

Schädigungssimulation mit der Technik des repräsentativen Volumenelementes

G. Stadie-Frohbös

Zur Simulation von Schädigung in kristallinen Werkstoffen bei finiten Deformationen wird hier ein Modell basierend auf der Technik des repräsentativen Volumenelementes vorgestellt. Dabei wird ein mikromechanisches Werkstoffgesetz (Kristallplastizität) zur Beschreibung des elastisch-plastischen Materialverhaltens gekoppelt mit einem lokalen Gesetz zur Beschreibung von Rissen in bzw. zwischen Kristallen.

1 Einleitung

Mikromechanische Ansätze zur Beschreibung von Schädigung in Werkstoffen versuchen, die Porenbildung, das Porenwachstum und die Porenkoaleszenz mittels Materialgleichungen zu beschreiben. Das hier vorgestellte Modell beschreibt die Schädigung ebenfalls auf der mikromechanischen Ebene. Es wird dazu ein repräsentatives Volumenelement mit Mikrorissen betrachtet. Das Materialverhalten in diesem Volumenelement wird mit den Gesetzen der Kristallplastizität für finite Deformationen auf der Mikroebene modelliert. Die Auswertung des Volumenelementes liefert dann das globale Materialverhalten. Durch die Simulation von Rißfortschritt auf der Mikroebene und den Mikro-Makro-Übergang wird eine globale Schädigungsentwicklung beschrieben. Dabei wird auf der Mikroebene ein Kohäsivzonenmodell der Bruchmechanik verwendet.

2 Kristallplastisches Materialgesetz

Zur Modellierung des Materialverhaltens wird ein elastisch-viskoplastisches Materialgesetz der Kristallplastizität verwendet. Um die bei der Verformung entstehenden großen Verzerrungen zu berücksichtigen, wird der rechte Cauchy-Green-Tensor \mathbf{C} als Verzerrungsmaß gewählt. Aufgrund der Leistungskonjugiertheit wird die materielle Spannung \mathbf{S} (Bertram, 1999) zur Formulierung der Materialgleichungen herangezogen. Sie läßt sich mit dem Deformationsgradienten \mathbf{F} und dem Cauchy-Spannungstensor \mathbf{T} definieren als

$$\mathbf{S} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{T} \mathbf{F}^{-T} \quad (1)$$

Zur Beschreibung des Verformungsverhaltens wird das folgende linear elastische Gesetz

$$\mathbf{S} = \mathcal{K}_t [\mathbf{C} - \mathbf{C}_U] \quad (2)$$

verwendet. \mathcal{K}_t ist die momentane Steifigkeitstetrade des Materials. Sie läßt sich unter Berücksichtigung der Annahme der materiellen Isomorphie (Bertram, 1999) aus einer konstanten elastischen Referenztetrad \mathcal{K}_0 ermitteln

$$\mathbf{S} = \mathbf{P} \mathcal{K}_0 [\mathbf{P}^T \mathbf{C} \mathbf{P} - \mathbf{C}_U] \mathbf{P}^T \quad (3)$$

Die inelastische Verformung entsteht durch die Aktivierung der einzelnen Gleitsysteme. Zur Bestimmung der Spannungen in den 12 oktaedrischen Gleitsystemen der kubisch-flächzentrierten Kristalle wird das Schmid'sche Schubspannungsgesetz betrachtet.

$$\tau^i = \mathbf{n}_0^i (\mathbf{S} \mathbf{C}) \cdot \mathbf{d}_0^i \quad (4)$$

Hierbei entsprechen \mathbf{d}_0^i und \mathbf{n}_0^i der Gleitrichtung und der Gleitnormalen des Gleitsystems i in der Bezugsplatzierung. Wenn in einem Gleitsystem i die Schmidspannung τ^i den kritischen Wert τ_{krit}^i überschreitet,

beginnt das Gleitsystem mit der Scherrate $\dot{\gamma}^i$ zu gleiten

$$\dot{\gamma}^i = \begin{cases} 0 & \text{für } |\tau^i - \alpha^i| \leq \tau_{krit}^i \\ \dot{\gamma}_0 \left(\frac{|\tau^i - \alpha^i| - \tau_{krit}^i}{\tau_0^i} \right)^n \text{sign}(\tau^i - \alpha^i) & \text{für } |\tau^i - \alpha^i| > \tau_{krit}^i \end{cases} \quad (5)$$

