

# Der Maßstabeffekt der mechanischen Eigenschaften auf der Mikro-, Meso-, Makroebene einphasiger und zweiphasiger polykristalliner Werkstoffe

L.W. Kuksa, L.M. Arzamaskova

*Untersucht wird der Maßstabeffekte der elastischen, plastischen und Festigkeitseigenschaften von einphasigen und zweiphasigen polykristallinen Werkstoffen mit kubischen und hexagonalen Kristallgittern. Es sind Versuchs- und Rechenmethoden ausgearbeitet worden, die zulassen, die Rolle der Maßstabfaktoren bei der Betrachtung auf Mikro-, Meso- und Makroebene zu studieren. Es wurden die Abhängigkeiten aufgeführt, die die Veränderung von physikalisch-mechanischen Eigenschaften bei den unterschiedlichen Betrachtungsmaßstäben charakterisieren.*

## 1 Einführung

Bei der Untersuchung der physikalisch-mechanischen Kenngrößen sowie bei der Erforschung der Spannungs-Verformungs-Zustände polykristalliner Werkstoffe ist es in der Festkörperphysik von großer Bedeutung, die vorhandenen Werkstoffeigenschaften zu berücksichtigen. Fast alle in der Technik verwendeten Werkstoffe sind strukturinhomogen und durch unterschiedliche physikalisch-mechanische Eigenschaften in den Makro- und Mikrobereichen charakterisiert. Polykristalline Metalle, die als Aggregate von unterschiedlich orientierten Kristalliten (Körnern) für ausreichend große Bereiche dienen, können als quasiisotrop gelten.

Die den Polykristall bildenden Einzelkörner weisen jedoch eine hohe Anisotropie der elastischen und plastischen Eigenschaften, der Festigkeitswerte, sowie der Verfestigungsanisotropie auf (Nye, 1964 und Schmid, 1935). Die Komplexität eines solchen Systems wie dem polykristallinen Werkstoff bedingt die Zweckmäßigkeit der Betrachtung auf verschiedenen Ebenen (Bolotin, 1980 und Lomakin, 1982): Die Ebene der Strukturinhomogenität, deren Maßstab der charakteristischen Größe entspricht, z.B. der Korngröße im polykristallinen Aggregat oder einen Teil der Korngröße. Als nächste Ebene (Mesoebene) kann eine Gruppe von Körnern des polykristallinen Aggregats dienen, die ein sehr kleines Volumen bilden, dem man Mittelwerteigenschaften zuteilen kann. Die höchste Ebene (Makroebene) wird durch die charakteristische Körpergröße bestimmt. Untersuchungen des Maßstabeffektes von physikalisch-mechanischen Eigenschaften auf der Mikro-, Meso- und Makroebene sind für Kompositwerkstoffe, zu denen man auch die polykristallinen Werkstoffe zählen kann, von großer Bedeutung, und sie ermöglichen, die Besonderheiten der physikalisch-mechanischen Eigenschaften des polykristallinen Werkstoffs im Ganzen zu untersuchen. Von den Eigenschaften der einzelnen Mikrobereiche ausgehend sind die Minimalvolumenabmessungen desjenigen Polykristalls zu bestimmen, der die Mittelwerteigenschaften vom Makrovolumen aufweist, was für den Aufbau des Rechenmodells eines strukturinhomogenen Körpers notwendig ist. Damit wird die Auswahl von Probegrößen besonders bei dünnwandigen Flächen und Röhren begründet, die man bei Stabilitätsprüfungen verwendet, sowie beim räumlichen Spannungszustand und zusammengesetzten Beanspruchungen.

## 2 Maßstabeffekt der elastischen Eigenschaften

Für elastische Eigenschaften der Polykristalle wurde die Mittelwertberechnung zum ersten Mal vom W. Voigt (1928) eingeführt. Er hat vorgeschlagen, daß die Fluktuationskomponente des Verformungsfeldes gleich Null ist. In diesem Fall besteht die Aufgabe der Mittelwertberechnung in der Ermittlung des Durchschnittswertes aus den elastischen Modulen  $\langle C_{ij} \rangle$ . In der Annahme nach Reuss (1929), daß die Fluktuationskomponente der Spannungen gleich Null ist, besteht die Aufgabe der Mittelwertberechnung in der Ermittlung des Durchschnittswertes aus den elastischen Nachgiebigkeiten  $\langle S_{ij} \rangle$ . Diese Verfahren der Mittelwertbildung geben befriedigende Ergebnisse für die schwach anisotropen Werkstoffe.

Die genaueren Betrachtungsweisen zur Bestimmung der effektiven Module enthalten die Arbeiten von Bolotin (1968) und Nowoschilov (1977).

Die Mittelung von elastischen Polykristalleigenschaften ist hier für den ziemlich großen - im Vergleich mit den Inhomogenitätsmaßstäben - Körper ausgeführt, um diesen Körper als unbegrenzt betrachten zu können (Bolotin, 1968 und Nowoschilov, 1977).

In den Arbeiten von Hill (1952) und Schermergor (1977) wird betont, dass die Mittelwertberechnung von elastischen Eigenschaften mit der Anwendung der Approximationen von Voigt und Reuss für einphasige Metalle zu geringeren Unterschieden führt. Und deshalb kann man meistens die Annäherung nach Hill (1952) anwenden

$$\langle S_{ij} \rangle_H = \frac{1}{2} \left[ \langle C_{ij} \rangle_V^{-1} + \langle S_{ij} \rangle_R \right] \quad (1)$$

Die Gegenüberstellung der Rechenergebnisse des arithmetischen Mittels aus den Durchschnittswerten nach Voigt (1928) und Reuss (1929) für den Gleitmodul mit den Angaben von Kelly (1970) zeigt, daß diese Ergebnisse gut mit der Lösung von Bolotin und Moskalenko (1968) übereinstimmen und nur Unterschiede von 3,5% aufweisen.

