

# Untersuchung der Wirkflächenreibung mit Hilfe des Flachstauchversuchs

H. Pawelski, D. Besdo

*Beim Flachstauchversuch führen unterschiedliche Reibbedingungen zwischen Ober- und Unterseite zu einer Krümmung der Probe. Zur Auswertung wird eine Obere-Schranke-Rechnung vorgestellt, die geeignete Reihenentwicklungen nutzt, um zu einem geschlossen darstellbaren Zusammenhang zu gelangen. Er wird mit den Resultaten von FE-Simulationen verglichen. Speziell wird auf die Ausrüstung eines oder beider Stauchstempel mit Elastomerkissen eingegangen. Dadurch können die Wirkflächenreibung zwischen Elastomeren und Metallen und die damit einhergehenden Oberflächenveränderungen untersucht werden. Einige experimentelle Ergebnisse werden dargestellt.*

## 1 Einführung

Zur Simulation von Metallumformprozessen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) steht mittlerweile eine große Anzahl von ausgefeilten Stoffgesetzen für die beteiligten Materialien zur Verfügung. Allerdings ist die dort erreichte hohe Präzision von geringem Wert, wenn die genauere Kenntnis von Randbedingungen fehlt. Dazu gehört insbesondere das Reibverhalten in der Wirkfuge, d.h. zwischen Werkzeug und Werkstück. Wenn es bei den dort herrschenden hohen Drücken zur Plastifizierung des Werkstücks kommt, ist die Reibcharakteristik völlig anders, als man es bei niedrigen Drücken gewohnt ist. Da eine universelle vorhersagekräftige Reibungstheorie, die Schmierverhältnisse und Oberflächenrauheiten sowie deren Deformationen zufriedenstellend berücksichtigt, bisher fehlt, ist man weiterhin hauptsächlich auf experimentelle Untersuchungen angewiesen.

Eine Methode zur direkten Reibungsmessung ist das Streifenziehen zwischen zwei sich keilartig verjüngenden Backen. Hier kann man allein durch Ansatz des statischen Gleichgewichts aus den Zieh- und Querkräften die mittlere Reibungszahl bestimmen (O. Pawelski, 1964). Dagegen ist bei dem in dieser Arbeit besprochenen Flachstauchversuch ein Vergleich von verschiedenen Reibbedingungen möglich. Hierbei wird ein quaderförmiges Werkstück zwischen zwei Stempeln gestaucht, Bild 1. Eine tribologische Asymmetrie zwischen Ober- und Unterseite äußert sich in einer Krümmung der gestauchten Probe, und zwar zur Seite mit der größeren Reibung hin (Wolff, 1999). Die beiden Versuchstypen liefern also sich ergänzende Informationen.

Anstoß zu den hier vorgestellten Untersuchungen war die Beschäftigung mit der Wirkflächenreibung bei der Umformung von Metallen durch Elastomere, wie sie bei einigen Spezialverfahren wie Innenhochdruckumformen oder Tiefziehen oder Biegen auf einem Elastomerkissen auftritt. Hierbei ist das verglichen mit seiner Scherweichheit nahezu volumenkonstante Elastomer meist vollständig von Metall umschlossen, so daß sich ein genügender hydrostatischer Druck aufbauen kann. Der bereits erwähnte Streifenziehversuch wurde durch Einlassen von vollständig überdeckten Elastomerkissen in die Ziehbacken dahingehend modifiziert (Pawelski, 1998). Analog wurde beim Flachstauchversuch vorgegangen, Bild 1. Die Ergebnisse der im Folgenden dargestellten Obere-Schranke-Rechnung zur Entwicklung des Endenwinkels  $\alpha$  in Abhängigkeit von den geometrischen und tribologischen Einflußgrößen können zur Auswertung des Flachstauchversuches mit einem, zwei, aber auch keinem Elastomerkissen (also dem üblicherweise untersuchten Fall) herangezogen werden. Um wenigstens für den Fall ohne Berücksichtigung der Kissendeformation ein analytisches Ergebnis zu erhalten, wurde eine Störungsrechnung nach der Krümmung (oder, äquivalent, dem Reibungsunterschied zwischen oben und unten) durchgeführt. Die dazu notwendigen Reihenentwicklungen werden zwischendurch derartig lang, daß sie nur noch mittels Computeralgebraprogrammen beherrschbar sind. Es erweist sich, daß durch Einsatz dieser modernen Rechentechniken mit einem an sich althergebrachten Verfahren noch neue geschlossene Lösungen für einen kompletten Umformvorgang gefunden werden können.

