

Zur Anwendung des Kraftgrößenverfahrens in der probabilistischen Sicherheitstheorie statischer Systeme

J. Biehounek, H. Grolik

Werden die für die Bemessung statischer Systeme maßgebenden Belastungs- und Materialparameter als Zufallsgrößen aufgefaßt, so liefert das Kraftgrößenverfahren ein zufälliges System der Elastizitätsgleichungen, bei dem sowohl die rechte als auch die linke Seite Zufallsgrößen enthalten. Das übliche Lösungsverfahren linearer Gleichungssysteme stößt deshalb auf Schwierigkeiten. Im Beitrag wird eine neuartige Verfahren vorgeschlagen, mit dem es möglich ist, das zufällige System durch ein deterministisches zu ersetzen, für das die herkömmliche Lösungstheorie gilt, das sich mit Hilfe der üblichen numerischen Verfahren lösen läßt und das mit dem klassischen Algorithmus des Kraftgrößenverfahrens zusammengestellt werden kann. Im Ergebnis erhält man die statisch Unbestimmten als Funktionen der im System wirkenden Zufallsgrößen. Da diese die Grenzzustandsgleichung konstituieren, liegt auch diese in expliziter Abhängigkeit von den Zufallsgrößen vor. Auf dieser Grundlage wird die operative Versagenswahrscheinlichkeit berechnet. Das Verfahren wird an zwei statischen Systemen erprobt, wobei die Abhängigkeit der Versagenswahrscheinlichkeit von statistischen Parametern der maßgebenden Zufallsgrößen untersucht wird.

1 Einleitung

Wie schon seit langem bekannt ist, sind im Bauingenieurwesen nahezu alle für die Bemessung von statischen Systemen maßgebenden Belastungs-, Material- und Geometrie Größen in gewissen Grenzen unscharf. Dieser Sachverhalt prägt die Tragwerksstatik. Er weist dem Sicherheitsaspekt eine Schlüsselrolle zu und führt dazu, dass diese Disziplin vom jeweiligen Stand der Konstruktionstechnik und der Werkstofftechnologie beeinflusst wird. Auch das Vordringen der elektronischen Rechner wirkt sich auf ihre Methoden (Krätzig, 1995) aus. Das vor allem durch wirtschaftliche Gründe veranlasste Streben, auch mit Methoden der Stochastik zu einer komplexeren Tragwerksanalyse zu gelangen, wird durch diese Tendenz begünstigt. Inzwischen ist das für die probabilistische Behandlung von Tragwerken grundlegende Konzept des Grenzzustandes etabliert. In der Folge haben solche Begriffe wie Sicherheitsindex oder Versagenswahrscheinlichkeit in viele internationale und nationale Bestimmungen Eingang gefunden (z. B. DIN, 1991; CM66, 1966; ENV, 1993; ISO, 1993). Eine Übersicht bisher vorliegender Ergebnisse bieten die Monographien Späthe (1992), Kleiber (1992), Ghanem (1991), Marek (1996), Klingmüller (1992), Schneider (1995).

In der gegenwärtigen Phase des Übergangs findet man in der Literatur noch keine einheitliche Zuverlässigkeitstheorie der Tragwerke vor. Die Bemühungen um eine wirklichkeitsnähere Beschreibung von Systemen haben vielmehr verschiedene Konzepte hervorgebracht, die sich nicht nur der Stochastik, sondern auch der Fuzzy-Modellierung bedienen (Möller, 1997). Wird auf Hilfsmittel der Stochastik zurückgegriffen, so ist es üblich, die Ansätze in vier Ebenen einzuteilen. Die deterministische Theorie, deren Zuverlässigkeitsmaß der klassische globale Sicherheitsfaktor ist, verkörpert das Niveau 0. Wird dagegen die Versagenswahrscheinlichkeit eines Systems auf der Grundlage von Dichtefunktionen der maßgebenden Einflußgrößen berechnet, handelt es sich um eine *vollprobabilistische Theorie* (Ebene 3). Dazwischen ordnen sich zwei weitere Niveaus ein, bei denen als Zuverlässigkeitsmaße die Teilsicherheitsbeiwerte bzw. der Sicherheitsindex dienen (Späthe, 1992; Graße, 1995).

Für die Behandlung eines statischen Systems mit wahrscheinlichkeitstheoretischen Mitteln benötigt man ein *stochastisches Modell*, welches hinreichend genau ist und mit vertretbarem Aufwand zu Ergebnissen führt. Ein derartiges Modell besteht generell aus drei Hauptbestandteilen, die im *zweiten Teil* dieses Beitrags kurz erläutert werden. Im *dritten Teil* wird ein neuartiges Verfahren vorgestellt, das die Berücksichtigung von mehr als zwei Bemessungsgrößen und von nichtlinearen Grenzzustandsfunktionen zulässt. Es ist nicht an die Verwendung der Normalverteilung gebunden. Weil nicht Dichtefunktionen, sondern die ihnen zugrunde liegenden Zufallsgrößen im Vordergrund stehen, knüpft die Methode an das Kraftgrößenverfahren an und kann als dessen vollprobabilistische Verallgemeinerung aufgefaßt werden. Wegen dieses Ansatzes erhält man primär die Grenzzustandsfunktion in Abhängigkeit von den im System wirkenden Zufallsgrößen. Erst danach wird die für die Versagenswahrscheinlichkeit maßgebende Dichtefunktion ermittelt. Schließlich werden im *vierten Teil* erste Ergebnisse vorgestellt. Sie betreffen einen eingespannten Rahmen (Beispiel 1), der dreifach statisch unbestimmt

ist und einen sechsfach statisch unbestimmten Stockwerkrahmen (Beispiel 2). Das Beispiel 1 wird für die Belastungsfälle Einzelkraft und Streckenlast behandelt. Diskutiert wird die Abhängigkeit der Versagenswahrscheinlichkeit vom Erwartungswert der Belastung, von der Belastungsstreuung, von der Variation der E -Moduln und von Zufallsschwankungen des Lastangriffspunktes. Beim Beispiel 2, wo zwei Streckenlasten wirken, wird darüber hinaus noch untersucht, wie sich eine Korrelation der Lasten auf die Versagenswahrscheinlichkeit auswirkt.

2 Grundlagen

Ein wichtiger Bestandteil des stochastischen Modells eines Tragwerks sind diejenigen Bemessungsgrößen, die Zufallseinflüssen unterliegen und es als sachgerecht erscheinen lassen, die Frage nach dem Versagen mit Mitteln der Stochastik zu beantworten. Man bezeichnet sie als *Basis-* oder *Bemessungsgrößen* und versteht darunter die Gesamtheit der zufälligen *Last-, Material- und Geometrieparameter*, die bei der *Ermittlung und Bewertung* des Kräfte- und Verformungszustandes ruhendbeanspruchter Tragwerke zu berücksichtigen sind. Basisgrößen werden nachfolgend allgemein mit $\beta_i, i=1,2,\dots,m$ bezeichnet. Im Weiteren werden die Basisvariablen als stetige Zufallsgrößen aufgefasst, deren Verteilung durch eine Dichtefunktion mit bekannten Parametern gegeben ist.