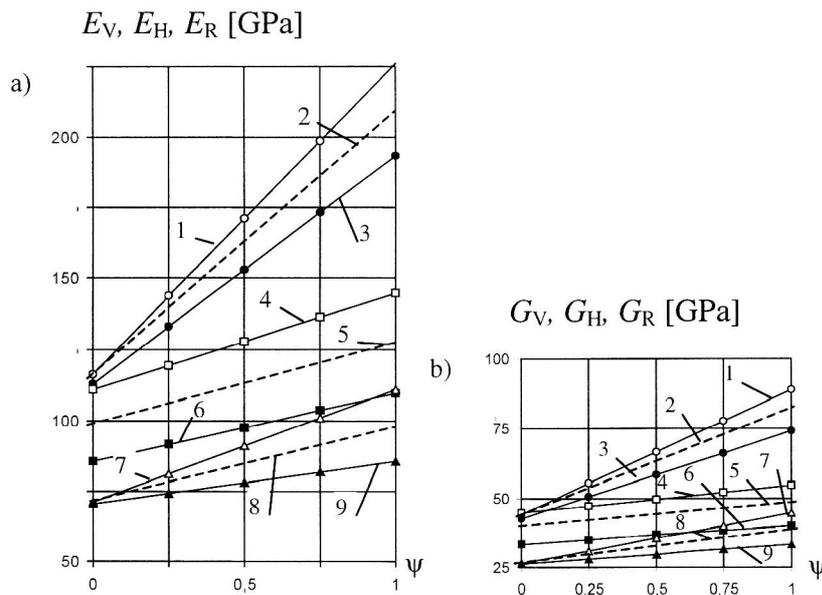


Bild 1: Die Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls  $E$  (a) und des Gleitmoduls  $G$  (b) bei der Mittelwertbildung nach Voigt ( $E_V, G_V$ ), Hill ( $E_H, G_H$ ) und Reuss ( $E_R, G_R$ ) für zweiphasige Polykristalle vom Volumenanteil der zweiten Phase  $\psi$ . 1, 4, 7 – Die Abhängigkeit  $E_V$  und  $G_V$  für zweiphasige Polykristalle Fe-Ti (vom Anteil  $\psi$  Fe), Cu-Zn, (vom Anteil  $\psi$  Cu), Zn-Al, (vom Anteil  $\psi$  Zn); 2, 5, 8 – ebenso für  $E_H, G_H$ . 3, 6, 9 ebenso für  $E_R, G_R$

Bild 1 zeigt die von uns gewonnenen Ergebnisse der E-Modul- und Gleitmoduländerung für zweiphasige Polykristalle in Abhängigkeit vom Volumenanteil der zweiten Phase  $\psi$ . Die im Bild 1 dargestellten Ergebnisse ermöglichen die Anwendung der Annäherung nach Hill (1952) auch für zweiphasige polykristalline Werkstoffe. Die Unterschiede in den Werten des Elastizitätsmoduls und des Gleitmoduls  $G$  nach Voigt und Reuss für zweiphasige Polykristalle sind nicht größer als die für die höchst anisotrope Phase.

Die entwickelte Bewertungsmethode für den Maßstabeffekt der elastischen Eigenschaften von einphasigen und zweiphasigen polykristallinen Werkstoffen bezieht sich auf die Mittelwertbildung der elastischen Eigenschaften der einzelnen Polykristallvolumen mit unterschiedlicher Kornzahl und Phasenvolumenverhältnis. Im Weiteren werden die mittleren quadratischen Abweichungen der elastischen Werte errechnet und die Abhängigkeit der mittleren quadratischen Abweichungen von der Kornzahl eines kleinen Volumenelementes ermittelt (Lomakin, 1982). Bei dem ebenen Problem kann die Elementarzellenform als quadratisch und aus  $n^2$  quadratischen gleichflächigen Körnern mit Einheitsdicke angenommen werden, bei dem räumlichen aus  $n^3$  kubischen Körnern. Eine solche Betrachtungsweise wird in der Mechanik der strukturinhomogenen Körper angewandt. Nach Iljuschin spielen die Unterschiede in den elastischen Konstanten und die Anisotropie bei der Bildung der mechanischen Eigenschaften in den realen Werkstoffen eine Hauptrolle, die Körnerform spielt dagegen eine Nebenrolle (Iljuschin, 1976).

Es wurde folgende Reihenfolge der Berechnungen bei der Untersuchung des Maßstabeffektes der elastischen Eigenschaften in zweiphasigen und einphasigen polykristallinen Werkstoffen angenommen:

1. Die Euler-Winkel  $\psi$ ,  $\varphi$ ,  $\theta$  werden mit Hilfe eines Zufallszahlengenerators gewählt. Bei der zufälligen Auswahl von Euler-Winkeln wird die Verteilung der homogenen Dichte verwendet. Es wird die Richtungsosinismatrix  $a_{ij}$  zwischen Labor- und kristallographischen Achsen der Körner berechnet.
2. Für die Körner jeder Phase werden die Matrizen der elastischen Steifigkeiten bezogen auf Laborachsen nach den Transformationsformeln für einen Tensor vierter Stufe (Nye, 1964) berechnet.
3. Es wird die Mittelung nach Voigt  $\langle C_{ij} \rangle$  und Reuss  $\langle S_{ij} \rangle$  für einzelne Polykristallvolumen mit verschiedener Körneranzahl  $n^2$  und  $n^3$  ausgeführt. Es wird die Matrixinversion  $\langle C_{ij} \rangle^{-1}_V = \langle S_{ij} \rangle_V$  durchgeführt. Es werden Elastizitätsmodul  $E$ , Gleitmodul  $G$  und Querkontraktionszahl  $\nu$  für jede der Phasen durch die Mittelung nach Reuss (1929) und dann nach Voigt (1928) bestimmt.
4. Es werden die Elastizitätsmoduli für zweiphasige polykristalline Werkstoffe nach Reuss und nach Voigt ermittelt (Bolotin und Nowitschkov, 1980)

$$\left. \begin{aligned} E_R &= \psi' E'_R + \psi'' E''_R & E_V &= \psi' E'_V + \psi'' E''_V \\ G_R &= \psi' G'_R + \psi'' G''_R & G_V &= \psi' G'_V + \psi'' G''_V \\ \nu_R &= \psi' \nu'_R + \psi'' \nu''_R & \nu_V &= \psi' \nu'_V + \psi'' \nu''_V \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

worin  $\psi'$  und  $\psi''$  die Volumenanteile der ersten und zweiten Phase sind.

