosengren et al. 2001a Rosengren, K.; Kildal, P. S.; Carlsson, C.; Carlsson, J.: Characterization of antennas for mobile and wireless terminals by using reverberation chambers: improved accuracy by platform stirring. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2001. IEEE* Bd. 3, 2001, S. 350–353

Rosengren et al. 2001b Rosengren, K.; Kildal, P. S.; Carlsson, C.; Carlsson, J.: Characterization of antennas for mobile and wireless terminals in reverberation chambers: Improved accuracy by platform stirring. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 30 (2001), Nr. 6, S. 391–397

Rosengren et al. 2000 Rosengren, K.; Kildal, P. S.; Carlsson, J.; Lundén, O.: A new method to measure radiation efficiency of terminal antennas. In: *Antennas and Propagation for Wireless Communications, 2000 IEEE-APS Conference on*, 2000, S. 5–8

Rothenhausler und Ritter 2003 Rothenhausler, M.; Ritter, J.: Mode Stirring Chambers for full size aircraft tests: concept- and design-studies. In: *Microwave Conference, 2003. 33rd European* Bd. 3, 2003, S. 1031–1034

Salud und Murray 2002 Salud, M. T. P.; Murray, T.: Investigation of RF emissions from wireless networks as a threat to avionic systems. In: *Digital Avionics Systems Conference, 2002. Proceedings. The 21st* Bd. 2, 2002, S. 13E6–1–13E6–11 vol.2,Bluetooth,avionics,calibration,immunity testing,radio networks,radiofrequency interference,reverberation chambers,wireless LAN,RF emissions,aircraft avionics systems,interference issues,laptop/WLAN systems,radiated field emissions,reproducible test protocol,reverberation chamber data collection process,wireless local area network

Scearce und Bunting 1997 Scearce, S.; Bunting, C.: A frequency domain investigation of mechanical mode stirring in a reverberation chamber. In: *AMTA '97. 19th Meeting and Symposium Boston, MA*. Boston, MA, nov 1997, S. 272–277

Scearce et al. 2000 Scearce, S. A.; Dudley, K. L.; Nguyen, T. X.; Ely, J. J.: The use of transmission line impedance measurements to determine electromagnetic comparability of FQIS wiring installations. In: *Digital Avionics Systems Conferences, 2000. Proceedings. DASC. The 19th* Bd. 1, 2000, S. 3A3/1–3A3/8

Scott 1998 Scott, L.: Mode-stir measurement techniques for EMC theory and operation. In: *Antenna Measurements (Ref. No. 1998/254), IEE Colloquium on*, 1998, S. 8/1–8/7

Serafimov et al. 2002 Serafimov, N.; Kildal, P. S.; Bolin, T.: Comparison between radiation efficiencies of phone antennas and radiated power of mobile phones measured in anechoic chambers and reverberation chamber. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE* Bd. 2, 2002, S. 478–481

Serafinov et al. 2003 Serafinov, N.; Orlenius, C.; Kildal, P.-S.: Measuring receiver sensitivity of mobile phones in reverberation chambers. In: *Antenn 03. Nordic Antenna Symposium. Conference Proceedings*, 2003, S. 309–314

Shafei 2004 Shafei, D.: The analysis for multimode of electrical fields in reverberating chamber. In: *2004 4th International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology, ICMMT 2004*, 2004, S. 923–926

Sheng et al. 2000 Sheng, W.; Daming, Z.; Weiliang, Y.; Baikuan, W.: The effect of two stirrers in a large reverberation chamber. In: *Proceedings of the 2000 International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP2000)* Bd. 4. Fukuoka, Japan, August 2000, S. 1601–1604. – ISBN 4-88552-169-6

Siah et al. 2003 Siah, E. S.; Sertel, K.; Volakis, J. L.; Liepa, V. V.; Wiese, R.: Coupling studies and shielding techniques for electromagnetic penetration through apertures on complex cavities and vehicular platforms. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 45 (2003), S. 245–257. – ISSN 0018-9375

Silfverskiöld et al. 2002 Silfverskiöld, S.; Bäckström, M.; Lorén, J.: Microwave field-to-wire coupling measurements in anechoic and reverberation chambers. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 44 (2002), Nr. 1, S. 222–232

Silfverskiöld et al. 2000 Silfverskiöld, S.; Bäckström, M.; Jörgen, L.: Microwave field-to-wire coupling measurements in anechoic and reverberation chambers / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOA, Sweden, 2000 (FOA-R–00-01538-612–SE). – Report