Zum stochastischen Modell gehört als *zweiter Bestandteil* ein analytisch formuliertes *mechanisches Gesetz*, das den Zusammenhang zwischen den Basisvariablen und jenen Größen $X_i, i=1,2,\dots,f$ herstellt, die den Kräfte- und Verformungszustand des Tragwerkes bestimmen und *Zustandsvariable* heißen. Hier interessieren Stabtragwerke. Da in diesem Fall die üblichen Berechnungsverfahren auf Systeme linearer Gleichungen führen, fungieren diese als *mechanisches Gesetz*. Beim Kraftgrößenverfahren erscheinen die statisch Unbestimmten als *Zustandsvariablen*, und f ist der Grad der statischen Unbestimmtheit.

Schließlich tritt als *dritter Bestandteil* des stochastischen Modells der *Grenzzustand* hinzu. Er wird durch Grenzen für solche Variablen wie Dehnungen, Spannungen, Verschiebungen usw. definiert und trennt akzeptierte Zustände von denen, die als Versagen eingestuft werden. Analytisch lässt sich der Grenzzustand mit Hilfe einer *Grenzzustandsfunktion* $g(\sigma_1, \dots, \sigma_l)$ erfassen, wobei die in ihr auftretenden Zufallsgrößen $\sigma_1, \dots, \sigma_l$ von den Zustandsvariablen X_1, \dots, X_f abhängen. Die Art und Weise des Zusammenhangs wird durch das mechanische Gesetz bestimmt und ist für das Systems spezifisch. Da es ohne Einschränkung immer möglich ist, ein Versagen des Systems für $g(\sigma_1, \dots, \sigma_l) < 0$ anzunehmen, lässt sich die Versagenswahrscheinlichkeit P_f allgemein durch $P_f = P(g(\sigma_1, \dots, \sigma_l) < 0)$ ausdrücken. Gewöhnlich wird das so definierte P_f als *operative Versagenswahrscheinlichkeit* bezeichnet. Damit soll darauf hingewiesen werden, dass P_f einer Konstruktion nicht in dem Sinne zugeschrieben werden kann wie das bei einer physikalischen oder chemischen Eigenschaft der Fall ist. Es handelt sich vielmehr um eine Größe, die vom Kenntnisstand des Konstrukteurs und weiteren Bedingungen abhängt. Obwohl ihr daher kein absoluter Charakter zukommt, ist sie geeignet, das Tragverhalten einer Konstruktion im Vergleich mit anderen Konstruktionsvarianten detaillierter zu beurteilen.

3 Die probabilistische Verallgemeinerung des Kraftgrößenverfahrens

Einführung

Wird das klassische Kraftgrößenverfahren auf ein f -fach statisch unbestimmtes System angewandt, so führt das auf das lineare System der Elastizitätsgleichungen

$$V \cdot X + B_0 = \vec{0} \quad (1)$$

als zentralen Bestandteil der Theorie und mechanisches Gesetz im obigen Sinn. In Gleichung (1) bedeuten: X die Spaltenmatrix der statisch Unbestimmten (es handelt sich dabei um die Zustandsgrößen), $B_0^T = (B_0^{(1)} \dots B_0^{(f)})$ die Spaltenmatrix der Belastungszahlen (Lastspalte), die Elastizitätsmatrix

$$V = (v^{(ij)})_{i=1 \dots f, j=1 \dots f} \quad (2)$$

und $\vec{0}$ einen Nullvektor. Die von außen wirkenden Belastungen gehen nur in B_0 ein.

Sieht man von zufälligen Einflüssen auf das Tragwerk ab, dann ist V eine reelle Matrix vom Typ (f,f) mit dem Rang $RgV = f$. Außerdem ist sie symmetrisch und positiv definit und ihre Hauptdiagonalglieder sind stets positiv, Krätzig (1990). Die Lösungstheorie der entsprechenden Gleichungssysteme ist bekannt, und es existieren effektive Lösungsmethoden. Wenn jedoch zufällige Einflüsse im Tragwerk wirken und adäquat berücksichtigt werden sollen, kann sich die Situation verändern. Bei der Diskussion des Einflusses zufälliger Parameter auf das Lösungsverhalten der Elastizitätsgleichungen soll zunächst angenommen werden (*Fall A*), dass nur die *äußeren Belastungen* Zufallscharakter tragen. Dann sind die Verhältnisse überschaubar und unterscheiden sich in *mathematischer* Hinsicht nicht wesentlich vom deterministischen Fall. Weil die zufälligen Einflüsse nur in der Lastspalte auftreten, sind in Gleichung (1) nur die rechten Seiten Zufallsgrößen. Die Koeffizientenmatrix ist dagegen deterministisch und besitzt die angegebenen Eigenschaften. Ein solches System lässt sich nach den üblichen Methoden behandeln. Hat man es z. B. mit einer zufälligen Streckenlast q zu tun, sind die Belastungszahlen $B_0^{(i)}, i = 1, \dots, f$ des Kraftgrößenverfahrens linear in q . Da die Lösung eines linearen Gleichungssystems linear von den rechten Seiten abhängt, stellen auch die statisch Unbestimmten lineare Funktionen von q dar. Das überträgt sich auf die Spannungen und die aus ihnen gebildete Grenzzustandsfunktion. Wird sie durch die Differenz

$$g = \sigma_e - \sigma_r \quad (3)$$

von Spannung σ_r und der ebenfalls als Zufallsgröße aufgefassten Streckgrenze σ_e definiert, so hängt auch g linear von q ab. Die Ermittlung der Dichtefunktion f_g von g ist dann prinzipiell möglich, sei es durch Berechnung über das Faltungintegral oder durch Simulation, und die Auswertung des Integrals

$$P_f = \int_{-\infty}^0 f_g(x) dx \quad (4)$$

liefert die Versagenswahrscheinlichkeit P_f . Ein neuer Sachverhalt entsteht, wenn neben der Belastung noch Zufallseinflüsse auf die Elastizitätsmatrix V berücksichtigt werden sollen (*Fall B*). Das tritt ein, wenn z.B. die Elastizitätsmoduln und/oder die Trägheitsmomente der Stabquerschnitte als Basisgrößen fungieren. Im *Unterschied* zu Fall *A* ist dann V zufällig und man hat es mit einem Gleichungssystem zu tun, bei dem sowohl die linke als auch die rechte Seite Zufallsgrößen enthalten. Es soll nachfolgend behandelt werden. Der Unterschied zum Fall *A* besteht in *zwei* Punkten: a) Weil Zufallsgrößen wegen der ihnen wesenseigenen Streuung kein bestimmter Wert fest zugewiesen werden kann, muss ein Gleichungssystem behandelt werden, dessen Koeffizientenmatrix allgemeine Zahlen enthält. Da ein numerischer Solver diese Aufgabe nicht bewältigt, ist eine Handrechnung oder der Einsatz eines Computeralgebra-Systems erforderlich. Das behindert die praxisgerechte Automatisierung der Methode. Hinzu kommt, dass die Lösungen Brüche mit der Koeffizientendeterminante im Nenner sind. Daher hängt die Grenzzustandsfunktion in unübersichtlicher Weise nichtlinear von den Basisgrößen ab. Das erschwert die Ermittlung der Dichtefunktion f_g von g zusätzlich. Schwerwiegender als diese mehr im praktischen Bereich liegenden Komplikationen ist allerdings b), dass nun die Koeffizientendeterminante