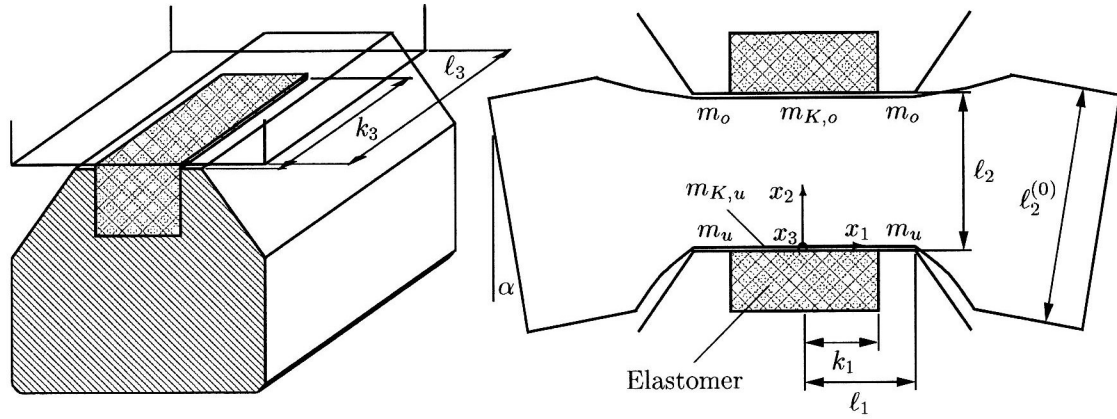


Bild 1. Flachstauchversuch mit Elastomerkissen. m: Reibfaktoren, links: untere Werkzeughälfte.

## 2 Obere-Schranke-Rechnung

Bei einer typischen Obere-Schranke-Rechnung wählt man ein den Randbedingungen gehorchendes, noch geeignete Parameter enthaltendes Geschwindigkeitsfeld und minimiert die Summe aus Volumenleistung im Material und Reibleistung an den Rändern nach diesen Parametern. Der hier gewählte Geschwindigkeitsansatz für das Werkstück

$$\begin{aligned}
 v_1 &= \left[ (1 - \beta) \frac{v}{\ell_2} - \frac{\omega}{2} \frac{\ell_2}{\ell_1} \right] x_1 + \omega \frac{x_1 x_2}{\ell_1} \\
 v_2 &= \left( -\frac{v}{\ell_2} + \frac{\omega}{2} \frac{\ell_2}{\ell_1} \right) x_2 - \frac{\omega}{2} \frac{x_2^2}{\ell_1} \\
 v_3 &= \beta \frac{v}{\ell_2} x_3
 \end{aligned} \tag{1}$$

erfüllt die Volumenkonstanzbedingung  $\nabla \cdot \underline{v} = 0$  und die Randbedingungen  $v_2(x_2=0) = 0$  sowie  $v_2(x_2 = \ell_2) = -v$ , wobei  $v > 0$  die Stauchgeschwindigkeit ist. Die Bezeichnungen gehen aus Bild 1 hervor. Der eine Parameter  $\omega$  ist die Winkelgeschwindigkeit, mit der das Material die Stauchzone bei  $x_1 = \ell_1$  verläßt, während der andere Parameter  $\beta$  mit der Breitung in  $x_3$ -Richtung zusammenhängt:  $\beta = 0$  bedeutet keine Breitung,  $\beta = 1/2$  dagegen, daß die mittleren Formänderungsgeschwindigkeiten in  $x_1$ - und  $x_3$ -Richtung gleich sind. Die Fließspannung  $k_f$  ist im wesentlichen von der logarithmischen Vergleichsformänderung (Umformgrad), die im Falle des homogenen Stauchens

$$\varphi = \ln \left( \frac{\ell_2^{(0)}}{\ell_2} \right) \tag{2}$$

lautet, abhängig. Die Unterschiede, die sich hier aufgrund davon abweichender Verfestigung ergeben, führen im Sinne der folgenden Entwicklung zu Effekten höherer Ordnung und können daher vernachlässigt werden. Die in einem Viertelvolumen des Werkstücks aufzubringende plastische Leistung ist damit unter Verwendung des von Misesschen Stoffgesetzes:

$$P_V = \frac{k_f}{\sqrt{6}} \int_0^{\ell_1} dx_1 \int_0^{\ell_2} dx_2 \int_0^{\ell_3} dx_3 \sqrt{\sum_{ij} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)^2} \tag{3}$$