Dann werden die Elastizitätsmodule durch die Mittelwertbildung nach Hill (1952) ermittelt.

$$E_H = \frac{1}{2} [E_R + E_V] \quad G_H = \frac{1}{2} [G_R + G_V] \quad \nu_H = \frac{1}{2} [\nu_R + \nu_V] \quad (3)$$

5. Es werden die Standardabweichungen  $\sigma_{E(n)}$  für den Elastizitätsmodul  $E$ ,  $\sigma_{G(n)}$  für den Gleitmodul  $G$  und  $\sigma_{\nu(n)}$  für die Querkontraktionszahl  $\nu$  für mindestens 100 Fälle unterschiedlicher Einzelvolumina des Polykristalls mit ungeordneten (zufällig orientierten) Körnern für den angenommenen Wert  $n$  berechnet. Dann werden Kurven der Standardabweichungen in Abhängigkeit von  $n$  auf verschiedenen Betrachtungsebene gezeichnet.

Die Ermittlung von Standardabweichungen ermöglicht es, die statistischen Kenngrößen für die Anisotropie zu berechnen, denn die für  $n=1$ , d.h. für ein Korn ermittelten Standardabweichungen sind statistische Kenngrößen für die Anisotropie.

Im Folgenden werden die Ergebnisse des Maßstabeffektes von elastischen Eigenschaften für die einphasigen polykristallinen Werkstoffe Aluminium, Eisen, Kupfer,  $\beta$ -Messing (kubische Kristalle), Titan, Zink (hexagonale Kristalle) und für die zweiphasigen, aus den Körnern (Kristalliten) von Eisen und Titan, Zink und Aluminium, Kupfer und Zink zusammengesetzten polykristallinen Werkstoffe angeführt. Die in den Berechnungen benutzten elastischen Konstanten nach Angaben von Huntington (1967) und Kelly (1970) sind in den Tabellen 1 und 2 angegeben. Die Anisotropie der elastischen Eigenschaften der geprüften Kristalle kann nach dem Quotient aus den größten und kleinsten E-Modulwerten der Kristalle und mit Hilfe der statistischen Kenngrößen für die Anisotropie  $\sigma_{E(1)}$ ,  $\sigma_{G(1)}$ ,  $\sigma_{\nu(1)}$  beurteilt werden. Die Quotienten aus den größten und den kleinsten Modulwerten, die man nach dem Vorschlag von Schmid (1935) bekommt, und die statistischen Kenngrößen der Anisotropie der untersuchten Kristalle sind in der Tabelle 3 angegeben, woraus die Größe von deren Anisotropie bewertet werden kann.

Werkstoff	$C_{11}$	$C_{12}$	$C_{44}$	$C_{13}$	$C_{33}$
Aluminium	10,82	6,13	2,85	-	-
Eisen	22,80	13,20	11,65	-	-
Kupfer	16,84	12,14	7,54	-	-
$\beta$ - Messing	12,91	10,97	8,24	-	-
Titan	16,24	9,20	4,67	6,90	18,07
Zink	16,30	2,55	3,79	5,08	6,23

Tabelle 1. Elastische Konstanten für die kubischen und hexagonalen Kristalle ( $\times 10^{10}$  Pa)

Werkstoff	$S_{11}$	$S_{12}$	$S_{44}$	$S_{13}$	$S_{33}$
Aluminium	1.57	-0.568	3.51	-	-
Eisen	0.762	-0.279	0.858	-	-
Kupfer	1.498	-0.629	1.326	-	-
$\beta$ - Messing	3.53	-1.62	1.22	-	-
Titan	2.2	-0.785	6.1	-0.5	1.97
Zink	0.838	0.11	2.64	-0.772	2.86

Tabelle 2. Elastische Konstanten für die kubischen und hexagonalen Kristalle ( $\times 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$ )

Werkstoff	$E_{\max}$ , GPa	$E_{\min}$ , GPa	$\frac{E_{\max}}{E_{\min}}$	$G_{\max}$ , GPa	$G_{\min}$ , GPa	$\frac{G_{\max}}{G_{\min}}$	$\sigma_E$ , %	$\sigma_G$ , %
Kubisches Gitter								
Aluminium	77	64	1.2	29	25	1.16	4.8	5.8
Eisen	290	135	2.14	118	61	1.94	20.0	26.1
Kupfer	194	68	2.86	77	31	2.48	26.6	32.4
Messing	198	28.3	7.02	81.9	20.6	3.97	44.3	62
Hexagonales Gitter								
Titan	143.3	104.4	1.37	46.7	40.2	1.16	8.7	8.9
Zink	126.3	35.6	3.55	49.7	27.8	1.79	27.0	29.4

Tabelle 3. Kenngrößen der Anisotropie von elastischen Eigenschaften

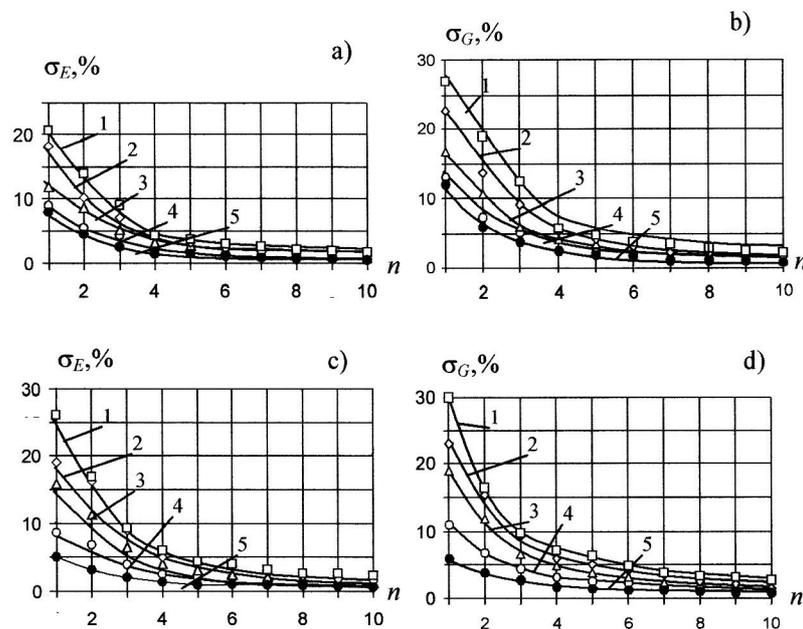


Bild 2. Maßstabeffekt der elastischen Eigenschaften von einphasigen und zweiphasigen polykristallinen Werkstoffen: a, c – Verlauf der Standardabweichungen  $\sigma_E$  in % vom Elastizitätsmodul  $E$ ; b, d – Verlauf der Standardabweichungen  $\sigma_G$  in % vom Gleitmodul  $G$ ; a, b – 1 – für Eisen; 2, 3, 4 – für zweiphasige Polykristalle Fe-Ti mit dem Volumenanteil von Eisen  $\psi=0.75$ ,  $\psi=0.5$ ,  $\psi=0.25$ ; 5 – für Titan; c, d – 1 – für Zink; 2, 3, 4 – für zweiphasige Polykristalle Zn-Al mit dem Volumenanteil von Zn  $\psi=0.75$ ,  $\psi=0.5$ ,  $\psi=0.25$ ; 5 – für Aluminium