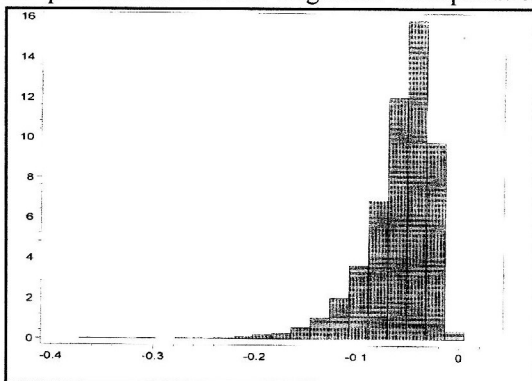


Bild 3.1
Determinante der Elastizitätsmatrix
Histogramm aus 10.000 Realisierungen
Variationskoeffizient des E -Moduls 0,15
(Beispiel 1)

$\det(V)$ zufällig ist und daher keinen festen Zahlenwert besitzt. Vielmehr streuen ihre Werte nach Maßgabe eines Verteilungsgesetzes um den Mittelwert, und $\det(V) = 0$ kann nicht mehr sicher ausgeschlossen werden. Bild 3.1 zeigt die Verhältnisse für den Fall, dass E einer Normalverteilung mit dem Erwartungswert $E_0 = 2,1 \cdot 10^8 \text{ kNm}^{-2}$ und der angegebenen Spannung unterliegt. Dies ist eine *grundsätzliche Schwierigkeit*, die beim Ausbau des Kraftgrößenverfahrens zu einer vollprobabilistischen Theorie überwunden werden muss.

Die Elastizitätsgleichungen als zufälliges Gleichungssystem

Wegen der unter a) und b) zusammengestellten Umstände erfordert eine *mathematisch begründete* und auf dem *Rechner umsetzbare* probabilistische Erweiterung des Kraftgrößenverfahrens ein qualitativ neues Herangehen. Beim hier vorgestellten Verfahren wird das zufällige System der Elastizitätsgleichungen durch ein deterministisches System ersetzt, für das a) die bekannte Lösungstheorie gilt, welches sich b) mit Hilfe der üblichen numerischen Verfahren lösen lässt und das c) mit dem Kraftgrößenverfahren zusammengestellt werden kann. Die Vorgehensweise soll nachfolgend skizziert werden. Eine ausführliche Darstellung findet sich in Biehounek (2000). Besteht ein f -fach statisch unbestimmtes Tragwerk aus s Stäben, dann setzen sich beim Kraftgrößenverfahren die Elemente $v^{(ij)}$ von V gemäß

$$v^{(ij)} = v_1^{(ij)} + v_2^{(ij)} + \dots + v_s^{(ij)} = \sum_{k=1}^s v_k^{(ij)} \quad i, j = 1, \dots, f \quad (5)$$

additiv aus Beiträgen der einzelnen Stäbe zusammen. Dabei kann allerdings, je nach dem betrachteten Tragwerk, mancher Summand den Wert Null annehmen. Da in der Konsequenz auch V in eine Summe

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_s \quad (6)$$

von Matrizen V_k des Typs (f,f) zerfällt, nimmt die linke Seite des Gleichungssystems die Gestalt

$$VX = \sum_k V_k X \quad (7)$$

an. Die Basisvariablen sind in V enthalten. Sie treten hervor mit den Annahmen, dass a) jedem V_k genau eine Basisvariable $\beta_k, k = 1, \dots, s$ entspricht und diese b) in jedem Element $v_k^{(ij)}$ von V_k als Faktor enthalten ist. Weil sich die $v_k^{(ij)}, k = 1, \dots, s$ damit in der Form

$$v_k^{(ij)} = \beta_k w_k^{(ij)} \quad (8)$$

schreiben lassen, ist es möglich, über die $\beta_k, k = 1, \dots, s$ Zufallsschwankungen der E -Moduln oder eine auf geometrische Imperfektionen zurückgehende Streuung der Trägheitsmomente in die Rechnung einzuführen. Dabei sind die von zufälligen Einflüssen freien Elemente $w_k^{(ij)}$ der neuen Matrix W_k als gegeben zu betrachten. Sie lassen sich nach dem Kraftgrößenverfahren in herkömmlicher Weise berechnen. Insgesamt nimmt die linke Seite des Gleichungssystems die Form

$$VX = \sum_{k=1}^s \beta_k W_k X \quad (9)$$

an. Auch bei der Spaltenmatrix $R = -B_0$ der Belastungszahlen $r^{(i)}, i = 1, \dots, f$ resultiert jedes Element nach

$$r^{(i)} = \sum_{k=1}^s r_k^{(i)} \quad i = 1, \dots, f \quad (10)$$

aus Beiträgen der einzelnen Stäbe. Als rechte Seite entsteht so

$$R = \sum_{k=1}^s R_k \quad (11)$$

wobei sich die Spaltenmatrizen R_k entsprechend

$$R_k^T = \left(r_k^{(1)}, r_k^{(2)}, \dots, r_k^{(f)} \right)$$

aus den Elementen $r_k^{(i)}, i=1, \dots, f$ aufbauen. Die Berechnung der $r_k^{(i)}$ erfolgt über Integrale, deren Integranden gewisse Schnittkräfte *und* die Lastgrößen enthalten. In jedem $r_k^{(i)}$ erscheinen die Widerstandsvariablen $\beta_k, k=1, 2, \dots, s$ des betreffenden Stabes. Hinzu kommen die Lastgrößen. Um die Notation einfach zu halten, wird nur *eine* Lastgröße berücksichtigt. Es handelt sich um die weitere Basisvariable $q = \beta_{s+1}$. Sie tritt nach der Logik des Kraftgrößenverfahrens immer als Faktor auf. Insgesamt gilt

$$r_k^{(i)} = \beta_k \beta_{s+1} s_k^{(i)} \quad k=1, \dots, s \quad i=1, \dots, s \quad (12)$$

Auch die Größen $s_k^{(i)}$ werden in der üblichen Weise berechnet. Aus ihnen ergeben sich die Spaltenmatrizen

$$S_k^T = (s_k^{(1)}, s_k^{(2)}, \dots, s_k^{(s)}) \quad (13)$$

Zusammen liefern die bisherigen Ergebnisse das zufällige System der Elastizitätsgleichungen, $k=1, \dots, s$

$$\sum_{k=1}^s \beta_k W_k X = \beta_{s+1} \sum_{k=1}^s \beta_k S_k \quad (14)$$

Wie im Weiteren gezeigt wird, können seine Lösungen mit Hilfe eines deterministischen Systems konstruiert werden. Auf diese Weise gelingt es, den oben skizzierten Schwierigkeiten auszuweichen, die der direkten Anwendung der Lösungstheorie linearer Gleichungssysteme auf das Gleichungssystem (14) im Wege stehen.

Zur Approximation der Zufallsgrößen durch Polynome Gaußscher Zufallsgrößen

Für den Fortgang der Überlegung ist es nun erforderlich, die im zufälligen Gleichungssystem (14) enthaltenen Zufallsgrößen genauer zu beschreiben. Dabei interessiert nicht nur der Typ ihrer Verteilungsfunktion und deren Parameter. Für das hier vorgestellte Verfahren ist es vielmehr kennzeichnend, dass die jeweiligen Zufallsgrößen durch orthogonale Polynome Gaußscher Zufallsgrößen dargestellt werden. Dies vereinfacht die Umformungen und eröffnet Möglichkeiten zur Formalisierung der Rechnung. Dabei sind zwei Zufallspolynome $\pi_1(\gamma), \pi_2(\gamma)$ dann orthogonal, wenn für den Erwartungswert ihres Produktes gilt $E(\pi_1(\gamma) \cdot \pi_2(\gamma)) = 0$ (Ghanem, 1991).