Hierbei wird die Überspannung $|\tau^i - \alpha^i| - \tau_{krit}^i$ mit der Anfangsfließspannung τ_0^i normiert. Bei diesem Gesetz vom Bingham-Typ läßt sich die Scherrate direkt aus der Überspannung und dem Proportionalitätsfaktor $\dot{\gamma}_0$, der ein Materialparameter ist, bestimmen. Für die Gleitsysteme wird eine isotrope Verfestigung mit berücksichtigt. Die kritische Schmidspannung hat dabei folgende Entwicklungsgleichung:

$$\dot{\tau}_{krit}^i = \sum_j q_{ij} h(\bar{\gamma}) |\dot{\gamma}^j| \quad (6)$$

Sie wird durch die Aufsummierung der Anteile aller Gleitsysteme bestimmt. Auf diese Weise wird sowohl Selbst- ($j = i$) als auch Fremdverfestigung ($j \neq i$) berücksichtigt. Die einzelnen Verfestigungsraten der Gleitsysteme hängen von der akkumulierten Gleitung ab:

$$\bar{\gamma} = \int_0^t \sum_i |\dot{\gamma}^i| dt \quad (7)$$

Zur Bestimmung des Anteils eines Gleitsystems zur Verfestigung wird das Sättigungsgesetz von Peirce et al. (1984) verwendet:

$$h(\bar{\gamma}) = h_{sat} + (h_0 - h_{sat}) \text{sech}^2 \left(\frac{h_0 - h_{sat}}{\tau_{sat} - \tau_0} \bar{\gamma} \right) \quad (8)$$

In obiger Beziehung ist τ_0 der Anfangswert der Fließspannung im Gleitsystem und somit ein Materialparameter. Als weiterer Materialparameter wird die Sättigungsspannung τ_{sat} verwendet. h_0 und h_{sat} sind der anfängliche Verfestigungsmodul und der Sättigungsverfestigungsmodul. Wenn das erste Gleitsystem aktiviert wird, beginnt sich das Material plastisch zu verformen. Dieses kann mit folgender Evolutionsgleichung für die inelastische Transformationsrate beschrieben werden:

$$\dot{\mathbf{P}}\mathbf{P}^{-1} = - \sum_{i=1}^{12} \dot{\gamma}_i \mathbf{d}_i \otimes \mathbf{n}^i \quad (9)$$

Die inelastische Transformationsrate ergibt sich durch das Aufsummieren der Scheranteile aller 12 Gleitsysteme.

3 Rißfortschrittsmodell

In einem duktilen Material findet beim Mikrorißwachstum ein langsames Aufreißen der Atom- oder Molekülbindungen oder auch der Korngrenzen statt. Während des Aufreißens muß zunächst eine erhöhte Kraft aufgebracht werden, weil sich das Material nicht reibungsfrei voneinander trennen kann. Nach der vollständigen Trennung (Wachsen eines Mikrorisses im Material) sind zwei neue Oberflächen entstanden. Das oben beschriebene Materialverhalten soll mechanisch modelliert werden. Hierzu wird eine weitere Materialgleichung hinzugefügt. Diese beschreibt den Ablösungsprozeß zwischen den beiden Materialhälften. Dabei werden lokal drei unterschiedliche Stufen berücksichtigt:

1. Das Material verhält sich so, als wäre kein Riß vorhanden.
2. Die Rißufer lösen sich auf dissipative Weise voneinander. Zunächst ist dabei noch eine Laststeigerung möglich und erforderlich. Ist das Maximum der Adhäsionskraft erreicht, so tritt eine vollständige Ablösung abrupt ein (lokale Instabilität).
3. Das Material ist vollständig getrennt.