Es ist sinnvoll, den Integranden nach Einsetzen der Gleichungen (1) in  $\omega$  und  $\beta$  jeweils um Null zu entwickeln, da diese Größen Effekte repräsentieren, die als Störung des homogenen ebenen Stauchfeldes aufgrund der tribologischen Asymmetrie bzw. der Breitung angesehen werden können. Nach Durchführung

der Integrationen folgt:

$$P_V = \frac{\sqrt{3} \ell_1 \ell_3 k_f}{72 v} [48 v^2 + (2 + \beta) \ell_2^2 \omega^2 - 24 \beta v^2] + \mathcal{O}(\beta^2) + \mathcal{O}(\omega^4) \quad (4)$$

Die sich außerhalb des Bereiches zwischen den Stempeln befindenden Werkstückenden können als starr angenommen werden. Es kommt daher zu einer Tangentialgeschwindigkeitsunstetigkeit in der durch  $x_1 = \ell_1$  definierten Ebene, die zu einer Scherleistung  $P_S$  führt. Da die Enden kraftfrei sind, bewegen sie sich aus Gleichgewichtsgründen mit

$$v_E = v_2(x_1 = \ell_1, x_2 = \frac{\ell_2}{2}, x_3 = 0) = -\frac{v}{2} + \frac{\omega}{8} \frac{\ell_2^2}{\ell_1} \quad (5)$$

Wegen

$$\int_0^{\ell_2} |v_2(x_1 = \ell_1) - v_E| dx_2 = \frac{v}{4} \ell_2 \quad (6)$$

ist  $P_S$  nur von  $\beta$ , aber nicht von  $\omega$  abhängig, ist also bei der Minimierung der Leistung als Funktion von  $\omega$  ohne Belang. Anders ist dies bei der Leistung, die durch die Reibung an den Stempeln inklusive der Elastomerkissen bedingt ist.

Eine geschlossene Lösung erhält man, wenn man die Kissen als starr annimmt. Diese Lösung beinhaltet auch den Fall mit reinen Metallstempeln ohne Kissen. Drückt man die an den Stempeln herrschenden Reibungsschubspannungen über den Anteil, den sie an der Schubfließspannung  $k_f/\sqrt{3}$  haben, in der Form

$$\tau_R = m k_f / \sqrt{3} \quad (7)$$

mit  $m$  als sogenanntem Reibfaktor aus, so lauten die Reibleistungen  $P_R$  am unteren (Index u) und oberen Stempel (Index o):

$$\begin{aligned} P_{R,u} &= \frac{k_f}{\sqrt{3}} \int_0^{\ell_1} dx_1 \int_0^{\ell_3} dx_3 m_u(x_1, x_3) \sqrt{v_1(x_2=0)^2 + v_3(x_2=0)^2} \\ P_{R,o} &= \frac{k_f}{\sqrt{3}} \int_0^{\ell_1} dx_1 \int_0^{\ell_3} dx_3 m_o(x_1, x_3) \sqrt{v_1(x_2=\ell_2)^2 + v_3(x_2=\ell_2)^2} \end{aligned} \quad (8)$$

Setzt man für die Reibfaktoren zwischen Stempel und Werkstück sowie Stempel und Elastomerkissen (zusätzlicher Index K) jeweils für unten und oben ( $m$  und  $\Delta m$  sind Mittelwert bzw. Differenz der unteren und oberen Reibfaktoren)

$$m_u = m + \frac{\Delta m}{2}, \quad m_o = m - \frac{\Delta m}{2}, \quad m_{K,u} = m_u + m_K + \frac{\Delta m_K}{2}, \quad m_{K,o} = m_o + m_K - \frac{\Delta m_K}{2} \quad (9)$$