Zunächst sollen die Zufallseinflüsse auf die Koeffizientenmatrix V behandelt werden. Wenn die zufälligen Störungen der Matrixelemente von den E -Moduln ausgehen, wie nachfolgend angenommen werden soll, handelt es sich bei den Basisgrößen $\beta_k, k=1, \dots, s$ um die Kehrwerte der Elastizitätsmoduln ε_k der Stäbe. Es ist sachgerecht, diese als Überlagerung

$$\varepsilon_k = E_{0k} (1 + v_k \gamma_k) \quad (15)$$

des deterministischen Nominalwertes E_{0k} mit einer Zufallsstörung $E_{0k} v_k \gamma_k$ aufzufassen. Bezüglich der γ_k wird angenommen, dass es sich um normalverteilte Zufallsgrößen mit $E\gamma_k = 0, D^2\gamma_k = 1$ und $\text{cov}(\gamma_i \gamma_k) = \delta_{ik}$, (δ_{ik} Kroneckersymbol) handelt. Die $\varepsilon_k, k=1, \dots, s$ sind dann ebenfalls normalverteilt mit den Parametern $E\varepsilon_k = E_{0k}, D^2\varepsilon_k = E_{0k}^2 v_k^2$ und $\text{cov}(\varepsilon_i \varepsilon_k) = E_i E_k v_i v_k \delta_{ik}$. Der Kehrwert $\beta_k = 1/\varepsilon_k$ ist jedoch nicht normalverteilt. Indem die Zufallsgröße β_k durch die bis zum quadratischen Glied geführte Entwicklung

$$\beta_k = \frac{1}{\varepsilon_k} \approx \tilde{\beta}_k = \frac{1}{E_{0k}} \left[1 + v_k^2 - v_k \gamma_k + v_k^2 (\gamma_k^2 - 1) \right] \quad k=1, \dots, s \quad (16)$$

nach orthogonalen Polynomen in γ_k approximiert wird (Biehounek, 2000), wird der Übergang zu Gaußschen Zufallsgrößen vollzogen. Dabei ist v_k der Variationskoeffizienten des E -Moduls des k -ten Stabes. Mit

$$\beta_{s+1} = q_0 + q_1 \left[a_1 \gamma_{s+1} + a_2 (\gamma_{s+1}^2 - 1) \right] \quad (17)$$

wird auch für die Belastungsvariable eine analoge Darstellung angesetzt, in der γ_{s+1} eine mit dem Erwartungswert $E\gamma_{s+1} = 0$ und der Dispersion $D^2\gamma_{s+1} = 1$ normalverteilte Zufallsgröße bedeutet ($\gamma_{s+1} \in N(0;1)$). Wegen $E\beta_{s+1} = q_0$ stellt auch Gleichung (17) eine Zerlegung der Belastungsgröße in den Erwartungswert q_0 und eine überlagerte Schwankungsgröße $q_1[\dots]$ dar, deren Größe durch q_1 quantifiziert wird. Die Koeffizienten a_1, a_2 müssen so bestimmt werden, dass β_{s+1} einer vorgegebenen Verteilung genügt. In diesem Beitrag wird eine Pearson-Verteilung verwendet. Es können aber auch andere Verteilungsfunktionen benutzt werden. Gegebenenfalls müssen dann in der Entwicklung Polynome höherer Ordnung berücksichtigt werden.

Ein deterministisches Ersatzsystem

Werden die Gleichungen (16) und (17) in das System (14) der zufälligen Elastizitätsgleichungen eingetragen, so entsteht

$$e_0 \sum_k \left[1 + v^2 - v\gamma_k + v^2(\gamma_k^2 - 1) \right] W_k X = \left[q_0 + q_1 a_1 \gamma_{s+1} + q_1 a_2 (\gamma_{s+1}^2 - 1) \right] \cdot \sum_k \left[1 + v^2 - v\gamma_k + v^2(\gamma_k^2 - 1) \right] S_k \quad (18)$$

Dieser Gleichung liegt die vereinfachende Annahme zugrunde, dass alle $\beta_k, k=1, \dots, s$ in Erwartungswert und Variationskoeffizient übereinstimmen. Dementsprechend wird gesetzt $v_k = v$ und $E_{0k}^{-1} = e_0$ für alle k .

Wie aus Gleichung (18) hervorgeht, sind sowohl die Elemente der Koeffizientenmatrix als auch die rechten Seiten zufällig. Diese Unbestimmtheit überträgt sich auf die Lösung X . Auch sie wird zur Zufallsgröße. Da für die Zufallsschwankungen der Matrizen des Gleichungssystems und seiner Lösung die gleichen Größen verantwortlich sind, liegt es nahe, X als Entwicklung nach orthogonalen Polynomen in den $\gamma_k, k=1, 2, \dots, s+1$ anzusetzen. Wird das bis zu Gliedern zweiter Ordnung geführt, wobei es zweckmäßig ist, die mit den Belastungsschwankungen zusammenhängende Größe γ_{s+1} gesondert herauszustellen, entsteht ein Ansatz der Art

$$X = X^{(0)} + \sum_{i=1}^s X_i^{(1)} \gamma_i + \sum_{i=1}^s X_i^{(2)} (\gamma_i^2 - 1) + \gamma_{s+1} \sum_{i=1}^s X_i^{(1,1)} \gamma_i + X_{s+1}^{(1)} \gamma_{s+1} + X_{s+1}^{(2)} (\gamma_{s+1}^2 - 1) \quad (19)$$

Die nichtzufälligen Matrizen $X^{(0)}, X_k^{(1)}, X_k^{(2)}$ usw. sind vom Typ $(f,1)$ und erfassen die durch die Zufallsgrößen γ_k verkörperten Störungen. Sie sind unbekannt und müssen bestimmt werden. Da alle γ_k den Erwartungswert 0 und die Dispersion 1 haben, stellt $X^{(0)}$ wegen $E X = X^{(0)}$ die Lösung der Elastizitätsgleichungen für ein statisches System ohne Zufallseinflüsse dar. Die Entwicklung (19) ist nicht zwingend. Vergleichbar mit einem Taylorpolynom, handelt es sich um eine Näherung, die man durch weitere Glieder präzisieren kann. In diesem Sinne wurde auch der Ansatz

$$X = X_0 + \sum_{i=1}^s X_i^{(1)} \gamma_i + \sum_{i,k=1}^s X_{ik}^{(2)} (\gamma_i \gamma_k - \delta_{ik}) + X_{s+1}^{(1)} \gamma_{s+1} + X_{s+1}^{(2)} (\gamma_{s+1}^2 - 1) \quad X_{ik}^{(2)} = X_{ki}^{(2)} \quad (20)$$

am Beispiel 1 erprobt. Wie die unten mitgeteilten Ergebnisse zeigen, stimmen die maßgebenden Terme in (19) und (20) gut überein. Die weiteren Ausführungen beziehen sich auf den Ansatz (19).

