

Viskoplastische Materialmodellierung am Beispiel des Dichtungswerkstoffes Polytetrafluorethylen

T. Kletschkowski, U. Schomburg, A. Bertram

Thermoplastische Dichtungswerkstoffe, wie Polytetrafluorethylen (PTFE), zeigen in einachsigen, isothermen Zugversuchen typische Charakteristika viskoplastischen Materialverhaltens. In der vorliegenden Arbeit werden die im Experiment beobachteten Phänomene der Geschwindigkeitsabhängigkeit und der Relaxation mit einem rheologischen Modell, bestehend aus der Reihenschaltung eines elastoplastischen Elementes mit einer endochronen Fließregel und einem Kelvin-Element, beschrieben, das eine additive Zerlegung der Gesamtdehnung in einen elastischen, einen plastischen und einen viskosen Anteil motiviert. Im Unterschied zu früheren im Bereich der Dichtungstechnik verwendeten Ansätzen ist dieses Modell geeignet, Zugversuche mit anschließender Spannungsrelaxation wiederzugeben. Beim Vergleich von Zug- und Druckversuchen mit nachfolgender Spannungsrelaxation kann eine durch die Zugabe der Glasfasern hervorgerufene Zug-Druck-Asymmetrie beobachtet werden. Die Einführung einer Schalterfunktion ermöglicht die Materialbeschreibung im Zug- und Druckbereich. Numerische Berechnungen zeigen, dass die Zug-Druck-Asymmetrie durch ein erweitertes Modell wiedergegeben wird.

1 Einleitung

Aufgrund ihrer guten tribologischen Eigenschaften, ihrer chemischen Inertheit und ihrer Temperaturbeständigkeit werden im Automobilbau zunehmend gefüllte PTFE-Werkstoffe zur Abdichtung rotierender Wellenaustritte verwendet. Es handelt sich hierbei um teilkristalline Thermoplaste, deren Betriebseigenschaften durch den Herstellungsprozess und die Art der beigefügten Füllstoffe beeinflusst werden. Die durch die Zugabe der Füllstoffe entstehenden Werkstoffe werden als Compounds bezeichnet. So werden beispielsweise zum Abdichten von Kurbelwellenaustritten häufig glasfasergefüllte Compounds verwendet. Die dem Grundwerkstoff beigemengten Glasfasern reduzieren den Verschleiß des Dichtelementes und mindern dessen Kriechneigung. Durch die Zugabe weiterer Füllstoffe wie Molybdändisulfid lassen sich die tribologischen Eigenschaften der Dichtung verbessern.

Ein Dichtelement zur Abdichtung rotierender Wellen liegt nach Abschluss des Fertigungsprozesses als dünne Kreisringscheibe vor. Zur Montage wird die Dichtung in einen Haltering eingepasst und über einen kegelförmigen Dorn auf die Welle geschoben. Der Haltering wird am Kurbelwellengehäuse angeflanscht. Die aus der Aufweitung der Dichtmanschette während der Montage resultierende Pressung ist maßgeblich für das Verhindern einer Leckage und wird vornehmlich von der in Umfangsrichtung wirkenden Zugspannung hervorgerufen. Sie vermindert sich in den ersten zehn Stunden nach der Montage der Dichtung auf der Welle um ca. 50% aufgrund der im Material einsetzenden Spannungsrelaxation.

Das viskoplastische Materialverhalten dieser Dichtungswerkstoffe wird daher zunächst anhand uniaxialer, isothermer Zugversuche am Beispiel eines typischen Compounds (90% PTFE, 5% Molybdändisulfid, 5% kurze zylindrische Glasfasern) erläutert. Anschließend wird, aufbauend auf den experimentellen Befunden, ein rheologisches Modell motiviert, das wesentliche Aspekte des beobachteten inelastischen Materialverhaltens wiederzugeben vermag.

In der Dichtungstechnik werden kurzzeitige Umformvorgänge, wie die Montage der Dichtung, und langzeitige Prozesse, wie die Spannungsrelaxation in der montierten Dichtung, oftmals getrennt behandelt, insbesondere im Hinblick auf die Abbildung des Materialverhaltens. Die Bereitstellung einheitlicher beanspruchungsgerechter Materialbeschreibungen ist Gegenstand des Artikels.

2 Experimente im Zugbereich

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse uniaxialer Zugversuche mit anschließender Spannungsrelaxation diskutiert. Als Testkörper wurden rechteckige Flachzugproben verwendet. Der relevante Messbereich hat im undeformierten Zustand eine Länge von 10 mm.

Die Art der durchgeführten Experimente orientiert sich an der dichtungstechnischen Praxis, bei der die dominierende Spannung im Dichtelement eine in Umfangsrichtung wirkende Zugspannung ist. Diese ruft eine in der Berührzone zwischen Dichtung und Welle wirkende Pressung hervor. Die Integration der Pressung über den Wellenumfang ergibt die Radialkraft. Diese ist im Gegensatz zur der zwischen Welle und Dichtung wirkenden Pressung messbar. Alle nachfolgenden Versuche wurden bei Raumtemperatur (23 °C) durchgeführt.

In Bild 1 sind links verschiebungsgesteuerte monotone Zugversuche dargestellt. Die technische Spannung ist in N/mm^2 über der technischen Dehnung für Dehnraten von $\dot{\epsilon} = 1\%/ \text{min}$, $10\%/ \text{min}$ und $100\%/ \text{min}$ aufgetragen. Der Verlauf der Kennlinien ist nichtlinear. Das Material reagiert auf eine Erhöhung der Dehnrates um eine Dekade mit einer Erhöhung der technischen Spannung um ca. 14% nach Überschreiten der Linearitätsgrenze.

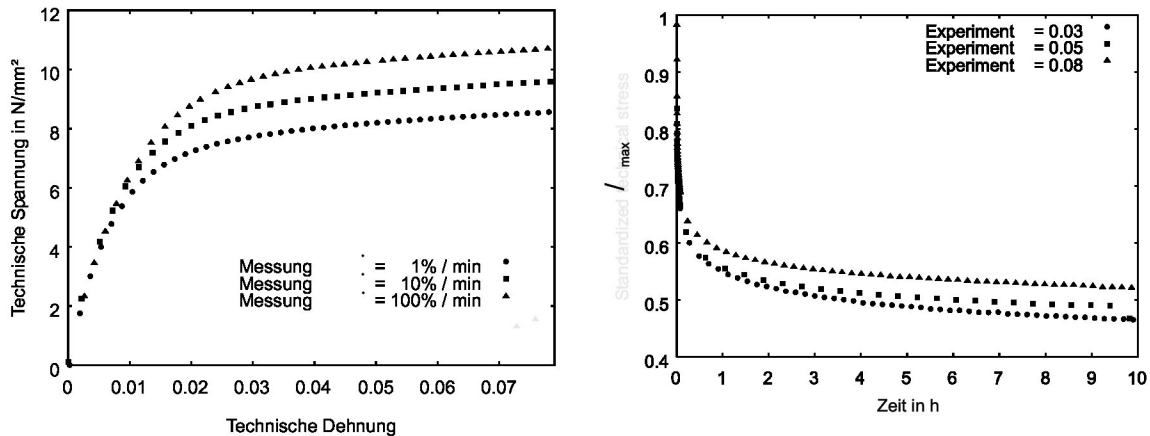


Bild 1: Monotone Zugversuche mit anschließender Spannungsrelaxation

Bild 1 zeigt rechts die Relaxation der Zugspannungen im Anschluss an Zugversuche mit einer Dehnrates von $\dot{\epsilon} = 10\%/ \text{min}$ für technische Dehnungen von $\epsilon = 3\%$, 5% und 8% . Die Kurven sind auf den jeweiligen maximalen Wert am Beginn des Relaxationsprozesses bezogen. Da die Kurven nicht kongruent verlaufen, handelt es sich um ein nichtlineares Relaxationsverhalten. Weiterhin ist zu erkennen, dass die Geschwindigkeit der Spannungsabnahme in den ersten 90 min des Relaxationsprozesses besonders groß ist.