Für die Materialgleichung zur Beschreibung dieses Verhaltens werden drei Parameter verwendet:

- Aktivierungsspannung σ_a . Solange die Aktivierungsspannung nicht erreicht ist, verhält sich das Material ungeschädigt.
- Dissipierte Energie W_{diss} . Als Werkstoffparameter wird die bei der Mikrorißentstehung dissipierte Energie pro Rißfläche (vgl. Klemm, 1989) gewählt.
- Maximal übertragbare Spannung σ_{max} . Die Spannung σ_{max} gibt den Spannungswert an, der maximal zwischen den sich bildenden Rißufern übertragen werden kann.

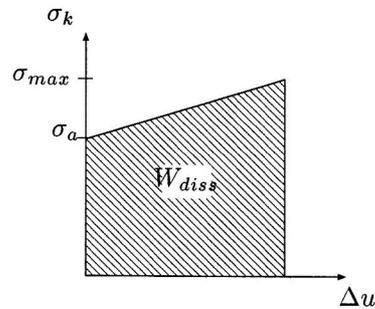


Bild 1: Angesetzter Verlauf der Spannung über der Relativverschiebung

Im folgenden wird am Anfang der 2. Stufe ein linearer Zusammenhang zwischen der Relativverschiebung der potentiellen Rißufer Δu und der zwischen ihnen noch wirkenden Spannung σ_k angenommen (Bild 1)

$$\sigma_k = C\Delta u + \sigma_a \quad (10)$$

mit $\sigma_a \leq \sigma_k \leq \sigma_{max}$, worin C eine weitere positive Materialkonstante ist. Gilt $\sigma_k = \sigma_{max}$, so fällt die Spannung abrupt auf Null ab.

4 Numerische Umsetzung

Die Verformung im ungeschädigten Material wird mit der Methode der finiten Elemente berechnet. Für die Simulation des Rißfortschritts ist eine ständige Überprüfung des Rißaktivierungskriteriums ($\sigma_k \geq \sigma_a$) erforderlich. Wenn das Rißaktivierungskriterium erfüllt ist, muß der Rißfortschritt simuliert werden. Die hier verwendete Technik basiert auf der Knotenverdoppelung. Diese Methode, den Rißfortschritt zu simulieren, läßt sich im wesentlichen in drei Phasen unterteilen. Sie sind in Bild 2 dargestellt.

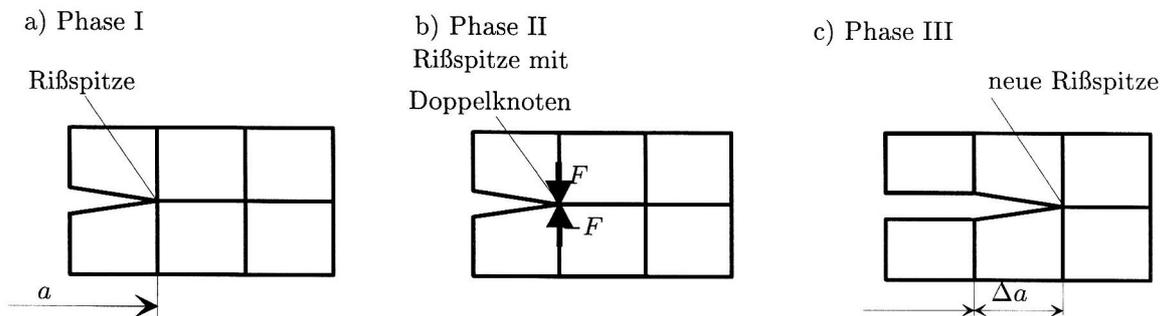


Bild 2: Phasen der Rißfortschrittstechnik

- Phase I:
Die Rißausbreitung beginnt erst, wenn das Rißausbreitungskriterium erfüllt ist.

- Phase II:
Es wird eine kinematische Kopplung durch eine Kraftkopplung ersetzt. In dieser Phase wird ein weiterer Knoten eingeführt. Um dieses zu realisieren, wird eine Schnittgrößenanalyse an der Rißspitze durchgeführt. Die Schnittkräfte werden dabei den jeweiligen Knoten als Belastungen zugeordnet.
- Phase III:
In dieser Phase wird eine Reduktion der Belastungen an den Rißspitzenknoten durchgeführt. Daraus ergeben sich belastungsfreie neue Rißoberflächen und eine Verschiebung der Rißspitze in den nächsten Knoten (Rißverlängerung).