Silfverskiöld et al. 2002 Silfverskiöld, S.; Bäckström, M.; Lorén, J.: Microwave field-to-printed-circuit-board coupling measurements in reverberation chamber / Swedish Defence Research Agency, FOI. Linköping, FOI, Sweden, 2002 (FOI-R–0425–SE). – Report

Slattery und Neal 1999 Slattery, K.; Neal, J.: A comparison of reverberation chamber and semi-anechoic chamber testing for automotive susceptibility. In: *Digital Avionics Systems Conference, 1999. Proceedings. 18th* Bd. 2, 1999, S. 10.C.2–1–10.C.2–7

Slattery et al. 1998 Slattery, K.; Neal, J.; Smith, S. V.: Characterization of a reverberation chamber for automotive susceptibility. In: *Electromagnetic Compatibility, 1998. 1998 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1998, S. 265–269

Slocum und Hatfield 2001 Slocum, M. B.; Hatfield, M. O.: Evaluation of proposed IEC reverberation chamber methodology for radiated emissions measurements using a reference radiator. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2001, S. 734–739

Solovieva et al. 2003 Solovieva, E.; Korovkin, N.; Krauthäuser, H. G.; Nitsch, J.; Tkachenko, S.: Modeling of the abnormal excitation in the mode-stirred chamber. In: *Proccedings of the 5th International Symposium on Electromagnetic Compatibility and Electromagnetic Ecology*. St. Petersburg, Russia, September 2003, S. 64–68. – (in Russian). – ISBN 5-7629-0542-2

Spiegelaar und VanderHeyden 1995 Spiegelaar, H.; VanderHeyden, E.: The mode stirred chamber-a cost effective EMC testing alternative. In: *Electromagnetic Compatibility, 1995. Symposium Record. 1995 IEEE International Symposium on*, 1995, S. 368–373

St. John und Holland 2002 St. John, R. H.; Holland, R.: Simple deterministic solutions for cables over a ground plane or in an enclosure. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 44 (2002), Nr. 4, S. 574–579

Sugiura und Okamura 1987 SUGIURA, A.; OKAMURA, M.: Evaluation of interference generated by microwave ovens. In: *Electromagnetic Compatibility 1987. 7th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility.* Zurich, Switzerland, März 1987, S. 267–269

Sugiyama et al. 2005 SUGIYAMA, T.; SHINOZUKA, T.; IWASAKI, K.: Estimation of radiated power of radio transmitters using a reverberation chamber. In: *IEICE Transactions on Communications* E88-B (2005), Nr. 8, S. 3158–3163

Suriano et al. 2001 SURIANO, C.; THIELE, G. A.; SURIANO, J. R.: Predicting low frequency behavior of arbitrary reverberation chamber configurations. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2001, S. 757–761

Suriano et al. 2000 SURIANO, C. R.; THIELE, G. A.; SURIANO, J. R.: Low frequency behavior of a reverberation chamber with monopole antenna. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2000, S. 645–650

Svetanoff et al. 1999 SVETANOFF, D.; WEIBLER, J.; COONEY, R.; SQUIRE, M.; ZIELINSKI, S.; HATFIELD, M.; SLOCUM, M.: Development of high performance tuners for mode-stirring and mode-tuning applications. In: *Electromagnetic Compatibility, 1999 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 1999, S. 29–34

Thomas und Branner 1995 THOMAS, D. G. J.; BRANNER, G. R.: A new technique for optimizing mode-stirred chamber efficiency. In: *Electromagnetic Compatibility, 1995. Symposium Record. 1995 IEEE International Symposium on*, 1995, S. 374–377

Tkachenko et al. 2003 TKACHENKO, S.; GRONWALD, F.; KRAUTHÄUSER, H. G.; NITSCH, J.: Investigation of Electromagnetic Fiels Coupling to a Small Antenna within a Resonator. In: *Proccedings of the 5th International Symposium on Electromagnetic Compatibility and Electromagnetic Ecology.* St. Petersburg, Russia, September 2003, S. 68–74. – ISBN 5-7629-0542-2, (in Russian)

Tkachenko et al. 2007 TKACHENKO, S.; KRAUTHÄUSER, H. G.; GRONWALD, F.; NITSCH, J.: High Frequency Electromagnetic Fields Coupling to Small Antennas in Rectangular Resonator. In: *ICEAA07.* Torino, Italy, September 2007. – accepted for publication

Tkachenko et al. 2001 TKACHENKO, S.; NITSCH, J.; GRONWALD, F.; KRAUTHÄUSER, H.; STEINMETZ, T.: Investigation of Electromagnetic Field Coupling to Wire Structures in Cavities. In: *Proc. 2001 USNC/URSI National Radio Science Meeting, Boston, July 2001.* Boston, USA, Juli 2001, S. 262