Zugproben, die nach mehrstündiger Spannungsrelaxation entlastet werden, zeigen den Effekt des viskosen Rückkriechens, jedoch verbleibt nach der Entlastung ein permanenter Deformationsanteil. Bild 2 dokumentiert diesen Aspekt des Materialverhaltens. Hier ist der Verlauf der technischen Dehnung über der Zeit in h für einen isothermen Zugversuch mit einer Dehnrates von $\dot{\epsilon} = 10\%/ \text{min}$ und einer maximalen Dehnung von $\epsilon = 10\%$ aufgetragen. Die Entlastung erfolgt nach 30 min. Im entlasteten Zustand wird die Probe einem Temperaturzyklus unterworfen, um das viskose Rückkriechen zu beschleunigen. Hierbei wird die Temperatur von 23 °C binnen 15 min auf 100 °C erhöht und anschließend in derselben Zeitspanne erneut auf 23 °C abgesenkt. Es verbleibt eine permanente inelastische Deformation, die wir als plastisch bezeichnen.

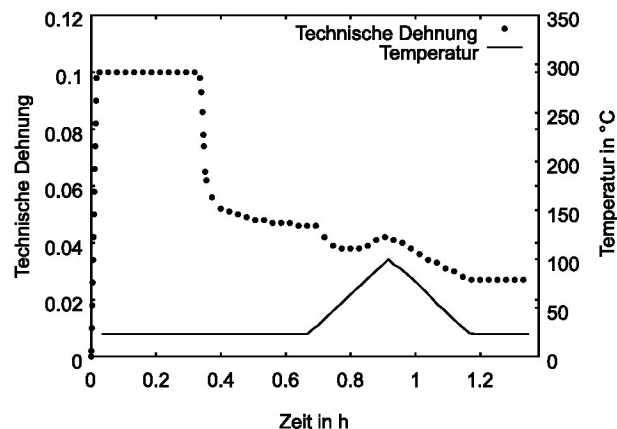


Bild 2: Entlastungsversuch

Das untersuchte Compound zeigt die Effekte

- der Geschwindigkeitsabhängigkeit im Zugversuch
- der nichtlinearen Spannungsrelaxation
- des viskosen Rückkriechens
- der bleibenden Verformung.

Die Gesamtdeformation setzt sich aus reversiblen elastischen, reversiblen viskosen und irreversiblen plastischen Anteilen zusammen. Das untersuchte Compound ist ein elasto-viskoplastisches Material. Die allgemeine Charakteristik des inelastischen Materialverhaltens des analysierten Compounds wird von Kletschkowski et al. (2000) ausführlich diskutiert.

3 Rheologisches Modell

Rheologische Modelle sind als Grundlage einer weiterführenden Materialmodellierung geeignet, da spezielle im Experiment beobachtete Phänomene den einzelnen Elementen zugeordnet werden können. Die oben aufgeführten Materialeigenschaften lassen sich mit einem modifizierten rheologischen Modell, bestehend aus der Reihenschaltung eines endochronen elastoplastischen Elementes und eines Kelvin-Modells, abbilden. Die Modifikation besteht im Ersetzen des Dämpfers des Maxwell-Modells durch ein spezielles geschwindigkeitsunabhängiges Element. Dieses bildet in der Hintereinanderschaltung mit der Feder des Maxwell-Modells das endochrone Materialelement. Die Theorie der endochronen Materialbeschreibung wird in der Literatur von Valanis (1971), Haupt (1977) und Krawietz (1986) ausführlich diskutiert. Ein allgemeines Konzept zur Modellierung viskoplastischen Materialverhaltens unter Berücksichtigung elastischer Bereiche wird von Haupt (2000) vorgeschlagen. An dieser Stelle soll anhand des Bildes 3 lediglich die Charakteristik des endochronen elastoplastischen Elementes erläutert werden.



Bild 3: Endochrone Materialbeschreibung

Die Gesamtdeformation eines solchen Elementes setzt sich additiv aus einem elastischen und einem plastischen Anteil zusammen.

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_p \quad (1)$$

Unterstellt man der Feder linearelastisches Materialverhalten, dann gilt

$$\sigma = C_E \varepsilon_{el} \quad (2)$$

C_E ist der Elastizitätsmodul. Für die Entwicklung der plastischen Dehnung gelte der Ansatz

$$\dot{\varepsilon}_p = \frac{1}{Y_P} \sigma |\dot{\varepsilon}| \quad (3)$$

Dieser unterscheidet sich von der Entwicklungsgleichung der viskosen Dehnung eines Maxwell-Elementes durch die zusätzliche Multiplikation mit $|\dot{\varepsilon}|$, wodurch die Entwicklungsgleichung (3) geschwindigkeitsunabhängig wird. Y_P ist ein Materialparameter.

Differenziert man, konstante Materialparameter vorausgesetzt, Gleichung (2) nach der Zeit, berücksichtigt Gleichung (1), und ersetzt $\dot{\varepsilon}_p$ durch die Entwicklungsgleichung (3), dann folgt für die Spannungsrate

$$\dot{\sigma} = C_E \left(\dot{\varepsilon} - \frac{1}{Y_P} \sigma |\dot{\varepsilon}| \right) \quad (4)$$

Die Differentialgleichung (4) ist eine geschwindigkeitsunabhängige Materialgleichung. Betrachtet man einen Deformationsprozess mit konstanter und positiver Dehnrate, dann lässt sich der zugehörige Spannungsverlauf aus (4) zu

$$\sigma = Y_P \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{C_B}{Y_P} \varepsilon \right] \right\} \quad (5)$$

ermitteln. Gleichung (5) kennzeichnet ein unterlineares Materialverhalten, bei dem die Spannung σ mit zunehmender Dehnung ε gegen den Sättigungswert Y_P strebt. Y_P bestimmt also die maximal erreichbare Spannung. Da sich die plastischen Dehnungen sofort nach Beginn des Deformationsprozesses entwickeln, gibt es keinen initialen elastischen Bereich, der durch eine Fließgrenze berandet wäre. Die Auswertung eines Fließkriteriums und einer Belastungsbedingung entfällt somit, was die spätere numerische Simulation vereinfacht. Die kontinuierliche Entwicklung der inelastischen Variablen in einem endochronen elastoplastischen Element ist gut mit den experimentellen Ergebnissen vereinbar. Diese dokumentieren einen allmählichen Übergang in den Fließbereich ohne Überschreitung einer signifikanten Fließgrenze. Die im Werkstoff ablaufenden morphologischen Veränderungen, wie das Aufbrechen kristalliner Strukturen und die Rekristallisation, sind von der Größe und dem Vorhandensein einer anliegenden Spannung abhängig. Diese muss im Gegensatz zu metallischen Werkstoffen jedoch keinen kritischen Wert überschreiten. Auch unter diesem Gesichtspunkt erscheint die Verwendung eines endochronen Ansatzes zur Beschreibung der plastischen Deformation als sinnvoll.

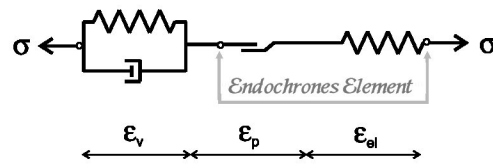


Bild 4: Modifiziertes rheologisches Modell

Entsprechend den experimentellen Befunden wird beim modifizierten rheologischen Modell nach Bild 4 von einer additiven Zerlegung der Gesamtdeformation in einen elastischen, einen plastischen und einen viskosen Anteil ausgegangen.