Wird (19) in (18) eingesetzt, entsteht das System der zufälligen Elastizitätsgleichungen, das wegen seines Umfangs hier nicht angegeben werden kann. Unbekannte sind die $3+3s$ Koeffizienten

$$X^{(0)}, X_{s+1}^{(1)}, X_{s+1}^{(2)} \text{ und } X_i^{(1)}, X_i^{(2)}, X_i^{(1,1)} \quad i=1, \dots, s \quad (21)$$

des Ansatzes (19). Sie enthalten $3f(1+s)$ unbekannte Elemente. Um zu den erforderlichen Bestimmungsgleichungen zu gelangen, wird das zufällige System nacheinander mit den orthogonalen Zufallspolynomen $\gamma_0 = 1, \gamma_i, (\gamma_i^2 - 1), i=1, \dots, s$ sowie $\gamma_{s+1}, (\gamma_{s+1}^2 - 1)$ multipliziert und der Erwartungswert gebildet. Da man insgesamt über $3+3s$ Polynome verfügt, entsteht das System

$$\begin{aligned}
a_0 V^{(0)} X^{(0)} & - v \sum_k V_k^{(0)} X_k^{(1)} + 2v^2 \sum_k V_k^{(0)} X_k^{(2)} = (1+v^2)R^{(0)} \\
(a_0 V^{(0)} + 2v^2 V_l^{(0)}) X_l^{(1)} & - v V_l^{(0)} X^{(0)} - 2v V_l^{(0)} X_l^{(2)} = -v R_l^{(0)} \\
2(a_0 V^{(0)} + 4v^2 V_l^{(0)}) X_l^{(2)} & + 2v^2 V_l^{(0)} X^{(0)} - 2v V_l^{(0)} X_l^{(1)} = 2v^2 R_l^{(0)} \\
(a_0 V^{(0)} + v^2 V_l^{(0)}) X_l^{(1,1)} & - v V_l^{(0)} X_{s+1} = -v_{s+1} v a_1 R_l^{(0)} \\
a_0 V^{(0)} X_{s+1}^{(1)} & - v \sum_k V_k^{(0)} X_k^{(1,1)} = v_{s+1} (1+v^2) a_1 R^{(0)} \\
2a_0 V^{(0)} X_{s+1}^{(2)} & = v_{s+1} (2+5v^2) a_2 R^{(0)}
\end{aligned} \tag{22}$$

$l = 1, \dots, s$

von $3f(1+s)$ Gleichungen zur Bestimmung der Matrizen-Elemente von (19). Es bedeuten

$$V^{(0)} = e_0 \sum_{k=1}^1 W_k \quad V_l^{(0)} = e_0 W_l \quad l = 1, \dots, s \quad e_0 = E_0^{-1} \tag{23}$$

$V^{(0)}$ ist die Koeffizientenmatrix der Elastizitätsgleichung des klassischen Kraftgrößenverfahrens. Sie wird mit den Erwartungswerten der Basisgrößen $\beta_k, k=1,2,\dots,s$ berechnet.

Das System (22) ist ein zentraler Bestandteil des vorgestellten Verfahrens. Es enthält keinerlei Zufallsgrößen mehr und wird deshalb als *deterministisches Ersatzsystem* bezeichnet. Seine Koeffizientenmatrix V_d ist schwach besetzt und symmetrisch. Die Struktur von V_d als Hypermatrix wird vor allem vom jeweils benutzten Ansatz für X (z.B. (19)) geprägt. Eine Vorstellung vermittelt die im Anhang angegebene Matrix des Tragwerks 1. Von ihrem Typ abgesehen, der auch von f abhängt, spiegelt V_d die statische Struktur des Tragwerks nicht wider.

Damit ist für das vorgeschlagene Verfahren kennzeichnend: a) Die Bestandteile ($V^{(0)}, R^{(0)}$ usw.) des deterministischen Ersatzsystems werden nach dem klassischen Kraftgrößenverfahren ermittelt. b) Die Struktur der Koeffizientenmatrix hängt im wesentlichen vom Ansatz für X ab (z. B. Gleichung (19)). Daher kann das deterministische Ersatzsystem auch formal, d.h. ohne Hilfsmittel der Stochastik angegeben werden, wenn bei *allen* Tragwerken an *einem* erprobten Ansatz festgehalten wird. c) Das System enthält keine allgemeinen Zahlen und kann in der üblichen Weise gelöst werden. Insgesamt schließt das Verfahren unmittelbar an den Grundalgorithmus des Kraftgrößenverfahrens an und kann als dessen probabilistische Erweiterung angesprochen werden. Es bleibt noch anzumerken, dass die statische Struktur des Tragwerks natürlich auch beim probabilistischen Kraftgrößenverfahren eine Rolle spielt. Von ihr hängt die Gestalt der Blockmatrizen $V^{(0)}$ oder $V_k^{(0)}$ ab, aus denen sich V_d zusammensetzt. Da dieser Einfluss bereits beim vorgelagerten klassischen Kraftgrößenverfahren berücksichtigt wird, wirkt sich die statische Struktur auf der probabilistischen Ebene nur implizit aus.

Ist das deterministische Ersatzsystem in der üblichen Weise gelöst, stehen die Größen $X^{(0)}, \dots, X_{s+1}^{(2)}$ zur Verfügung. Daraus wird der Vektor X der statisch Unbestimmten entsprechend Gleichung (19) aufgebaut. Es handelt sich bei X um einen Zufallsvektor mit den Elementen $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_f$. Diese wiederum bestimmen die Zufallsgrößen $\eta_i = \eta_i(\varphi_1, \dots, \varphi_f), i=1, \dots, l$, die als Variable der Grenzzustandsgleichung $g(\eta_1, \dots, \eta_l) = 0$ fungieren. Da sich für ein statisches System in der Regel verschiedene Grenzzustände mit verschiedenen Grenzzustandsgleichungen formulieren lassen, ist es in dieser Allgemeinheit nicht möglich, die Rechnung genauer auszuführen. Es wird aber deutlich, dass es sich um eine Gleichung zwischen Zufallsgrößen handelt. In einfachen Fällen kann die Dichtefunktion berechnen werden, wobei die Dichtefunktionen der Zufallsgrößen $\varphi_i, i=1, \dots, f$ maßgebend sind. Ist die Berechnung zu aufwendig, so lässt sich die Versagenswahrscheinlichkeit auch durch Simulation ermitteln.

4 Beispiele und Ergebnisse zur Anwendung des Verfahrens

Übersicht

Das Verfahren wurde an zwei einfachen Tragwerken erprobt. *Tragwerk 1* ist ein 3-fach statisch unbestimmter Rahmen mit Belastungen auf dem Riegel (Querschnittswerte und Geometrie siehe Bild 4.1), *Tragwerk 2* ein 6-fach statisch unbestimmter Stockwerkrahmen mit Belastungen auf beiden Riegeln (Querschnittswerte und Geo-

metrie siehe Bild 4.2). Als Zufallsgrößen wurden unterschiedliche Parameter berücksichtigt. Zum Ansatz kamen der E -Modul, die Belastung (Streckenlast und Einzelkraft) sowie der Angriffspunkt einer Einzelkraft. Die Aufbereitung der jeweils ausgewählten Zufallsgrößen für das Lösungsverfahren folgte den grundsätzlichen Ausführungen in Biehounek (2000), Abschnitt 4. Hier sollen nur noch das Anliegen der jeweiligen Untersuchung, die Berechnungsergebnisse und die statistischen Parameter der verwendeten Verteilungen mitgeteilt werden. Die angegebene Wahrscheinlichkeit bezieht sich dabei jeweils auf das Versagen eines Elements, das bei Belastungssteigerung als erstes in einen kritischen Zustand gerät. Die mit dem Entstehen von Fließgelenken und dem Übergang des Tragwerks in eine neue statische Konfiguration verbundenen Effekte wurden im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht.