an, so erhält man den Ausdruck

$$\begin{aligned} P_R &= \frac{k_f}{\sqrt{3}} \left\{ \left( m + \frac{\Delta m}{2} \right) \frac{I(\ell_1 v_{u1}, \ell_3 v_{u3})}{v_{u1} v_{u3}} + \left( m - \frac{\Delta m}{2} \right) \frac{I(\ell_1 v_{o1}, \ell_3 v_{o3})}{v_{o1} v_{o3}} \right. \\ &\quad \left. + \left( m_K + \frac{\Delta m_K}{2} \right) \frac{I(k_1 v_{u1}, k_3 v_{u3})}{v_{u1} v_{u3}} + \left( m_K - \frac{\Delta m_K}{2} \right) \frac{I(k_1 v_{o1}, k_3 v_{o3})}{v_{o1} v_{o3}} \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

für die Reibleistung mit dem Doppelintegral

$$\begin{aligned} I(a, b) &:= \int_0^a dx \int_0^b dy \sqrt{x^2 + y^2} \\ &= \frac{1}{3} ab \sqrt{a^2 + b^2} - \frac{1}{6} a^3 \ln a - \frac{1}{6} b^3 \ln b + \frac{1}{6} b^3 \ln \left( a + \sqrt{a^2 + b^2} \right) + \frac{1}{6} a^3 \ln \left( b + \sqrt{a^2 + b^2} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

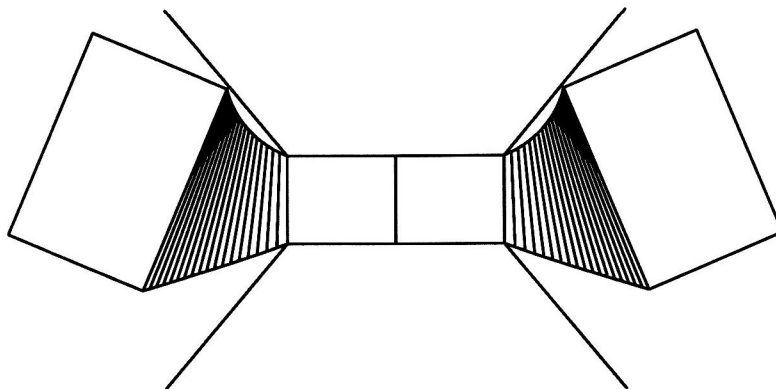


Bild 2. Flachstauhen eines Materials mit von Mises-Verhalten nach Obere-Schranke-Rechnung von 15 auf 6 mm Höhe, Breite 15 mm, Reibfaktor unten  $m_u = 0,1$ , oben  $m_o = 0,4$ .

und den Abkürzungen

$$v_{u1} := \frac{(1 - \beta) v \ell_1 - \frac{\omega}{2} \ell_2^2}{\ell_1 \ell_2}, \quad v_{o1} := \frac{(1 - \beta) v \ell_1 + \frac{\omega}{2} \ell_2^2}{\ell_1 \ell_2}, \quad v_{u3} = v_{o3} := \frac{\beta v}{\ell_2}. \quad (12)$$

Der umfangreiche Ausdruck, den man durch Einsetzen von (12) und (11) in (10) bekommt, wird erst nach Entwicklung in  $\omega$  und  $\beta$  mit Hilfe des Computeralgebraprogramms MAPLE und Dank der speziell gewählten Definition der Reibfaktoren (9) wieder übersichtlicher:

$$P_R = \frac{\sqrt{3}}{12} \frac{k_f}{\ell_1 \ell_2} (4 m v \ell_1^3 \ell_3 + 4 m_K v \ell_1 k_1^2 k_3 - \Delta m \omega \ell_1^2 \ell_2^2 \ell_3 - \Delta m_K \omega k_1^2 \ell_2^2 k_3) + \mathcal{O}(\beta^2) + \mathcal{O}(\omega^3) \quad (13)$$

Gesucht ist nun das  $\omega$ , das die Gesamtleistung  $P = P_V + P_R + P_S$  minimiert. Verwendet man die bis in zweiter Ordnung von  $\omega$  einschließlich entwickelten Ausdrücke (4) und (13), so führt die notwendige Bedingung  $\partial P / \partial \omega = 0$  auf eine lineare Gleichung in  $\omega$ , deren Lösung

$$\omega = \frac{3}{2} \frac{v}{\ell_2} \left( 1 - \frac{\beta}{2} + \mathcal{O}(\beta^2) \right) \left( \Delta m + \frac{k_1^2}{\ell_1^2} \frac{k_3}{\ell_3} \Delta m_K + \mathcal{O}(\Delta m_{(K)}^3) \right) \quad (14)$$