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_p + \varepsilon_v \quad (6)$$

Die Rückspannungen im Kelvin-Element genügen dem linearen Ansatz

$$\sigma_B = C_B \varepsilon_v \quad (7)$$

Die nichtlinearen Fließeigenschaften des Dämpfers im Kelvin-Element werden mittels folgender Entwicklungsgleichung

$$\dot{\varepsilon}_v = \frac{1}{\eta(\sigma, \sigma_B, \varepsilon_v, \dot{\varepsilon})} (\sigma - \sigma_B) \quad (8)$$

mit

$$\eta = \eta_0 (1 + \kappa |\varepsilon_v|) \exp(-Z |\sigma - \sigma_B|) \quad (9)$$

und

$$\kappa = \kappa_0 + \kappa_D \tanh(B |\dot{\varepsilon}|) \quad (10)$$

erfasst. Durch den Term $\tanh(B |\dot{\varepsilon}|)$ in Gleichung (10) wird berücksichtigt, ob die Gesamtdeformation konstant ist oder nicht. Für sehr kleine Werte von B bleibt eine Deformationsänderung ($\dot{\varepsilon} \neq 0$) nahezu ohne Einfluss auf die wirksame Viskosität η . Sehr große Werte ermöglichen hingegen die Erfassung eines geschwindigkeitsabhängigen Dämpferverhaltens. In der neueren Literatur ist die Annahme dehnratenabhängiger Viskositäten z. B. bei Sedlan et al. (1999) zu finden.

In Tabelle 1 ist der für die Beschreibung des inelastischen Materialverhaltens benötigte Satz von konstitutiven Gleichungen zusammengestellt.

elastisches Gesetz	$\sigma = C_E(\varepsilon_{el} - \varepsilon_p - \varepsilon_v)$
endochrone Fließregel	$\dot{\varepsilon}_p = \frac{1}{Y_p} \sigma \dot{\varepsilon} $
viskose Fließregel	$\dot{\varepsilon}_v = \frac{1}{\eta} (\sigma - \sigma_B)$
	$\eta = \eta_0(1 + \kappa \varepsilon_v) \exp(-Z \sigma - \sigma_B)$
	$\kappa = \kappa_0 + \kappa_D \tanh(B \dot{\varepsilon})$
Gesetz für die Rückspannungen	$\sigma_B = C_B \varepsilon_v$

Tabelle 1: Konstitutive Gleichungen

4 Identifikation und Modellrechnungen

Für die Identifikation der Materialparameter wird davon ausgegangen, dass die Viskosität des Materials, wie oben beschrieben, von $\dot{\varepsilon}$ abhängt. D. h. der Ausdruck $\tanh(B |\dot{\varepsilon}|)$ von Gleichung (10) strebt durch die Wahl eines großen Wertes für den Parameter B für $\dot{\varepsilon} \neq 0$ rasch gegen 1.

Zur Bestimmung der übrigen Modellparameter wird lediglich ein Zugversuch mit konstanter Dehnrage, anschließender Spannungsrelaxation und Entlastung benötigt. Zur Identifikation dient der in Bild 1 (links) gezeigte Zugversuch mit einer Dehnrage von $\dot{\varepsilon} = 10\%/min$ und einer maximalen Dehnung von $\varepsilon = 8\%$. Die sich an den Zugversuch anschließende Spannungsrelaxation ist in Bild 1 (rechts) dargestellt. Die Größe der plastischen Verformung wird relativ zur Größe der Gesamtdeformation aus dem in Bild 2 gezeigten Versuch zu $\varepsilon_p = 2,4\%$ abgeschätzt. Es wird also angenommen, dass die plastische Deformation auch in diesem Fall 30% der Gesamtdeformation beträgt. Die Modellparameter der geschwindigkeitsunabhängigen Stoffgleichungen C_E , C_B und Y_p werden direkt aus der Belastungskurve ermittelt, während die Identifikation der übrigen Materialparameter mit dem Levenberg-Marquardt-Algorithmus gelingt, der für η_0 , κ_0 und Z die Summe der Fehlerquadrate aus numerischer Simulation der Spannungsrelaxation und den experimentellen Stützstellen der Spannungsrelaxation sowie für κ_D die Summe der Fehlerquadrate aus numerischer Simulation des Zugversuchs und den experimentellen Stützstellen der Belastungskurve minimiert.

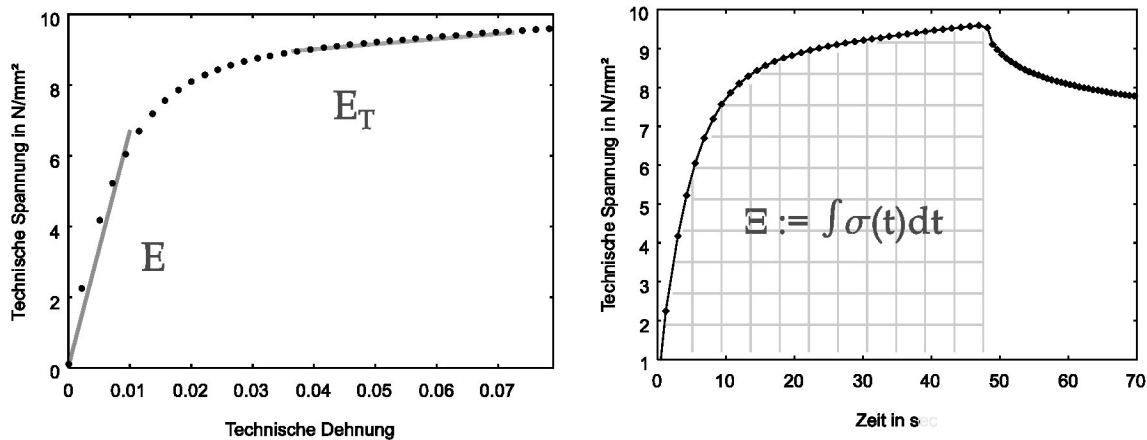


Bild 5: Identifikation der Materialparameter

Aus der Steigung der Anfangstangente und dem Tangentenmodul können, wie in Bild 5 skizziert, die elastische Steifigkeit C_E und die Rückspannungssteifigkeit C_B zu

$$C_E \approx E \tag{11}$$

$C_E = 690.0 \text{ N/mm}^2$	$\eta_0 = 2405.0 \cdot 10^5 \text{ Ns/mm}^2$
$C_B = 16.65 \text{ N/mm}^2$	$Z = 2.581 \text{ mm}^2/\text{N}$
$Y_P = 26.1 \text{ N/mm}^2$	$\kappa_0 = 1193.0 \cdot 10^3$
$B = 1.0 \cdot 10^6$	$\kappa_D = 7528.0 \cdot 10^3$

Tabelle 2: Identifizierte Modellparameter

und

$$C_B \approx \frac{EE_T}{E - E_T} \tag{12}$$

angenähert werden.

Für $\dot{\epsilon} = konst$ und eine konstante Grenzspannung Y_P lässt sich aus (3) mit

$$\Xi := \int_{t=t_0}^{t=t_1} \sigma(t) dt \tag{13}$$

folgende Bestimmungsgleichung für Y_P herleiten

$$Y_P = \frac{\Xi |\dot{\epsilon}|}{\epsilon_p} \tag{14}$$

Ξ ist hierbei nach Gleichung (13) als das bestimmte Integral der technischen Spannung über der Zeit für den Belastungsvorgang definiert.

Für die numerische Identifikation der übrigen Modellparameter erweist sich das Arbeiten mit Entwicklungsgleichungen als günstig, da in der numerischen Integration der Modellgleichungen die am rechten Rand des jeweils durch zwei zeitlich aufeinanderfolgende experimentellen Stützstellen vorgegebenen Zeitintervalls berechneten Funktionswerte als Startwerte für das folgende Zeitintervall benutzt werden können. Durch die Implementierung eines solchen Algorithmus kann die zur numerischen Identifikation benötigte Zeit deutlich reduziert werden. Das Ergebnis des oben beschriebenen Identifikationsprozesses ist der in Tabelle 2 zusammengestellte Satz von Modellparametern.