Das hier verwendete Konzept gibt in der Phase II der Simulation ein Kraftgesetz vor. Dieses beschreibt einen linearen Zusammenhang zwischen dem Knotenabstand Δu und der zwischen ihnen wirkenden Kraft F :

$$F = a \Delta u + b \quad (11)$$

5 Homogenisierung

Um von der mikromechanischen Modellierung des Materialverhaltens auf das Makromaterialverhalten schließen zu können, muß eine Homogenisierung durchgeführt werden. Hierzu gibt es prinzipiell vier unterschiedliche Konzepte (Taylor-Modell, Sachs-Modell, selbstkonsistente Verfahren, RVE-Technik). Hier wird die Technik des repräsentativen Volumenelementes (RVE) verwendet. Um den Übergang vom Mikro zum Makroverhalten zu realisieren, wird das lokale Verschiebungsfeld \mathbf{u} in den globalen Anteil und die lokale Fluktuation (\mathbf{w}) aufgeteilt

$$\mathbf{u} = (\bar{\mathbf{F}} - \mathbf{I})\mathbf{X} + \mathbf{w} \quad (12)$$

Für den Fall, daß die lokale Fluktuation auf dem Rand gleich Null ist oder periodisch, kann der globale Deformationsgradient $\bar{\mathbf{F}}$ durch folgende Mittelung über das Anfangsvolumen aus dem lokalen Deformationsgradienten \mathbf{F} bestimmt werden

$$\bar{\mathbf{F}} = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} \mathbf{F} dV_0 \quad (13)$$

Die globale Spannung $\bar{\mathbf{T}}^{1PK}$ wird mittels folgender Gleichung durch Mittelung der lokalen 1. Piola-Kirchhoff-Spannung \mathbf{T}^{1PK} bestimmt

$$\bar{\mathbf{T}}^{1PK} = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} \mathbf{T}^{1PK} dV_0 \quad (14)$$

mit

$$\mathbf{T}^{1PK} = \det(\mathbf{F})\mathbf{T}\mathbf{F}^{-T} \quad (15)$$

6 Numerische Berechnungen

Zur Durchführung der FE-Berechnungen werden 8-Knoten-Hexaederelemente mit tri-linearen Ansatzfunktionen verwendet. Diese Elemente besitzen acht Gaußpunkte. Die zeitliche Integration des Stoffgesetzes an den Gaußpunkten erfolgt mit einem direkten Eulerverfahren. Die Berechnungen werden dreidimensional und deformationsgesteuert durchgeführt. Dazu wird der globale Geschwindigkeitsgradient vorgegeben. Dieses hat den Vorteil, daß die Dehnrates während der gesamten Belastung konstant ist.

Im folgenden wird zunächst ein isochorer Zugversuch an einer Einkristall-Probe unter Verwendung des linearen Ansatzes für das Kohäsivgesetz simuliert. Die Probe besitzt die Kristallgittervektoren $G_1 = (1, 0, 0)$, $G_2 = (0, 1, 0)$ und $G_3 = (0, 0, 1)$. Es werden folgende Schädigungsparameter verwendet:

W_{diss}/dA	σ_a	σ_{max}
1.68 N/mm	170 MPa	250 MPa

Es wird Anfangsschädigung in Form eines Mikrorisses vorgegeben. Dieser besteht aus einem verdoppelten Knotenpaar in der Mitte der Probe. Die Berechnungen werden dreidimensional mit periodischen Randbedingungen durchgeführt. Man kann sich dieses Volumenelement also beliebig oft in alle Richtungen periodisch fortgesetzt vorstellen. Eine Analyse an einer Probe ohne Rißfortschrittsgesetz ergab, daß die größten Spannungen im Bereich der Rißspitze auftreten. Aus diesem Grund ist im Mittelquerschnitt hier die Möglichkeit des Rißfortschritts vorgesehen gewesen.