Untersuchungen am Tragwerk 1

1. Die Struktur der Koeffizientenmatrix

Die Koeffizientenmatrix des Tragwerks 1 hat den Typ (36,36). Sie besitzt, aufgeschrieben als Hypermatrix mit Untermatrizen vom Typ (3,3), die im Anhang angegebene Darstellung.

2. Die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit

Die Versagenswahrscheinlichkeit im Schnitt $e-e$ des Rahmenstiels nach Bild 4.1 wurde unter der Annahme ermittelt, dass die zufällige Streckenlast q auf dem Rahmenriegel einer Pearson-TypIII-Verteilung (vgl. Plate (1993)) mit dem Erwartungswert $q_0 = 21,69 \text{ kNm}^{-1}$ und dem Variationskoeffizienten $v_q = 0,2305$ genügt. Dabei wurden die Parameter a_1, a_2 der Gleichung (17) so festgelegt, dass das 98-Prozent-Quantil $q_{0,98}$ der Belastung mit dem charakteristischen Wert $q_k = \frac{q_d}{\gamma}$ übereinstimmt. Mit $\gamma = 1,5$ für eine veränderliche Last (nach DIN 18800) ergibt sich aus dem bekannten Bemessungswert $q_k = q_{0,98} = 34,4 \text{ kNm}^{-1}$. Die E -Moduln der drei Stäbe wurden als unabhängige normalverteilte Zufallsgrößen angesetzt (Erwartungswert $E_0 = 2,1 \cdot 10^8 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-2}$, Variationskoeffizient $v_E = 0,03$). Bestimmt wurde zunächst eine Beziehung für die Spannung im Versagensquerschnitt, aus der die Einflüsse der Belastungsschwankung γ und der Schwankungsgrößen γ_i , $i = 1,2,3$ der E -Moduln einzeln ersichtlich sind. Für den Ansatz (19) ergab sich

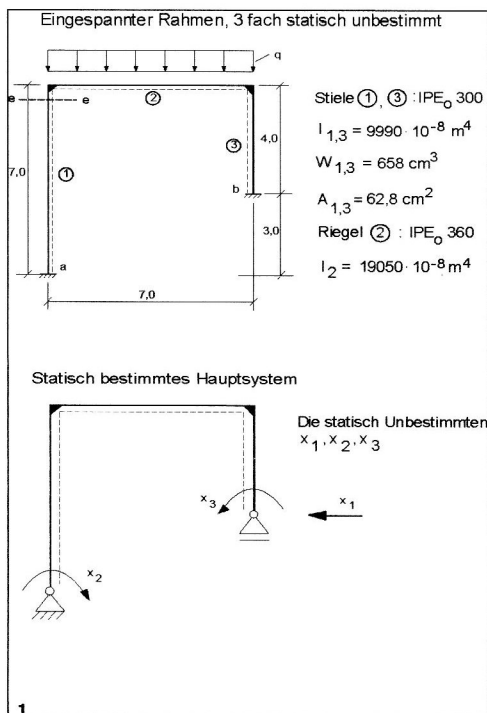


Bild 4.1
Tragwerk 1

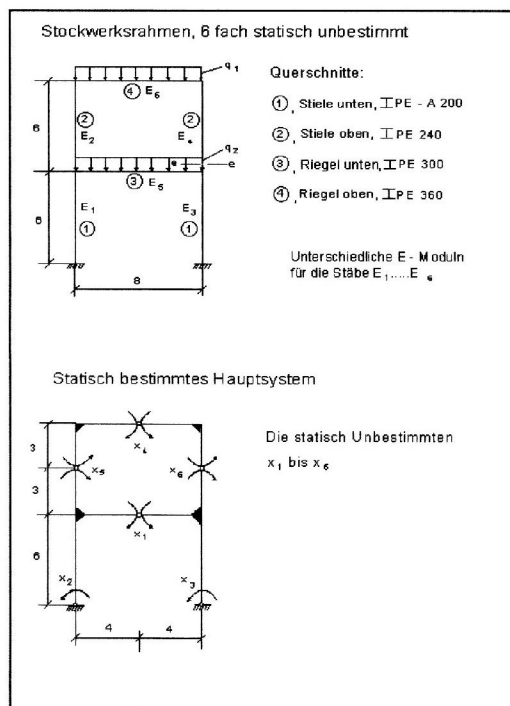


Bild 4.2
Tragwerk 2

$$\begin{aligned} \sigma_e = & 88,29 + 1,11\gamma_1 - 1,07\gamma_2 - 0,038\gamma_3 - 0,033\gamma_1^2 - 0,037\gamma_2^2 - 0,0011\gamma_3^2 + \\ & + 20,57\gamma + 0,248\gamma_1\gamma - 0,24\gamma_2\gamma - 0,0086\gamma_3\gamma + 3,32\gamma^2 \end{aligned} \quad (24)$$

Dagegen lieferte der Ansatz (20)

$$\begin{aligned} \sigma_e = & 88,24 + 1,103\gamma_1 - 1,065\gamma_2 - 0,038\gamma_3 - 0,017\gamma_1^2 + 0,014\gamma_2^2 - 0,003\gamma_3^2 + \\ & - 0,00049\gamma_1\gamma_2 + 0,0013\gamma_1\gamma_3 + 0,0024\gamma_2\gamma_3 + 20,53\gamma + 3,31\gamma^2 \end{aligned}$$

Die beiden Ansätze stimmen in den maßgebenden Termen gut überein. Die normalverteilten γ_i fallen vor allem mit den linearen Anteilen ins Gewicht. Der Einfluß der E -Modulschwankungen γ_i auf σ_e ist daher praktisch normalverteilt. Weil eine Linearkombination normalverteilter Zufallsgrößen wieder normalverteilt ist, lassen sich die linearen Anteile der E -Modulschwankungen zu einer resultierenden Zufallsgröße γ_r zusammensetzen. Für Gleichung (24) gilt $\gamma_r = 1,542\varepsilon$, $\varepsilon = N(0;1)$. Damit machen unter den angenommenen Bedingungen die E -Modulschwankungen etwa 7,5% des linearen Anteils der Belastungsschwankungen aus. Bei der Belastung ist der nichtlineare Anteil von merklicher Größe. Daher weicht die Verteilung von σ_e von einer Normalverteilung ab. Nähert man die auf der Grundlage von Gleichung (24) gewonnenen Simulationsergebnisse durch eine Pearson-Typ III-Verteilung mit der Dichtefunktion

$$f(x) = \lambda \frac{\lambda^r (x - x_0)^r}{\Gamma(r+1)} e^{-\lambda(x-x_0)} \quad x > x_0$$

und den Parametern $\lambda = 0,094$, $r = 3,10$, $x_0 = 48$ an, so ergibt sich die in Bild 4.3 dargestellte Spannungsverteilung. Die Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit erfolgt nach Gleichung (3) durch die Gegenüberstellung der Spannungs- und der Streckgrenzenverteilung. Letztere wird auf der Grundlage der von Warkenthin (1999) angegebenen empirischen Verteilung für Stahl S235 durch eine Pearson-Verteilung mit den Parametern $\lambda = 0,158$, $x_0 = 156$, $r = 16,9$ approximiert. Die Verhältnisse für den Versagensquerschnitt $e-e$ nach Bild 4.1 zeigt Bild 4.4. Dem entspricht eine Versagenswahrscheinlichkeit $P_f = 8,2 \cdot 10^{-6}$. Der Beitrag der E -Modulschwankungen zu P_f ist verschwindend gering. Er wächst beim Verkleinern des Variationskoeffizienten v_q . Wird dieser unter Beibehaltung des Quantils $q_{0,98} = 34,4 \text{ kNm}^{-1}$ auf $v_q = 0,103$ reduziert, was $q_0 = 27,3 \text{ kNm}^{-1}$ entspricht, tragen die E -Modulschwankungen 9,9% zur Versagenswahrscheinlichkeit bei. Um diesen Unterschied sicher feststellen zu können, wurde bei der Simulation die Methode der korrelierten Stichproben benutzt, Rubinstein (1981).