In Bild 6 sind einige Modellrechnungen mit diesem Parametersatz gezeigt. Links sind die numerischen Simulationsergebnisse (durchgezogene Linien) und die experimentellen Daten (gepunktet) von uniaxialen isothermen Zugversuchen unterschiedlicher Dehnraten in Form von Spannungs-Dehnungs-Kurven dargestellt. Rechts zeigt das Bild 6 experimentelle und numerisch berechnete Spannungsrelaxationskurven im Anschluss an Zugversuche mit einer Dehnrates von $\dot{\epsilon} = 10\%/min$ für technische Dehnungen von $\epsilon = 3\%, 5\%$ und 8% .

Beide Abbildungen zeigen eine gute Übereinstimmung von gemessenen und berechneten Werten, sowohl für den zur Identifikation verwendeten Versuch, als auch für die übrigen, numerisch nachgerechneten Experimente. Das hier vorgestellte Modell ist somit geeignet, das geschwindigkeitsabhängige Belastungsverhalten und die nichtlineare Spannungsrelaxation abzubilden.

Eine getrennte Behandlung kurzzeitiger (Belastung) und langzeitiger Prozesse (Spannungsrelaxation) ist nicht notwendig. Die Berechnung kann im Gegensatz zur in der Dichtungstechnik häufig separat durchgeführten Analyse dieser Prozesse, siehe Olbrich et al. (2000), in *einem* Berechnungslauf erfolgen. Die Anzahl der Versuchsklassen zur Identifikation der benötigten Modellparameter beschränkt sich auf Zugversuche mit nachfolgender Spannungsrelaxation und Entlastung bei Raumtemperatur.

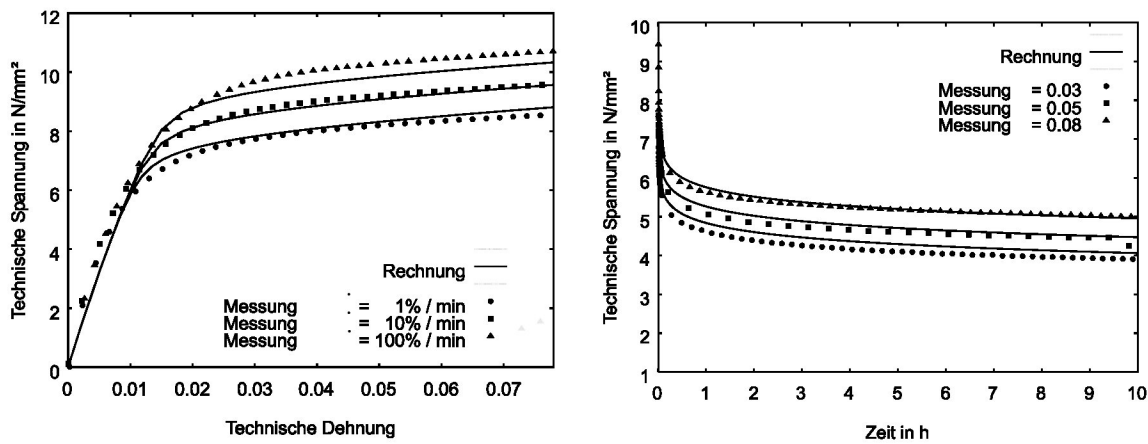


Bild 6: Modellrechnungen

5 Die Zug-Druck-Asymmetrie

Wird der Montageprozess einer Manschettendichtung aus PTFE genauer betrachtet, dann wird deutlich, dass aufgrund der Deformation der Manschette bei der Montage auch Biegespannungsanteile entstehen. Somit existieren Zug- und Druckbereiche in der Biegelinie der Manschette.

Pohl (1999) detektiert in uniaxialen Zug- und Druckversuchen bei Raumtemperatur eine Zug-Druck-Asymmetrie, die auch als SDE (Strength Differential Effect) bezeichnet wird, für ein glasfasergefülltes Compound und liefert erste Ansätze zu deren Berechnung. Diese Asymmetrie tritt in Form eines unterschiedlichen Fließ- und Relaxationsverhaltens im Zug- und Druckbereich zutage, wobei im Druckbereich höhere Spannungen erreicht werden.

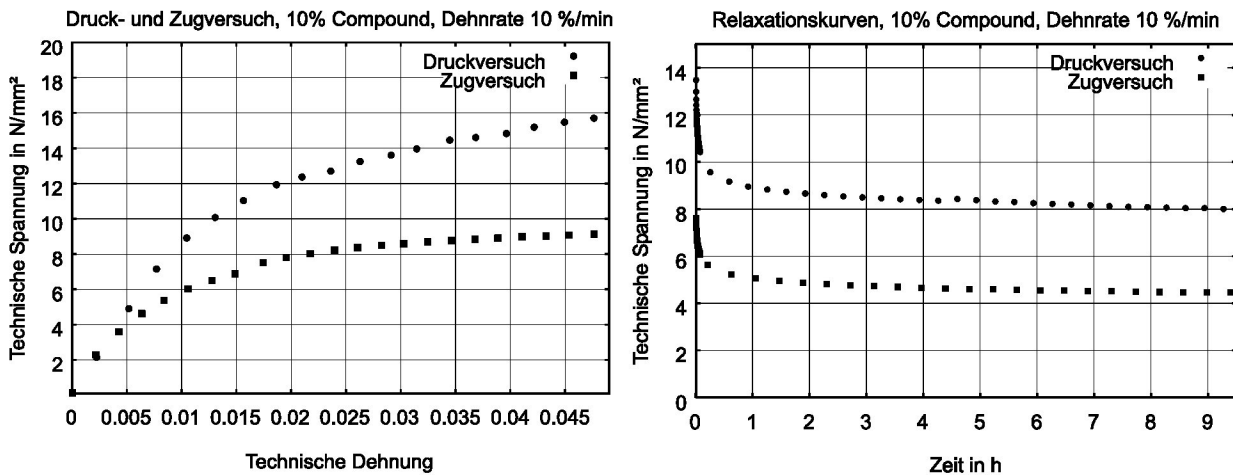


Bild 7: Belastungskurve und Spannungsrelaxation im Zug- und Druckbereich

Pohl betrachtet dabei die Auswirkungen der Zug-Druck-Asymmetrie getrennt bezüglich der Belastungsphase in einachsigen Zug- und Druckversuchen sowie der nachfolgenden Spannungsrelaxation, unterscheidet in seinen Berechnungen also strikt zwischen kurzzeitigen und langzeitigen Prozessen. Insbesondere wird die Auswirkung der Zug-Druck-Asymmetrie auf die durch die Spannungsrelaxation hervorgerufene Abnahme der Radialkraft einer montierten PTFE-Manschette lediglich durch die rechentechnische Unterdrückung des Relaxationsprozesses im Druckspannungsbereich abgebildet.

Zunächst soll anhand des Bildes 7 das unterschiedliche Materialverhalten im Zug- und Druckbereich verdeutlicht werden. Die Graphen in Bild 7 zeigen jeweils einen dehnungsgesteuerten Zugversuch und einen dehnungsgesteuerten Druckversuch bei Raumtemperatur. In beiden Versuchen folgt einer 30 Sekunden dauernden Belastungsphase mit einer Dehnrates von $\dot{\epsilon} = 10\%/min$ eine zehnstündige Spannungsrelaxation bei einer Dehnung bzw. Stauchung von jeweils 5%. Aus Gründen der besseren Vergleichbarkeit der Versuchsergebnisse sind jeweils die Beträge der Druckspannungen und die Beträge der Stauchungen des Druckversuches dargestellt. Folgendes ist zu erkennen.