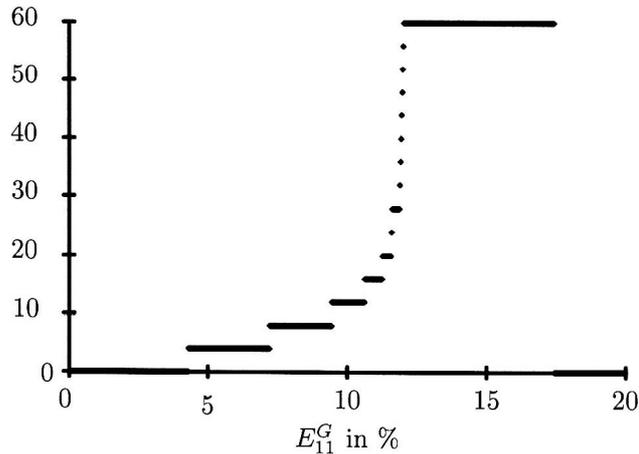


Bild 3: Aktivierte Knoten über der globalen Deformation

In Bild 3 sind die aktivierten Knoten über der aufgetragenen globalen Deformation aufgetragen. Man erkennt, daß zunächst ein langsamer Anstieg der aktivierten Doppelknoten stattfindet. Das Material wird langsam geschädigt. Ab einer Deformation von 11.5% geht dieser langsame Anstieg in einen steilen Anstieg über. In einem Großteil des Querschnitts ist die Aktivierungsspannung überschritten. Die Schädigung nimmt in diesem Bereich stark zu. Wenn der erste Knoten die maximale Spannung erreicht hat, kommt es zum Rißwachstum. Aufgrund der Spannungsumlagerung versagen bei diesem Modell alle Knoten bei derselben globalen Deformation. Dieses ist bei einer Belastung von 17.5% festzustellen.

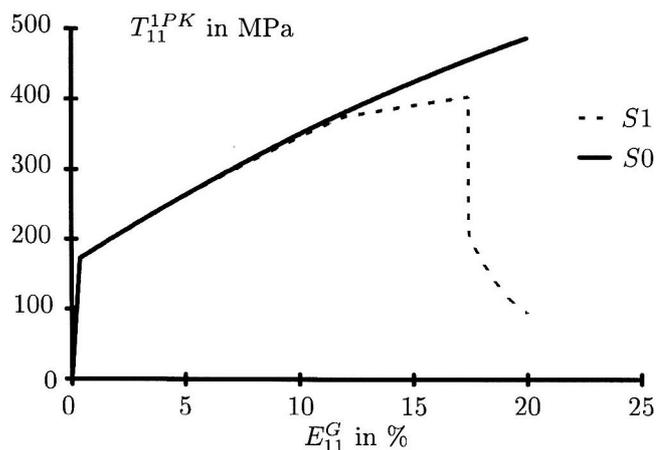


Bild 4: T_{11}^{PK} - E_{11}^G -Diagramm

Das globale Spannungs-Dehnungs-Diagramm ist in Bild 4 dargestellt. Hier ist die 11-Komponente des 1. Piola-Kirchhoff-Spannungstensors über der 11-Komponente des Greenschen-Verzerrungstensors für das Material mit Schädigungsevolution ($S1$) und ein Vergleichsmaterial ohne Schädigungsevolution ($S0$) aufgetragen. Man erkennt, daß nach Erreichen der Fließgrenze ab einem globalen Dehnungswert von 5 % eine Schädigungsentwicklung auftritt. Dieses ist erkennbar durch den flacheren Anstieg der Kurve $S1$. Das geschädigte Material kann nicht so hohe Spannungen übertragen, wie das ungeschädigte Material. Daher

liegt die Kurve für das Modell mit der Schädigungsevolution unterhalb derer des Vergleichsmaterials. Das Aufbrechen der Knotenverbindungen bei einer Belastung von 17.5% führt hier zum Spannungsabfall. Das Material hat versagt.