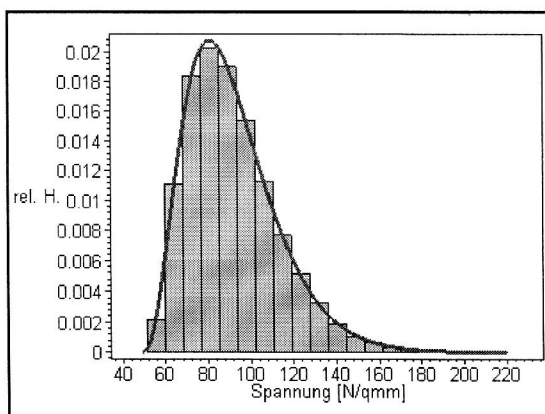


Bild 4.3
Empirische Verteilung der Spannung im Querschnitt $e-e$ und Approximation durch eine Pearson-Verteilung (Tragw. 1)

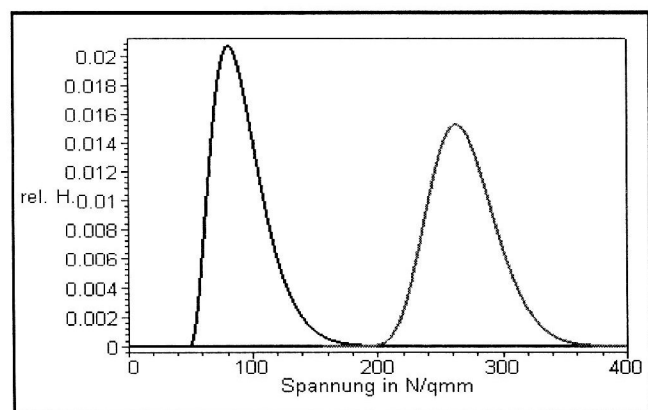


Bild 4.4
Spannung im Querschnitt $e-e$ im Vergleich zur Streckgrenze des Stahls (Tragw. 1)

3. Ermittlung des Zusammenhangs zwischen der Versagenswahrscheinlichkeit P_f und dem Erwartungswert q_0 der Streckenlast auf dem Rahmenriegel.

Mit der beschriebenen Streckenlast-Verteilung wurden mehrere Rechnungen durchgeführt, wobei jeweils der Erwartungswert q_0 der Streckenlast in gleichen Stufen anwuchs. Wie zu erwarten war, vergrößerte sich dabei die Versagenswahrscheinlichkeit (Bild 4.5). Der Zusammenhang wird durch das Verfahren so gut abgebildet, dass man als brauchbare Funktion

$$\ln P_f = 14,748 \ln q_0 - 58,118$$

ableiten kann.

4. Untersuchung des Einflusses zufälliger Schwankungen der Lasteinleitungstelle auf die Versagenswahrscheinlichkeit eines Riegelquerschnitts :

Dazu wurden deterministische Einzellasten betrachtet, deren Einleitungstelle im Abstand c vom linken Rand des Riegels liegt. Die Zufallsgröße c weist normalverteilte Abweichungen γ_c mit dem Variationskoeffizienten $v_c = 0,03$ von einem Sollwert c_0 auf. Die Soll-einleitungsstellen auf dem Riegel wurden im Bereich von Riegelmitte bis zum Riegelrand variiert. Für $Ec = c_0 = 3,5$ folgte für die Spannung im Querschnitt $e-e$

$$\sigma_e = 91,48 + 0,1204\gamma_c - 0,08909\gamma_c^2 - 1,084 \cdot 10^{-4} \gamma_c^3 \quad \gamma_c \in N(0;1)$$

Für $c_0 = 5$ als Sollwert der Einleitungsstelle ergab sich dagegen

$$\sigma_e = 74,95 - 3,45\gamma_c - 0,1761\gamma_c^2 + 6,98 \cdot 10^{-4} \gamma_c^3.$$

Wie diese Ergebnisse zeigen, nimmt der Einfluß von Zufallsabweichungen γ_c der Krafteinleitungsstelle auf die Versagenswahrscheinlichkeit für Sollwerte zu, die näher zum Rand des Riegels liegen. Damit bildet das

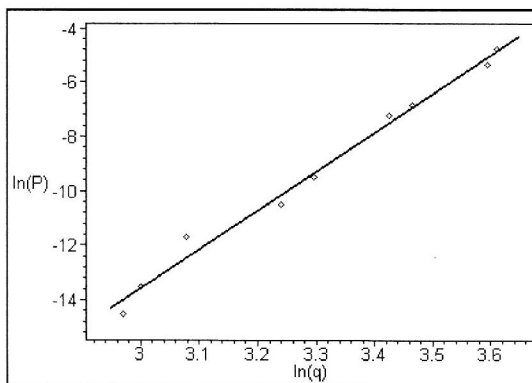


Bild 4.5
Abhängigkeit der Versagenswahrscheinlichkeit vom Erwartungswert der Streckenlast (Tragwerk 1)

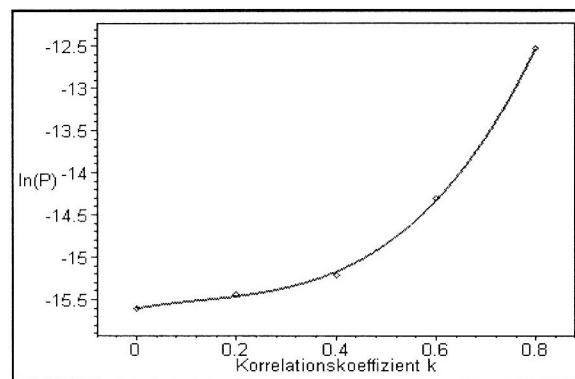


Bild 4.6
Abhängigkeit der Versagenswahrscheinlichkeit vom Korrelationskoeffizienten der Streckenlasten (Tragwerk 2)

Verfahren auch in diesem Fall die Wirklichkeit richtig ab, denn im Bereich kleiner Spannungen (in Randnähe) stellen Schwankungen relativ große Einflüsse dar.