Tristant et al. 2001 TRISTANT, F.; MOREAU, J. P.; LEVESQUE, P.: Electromagnetic measurement in a mode-stirred chamber. In: *Microwave and Optical Technology Letters* 28 (2001), Nr. 6, S. 417–421

Tsaliovich 1992 Tsaliovich, A.: EMC compliance measurements in the 1990s: new challenges call for innovative solutions. In: *Electromagnetic Compatibility, 1992. From a Unified Region to a Unified World. 1992 Regional Symposium on*, 1992, S. 4.1.5/1–4.1.5/5

Vahala und Nguyen 2004 Vahala, L.; Nguyen, T. X.: Effect of lag correlations on the statistical modeling of wave propagation in a complex cavity (aircraft fuselage applications). In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2004. IEEE* Bd. 1, 2004, S. 894–897

Vahala und Nguyen 2005 Vahala, L.; Nguyen, T. X.: Extension of the multi-scattering approach to stochastic polarized wave propagation in complex cavities. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2005 IEEE* Bd. 3B, 2005, S. 221–224

Wang et al. 2002a Wang, Y. J.; Koh, W. J.; Tai, Y. K.: Introduction to reverberation chamber test method and a two-stirrer mini-reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 3rd International Symposium on*, 2002, S. 397–400

Wang et al. 2002b Wang, Y. J.; Koh, W. J.; Tai, Y. K.; Lee, C. K.; See, K. Y.: Evaluating field uniformity of a mini-reverberation chamber with two mechanical stirrers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2002, S. 795–798

Ward 2003 Ward, D. D.: Next stop the testing lab. In: *IEE Communications Engineer* 1 (2003), Nr. 3, S. 20–23

Ward et al. 2000 Ward, S. M.; Marvin, A. C.; Dawson, J. F.: Towards an improved definition and measurement of electromagnetic shielding effectiveness. In: *IEE Colloquium (Digest)* 16 (2000), S. 49–54

Warne und Lee 2001 Warne, L. K.; Lee, K. S. H.: Some remarks on antenna response in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 43 (2001), Nr. 2, S. 239–240. – ISSN 0018-9375

Warne et al. 2003 Warne, L. K.; Lee, K. S. H.; Hudson, H. G.; Johnson, W. A.; Jorgenson, R. E.; Stronach, S. L.: Statistical properties of linear antenna impedance in an electrically large cavity. In: *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 51 (2003), Nr. 5, S. 978–992. – ISSN 0018-926X

Weeks et al. 2000a Weeks, F.; Defence, S.; Organisation, T.: *Technical note (Defence Science and Technology Organisation) ; 0272*. Kap. Stress analyses of a tuner for an electromagnetic reverberation chamber, Melbourne, Vic. : DSTO, 2000. – Cover title: Stress analysis of a tuner for an electromagnetic reverberation chamber Includes bibliographical references

Weeks et al. 2000b Weeks, F.; Goldsmith, K.; Defence, S.; Organisation, T.: *Technical note (Defence Science and Technology Organisation) ; 0257*. Kap. Design philosophy and material choice for a tuner in an electromagnetic reverberation chamber, Melbourne, Vic. : DSTO, 2000. – Includes bibliographical references

Weeks et al. 2000c WEEKS, F.; PHILP, G.; DEFENCE, S.; ORGANISATION, T.: *Technical note (Defence Science and Technology Organisation) ; 0273*. Kap. A feasibility study into increasing the rotational speed of the tuner in the DSTO electromagnetic reverberation chamber, Melbourne, Vic. : DSTO, 2000. – Includes bibliographical references

Weise und Wöger 1999 WEISE, K.; WÖGER, W.: *Meßunsicherheit und Meßdatenauswertung*. Wiley-VCH, 1999. – ISBN 3-527-29610-7

Wellander et al. 2001 WELLANDER, N.; LUNDÉN, O.; BÄCKSTRÖM, M.: The maximum value distribution in a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2001, S. 751–756

Weyl 1912a WEYL, H.: Über das Spektrum der Hohlraumstrahlung. In: *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 141 (1912), S. 163–181

Weyl 1912b WEYL, H.: Über die Abhängigkeit der Eigenschwingungen einer Membran und deren Begrenzung. In: *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 141 (1912), S. 1–11

Weyl 1913 WEYL, H.: Über die Randwertaufgabe der Strahlungstheorie und asymptotische Spektralgesetze. In: *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 143 (1913), S. 177–202