lautet. Dieses  $\omega$  ist eine Funktion der Stauchzeit  $t$ . Den Neigungswinkel  $\alpha$ , vgl. Bild 1, den die Werkstückenden nach Stauchen von der Ausgangshöhe  $\ell_2^{(0)}$  auf die Höhe  $\ell_2^{(1)}$  erreichen, erhält man durch Integration: In einem Zeitinkrement  $dt$  wird nämlich zwischen das starre Ende und die Umformzone ein Keilstück mit Spitzenwinkel  $\omega dt$  gesetzt, Bild 2. Somit ist wegen  $v = -d\ell_2/dt$ :

$$\alpha = \int_{\ell_2 = \ell_2^{(0)}}^{\ell_2 = \ell_2^{(1)}} \omega dt = \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{\beta}{2} + \mathcal{O}(\beta^2) \right) \left( \Delta m + \frac{k_1^2}{\ell_1^2} \frac{k_3}{\ell_3} \Delta m_K + \mathcal{O}(\Delta m_{(K)}^3) \right) \int_{\ell_2^{(0)}}^{\ell_2^{(1)}} \left( -\frac{d\ell_2}{\ell_2} \right) \quad (15)$$

Die Änderung der Probenbreite  $2\ell_3$  ist aufgrund der Reibung an den Stempeln, aber vor allem wegen der Scherbehinderung durch die anhängenden starren Enden, vergleichsweise klein, so daß  $\ell_3$  als Konstante vor das Integral gezogen worden ist (konsistent im Rahmen der linearen Entwicklung in  $\beta$ ).  $\alpha$  ist damit proportional zum Umformgrad  $\varphi$  nach (2):

$$\alpha = \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{\beta}{2} + \mathcal{O}(\beta^2) \right) \left( \Delta m + \frac{k_1^2}{\ell_1^2} \frac{k_3}{\ell_3} \Delta m_K + \mathcal{O}(\Delta m_{(K)}^3) \right) \varphi \quad (16)$$

Die übrigen Abhängigkeiten sind unmittelbar einleuchtend: Der Winkel ist proportional zu den Differenzen der Reibfaktoren oben und unten, wobei der Anteil des Kissens entsprechend seinen Abmessungen gegenüber der gesamten Stempelfläche gewichtet ist.  $\Delta m > 0$  bedeutet, daß die Reibung oben geringer ist, die Werkstückenden neigen sich nach unten, wie in der Skizze gezeichnet, also ist auch  $\alpha > 0$ . Die Breitung, repräsentiert durch  $\beta$ , verringert aufgrund der zusätzlichen Geschwindigkeitskomponente in  $x_3$ -Richtung und der so reduzierten Reibung in  $x_1$ -Richtung den Effekt. Im Rahmen der oben



durchgeführten Störungsrechnung, die in  $\beta$  linear ist, reicht es,  $\beta$  als konstant anzunehmen. Somit folgt durch Integration der dritten Gleichung des Geschwindigkeitsfeldes (1), wobei wiederum  $v = -d\ell_2/dt$  verwendet wird:

$$\frac{\ell_3}{\ell_3^{(0)}} = \left[ \frac{\ell_2^{(0)}}{\ell_2} \right]^\beta \quad \text{oder} \quad \frac{\Delta\ell_3}{\ell_3^{(0)}} := \frac{\ell_3 - \ell_3^{(0)}}{\ell_3^{(0)}} = \beta \varphi + \mathcal{O}(\beta^2) \quad (17)$$

Der Breitungsfaktor  $\beta$  kann also in linearer Ordnung sehr einfach aus der gemessenen relativen Breitung in der Mitte der Probe berechnet und in die Gleichung (16) eingesetzt werden.