Der Verlauf der Standardabweichungen mit zunehmendem  $n$  (Vergrößerung der Körneranzahl) für die einphasigen polykristallinen Werkstoffe Fe, Ti, Zn, Al und für die aus den Körnern Fe und Ti, Zn und Al gebildeten zweiphasigen polykristallinen Werkstoffe sind im Bild 2 dargestellt. In diesen Bindungen sind Eisen und Zink anisotroper als Titan und Aluminium. Dementsprechend verlaufen die Kurven der Standardabweichungen des Elastizitätsmoduls und des Gleitmoduls für die einphasigen Stoffe Eisen (Kurven 1, Bild 2a, b) und Zink (Kurven 1, Bild 2 c, d) höher. Mit abnehmendem Eisenanteil (Kurven 2,3,4, Bild 2a,b) und Zinkanteil (Kurven 2,3, Bild 2a,b) tritt eine Verminderung der Standardabweichungen auf. Für die einphasigen Stoffe Titan (Kurven 5, Bild 2a,b) und Aluminium (Kurven 5, Bild 2c,d) verlaufen die Abhängigkeiten der Standardabweichungen von  $n$  am niedrigsten (niedriger als andere Kurven, vgl. Kurven 1 bis 4, Bild 2,a,b,c,d). Für die schwach anisotropen Werkstoffe Aluminium und Titan unterscheiden sich die elastischen Konstanten von den Mittelwerten schon bei  $n = 4$  bis 5 (was der Zahl von 20-25 Körnern der quadratischen Elementarzelle des Polykristalls entspricht) nur wenig (Lomakin, 1982). Für Eisen, Kupfer, Zink (Kurven 1, Bild 2a,b,c,d und Kurven 1,3, Bild 3a,b) beträgt diese Größe  $n = 6$  bis 8, was der Zahl von 36-64 Körnern je Elementarzelle entspricht. Für die zweiphasigen Polykristalle nimmt  $n$  einen Zwischenwert an.

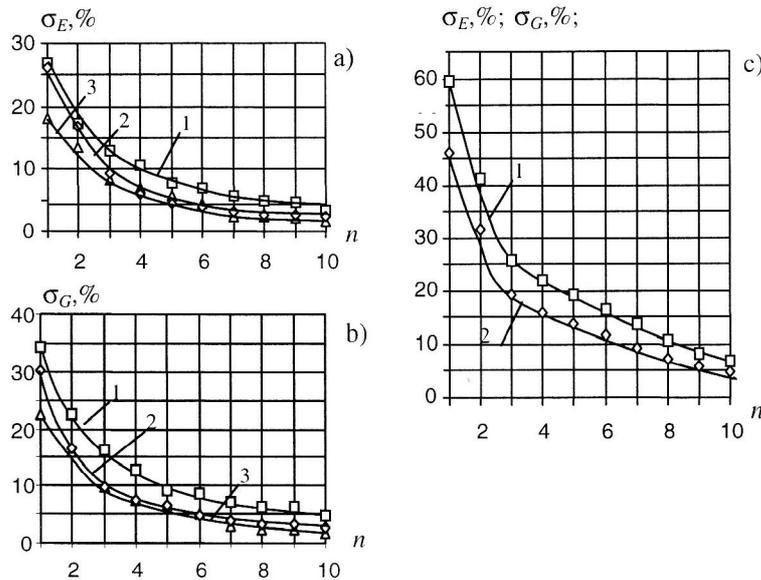


Bild 3. Maßstabeffekt der elastischen Eigenschaften von einphasigen und zweiphasigen polykristallinen Werkstoffen. a – Verlauf der Standardabweichungen  $\sigma_E$  in % vom Elastizitätsmodul  $E$ ; b Verlauf der Standardabweichungen  $\sigma_G$  in % vom Gleitmodul  $G$ . 1 – für Kupfer; 2 – für zweiphasige Polykristalle Zn-Cu ( $\psi=0.5$  Cu;  $\psi=0.5$  Zn); 3 – für Zink. c – für  $\beta$ -Messing: 1 - Verlauf der Standardabweichungen  $\sigma_E$  in % vom Elastizitätsmodul  $E$ ; 2 - Verlauf der Standardabweichungen  $\sigma_G$  in % vom Gleitmodul  $G$

Auf den Bildern 3 a,b sind Verläufe der Standardabweichungen für einphasige Polykristalle von Kupfer, Zink und für den aus Kupfer und Zink gebildeten zweiphasigen Polykristall, sowie auf dem Bild 3c für den einphasigen Polykristall von  $\beta$ -Messing (Kupfer-Zink-Legierung) dargestellt. Kupfer und Zink sind etwa gleich bezüglich des Anisotropiegrades. Deshalb liegen die Kurven von Standardabweichungen für Kupfer, Zink und für den zweiphasigen Kupfer-Zink-Polykristall ziemlich nah aneinander. Die Gegenüberstellung der Ergebnisse der Untersuchung für die Legierung aus Kupfer und Zink, d.h. für Messing (Bild 3c, Kurven 1, 2) mit dem zweiphasigen Polykristall, der aus Körnern von Kupfer und Zink besteht, zeigt, dass für den ersten Fall die Kurven der Standardabweichung höher liegen, und der Anisotropiegrad der elastischen Eigenschaften hier auch wesentlich größer ist. Die Werte  $n$ , bei denen die Standardabweichungen  $\sigma_{E(1)}$ ,  $\sigma_{G(1)}$  hier weniger als 5% sind, betragen 10-12. Das entspricht der Zahl 100-144 je quadratischer Elementarzelle.