Im folgenden wird der Einfluß des Kohäsivgesetzes auf das globale Materialverhalten untersucht. Dazu werden die folgenden fünf Ansätze betrachtet:

1. linearer Ansatz

$$f(u) = a\Delta u + b \quad (16)$$

Beim linearen Ansatz kommt es zum Bruch, wenn die maximal übertragbare Kraft erreicht wird. Die dissipierte Energie ergibt sich dann als Integral bis zum Rißuferabstand bei der maximalen Kraft $f(\Delta u_{max}) = f_{max}$.

2. stückweise linearer Ansatz

$$f(\Delta u) = \begin{cases} a_1\Delta u + b_1 & \text{für } 0 \leq \Delta u \leq \Delta u_{max} \\ a_2\Delta u + b_2 & \text{für } \Delta u_{max} < \Delta u \leq \Delta u_n \\ 0 & \text{für } \Delta u > \Delta u_n \end{cases} \quad (17)$$

Die Kraft steigt bis zur maximalen Kraft linear an und fällt dann linear auf Null ab. Für das Verhältnis des Abstandes Δu_{max} bei der maximalen Kraft $f(\Delta u_{max}) = f_{max}$ zum Abstand Δu_n beim Kraft-Nulldurchgang $f(\Delta u_n) = 0$ ist 0.7 gewählt worden.

3. quadratischer Ansatz

$$f(\Delta u) = a\Delta u^2 + b\Delta u + c \quad (18)$$

4. Sinus-Ansatz

Für die Anziehungskraft zwischen Atomen wird im allgemeinen ein Sinus-Ansatz verwendet. Daher soll dieses hier auch zwischen den Rißufern angesetzt werden:

$$f(\Delta u) = a \sin\left(\frac{\pi\Delta u}{b}\right) \quad (19)$$

Für diesen Ansatz wird kein Schwellwert zur Aktivierung verwendet.

5. Exponentialfunktion von Needleman (1990)

$$f(\Delta u) = \frac{a e z \Delta u e^{-z\frac{\Delta u}{d}}}{d} \quad (20)$$

mit $z = \frac{16}{9}e$

Dieser Ansatz besitzt keinen Schwellwert, ab dem eine Schädigungsevolution beginnt.

Mit obigen Bedingungen ergeben sich folgende Gesetze für die Kohäsivzone:

1. $f(\Delta u) = \frac{1}{2W_{Diss}} (f_{max}^2 - f_a^2) \Delta u + f_a \quad (21)$

2. $f(\Delta u) = \begin{cases} \frac{(f_{max}-f_a)(0.5f_{max}+0.35f_a)}{W_{Diss}} \Delta u + f_a & \text{für } 0 \leq \Delta u \leq \Delta u_{max} \\ \frac{-f_{max}(0.5f_{max}+0.35f_a)}{W_{Diss}} \Delta u + f_{max} & \text{für } \Delta u_{max} < \Delta u \leq \Delta u_n \\ 0 & \text{für } \Delta u > \Delta u_n \end{cases} \quad (22)$

$$3. \quad f(\Delta u) = \frac{1}{9} \frac{\left(f_a^2 - 2f_{max} \sqrt{f_{max}^2 - f_a f_{max}} - 2f_{max}^2 + f_a f_{max} \right)^2}{W_{Diss}^2 (f_a - f_{max})} \Delta u^2 - \frac{2}{3} \frac{\left(f_a^2 - 2f_{max} \sqrt{f_{max}^2 - f_a f_{max}} - 2f_{max}^2 + f_a f_{max} \right)}{W_{diss}} \Delta u + f_a \quad (23)$$

$$4. \quad f(\Delta u) = f_{max} \sin \left(\frac{2f_{max}}{W_{Diss}} \Delta u \right) \quad (24)$$

$$5. \quad f(\Delta u) = \frac{f_{max} e^{-z \Delta u}}{d} \quad (25)$$

$$\text{mit } z = \frac{16}{9} e \quad \text{und } d = \frac{16}{9} \frac{W_{Diss}}{f_{max}}$$