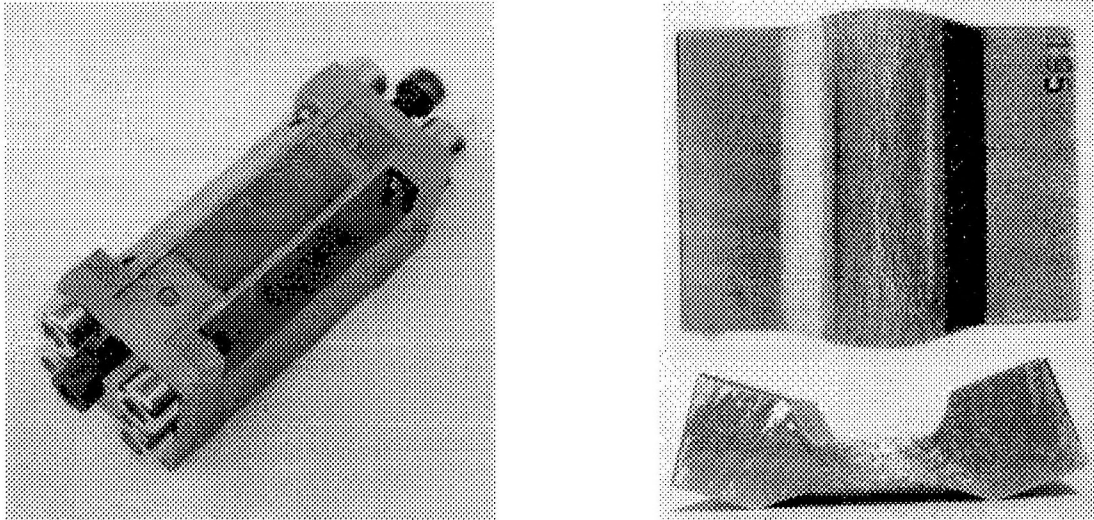


Bild 3. Links: Stauchstempel mit Elastomerkissen aus Vulkollan. Rechts: Al 99,5-Probe nach dem Stauchen, der Stempel mit dem Kissen befand sich unten.

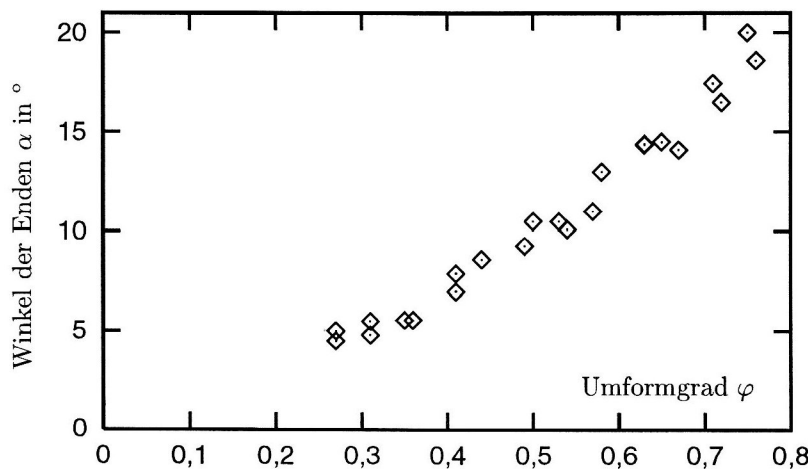


Bild 4. Flachstauchversuche mit verschiedener Höhenabnahme, ein Stauchstempel mit Elastomerkissen aus Vulkollan Shore 90A, alle Oberflächen technisch trocken.

### 3 Experimentelle Ergebnisse und FE-Simulationen

Es wurden quaderförmige Proben aus Aluminium 99,5 mit Hilfe von Stempeln aus Stahl C45 in einer servohydraulischen Presse gestaucht. Es wurden sowohl Stempel ohne als auch mit Elastomerkissen aus Vulkollan (Handelsname für ein Polyurethan) der Shorehärten 82A und 90A verwendet, Bild 3, links. Die Abmessungen, vgl. Bild 1, sind  $2\ell_1 = 15\text{ mm}$ ,  $2k_1 = 12\text{ mm}$ ,  $2\ell_3 = 40\text{ mm}$ ,  $2k_3 = 30\text{ mm}$  und  $\ell_2^{(0)} = 15\text{ mm}$ . Die Umformzone ist also zu Beginn quadratisch. Die Elastomerkissen, falls vorhanden, hatten eine Höhe von 7 mm. Die Proben wurden maximal um 9 mm auf eine Höhe von  $\ell_2 = 6\text{ mm}$  gestaucht. Untersucht wurde der Winkel  $\alpha$  der starr gebliebenen Enden der Proben gegenüber der Ausgangslage als Funktion von Umformgrad  $\varphi$ , Gleichung (2), und den Schmierverhältnissen am oberen und unteren

Stempel. Typische Stauchstücke sind in Bild 3, rechts, dargestellt. Die Kontur der Seitenansicht ist derjenigen nach dem Schrankenverfahren, Bild 2, sehr ähnlich.