### 3 Maßstabeffekt der plastischen Eigenschaften und der Festigkeitseigenschaften

Der Maßstabeffekt der plastischen Eigenschaften wurde auf Grund der Verformungsmikroinhomogenität von technisch reinen Metallen auf verschiedenen Basen der Messungen bei einer Mindestbasis 10 µm untersucht: Kupfer (flächenzentriertes kubisches Gitter), Eisen (raumzentriertes kubisches Gitter), Titan (hexagonales Gitter). Es wurden Rundproben von 10 mm Durchmesser und 100 mm Länge bei Zugbeanspruchung untersucht. Nach der Glühbehandlung wurden die als metallografischer Schliff vorbereiteten zylindrischen Oberflächen von Zugstäben vielfach elektrolytisch poliert und danach für die Mikrostrukturuntersuchung ätzpoliert. Die durchschnittliche Korngröße betrug bei den geprüften Zugstäben 140 µm für Kupfer, 80 µm für Eisen, 100 µm für Titan. Zum Vergleich wurden auch die zweiphasigen Legierungen geprüft: Stahl mit 0,66% Kohlenstoffanteil im Nachglühzustand mit Ferrit-Perlit-Gefüge und im Zustand nach dem Härten mit nachfolgendem Anlassen mit Sorbitgefüge. Auf die Probenoberflächen wurden die Fixpunkte entlang der Beanspruchungsachse für den verbesserten Mikrohärtemesser aufgetragen. Der Mikrohärtemesser ist auf einem Fundament installiert und hat eine automatische Belastung des Eindringkörpers. Die Fixpunkte wurden mit einem Abstand von 10 µm aufgetragen. Probenverformungen bei den verschiedenen Basen der Messungen wurden nach der in Kuksa (1979) beschriebenen Methode ermittelt. Die automatische Belastung des Eindringkörpers und seine Installation auf einem unabhängigen Fundament ermöglichen es, die Justierung der Lasteinrichtung (die Einstellung auf Berührung unter Belastung von 0,001 N (0,1g) im Unterschied zu der gewöhnlich empfohlenen Belastung von 0,005 N (0,5 g) durchzuführen. Für jede geprüfte Probe betrug die Gesamtzahl der untersuchten sehr kleinen Abschnitte 200 bis 400. Die Durchschnittsverformung je Stufe betrug 2-4%. Die Dehnung eines sehr kleinen Abschnitts  $i$  wurde auf der ersten und den folgenden Stufen auf folgende Weise berechnet:

$$\varepsilon_{i1} = \frac{L_{i(1)} - L_{i(0)}}{L_{i(0)}} \quad \varepsilon_{i2} = \frac{L_{i(2)} - L_{i(1)}}{L_{i(1)}} \quad (4)$$

worin  $L_{i(0)}$  die Länge eines sehr kleinen Abschnitts vor der Probenverformung ist;  $L_{i(1)}$  die Länge desselben kleinen Abschnitts nach der ersten Formänderungsstufe usw.

Um eine graphische Darstellung der mikroheterogenen bleibenden Verformung machen zu können, hat man den Parameter  $K_\varepsilon$  ermittelt

$$K_\varepsilon = \frac{\varepsilon_i}{\bar{\varepsilon}} \quad (5)$$

worin

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i}{n} \quad (6)$$

und  $n$  die Zahl der untersuchten sehr kleinen Abschnitte ist.

Zur vergleichenden Bewertung der Inhomogenität der bleibenden Verformung je Verformungseinheit wurde der Variationskoeffizient  $v$  berechnet:

$$v = \frac{\sigma_{ck}}{\bar{\varepsilon}} \quad (7)$$

worin  $\sigma_{ck}$  die durchschnittliche Standardabweichung ist.

Die Untersuchung des Maßstabeffektes der Festigkeitseigenschaften wurde auf Grund der Härteveränderung in einem großen Bereich der Belastungen und des Variationskoeffizienten durchgeführt. Der Variationskoeffizient charakterisiert den Streubereich von Härtemesswerten in Abhängigkeit von der Kornzahl, die auf die Fläche des pyramidalen Abdruckes gelangt sind. Nach den Meßergebnissen wurden die Durchschnittshärte  $H$ , die Standardabweichung  $\sigma_H$  und der Variationskoeffizient  $v_H$  berechnet.

Im Bild 4 sind die inhomogenen Verformungen unter Zugbeanspruchung in drei Belastungsstufen dargestellt. Die Inhomogenität der plastischen Verformung für die Titanprobestäbe, wie sie aus dem Bild 4 folgt, hat den größten Wert im Vergleich mit den Eisen- und Kupferproben. Gleichzeitig ist die Anisotropie der elastischen Eigen-

schaften von Titan niedriger als die für Eisen und Kupfer, vgl. Bild 2, Tabelle 3. Die minimale Inhomogenität der plastischen Eigenschaften kann man für die Kupferproben beobachten, während die Anisotropie der elastischen Eigenschaften bei Kupfer höher als die bei Titan und Eisen ist. Ein Polykristall kann nach dem Inhomogenitätsgrad der elastischen und plastischen Verformungen bezüglich der anderen Polykristalle unterschiedlich eingeordnet werden (Kuksa, 1986), was sich durch die unterschiedlichen Mechanismen der elastischen und plastischen Verformungen, durch die unterschiedlichen Grade der elastischen und plastischen Anisotropie sowie durch die damit verbundenen Besonderheiten bei der Wechselwirkung der einzelnen Körner im Polykristall erklären läßt.