Die Kraft-Verschiebungskurven der unterschiedlichen Kohäsivgesetze sind in Bild 5 dargestellt. Dazu wird die Kraft in den Knoten des FE-Netzes über dem Abstand der durch das Kohäsivgesetz verbundenen Knoten aufgetragen. Hierbei ist für alle Gesetze eine maximale Kraft von 0.071kN vorgegeben

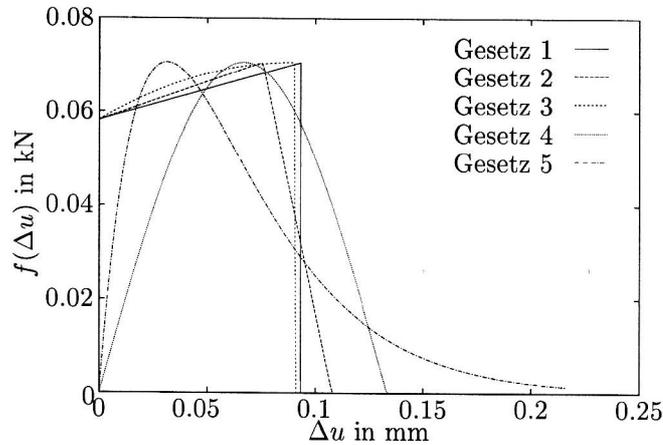


Bild 5: Kraft-Verschiebungsdiagramm für die unterschiedlichen Kohäsivansätze

worden. Die Gesetze 1,2 und 3 werden bei einer Kraft von 0.058kN aktiviert. Die Fläche unter den Kurven, die der während der Rißausbreitung dissipierten Energie entspricht, ist für alle Gesetze gleich. Die Gesetze weisen sehr unterschiedliche Kraft-Verschiebungsverläufe auf. Im Gegensatz zum quadratischen, sinusförmigen und exponentiellen Ansatz haben die linearen Gesetze keinen stetigen Verlauf. Der maximale Knotenabstand unterscheidet sich bei den linearen Ansätzen und dem quadratischen Ansatz nicht wesentlich. Die Knotenkraft des exponentiellen Gesetzes strebt für große Knotenabstände gegen Null. Die Knoten bleiben auch bei großen Abständen, wenn auch mit einer geringen Kraft, miteinander verbunden.

In Bild 6 ist das Ergebnis der einachsigen Zugversuche an einem Modellmaterial dargestellt. Es sind die gleichen Netze für die FE-Berechnungen und die gleichen Materialparameter verwendet worden. Man erkennt, daß das Gesetz von Needleman und der quadratische Ansatz einen ähnlichen Schädigungsbeginn aufweisen. Die linearen Ansätze werden erst bei größeren Dehnungen aktiv. Der stückweise lineare Ansatz simuliert einen früheren Schädigungsbeginn als das rein lineare Gesetz. Der Sinus-Ansatz zeigt erst bei größeren Dehnungen einen Abfall. Hinsichtlich des Abfalls der Spannungen durch die sich im Material ausbreitende Schädigung weisen die linearen Ansätze, Gesetz 1 und 2, einen ähnlichen Verlauf auf. Das exponentielle Gesetz von Needleman und der quadratische Ansatz zeigen einen ähnlichen Verlauf. Sie erreichen beide bei einer Dehnung von 7% einen Spannungswert von 50MPa, während die linearen Gesetze bei dieser Dehnung bereits Spannungen im Bereich von 15MPa ermitteln. Bei der experimentellen Versuchsdurchführung werden diese Bereiche so gut wie nie erreicht, weil die Probe vorher versagt.