Wheless et al. 1995 WHELESS, W. P.; WALLACE, C. B.; PRATHER, W. D.: A statistical electromagnetics (STEM) research initiation report. In: *Conference Proceedings. 11th Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics* Bd. 1. Monterey, CA, USA: Naval Postgraduate School, März 1995, S. 202–110

White und Kim 1996 WHITE, A. L.; KIM, H.: Designing experiments for controller perturbation theories-an example. In: *Aerospace Applications Conference, 1996. Proceedings., 1996 IEEE* Bd. 1, 1996, S. 265–278

White WHITE, J.: *Multimode cavity resonator with two coupling holes at wall corners.*

Wieckowski 2004 WIECKOWSKI, T.: Electromagnetic environment vs. radiocommunication devices. In: *Przeglad Telekomunikacyjny + Wiadomosci Telekomunicayjne* 77 (2004), Nr. 6, S. 257–260. – ISSN 1230-3496

Williams et al. 1997 WILLIAMS, A. J. M.; DUFFY, A. P.; SCARAMUZZA, R. A.: A modelling approach to determining the effective working volume of a mode-stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 1997. 10th International Conference on (Conf. Publ. No. 445)*, 1997, S. 187–192

Wilson et al. 2002a WILSON, P.; LADBURY, J.; KOEPKE, G.: Pseudo-isotropic source for anechoic chamber qualification. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2002, S. 39–42

Wilson 2004 Wilson, P. F.: Advances in radiated EMC measurement techniques. In: *Radio Science Bulletin* 311 (2004), Dezember, S. 65–78. – ISSN 1024-4530

Wilson und Ma 1988 Wilson, P. F.; Ma, M. T.: Techniques for measuring the electromagnetic shielding effectiveness of materials. II. Near-field source simulation. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 30 (1988), Nr. 3, S. 251–259. – ISSN 0018-9375

Wolfgang et al. 2003a Wolfgang, A.; Carlsson, W.; Orlenius, C.; Kildal, P. S.: Improved procedure for measuring efficiency of small antennas in reverberation chambers. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2003. IEEE* Bd. 4, 2003, S. 727–730

Wolfgang et al. 2003b Wolfgang, A.; Orlenius, C.; Kildal, P. S.: Measuring output power of Bluetooth devices in a reverberation chamber. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2003. IEEE* Bd. 4, 2003, S. 735–738

Woods et al. 2003 Woods, R.; Ely, J. J.; Vahala, L.: Detecting the use of intentionally transmitting personal electronic devices onboard commercial aircraft. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2003, S. 263–268

Wu und Chang 1988 Wu, D.; Chang, D.: Effect of a large rotating scatterer in a rectangular cavity. / National Bureau of Standards, NBS. 1988 (TN1317). – NBS Technical Note

Wu und Chang 1989 Wu, D. I.; Chang, D. C.: The effect of an electrically large stirrer in a mode-stirred chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on* 31 (1989), Nr. 2, S. 164–169. – ISSN 0018-9375

Yamanaka et al. 2001 Yamanaka, Y.; Ishigami, S.; Harima, K.: Recent progress of studies on EMC relating to various equipment. In: *Journal of the Communications Research Laboratory* 48 (2001), Nr. 4, S. 151–166

Yang et al. 2002b Yang, J.; Kildal, P. S.; Carlsson, J.; Carlsson, C.: Calculation and measurements of self-impedance of a dipole near a lossy cylinder as a reference case in reverberation chamber measurements. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE* Bd. 2, 2002, S. 474–477

Yu und Bunting 2003 Yu, S.-P.; Bunting, C. F.: Statistical investigation of frequency-stirred reverberation chambers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2003, S. 155–159

Yuan et al. 2005 Yuan, Z.; He, J.; Zeng, R.; Chen, S.: Technology of the reverberation chamber for EMC test. In: *Gaodianya Jishu/High Voltage Engineering* 31 (2005), Nr. 3

Yun et al. 2001 Yun, J.-C.; Rhee, J.-G.; Chung, S.-Y.: An improvement of field uniformity of reverberation chamber by the variance of diffuser volume ratio. In: *Microwave Conference, 2001. APMC 2001. 2001 Asia-Pacific* Bd. 3, 2001, S. 1123–1126

Zhang und Li 2002b Zhang, D.; Li, E.: A fast technique to evaluate uniformity conformity to standards' requirement for a reverberation chamber at the low end of test frequency. In: *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering* 12 (2002), Nr. 3, S. 296–306