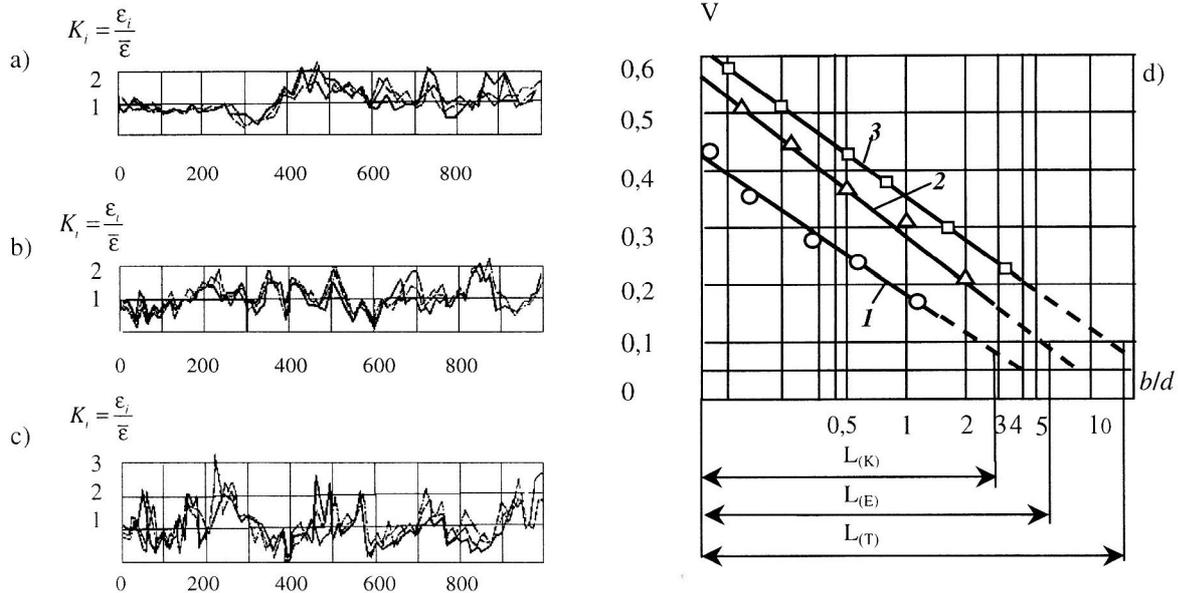


Bild 4. Mikroinhomogene Verformungen der einphasigen technisch reinen Metalle: a – Cu; b – Fe; c – Ti; — 1. Belastungsstufe, --- 2. Belastungsstufe, ---- 3. Belastungsstufe; d – die Abhängigkeiten des Variationskoeffizienten vom Verhältnis  $b/d$ ; 1 – Cu, 2 – Fe, 3 – Ti.

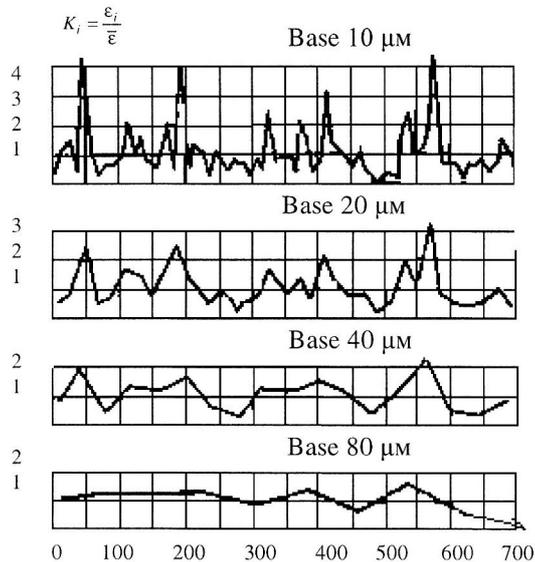
Die Untersuchung technisch reinen Titans (hexagonales Gitter) hat gezeigt, dass hier größtenteils eine innergranulare Inhomogenität hervortritt (Bild 4c). Für diese Art der mikroinhomogenen Verformung ist eine steile Erhöhung der Verformung in der Nähe der Korngrenze von einer Seite der Körner charakteristisch, während von der anderen Seite der Korngrenze eine wesentlich geringere Verformung im Vergleich zu deren Durchschnittsgröße vorliegt. Für technisches Eisen (kubisches raumzentriertes Gitter) ist eine transgranulare Inhomogenität charakteristisch (Bild 4b), die durch stufenlose Übergänge von den Bereichen mit höherer Verformung zu denen mit geringerer Verformung charakterisiert wird. Die Periodizität der Mikroinhomogenität hat hier eine Größe, die sehr nah der Größe des Kornes liegt. Für Stähle mit hohem Kohlenstoffanteil kann man auch eine ausgeprägte innergranulare Inhomogenität der Verformung beobachten (Bild 5). In Metallen mit flächenzentriertem kubischem Gitter wie Kupfer und Messing, wo es eine größere Zahl möglicher Gleitensysteme gibt als z. B. in Metallen mit hexagonalem Gitter, entspricht die Ordnung der Mikroinhomogenität der Verformung größtenteils der Zoneninhomogenität. Die Verformungsinhomogenität, die im Bild 4a dargestellt ist, wird hier auf eine ganze Gruppe von Körnern übertragen. Dabei wird die innergranulare und transgranulare Inhomogenität auf die Zoneninhomogenität aufgelegt, aber die beiden sind hier nicht so deutlich ausgeprägt. Der Übergang von der innergranularen zu der transgranularen und zur Zoneninhomogenität der plastischen Verformung fördert die wesentliche Verminderung der Inhomogenität des Verformungsverlaufs in den Mikrobereichen.

Die beim Zugversuch der Kupfer-, Eisen- und Titanproben in drei nacheinanderfolgenden Belastungsstufen erhaltenen mikroinhomogenen Verformungen (Bild 4a,b,c) weisen eine hohe Stetigkeit und Verfestigung der Bereiche mit erhöhter und geringerer Verformung im Laufe der plastischen Deformation auf. Wie in den Bildern 4 a, b, c zu sehen ist, ist die am Anfang der plastischen Deformation entstandene Mikroinhomogenität der Verformung, die energetisch am günstigsten ist und die Kontinuitätsbedingung des Werkstoffs gewährleistet, während des Prozesses der ganzen plastischen Deformation praktisch unveränderlich geblieben (Kuksa, 1990).

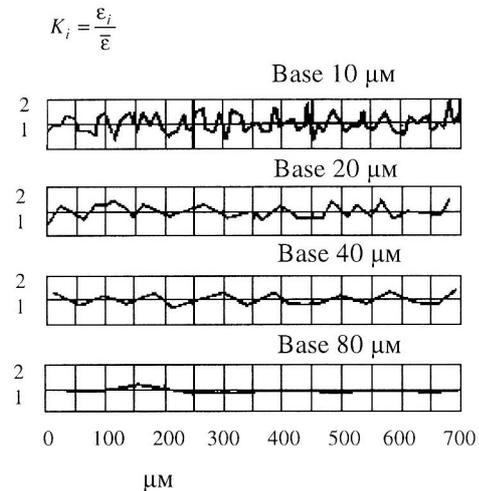
Bild 4 d zeigt die Veränderung des Variationskoeffizienten  $v$  abhängig vom Verhältnis  $b/d$  ( $b$  ist die Basis, auf der die Verformungsmessung erfolgt,  $d$  ist die Korngröße). In den halblogarithmischen Koordinaten kann diese

Abhängigkeit durch eine Gerade approximiert werden. Die Lage der Geraden bestätigt die aufgestellte These über die verschiedenen Ebenen der Mikroinhomogenität der Verformung für die geprüften Metalle. Es sei betont, dass die Inhomogenität der Verformung auf den Meßbasen von kleineren Korngrößen (im Bild für  $b/d < 1$ ) zu sehen ist. Auf den Meßbasen von größeren Korngrößen ( $b/d > 1$ ) ist die Inhomogenität der Verformung wesentlich niedriger.