Ein Ergebnis einer solchen Versuchsreihe mit einem Elastomerkissenstempel zeigt Bild 4, jeder Punkt repräsentiert dabei einen Versuch. In diesem Fall wurde nicht geschmiert. Die Proben krümmen sich deutlich zum Stempel ohne Kissen hin. Für Umformgrade bis 0,6 ist der Winkel im Rahmen der Streuung linear von  $\varphi$  abhängig ( $\alpha \approx 19^\circ \varphi$ ). Danach wird die Kurve etwas progressiver.

Die lineare Abhängigkeit des Winkels vom Umformgrad sowie dem Reibungsunterschied zwischen oben und unten nach Gleichung (16) konnte auch in Simulationen der Experimente mit Hilfe des Finite-Elemente (FE) Programms ABAQUS/Standard für nicht zu große Reibwerte gut bestätigt werden: Bild 5, links, zeigt Ergebnisse von ebenen Rechnungen für reine Stahlstempel. Als Umrechnungsfaktor liest man  $\Delta m_{\text{Schranke}} \approx 1,22 \Delta \mu_{\text{FEM}}$  ab. Bei homogenem reibungsfreien Stauchen wäre  $m = \sqrt{3} \mu$ , also wird bei der Schrankenrechnung der Winkel offenbar überschätzt.

Allgemein ist es demnach bei einem Vorgehen wie dem hier dargestellten ratsam, Proportionalitätsfaktoren anhand *einer* FE-Rechnung oder noch besser, falls möglich, aus dem Experiment zu bestimmen, während die Abhängigkeiten von den verschiedenen Kenngrößen besser aus der Schrankenrechnung ablesbar (und verstehbar) sind. Eine ebenfalls durchgeführte dreidimensionale FE-Rechnung wies die vorhergesagte Verringerung des Neigungswinkels durch die nun im Gegensatz zur ebenen Betrachtung mögliche Breitung auf.

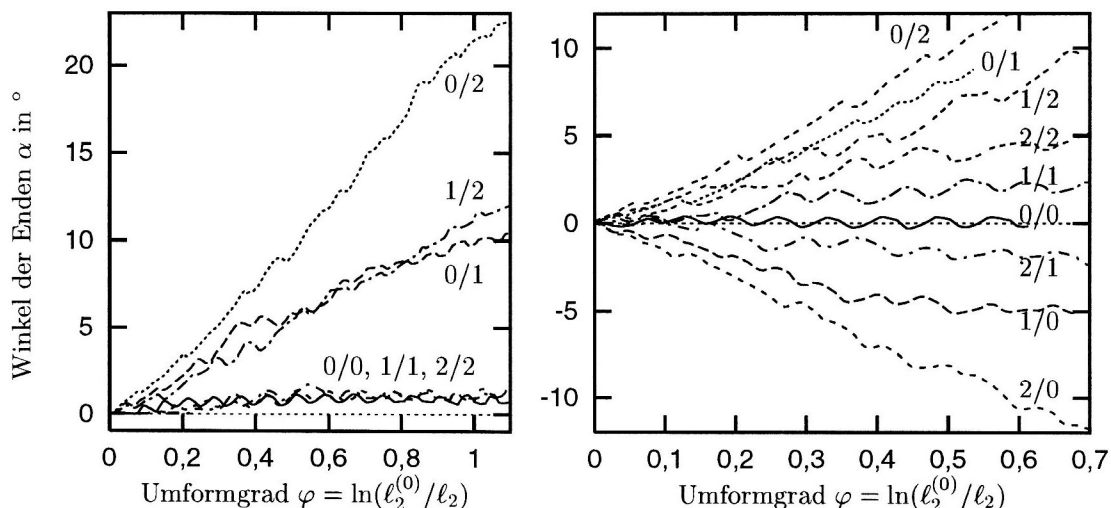


Bild 5. FE-Simulation des Flachstauchens von Al99,5 mit ABAQUS/Standard. Links: Beide Stempel ohne Kissen. Rechts: Oberer Stempel mit Kissen aus Vulkollan Shore 90A, unterer Stempel ohne Kissen. Die Bezeichnungen der Kurven spiegeln die Reibverhältnisse wider: Z.B. bedeutet 1/2, daß für die Reibungszahl oben  $\mu = 0,1$  und unten  $\mu = 0,2$  angenommen worden ist.