Zhang und Li 2002c Zhang, D.; Li, E.: Loading effect of EUT on maximal electric field level in a reverberation chamber for immunity test. In: *Electromagnetic Compatibility, 2002 IEEE International Symposium on* Bd. 2, 2002, S. 972–975

Zhang und Li 2002d Zhang, D.; Li, E.: Study of influence of air gap generated by middle-span support for the horizontal stirrer on the performance of a reverberation chamber. In: *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility* Bd. 1, 2002, S. 502–505

Zhang et al. 2001 Zhang, D.; Li, E.; Yuan, W.: Study of independent sampling points in a reverberation chamber with two stirrers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2001. EMC. 2001 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2001, S. 577–581

Zhang et al. 2006 Zhang, D.; See, K. Y.; Koh, W. J.: Prediction of maximum electric field with given independent sampling points in a reverberation chamber. In: *17th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2006* Bd. 2006, 2006, S. 485–488

Zhang und Song 2000 Zhang, D.; Song, J.: Impact of stirrers' position on the properties of a reverberation chamber with two stirrers. In: *Electromagnetic Compatibility, 2000. IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2000, S. 7–10

Zhang et al. 2003 Zhang, D. M.; Li, E. P.; Yeo, T. K. D.; Chow, W. S.; Quek, J.: Influences of loading absorber on the performances of a reverberation chamber. In: *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on* Bd. 1, 2003, S. 279–281

Zhou et al. 2005a Zhou, X.; Jiang, Q.; Wang, W.: Effect of antenna aperture on measurements in reverberation chamber. In: *Dongnan Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of Southeast University (Natural Science Edition)* 35 (2005), Nr. 4, S. 538–540

Zhou et al. 2005b Zhou, X.; Jiang, Q.; Wang, W.: Effect of antenna aperture on measurements in reverberation chamber. In: *Dongnan Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of Southeast University (Natural Science Edition)* 35 (2005), S. 538–540

Zhou et al. 2005c Zhou, X.; Jiang, Q. X.; Wang, W. J.: Effect of stirrer on fields in a reverberation camber by FDTD analysis. In: *Dianbo Kexue Xuebao/Chinese Journal of Radio Science* 20 (2005)

Zorzy 1990 Zorzy, J.: Taking the mystery out of microwave EMI/RFI measurements. In: *MSN Microwave Systems News* 20 (1990), Mai, Nr. 5, S. 52–57. – ISSN 8750-7935

Zunoubi et al. 2005 Zunoubi, M. R.; Kalhor, H. A.; Taylor, C. D.; Kishk, A. A.: Electromagnetic modeling of 2D electronic Mode-Stirred reverberating chambers for electromagnetic compatibility and interference analysis and design. In: *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering* 15 (2005), Nr. 2, S. 197–202

Glossar

Antennenkalibrierfaktor (ACF)

Antenna Calibration Factor (engl.): Verhältnis von mittlerer Empfangsleistung und mittlerer Eingangsleistung während der Hauptkalibrierung.

Kammerkalibrierfaktor (CCF)

Chamber Calibration Factor (engl.): Verhältnis von mittlerer Empfangsleistung und mittlerer Eingangsleistung während der EUT-Kalibrierung.

Kammerbeladungsfaktor (CLF)

Chamber Loading Factor (engl.): Verhältnis von CCF zu ACF.

Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV)

Fähigkeit eines Gerätes, einer Anlage oder Systems, in der elektromagnetischen Umgebung zufriedenstellend zu arbeiten, ohne dabei selbst elektromagnetische Störungen zu verursachen oder gestört zu werden.

Testsystem (EUT)

Equipment Under Test (engl.): Das Testsystem.

Kammereinfügedämpfung (IL)

Insertion Loss (engl.): Verhältnis von maximaler Empfangsleistung und mittlerer Eingangsleistung während der Hauptkalibrierung gemittelt über die Antennen Positionen.

Lowest Usable Frequency (LUF)

Kleinste nutzbare Frequenz: Der genaue Wert hängt von vielen Einflußfaktoren ab und ergibt sich aus der Kalibrierung der Kammer. Typischerweise liegt sie im Bereich des vierfachen der ersten Resonanzfrequenz.

Modenverwirbelungskammer (MVK)

Hohlraumresonartor hoher Güte, der im Bereich hoher Modendichte angeregt wird. Anregungs- oder Randbedingungen werden variiert um ein statisch homogenes und isotropes Feld zu erzeugen.

Auflösungsbandbreite (RBW)

Resolution Band Width (engl.): Bei Messungen in Frequenzbereich: der Bereich um die Mittenfrequenz herum, für den nur minimale Pegelverfälschungen auftreten (typisch: +0 – -3 dB)

Index