a)



b)



c)

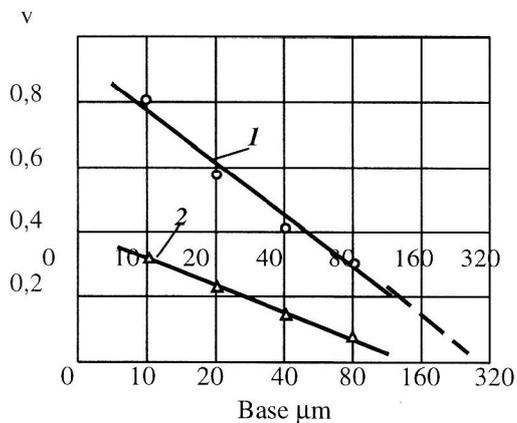


Bild 5. Stahl mit dem Kohlenstoffanteil C 0,66%: a – bei 900°C, 1 st. ( Ferrit-Perlit-Gefüge); b – Härten von 850°C, Rückglühen bei 670°C, 2 h. (Sorbitgefüge); c –Abhängigkeit des Variationskoeffizienten  $v$  von der Basis: 1 – Ferrit + Perlit, 2 – Sorbit (fenilamellarer Perlit). Hier handelt es sich um ein Anlaßgefüge mit hoher Anlaßtemperatur (670°C)

Die lineare Ausdehnung des Polykristallvolumens, für das die plastischen Eigenschaften durch die Durchschnittsgrößen bestimmt sind, kann als Basis angenommen werden, auf der bei der Messung der Verformungen der Wert der Inhomogenität der Verformung sehr nahe Null sein soll. Dieser Wert ist durch die Extrapolation der Geraden auf sehr kleine Werte des Variationskoeffizienten  $v$  (0,05-0,1, s. Bild 5) bestimmbar. Das repräsentative Elementarvolumen des Polykristalls stellen wir als Kubus dar mit der Kantenlänge, die gleich der Basisgröße ist, die man bei der gegebenen Extrapolation bekommen hat. Die Extrapolation der Geraden (Bild 4d) auf die Basiswerte, die durch die Durchschnittskorngröße ausgedrückt sind, gibt folgende Werte: für Kupfer  $l_m = (3-4)d$ , für Eisen  $l_e = (5-8)d$ , für Titan  $l_t = (12-16)d$ . Die Größen des Polykristallvolumens, dem man die durchschnittlichen plastischen Eigenschaften des Makrovolumens zuschreiben kann, hängen nicht von der Anisotropie der elastischen Eigenschaften ab.

Im Bild 5 sind die Mikroinhomogenitäten der Verformung angegeben und die Abhängigkeit des Variationskoeffizienten von der Basis. Der Inhomogenitätsgrad der Verformung von Stahl mit Sorbitgefüge ist nicht hoch. Der Parameter  $K$  ist hier nicht höher als 2 (Bild 5b) auf der Minimalbasis von  $10\ \mu\text{m}$ , und der Variationskoeffizient beträgt ca. 0,33 (Bild 5c), während für das Ferrit-Perlit-Gefüge einzelne  $K$ -Werte höher als 4 (Bild 5a) sind und der Variationskoeffizient 0,8 ist. Der steile Aufstieg des Grades der Mikroinhomogenität der Verformung bei den Stählen mit Ferrit-Perlit-Gefüge führt zur wesentlichen Verminderung der plastischen Eigenschaften.

Die Abhängigkeit des Variationskoeffizienten von der Abschnittsgröße kann hier wie auch für einphasige Metalle durch eine lineare Funktion approximiert werden (Bild 5 c). Die Werte des Variationskoeffizienten für das Ferrit-Perlit-Stahlgefüge bei verschiedenen Meßbasen sind hier höher als für das Sorbitgefüge. Die Extrapolation auf Null, die die lineare Ausdehnung des Polykristallvolumens mit den Durchschnittsgrößen der plastischen Eigenschaften für Stahl mit Ferrit+Perlit-Gefüge gibt, übersteigt mehr als zweifach diejenigen für das Sorbitgefüge.

Die Ergebnisse der durchgeführten Messungen der Abhängigkeit der Härte von der Belastung des Eindringkörpers für technisch reines Kupfer, Eisen, Titan und einkristallinem Aluminium sind in Bild 6a und für Stahl mit Kohlenstoffanteil C 0,42% mit Ferrit+Perlit-Gefüge und mit Sorbitgefüge in Bild 6b gezeigt. Für die untersuchten Metalle tritt der Maßstabeffekt in der Verminderung der Härte beim Anwachsen der Belastung des Eindringkörpers in Erscheinung. Im Bereich niedriger Belastung des Eindringkörpers ist diese Veränderung wesentlicher als im Bereich großer Belastung. Ein nicht so steiler Härteverlauf ist für den Einkristall von Aluminium und Kupfer, die flächenzentrierte kubische Gitter haben, zu sehen. Die Unterschiede der Veränderungskurven der Härte für verschiedene Metalle sind durch die Besonderheiten des Mechanismus der plastischen Deformation, abhängig von der Art des kristallinen Gitters, durch Unterschiede im Mechanismus der elastischen und plastischen Verformung (Kuksa, 1986), sowie durch die Bedingungen der Wechselwirkung der einzelnen Mikrovolumen zueinander zu erklären (Kuksa, 1997). Die Verminderung der Härte bei einer Belastung von 1000 N im Vergleich mit denjenigen einer Belastung von 0,1 N, d. h. bei Vergrößerung der Belastung auf das  $10^4$ -fache, betrug für den Stahl mit Ferrit+Perlit-Gefüge ca. 15%, für Stahl mit Sorbitgefüge ca. 23%, für Eisen ca. 28% und für Titan ca. 30%. Für einkristallines Aluminium betrug die Verminderung der Härte bei einer Belastung 200 N im Vergleich zu derjenigen einer Belastung von 0,02 N ca. 40%.