1. Die Beträge der Spannungen infolge des einachsigen Druckversuches übersteigen die Spannungen infolge des einachsigen Zugversuches deutlich. Wird der Zugversuch als Referenzversuch betrachtet, dann beträgt die maximale Überhöhung der Spannung im Druckbereich 78%.
2. Die Nichtlinearität der Spannungs-Dehnungs-Kurve ist im Zugversuch deutlich stärker ausgeprägt. Der Anstieg der technischen Spannung verläuft nach Überschreiten eines Betrags der technischen Dehnung von 1,5 % im Zugbereich deutlich flacher als im Druckbereich.
3. Im Druck- wie auch im Zugbereich sinken die Beträge der jeweils wirksamen Spannung während der zehnstündigen Spannungsrelaxation auf etwa 50 % ihrer Anfangswerte.

Das Experiment zeigt das Vorhandensein einer Spannungsrelaxation auch im Druckbereich. Die Abbildung der Zug-Druck-Asymmetrie durch eine rechen-technische Unterdrückung der Spannungsrelaxation in den Druckbereichen einer PTFE-Manschettendichtung kann daher die Verhältnisse im Material nicht adäquat abbilden, auch wenn mit dieser Vorgehensweise die relaxationsbedingte Abnahme der Radialkraft gut an experimentell ermittelte Kurven der Radialkraftmessung justiert werden kann.

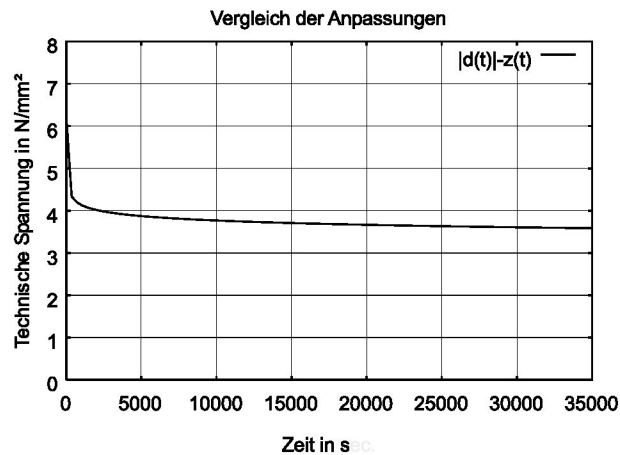


Bild 8: Zeitlicher Verlauf der Differenzspannung

Die Differenzspannung σ_d kennzeichnet die Zeitabhängigkeit der Zug-Druck-Asymmetrie. Sie ist durch

$$\sigma_d := |d(t)| - z(t) \tag{15}$$

definiert. Die Funktionen $z(t)$ und $d(t)$ charakterisieren den zeitlichen Verlauf der Spannungsrelaxation im Zug- und Druckbereich.

In Bild 8 ist der Verlauf der Differenzspannung σ_d für den Relaxationsprozess gezeigt. Es verdeutlicht, dass die im Druckversuch vorhandene Spannungsüberhöhung, die hier als Differenzspannung bezeichnet wird, ein klar erkennbares Relaxationsverhalten zeigt. Die Spannungen des in Bild 7 dargestellten Druckversuches fallen also schneller ab als die Spannungen des Relaxationsprozesses gleicher Dehnungsamplitude im Zugbereich. Die Differenzspannung σ_d infolge der Zug-Druck-Asymmetrie fällt in den ersten 1000 Sekunden der Spannungsrelaxation rapide ab. Weiterhin wird deutlich, dass ein in erster Näherung konstanter Differenzspannungsanteil von nicht zu vernachlässigender Größe verbleibt. Dieses ist durch die nach 10 Stunden stark verlangsamten Spannungsrelaxationen der einzelnen Versuche zu erklären.

Bild 9 ermöglicht zusätzlich eine Betrachtung des Spannungs-Dehnungs-Verlaufes im Zug- und Druckbereich. In dieser Betrachtungsweise wird deutlich, dass die Auswirkungen des SDE vor allem im inelastischen Materialverhalten beobachtet werden können, da die Steigungen der Anfangstangenten beider Kurven nahezu identisch sind.

Die Zug-Druck-Asymmetrie ist charakteristisch für glasfasergefüllte PTFE-Werkstoffe. Im Gegensatz dazu zeigt reines PTFE ein symmetrisches Verhalten im Zug- und Druckbereich, siehe Pohl (1999). Ein unterschiedliches Deformationsverhalten des weichen Matrixmaterials und der steifen Glasfasern sowie die schwachen Haftkräfte zwischen Matrix und Füllstoff sind als Ursache für das asymmetrische Materialverhalten in Betracht zu ziehen.

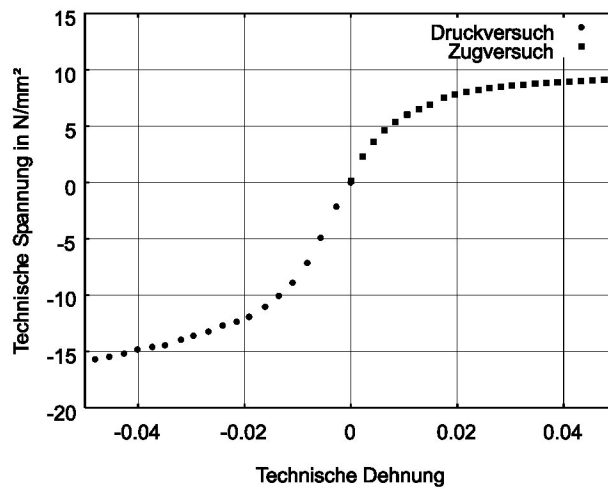


Bild 9: Spannungs-Dehnungs-Kurven im Zug- und Druckbereich

6 Modellierung der Zug-Druck-Asymmetrie

Im Folgenden wird die Erweiterung des modifizierten rheologischen Modells zur Beschreibung der Zug-Druck-Asymmetrie diskutiert. Den Bildern 7 und 9 ist zu entnehmen, dass die Zug-Druck-Asymmetrie vornehmlich die inelastischen Materialeigenschaften des untersuchten Compounds beeinflusst. Bezüglich der Belastungskurve (siehe Bild 7 links) ist zu erkennen, dass das Material auf eine Deformation im Druckbereich mit veränderten Fließeigenschaften antwortet. Insbesondere vergrößert sich der Anstieg in der Spannungs-Dehnungs-Kurve nach Überschreiten einer Dehnung von $\varepsilon = 1,5\%$. Weiterhin sei nochmals auf Bild 8 verwiesen, das verdeutlicht, dass die aufgrund der Zug-Druck-Asymmetrie hervorgerufene Differenzspannung σ_d relaxiert, jedoch nicht vollständig verschwindet.

Das in Bild 4 vorgestellte Modell wird daher, wie in Bild 10 dargestellt, um ein weiteres endochrones elastoplastisches Element gefolgt von einem weiteren Kelvin-Element, ausgebaut.