Der Ansatz von Needleman, der ohne eine Aktivierungsspannung auskommt und somit ein 2-Parameter-Gesetz darstellt, zeigt einen den anderen Kohäsivgesetzen nicht unähnlichen Verlauf der globalen Werte auf. Physikalisch bedeutet dieses Gesetz jedoch, daß eine Schädigung sich bereits ab der beginnenden Deformation entwickelt. Dieses steht im Widerspruch zu den experimentellen Untersuchungen, bei de-

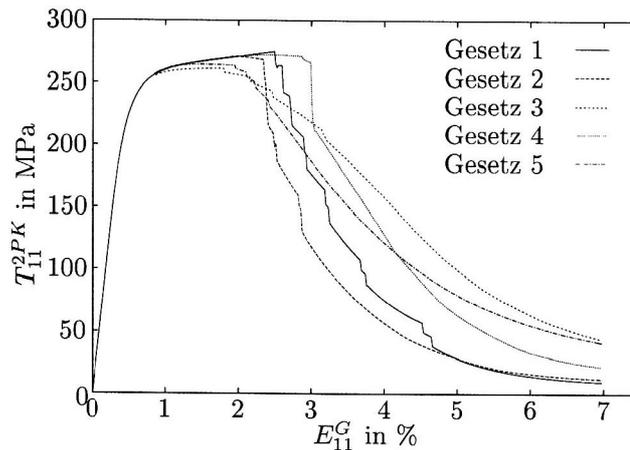


Bild 6: Spannungs-Dehnungs-Diagramm für die unterschiedlichen Kohäsivgesetze

nen plastische Deformationen als Voraussetzung für eine Schädigungsentwicklung beobachtet werden. Das Kohäsivgesetz von Needleman, das auch bereits bei kleinen Deformationen einen Beitrag zur Kraft leistet, zeigt im globalen Spannungs-Dehnungs-Diagramm in diesem Bereich den gleichen Verlauf wie die übrigen Gesetze. Die Beiträge zur Schädigungsentwicklung sind in diesem Bereich sehr gering, daher eignet sich dieses Gesetz gut, um das Materialverhalten nachzubilden.

Der „stufige“ Verlauf der linearen Ansätze resultiert aus dem verwendeten Netz und dem unstetigen Verlauf des Gesetzes. Eine Netzverfeinerung würde das globale Spannungs-Dehnungs-Ergebnis glätten. Zusammenfassend kann man sagen, daß die Unterschiede des globalen Materialverhaltens auf Grund der Verwendung unterschiedlicher Kohäsivgesetze für Ansatzfunktionen höherer als linearer Ordnung gering ist. Dieses steht im Einklang zu den Untersuchungen von Yuan und Brocks (1998).

7 Zusammenfassung

Es wurde gezeigt, daß man mit einer mikromechanischen Rißmodellierung und geeigneter Homogenisierung eine makroskopische Schädigungsevolution beschreiben kann. Hierbei können die beim Rißwachstum auftretenden dissipativen Effekte mitberücksichtigt werden. Das Materialverhalten wird inklusive Beschreibung der globalen Schädigung auf der mikromechanischen Ebene modelliert. Das Makroverhalten wird durch die Auswertung eines RVEs gewonnen. Der Einfluß des Kohäsivgesetzes ist bei Verwendung quadratischer oder höherer Ansatzfunktionen gering.

Der deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich für die finanzielle Unterstützung meiner Arbeit im Graduiertenkolleg Modellierung, Berechnung und Identifikation mechanischer Systeme (GRK 203).

Literatur

1. Bertram, A.: An alternative approach to finite plasticity based on material isomorphisms. *Int. J. Plasticity*, 15, 3, (1999), 353–374.
2. Klemm, W.: Material resistance against fast ductile fracture in pipeline steels. In *Dynamic Fracture Mechanics for the 1990s*, ASME Pressure Vessels and Piping Conf., H. Homma and D.A. Shockey and G. Yagywa, New York, (1989), 99–104.
3. Needleman, A.: An analysis of decohesion along an imperfect interface. *Int. J. Fracture*, 4, (1990), 21–40.
4. Peirce, D.; Shih, C.F.; Needleman, A.: A tangent modulus method for rate dependent solids. *Computers & Structures*, 18, 5, (1984), 875–887.
5. Yuan, H.; Brocks, W.: Quantification of constraint effects in elastic-plastic crack front fields. *J. Mech. Phys. Solids*, 46, 2, (1998), 219–242.

Anschrift: Dipl.-Ing. Gundula Stadie-Frohbös, Kieler Str. 601c, D-22525 Hamburg. *e-mail:* gsf@germanlloyd.org