Untersuchungen am Tragwerk 2

1. Am Tragwerk 2 wurden zunächst ähnliche Untersuchungen wie am Tragwerk 1 durchgeführt. Setzt man die Erwartungswerte der Streckenlasten mit $q_{01} = q_{02} = 9,9 \text{ kNm}^{-1}$ an und wählt als Variationskoeffizienten

$\nu_{q1} = \nu_{q2} = 0,2305$, so ergibt sich mit obigen Parametern für die Elastizitätsmoduln mit einem zu (19) analogen Ansatz für die Spannung im markierten Querschnitt $e-e$ (Bild 4.2)

$$\begin{aligned} \sigma_e = & 86,98 - 0,116\varepsilon_1 + 0,609\varepsilon_2 - 0,126\varepsilon_3 + 0,612\varepsilon_4 - 0,673\varepsilon_5 - 0,304\varepsilon_6 + 6,745\gamma_1 + 1,087\gamma_1^2 + \\ & + 13,536\gamma_2 + 2,181\gamma_2^2 \end{aligned} \quad (25)$$

Die gemischten Glieder aus Belastungs- und E -Modulschwankungen ($\varepsilon_i \cdot \gamma_k$, $i = 1, \dots, 6$, $k = 1, 2$) sind so klein, dass sie unberücksichtigt bleiben können und daher in Gleichung (25) gar nicht angegeben wurden. Auch die in ε_i quadratischen Glieder sind nicht erheblich und fehlen aus dem gleichen Grund. In der Gleichung von σ_e sind die Faktoren zu γ_1 (aus q_1) und zu γ_2 (aus q_2) unterschiedlich groß. Der Wert bei γ_2 ist deshalb größer, weil der Einfluß von q_2 auf den Versagensquerschnitt $e-e$ viel direkter wirkt als der Einfluß von q_1 . Die linearen Anteile der E -Modulschwankungen lassen sich durch die Resultierende $\varepsilon_r = 1,148\varepsilon$, $\varepsilon = N(0;1)$ ersetzen. Insgesamt konnte bestätigt werden, dass das Verfahren die Einflüsse von Belastungsschwankungen auf den Rahmenriegeln und die Einflüsse der E -Moduln auch für das höhergradig statisch unbestimmte Tragwerk richtig widerspiegelt.

2. Da bei zwei belasteten Rahmenriegeln die Belastungscharakteristik der beiden Riegelstreckenlasten nicht gleich sein muß, wurde der Einfluß der Korrelation zwischen den Riegelbelastungen auf die Versagenswahrscheinlichkeit des Rahmens untersucht. Die Ergebnisse beziehen sich auf einen Erwartungswert der Streckenlast von $q_0 = 9,9 \text{ kNm}^{-1}$ und den Variationskoeffizienten $\nu_q = 0,23$. Sie können in der Näherungsfunktion zusammengefasst werden, die es gestattet, die Versagenswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit vom Korrelationskoeffizienten direkt zu berechnen (Bild 4.6) Dabei ist k der Korrelationskoeffizient zwischen den Belastungsschwankungen γ_1, γ_2 .

$$\ln P_f = 8,479k^3 - 3,266k^2 + 1,0311k - 15,605$$

Anwendungen dieser Art vermitteln eine erste Vorstellung über die Einsatzmöglichkeiten des vorgestellten Berechnungsverfahrens. Weitere Untersuchungen sind erforderlich, um seine Leistungsfähigkeit genauer zu erkunden und seinen Nutzungsbereich im Vergleich mit anderen vollprobabilistischen Verfahren abzugrenzen.

Anhang

Koeffizientenmatrix des deterministischen Ersatzsystems für das Tragwerk 1

$$\begin{pmatrix} a_0V^{(0)} & -\nu V_1^{(0)} & -\nu V_2^{(0)} & -\nu V_3^{(0)} & 2\nu^2V_1^{(0)} & 2\nu^2V_2^{(0)} & 2\nu^2V_3^{(0)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & M_1^{(0)} & 0 & 0 & -2\nu V_1^{(0)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & M_2^{(0)} & 0 & 0 & -2\nu V_2^{(0)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & M_3^{(0)} & 0 & 0 & -2\nu V_3^{(0)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & K_1^{(0)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & K_2^{(0)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & K_3^{(0)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & L_1^{(0)} & 0 & 0 & -\nu V_1^{(0)} & 0 \\ & & & & & & & & L_2^{(0)} & 0 & -\nu V_2^{(0)} & 0 \\ & & & & & & & & & L_3^{(0)} & -\nu V_3^{(0)} & 0 \\ & & & & & & & & & & a_0V^{(0)} & 0 \\ & & & & & & & & & & & 2a_0V^{(0)} \end{pmatrix}$$

Als Abkürzungen dienen: $M_i^{(0)} = a_0V^{(0)} + 2\nu^2V_i^{(0)}$, $K_i = 2a_0V^{(0)} + 8\nu^2V_i^{(0)}$, $L_i = a_0V^{(0)} + \nu^2V_i^{(0)}$, $i = 1, 2, 3$, $a_0 = 1 + \nu^2$.

Literatur

1. Biehounek, J.; Grolik, H.: Zur voll-probabilistischen Verallgemeinerung des Kraftgrößenverfahrens. Beiträge zur Wissenschaft, Technologie und Gestaltung, Hochschule Anhalt (FH), Nr. 50/2000.
2. CM66 : Regles de Calcul des Constructions en Acier. Edition Eyrolles, Paris, (1966).
3. DIN V ENV 1991-1: Grundlagen der Tragwerksplanung und Einwirkungen auf Tragwerke (Eurocode 1).
4. ENV 1991-1: Basis of Design and Actions on Structures. CEN, Brussels, (1993).
5. Ghanem, R. G.; Spanos, P. D.: Stochastic Finite Elements: A Spectral Approach. Springer-Verlag, (1991).
6. Graße, W.: Zur Kombination zeitveränderlicher Einwirkungen. Stahlbau, 64, (1995), 230-238.
7. ISO-ISO2394: 11th Draft of Specification for Structural Reliability Assessment. Building Research Establishment, Garston, (1993).
8. Kleiber, M.; Hien, T. D.: The Stochastic Finite Element Method. Wiley, (1992).
9. Klingmüller, O.; Bourgund, U.: Sicherheit und Risiko im Konstruktiven Ingenieurbau. Vieweg, (1992).
10. Krätzig, W. B.; Wittek, U.: Tragwerke 1. Springer-Verlag, (1995).
11. Krätzig, W. B.: Tragwerke 2. Springer-Verlag, (1990).
12. Marek, P.; Gustar, M.; Anagnos, Th.: Simulation-Bases Reliability Assessment for Structural Engineers. CRC Press, (1996).
13. Möller, B.: Fuzzy-Modellierung in der Baustatik. Bauingenieur, 72, (1997), 75-84.
14. Plate, E.J.: Statistik und angewandte Wahrscheinlichkeitslehre für Bauingenieure. Ernst und Sohn, (1993).
15. Rubinstein, R.Y.: Simulation and the Monte Carlo Method. John Wiley&Sons, (1981).
16. Schneider, J.: Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen. Teubner, (1995).
17. Späthe, G.: Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen. Springer-Verlag, (1992).
18. Warkenthin, W.: Grundlagen-Tragwerksbemessung, Fördertechnik und Baumaschinen. Vieweg-Verlag, (1999).

Anschrift: Prof. Dr. J. Biehounek, Dr. H. Grolik, Hochschule Anhalt (FH), Fachbereich Architektur und Bauingenieurwesen, Postfach 2215, D-06846 Dessau