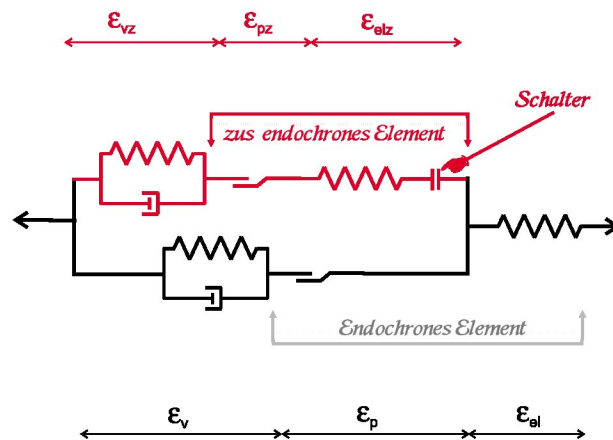


Bild 10: Erweitertes rheologisches Modell

Die Charakteristik des so erweiterten Modells bezüglich des Materialverhaltens im Zugbereich bleibt durch die Einführung des in Bild 10 skizzierten Schalters unverändert. Gleiches gilt für die elastischen Eigenschaften. Das erweiterte Modell erfüllt nun die Voraussetzungen, um das veränderte Fließverhalten während der Belastungsphase im Druckversuch und der sich daran anschließenden Spannungsrelaxation abzubilden. Das zusätzliche Kelvin-Element trägt dabei in Verbindung mit der Elastizität des zusätzlichen endochronen elastoplastischen Elementes zur Vergrößerung des Rückspannungsanteils bei und sorgt dafür, dass die Überhöhung der Spannungen im Druckbereich permanent bleiben kann. Die Einführung eines dehnungsbasierten Schalters erscheint sinnvoll, da durch das Abgleiten von Teflon und Glasfasern aufgrund zu geringer Haftung unter Zugbeanspruchung und dem Kontakt beider Komponenten unter Druckbeanspruchung auch eine Schalterwirkung im Material motiviert werden

kann. Weiterhin tritt so der Versteifungseffekt erst ein, wenn bei Belastungsumkehr die undeformierte Ausgangslage durchschritten ist. Wenn man sich vorstellt, dass die Erweichung des Materials im Zugbereich mit einem Ablösen des Matrixmaterials von den Glasfasern verbunden ist, erscheint es sinnvoll die Versteifungswirkung unter Druckbeanspruchung erst wirksam werden zu lassen, wenn das Material komprimiert wird. Diese Überlegung spiegelt sich im erweiterten rheologischen Modell wieder, da sich die Kontaktstellen des Schalters voneinander entfernen, wenn das Modell auf Zug beansprucht wird. Ein Modell, das lediglich Zug- und Druckspannungszustände unterscheidet, erscheint daher nicht geeignet.

Die Gesamtdeformation der zusätzlichen Elemente setzt sich somit aus den zusätzlichen elastischen, den plastischen und den viskosen Deformationsanteilen zusammen. Für die Dehnungen im erweiterten Modell gilt

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{elz} + \varepsilon_{pz} + \varepsilon_{vz} = \varepsilon_p + \varepsilon_v \quad (16)$$

Die Stoffgleichungen des zusätzlichen endochronen elastoplastischen Elementes, siehe (17) und (18), bestehen aus einem linearen elastischen Gesetz und einer endochronen Fließregel für die Entwicklung des zusätzlichen plastischen Deformationsanteils. Hier ist zu berücksichtigen, dass die zusätzliche Schaltung nur Druckspannungen übertragen kann.

$$\sigma_z = C_{Ez} \langle \varepsilon_{elz} \rangle_K \quad \text{mit} \quad \langle \varepsilon_{elz} \rangle_K := \frac{1}{2} (\varepsilon_{elz} - |\varepsilon_{elz}|) \quad (17)$$

$$\dot{\varepsilon}_{pz} = \frac{1}{Y_{Pz}} \sigma_z |\dot{\varepsilon}| \quad (18)$$

Für das zusätzliche viskoelastische Kelvin-Element wird wiederum ein linear elastisches Gesetz zur Beschreibung der Rückspannungen verwendet. Das geschwindigkeitsabhängige Fließverhalten wird erneut durch eine nichtlineare Fließregel

$$\dot{\varepsilon}_{vz} = \frac{1}{\eta_z} (\sigma_z - \sigma_{Bz}) \quad \text{mit} \quad \eta_z = \eta_{0z} \exp(-Z_z |\sigma_z - \sigma_{Bz}|) (1 + \kappa_z |\varepsilon_{vz}|) \quad \text{und} \quad \kappa_z = \kappa_{0z} \quad (19)$$

modelliert. In der Zusammenstellung ergibt sich damit der in Tabelle 3 aufgelistete Satz von Konstitutivgleichungen für das erweiterte Modell.

elastisches Gesetz	$\sigma = C_E (\varepsilon - \varepsilon_p - \varepsilon_v)$
endochrone Fließregel	$\dot{\varepsilon}_p = \frac{1}{Y_p} (\sigma - \sigma_z) \dot{\varepsilon} $
viskose Fließregel	$\dot{\varepsilon}_v = \frac{1}{\eta \frac{1}{(1+\kappa \varepsilon_v)}} (\sigma - \sigma_B - \sigma_z) \quad \text{mit}$ $\eta = \eta_0 \exp[-Z \sigma - \sigma_B - \sigma_z] \quad \text{und}$ $\kappa = \kappa_0 + \kappa_D \tanh(B \dot{\varepsilon})$
Gesetz für die Rückspannungen	$\sigma_B = C_B \varepsilon_v$
zusätzliches elastisches Gesetz	$\sigma_z = C_{Ez} \langle \varepsilon_p + \varepsilon_v - \varepsilon_{pz} - \varepsilon_{vz} \rangle_K$
zusätzliche viskose Fließregel	$\dot{\varepsilon}_{vz} = \frac{1}{\eta_z \frac{1}{(1+\kappa_z \varepsilon_{vz})}} (\sigma_z - \sigma_{Bz}) \quad \text{mit}$ $\eta_z = \eta_{0z} \exp[-Z_z \sigma_z - \sigma_{Bz}] \quad \text{und} \quad \kappa_z = \kappa_{0z}$
zusätzliche endochrone Fließregel	$\dot{\varepsilon}_{pz} = \frac{1}{Y_{Pz}} \sigma_z \dot{\varepsilon} $
Gesetz für die zusätzlichen Rückspannungen	$\sigma_{Bz} = C_{Bz} \varepsilon_{vz}$

Tabelle 3: Erweiterter Gleichungssatz

7 Identifikation und Modellrechnungen im Druckbereich

Zunächst müssen die benötigten zusätzlichen Materialparameter bestimmt werden. Hierzu dient der in Bild 7 gezeigte Versuch im Druckbereich. Aus diesem lassen sich folgende Werte für den Tangentenmodul E_T und die Grenzspannung Y_P des endochronen Fließens ermitteln.

$$E_{TD} \approx 160 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (20)$$

$$Y_{PD} \approx 39.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (21)$$

Vergleicht man diese Werte mit denen des Zugbereiches, ergeben sich die Differenzen

$$\Delta E_T \approx 143.35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (22)$$

$$\Delta Y_P \approx 13.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (23)$$

Aus Gleichung (22) folgt für die in Reihe geschalteten Elastizitäten der zusätzlichen Elemente

$$\frac{1}{\Delta E_T} = \frac{1}{C_{Ez}} + \frac{1}{C_{Bz}} \quad (24)$$

Die Elastizitätsparameter C_{Ez} und C_{Bz} müssen nun in einer indirekten Identifikation so eingespielt werden, dass eine möglichst gute Approximation der Belastungskurve und der anschließenden Spannungsrelaxation des für die Identifikation verwendeten Druckversuches gelingt. Gleiches gilt für die Materialparameter κ_{0z} , η_{0z} und Z_z des Dämpfers im zusätzlichen Kelvin-Element.

Wird angenommen, dass der Betrag der plastischen Deformation im Zug- und Druckbereich gleich groß ist, folgt die Grenzspannung im zusätzlichen endochronen elastoplastischen Element zu

$$Y_{Pz} = \Delta Y_P \approx 13.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (25)$$

Der gesamte für die Simulation des Materialverhaltens im Druckbereich zusätzlich benötigte Satz an Materialparametern ist in der Tabelle 4 zusammengefasst.