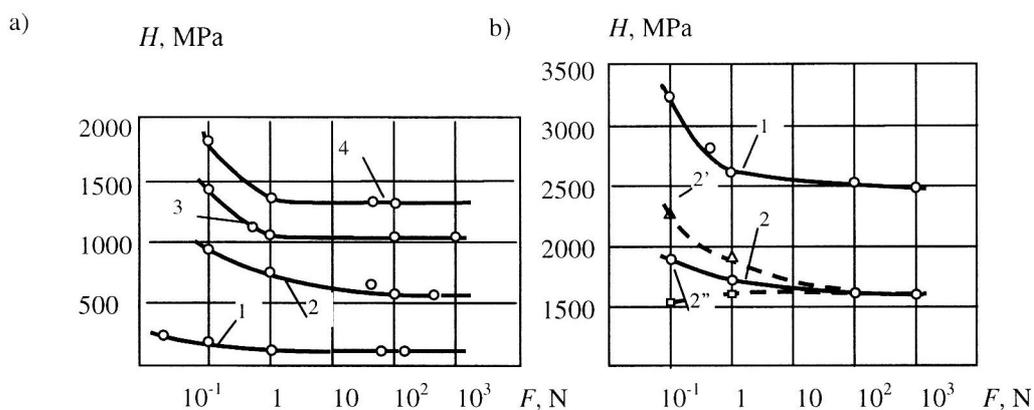


Bild 6. Die Veränderung der Mikrohärtigkeit und Härte in Abhängigkeit von der Belastung des Eindringkörpers:

a) 1 - Aluminium, 2 - Kupfer, 3 - Eisen, 4 - Titan; b) 1 - Stahl mit dem Sorbitgefüge, 2 - Stahl mit dem Ferrit+Perlit-Gefüge.

Als minimale Größe des Polykristallvolumens, das die durchschnittlichen Festigkeitseigenschaften hat, kann man diejenige annehmen, für die der Streubereich der Härtewerte, der durch den Variationskoeffizient zu bestimmen ist, nicht höher als 5% ist. Unter Berücksichtigung der plastisch verformten Zone um den Abdruck herum (Voigt, 1928) wurden die folgenden durch den Korndurchmesser  $d$  ausgedrückten Minimalabmessungen erhalten: für Kupfer  $(2...3)d$ , für Eisen  $(2...3)d$ , für Titan  $(4...6)d$ , für Stahl mit Sorbitgefüge  $(5...6)d$ , für Stahl mit Ferrit+Perlit-Gefüge  $(6...7)d$ . Diese Ergebnisse zeugen davon, dass mit der Vergrößerung der Belastung des Eindringkörpers der Übergang von Werten der Mikrohärtigkeit zu Werten der Härte erfolgt, die durch mechanische Eigenschaften des Polykristalls im Ganzen zu bestimmen sind, was von einer Verminderung des Variationskoeffizienten begleitet wird.

## Literaturverzeichnis

1. Kuksa, L.W. u. a.: Automatisierte Methode der Untersuchung des Deformationszustandes mit Hilfe von Teilungsgittern (russ.). Lab. Mitteilung Nr. 7, (1979), 653-655.
2. Bolotin, W.W.; Moskalenko, W.N.: Probleme der Bestimmung des Elastizitätszustandes von mikroinhomogenen Materialien (russ.). Jour. priklad. mehaniki i techn. fiziki Nr. 1, (1968), 66-72.
3. Bolotin, W.W.; Nowitschkov, J.N.: Mechanik der mehrschichtigen Konstruktionen (russ.). Moskau, Zeitschrift Maschinenbau, (1980), S. 375.
4. Grigorowitsch, W.K.: Härte und Mikrohärtigkeit von Metallen (russ.). Moskau, Wissenschaft, (1976), S. 230.
5. Hill, R.: Elastic behaviour of a crystalline aggregate. - Proc. Phys. Soc. A 65, (1952), 349-354.
6. Huntington, G.: Elastische beständige Kristalle. Erfolge der physischen Wissenschaften. (1967), Ausgabe 2, S.302 und Ausgabe 3, S. 464.
7. Iljuschin, A.A.: Einige Probleme der nichtlinearen Elastizitätstheorie. In: Problemy teorii plastitschnosti. Mehanika. Nowoe w zarubnoi nauke (russ.). Moskau, Mir Nr. 7, (1976), S. 219.
8. Kelly, A.; Growes, G.: Krystallography and Crystal Defects. London, Longman, (1970), S. 496.
9. Kuksa, L.W.: Vergleichende Untersuchungen zur Inhomogenität der elastischen und plastischen Deformation von Metallen (russ.). Problemy protschnosti, Nr. 3, (1986), 59-63.
10. Kuksa, L.W.: Allgemeine Gesetzmäßigkeiten und Besonderheiten der mikroinhomogenen Deformation in Polykristallen bei unterschiedlichen Formen des Spannungszustandes und der Temperaturbehandlung (russ.). Problemy protschnosti, Nr. 8, (1990), 58-64.
11. Kuksa, L.W.: Mikrodeformationen und mechanische Eigenschaften polykristalliner Legierungen bei statischen, dynamischen Hochtemperaturuntersuchungen (russ.). Fizika metallov i metallowedennie, Nr. 84, Ausg. 1, (1997) 96-105.
12. Lomakin, W.A.; Kuksa, L.W.; Bachtin, J.A Der Maßstabeffekt der elastischen Eigenschaften polykristalliner Materialien (russ.). Angewandte Mechanik, Nr. 9, (1982), 10-15.
13. Nowoschilov, W.W.: Über den Zusammenhang zwischen Spannungen und elastischen Deformationen in Polykristallen (russ.). Problemy hydrodynamiki i mehanika sploschnoi sredy. Moskau, Wissenschaft, (1977), S. 399.
14. Nye J.F.: Physical Properties of Crystals. Oxford, at the Clarendon press, (1964), S. 386.
15. Reuss, A.: Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle. Z. angew. Math. und Mech., 9, Nr. 1, (1929), 49-58.
16. Schermergor, T.D.: Theorie der Elastizität mikroinhomogener Werkstoffe (russ.). Moskau, Wissenschaft, (1977), S. 399.
17. Schmid, E.; Boas, W.: Kristallplastizität, Berlin, (1935), S. 386.
18. Voigt, W.: Lehrbuch der Kristallphysik. Berlin, Teubner, (1928), S. 962.

---

*Anschrift:* Prof. Dr. sc. L.W. Kuksa, Leiter des Lehrstuhls für Festigkeitslehre, Ingenieurin L.M.Arzamaskowa, Die Wolgograder Staatliche Akademie für Architektur und Bauwesen, Akademitscheskaja Str.1, Wolgograd, 400074, Russland. *e.mail:* postmaster@vgasa.ru