$C_{Ez} = 1500.0 \text{ N/mm}^2$	$\eta_{0z} = 2.0 \cdot 10^6 \text{ Ns/mm}^2$
$C_{Bz} = 160.0 \text{ N/mm}^2$	$Z_z = 1.0 \text{ mm}^2/\text{N}$
$Y_{Pz} = 13.5 \text{ N/mm}^2$	$\kappa_{0z} = 1.0 \cdot 10^6$

Tabelle 4: Zusätzliche Materialparameter

Nach der Bestimmung der zusätzlichen Materialparameter ist die Güte der Identifikation des erweiterten Materialmodells zu untersuchen. Die Ergebnisse der diesbezüglich durchgeführten Simulationen sind zusammen mit experimentellen Ergebnissen in Bild 11 zu sehen. In diesem ist jeweils der Betrag der Druckspannungen über der Zeit aufgetragen.

Zunächst ist zu erkennen, dass die für die Identifikation der zusätzlichen Materialparameter verwendete Kurve des Druckversuchs mit einer maximalen technischen Dehnung von $\varepsilon = 5\%$ bei einer Dehnrage von $\dot{\varepsilon} = 10\%/min$ durch die Simulation gut wiedergegeben wird. Weiterhin verdeutlicht das Bild 11, dass das so erweiterte Materialmodell ebenfalls geeignet ist, die Belastungskurven der übrigen Druckversuche gleicher Dehnrage und insbesondere den

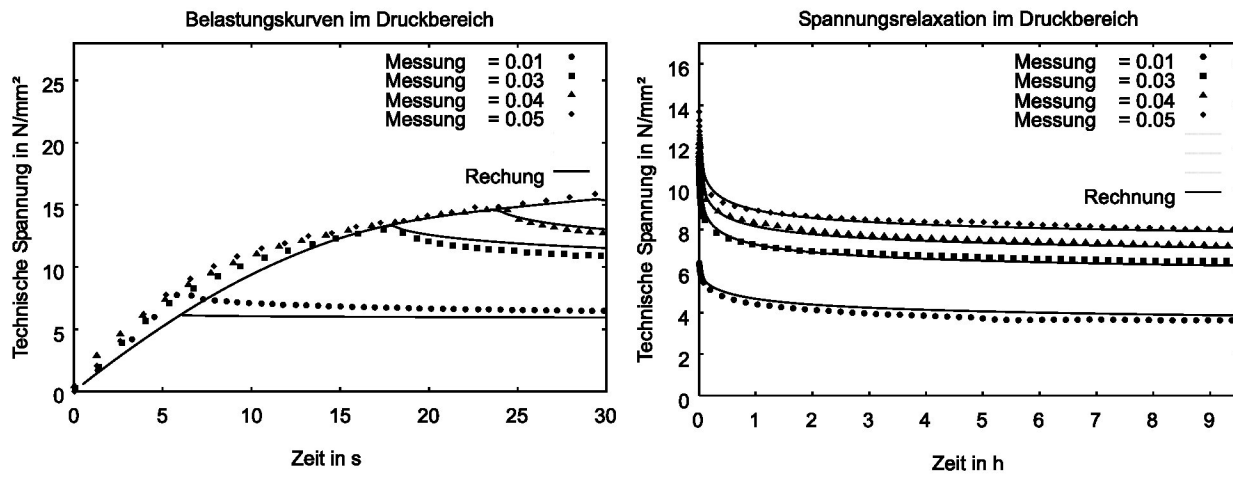


Bild 11: Simulationen im Druckbereich

Verlauf der sich jeweils anschließenden Spannungsrelaxation im betrachteten Deformationsbereich ($\varepsilon_{max} = 5\%$) in zufriedenstellender Weise abzubilden.

Damit ist eine Möglichkeit zur Erfassung der Zug-Druck-Asymmetrie während kurzzeitiger und langzeitiger Prozesse in einer geschlossenen Formulierung erarbeitet, denn die Anpassung des Modells für den Zugbereich bleibt von der Anpassung der zusätzlichen Elemente für den Druckbereich unbeeinflusst. Das in Bild 10 gezeigte erweiterte Materialmodell ist daher in der Lage, das beanspruchungsabhängige Werkstoffverhalten in der Belastungsphase und der daran anschließenden Spannungsrelaxation des untersuchten PTFE-Compounds bei Raumtemperatur im Druck- und im Zugbereich zu beschreiben.

8 Verallgemeinerte Modellgleichungen

Im Weiteren wird eine auf Basis des zur Abbildung der Zug-Druck-Asymmetrie erweiterten modifizierten rheologischen Modells formulierte dreidimensionale Verallgemeinerung der Modellgleichungen vorgeschlagen. Dabei gehen wir von der Isotropie des Materials aus, da die Glasfasern stochastisch verteilt sind. Wie im eindimensionalen Fall werden nur isotherme Deformationsprozesse betrachtet. Für den untersuchten Deformationsbereich wird von einer additiven Zerlegung des linearen Verzerrungstensor nach Gleichung (26) ausgegangen.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{el} + \mathbf{E}_p + \mathbf{E}_v = \mathbf{E}_{el} + \mathbf{E}_{elz} + \mathbf{E}_{pz} + \mathbf{E}_{vz} \quad (26)$$

Der Spannungszustand berechnet sich aus der dreidimensionalen Verallgemeinerung des linearen elastischen Gesetzes.

$$\mathbf{S} = 2G \left[\mathbf{E}_{el} + \frac{\nu}{1-2\nu} \text{tr}(\mathbf{E}_{el}) \mathbf{I} \right] \quad (27)$$

G bezeichnet den Schubmodul und ν die Querkontraktionszahl. Der Ansatz für die Rückspannungen im Kelvin-Element des Basismodells wird zu

$$\mathbf{S}_B = C_B \mathbf{E}_v^{dev} \quad (28)$$

verallgemeinert. Die Entwicklungsgleichungen für die inelastischen Variablen \mathbf{E}_p und \mathbf{E}_v des Basismodells lauten

$$\dot{\mathbf{E}}_p = \frac{1}{Y_p} (\mathbf{S}^{dev} - \mathbf{S}_z) \left| \dot{\mathbf{E}} \right| \quad (29)$$

$$\dot{\mathbf{E}}_v = \frac{1}{\eta(\sigma_V, \varepsilon_V, \left| \dot{\mathbf{E}} \right|)} (\mathbf{S}^{dev} - \mathbf{S}_B - \mathbf{S}_z) \quad (30)$$

In Analogie zu dem als Basismodell verwendeten modifizierten rheologischen Modell wird die Viskosität η zu

$$\eta = \eta_0 \exp(-Z\sigma_V) (1 + \kappa\varepsilon_V) \quad (31)$$

mit

$$\kappa = \kappa_0 + \kappa_D \tanh\left(B \left| \dot{\mathbf{E}} \right| \right) \quad (32)$$

angesetzt. Die Gleichungen (26) bis (32) ermöglichen die Beschreibung des viskoplastischen Materialverhaltens im Zugbereich. \mathbf{S}_z wird hier nicht wirksam. Die Vergleichsspannung σ_V und die Vergleichsdehnung ε_V folgen den Definitionen

$$\sigma_V := \sqrt{\frac{3}{2} \text{tr}[(\mathbf{S}^{dev} - \mathbf{S}_B - \mathbf{S}_z)(\mathbf{S}^{dev} - \mathbf{S}_B - \mathbf{S}_z)]} \quad (33)$$

$$\varepsilon_V := \sqrt{\frac{2}{3} \text{tr}(\mathbf{E}_v \mathbf{E}_v)} \quad (34)$$

Zur Implementierung der Zug-Druck-Asymmetrie sind nun noch einige zusätzliche Überlegungen notwendig. Betrachtet man Bild 10, dann wird deutlich, dass die Zug-Druck-Asymmetrie nur wirksam wird, wenn die dem Zug-Druck-Schalter nachfolgende zusätzliche Feder angesprochen wird. Das ist der Fall, wenn durch eine Kompression Druckspannungen in deren Richtung hervorgerufen werden. Die Einbettung uniaxialer Zug- und Druckversuche in die dreidimensionale Verallgemeinerung ohne eine Beeinflussung der Querdeformationen gelingt wie folgt. Zunächst werden die Spektraldarstellungen der zusätzlichen elastischen Verzerrungen und der elastischen Spannungen nach Gleichung (35) und Gleichung (36) benötigt

$$\mathbf{E}_{elz} = \sum_{i=1}^3 \lambda_i \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i \quad (35)$$

$$\mathbf{S} = \sum_{i=1}^3 \sigma_i \mathbf{m}_i \otimes \mathbf{m}_i \quad (36)$$

Das Gesetz der zusätzlichen elastischen Spannungen lässt sich dann wie folgt verallgemeinern

$$\mathbf{S}_z = C_z \sum_{i=1}^3 \left\langle \lambda_i + \frac{\mu}{1 - 2\mu} (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \right\rangle_K \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i \quad \text{mit } \langle x \rangle_K := \frac{1}{2} (x - |x|) \quad (37)$$

Durch $\langle x \rangle_K$ wird entschieden, ob das zusätzliche elastische Element komprimiert wird. Nur dann wird auch eine zusätzliche Spannung erzeugt. Der Skalar μ beschreibt die Querkontraktion des zusätzlichen elastischen Modells

$$\mu := -\frac{\varepsilon_q}{\varepsilon_l} \quad (38)$$

ε_l und ε_q bezeichnen die Längs- und Querdehnung des zusätzlichen elastischen Modells im einachsigen Druckversuch.

Im Sinne einer Reihenschaltung der Beanspruchungen ist es sinnvoll, für erste Analysen das Verhalten des zusätzlichen elastischen Modells quer zur Belastungsrichtung mit dem des elastischen Basismodells gleichzusetzen ($\mu = \nu$).

Ein uniaxialer Druckspannungszustand $\mathbf{S} = -p \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1$ ruft somit eine Zug-Druck-Asymmetrie nur in axialer Richtung hervor. Die Querdeformationen bleiben so weitgehend unbeeinflusst, was den experimentellen Beobachtungen entspricht. Weiterhin führt ein uniaxialer Zugspannungszustand $\mathbf{S} = \sigma \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1$ auf diese Weise nicht zu einer Behinderung der Querkontraktion.

Die verbleibenden Entwicklungsgleichungen für die plastische Deformation des zusätzlichen endochronen Elementes und die viskose Deformation des zusätzlichen Kelvin-Modells werden zu

$$\dot{\mathbf{E}}_{pz} = \frac{1}{Y_{pz}} \mathbf{S}_z^{dev} |\dot{\mathbf{E}}| \quad (39)$$

und

$$\dot{\mathbf{E}}_{vz} = \frac{1}{\eta_z (\sigma_{Vz}, \varepsilon_{Vz}, |\dot{\mathbf{E}}|)} (\mathbf{S}_z^{dev} - \mathbf{S}_{Bz}) \quad \text{mit } \eta_z = \eta_{0z} \exp(-Z_z \sigma_{Vz}) (1 + \kappa_{0z} |\varepsilon_{Vz}|) \quad (40)$$

angesetzt. Für die Rückspannungen im zusätzlichen Kelvin-Modell wird, wie in Gleichung (28), ein linearer Ansatz verwendet. Die Vergleichsgrößen σ_{Vz} und ε_{Vz} sind analog zu Gleichung (33) bzw. Gleichung (34) zu verstehen.

Die vorgeschlagene Verallgemeinerung ermöglicht die Abbildung des viskoplastischen Materialverhaltens des untersuchten Werkstoffs im Zug- und Druckbereich. Eine rechentechnische Unterdrückung der Spannungsrelaxation im Druckbereich zur Wiedergabe der Zug-Druck-Asymmetrie ist nicht notwendig. Eine Justierung der Modellparameter für das untersuchte Compound ist für die numerische Berechnung uniaxialer isothermer Zug- und Druckversuche mit anschließender Spannungsrelaxation durchzuführen. Für die Querkontraktion kann hierbei, wie bei Pohl (1999), ein Wert von $\nu = 0.46$ verwendet werden.

9 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden zunächst am Beispiel eines thermoplastischen teilkristallinen Dichtungswerkstoffes typische Eigenschaften viskoplastischen Materialverhaltens wie die Geschwindigkeitsabhängigkeit und die Spannungsrelaxation vorgestellt. Anschließend wurde anhand der experimentellen Befunde ein rheologisches Modell zur Beschreibung der im Experiment beobachteten Phänomene entwickelt. Es folgte die Diskussion der Modellgleichungen, wobei speziell auf die endochrone Materialbeschreibung eingegangen wurde. Die Charakterisierung der zur Bestimmung der Modellparameter notwendigen Versuche gingen Modellrechnungen voraus, mit denen die Tauglichkeit des Modells zur Beschreibung des nichtlinearen viskoplastischen Materialverhaltens gezeigt wurde. Weiterhin wird in der vorliegenden Arbeit die Zug-Druck-Asymmetrie eines typischen PTFE Compounds charakterisiert. Durch das Einfügen zusätzlicher Elemente wird das Materialmodell so erweitert, dass auch das veränderte Materialverhalten bei Deformationen im Druckbereich beschrieben werden kann. Der Identifikation der zusätzlich benötigten Materialparameter schließt sich eine kurze Diskussion der Güte des erweiterten Modells für Druckversuche an. Die Arbeit schließt mit einem ingenieurmäßigen Konzept zur dreidimensionalen Verallgemeinerung des erweiterten modifizierten rheologischen Modells.

Literatur

1. Haupt, P.: Viskoelastizität und Plastizität. Springer, Berlin, (1977).
2. Haupt, P.: Continuum Mechanics and Theory of Materials. Springer, Berlin, (2000).
3. Kletschkowski, T.; Subramanian, S. P.; Schomburg, U.: Experimental Investigation on the Plastic Memory Effect of PTFE Compounds. J. of Materials Processing & Manufacturing Science, Vol. 9-October 2000, (2000).
4. Krawietz, A.: Materialtheorie - Mathematische Beschreibung des phänomenologischen thermomechanischen Verhaltens. Springer, Berlin, (1986).
5. Olbrich, M.; Reichert, M.; Haas, W.: Ein Überspannungsmodell zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens des Dichtungswerkstoffes Ploytetrafluorethylen. Radialwellendichtringe, III. Hamburger Dichtungstechnisches Kolloquium - Dynamische Dichtungen, Technische Universität Hamburg-Harburg, (2000).
6. Pohl, H.: Computergestützte und experimentelle Untersuchungen von Manschettendichtungen aus glasfaserverstärktem PTFE-Compound, Dissertation, Universität der Bundeswehr Hamburg (1999).
7. Sedlan, K.; Haupt, P.: Nichtlineare Viskoelastizität von gummiartigen Werkstoffen: Experimentelle Untersuchung, Modellierung und Identifikation. Techn. Mechanik, Band 19, (1999).

8. Valanis, K.: A Theory of Viscoplasticity without a Yield Surface, Part I: General Theory. *Archive of Mechanics*, Vol. 23, (1971).

Adressen: Dipl.-Ing. Thomas Kletschkowski und Prof. Dr.-Ing. Uwe Schomburg, Universität der Bundeswehr Hamburg, FB ET / Technische Mechanik, Holstenhofweg 85, D-22043 Hamburg, kletsch@unibw-hamburg.de, Prof. Dr.-Ing. Albrecht Bertram, Institut für Mechanik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Universitätsplatz 2, 39106 Magdeburg, bertram@mb.uni-magdeburg.de.