In qualitativer Übereinstimmung mit dem Experiment krümmen sich die Proben in der FE-Rechnung bei gleichen Reibungszahlen oben und unten bei Verwendung eines Stempels mit Elastomerkissen von diesem weg, Bild 5, rechts, Kurven 1/1 und 2/2, vgl. auch Bild 7, rechts. Hierbei wurde für das Kissen ein eigenes Elastomerstoffgesetz implementiert, das in (Pawelski, Besdo, 1997) und vor allem in (Pawelski, 1998) vorgestellt wird. Nach Gleichung (16) folgt aus dem Verschwinden von  $\Delta m$  und  $\Delta m_K$  hingegen  $\alpha = 0$ , da die Deformation des scherweichen Elastomermaterials dort nicht berücksichtigt wird. Dies soll im folgenden Abschnitt nachgeholt werden.

Trotzdem ist es bei der Auswertung von Experimenten schwierig, den Anteil am Krümmungswinkel, der durch diesen Effekt verursacht wird, von dem auf Reibungsunterschiede basierenden Teil zu trennen. Der Versuch liefert zunächst eigentlich nur den auch nicht uninteressanten *effektiven* Reibunterschied, der bei dem gezeigten Experiment wegen  $19^\circ = 0,33 = 3/2 \Delta m$  (ohne Breitung) nach der Schranke etwa  $\Delta m = 0,22$  oder nach der FE-Rechnung  $\Delta \mu = 0,18$  zugunsten der Elastomerseite beträgt. Ein direkter Vergleich der Reibbedingungen am Elastomer ist dagegen nur mit dem symmetrischen Versuch mit Kissen sowohl im

oberen wie auch im unteren Stempel möglich, wobei man beachten muß, daß der Kissenanteil bei den gewählten Maßen nach Gleichung (16) nur mit einem Anteil von höchstens  $(6,0/7,5)^2=64\%$  eingeht.

#### 4 Berücksichtigung der Deformation des Elastomerkissens

Weil die Oberfläche des Elastomerkissens zunächst einmal vor allem zur Mitte hin an der Stauchprobe haftet und mitgenommen wird, sind die oben berechneten Reibleistungen, die von einem starren Kissen ausgehen, überschätzt, was einen entscheidenden Einfluß auf die Winkelgeschwindigkeit, insbesondere zu Beginn des Stauchens, hat. Daher ist es sinnvoll, auch für die Kissenoberfläche eine Verschiebungsverteilung anzunehmen. Im folgenden beschränken wir uns auf den ebenen Fall. Der einfachste noch mit den Randbedingungen zu vereinbarende Ansatz für die Verschiebung  $u_1$  in  $x_1$ -Richtung in Abhängigkeit von der Koordinate  $\tilde{x}_1$  des undeformierten Körpers ist ein parabolischer:

$$u_1 = \kappa \tilde{x}_1 \left(1 - \frac{\tilde{x}_1}{k_1}\right) \quad (\tilde{x}_1 \geq 0), \quad u_2 = 0. \quad (18)$$

Dabei repräsentiert der Vorfaktor  $\kappa = 1$  den Grenzfall der unendlichen Stauchung in  $x_1$ -Richtung am Kissenrand. Es wird davon ausgegangen, daß das Elastomer inkompressibel ist. (Diese Annahme ist bei den hier herrschenden großen Drücken nicht ganz korrekt: In der Realität steht das Kissen zunächst etwa 0,3 mm über und wird erst während des Stauchens in sein Bett hineingepreßt.) Die Horizontalgeschwindigkeit des Kissens

$$v_K = \frac{du_1}{dt} = \dot{\kappa} \tilde{x}_1 \left(1 - \frac{\tilde{x}_1}{k_1}\right) \quad (19)$$

kann mittels des Zusammenhangs

$$\tilde{x}_1 = \frac{k_1}{2\kappa} \left\{ 1 + \kappa - \sqrt{(1 + \kappa)^2 - 4\kappa \frac{x_1}{k_1}} \right\}, \quad (20)$$

der durch Einsetzen von (18) in  $x_1 = \tilde{x}_1 + u_1(\tilde{x}_1)$  und Auflösen nach  $\tilde{x}_1$  gewonnen wurde, auch als Funktion der raumfesten Koordinate  $x_1$  ausgedrückt werden.

Die zur Deformation erforderliche Arbeit eines Kissens mit Breite eins in  $x_3$ -Richtung kann in eine Potenzreihe in  $\kappa^2$  entwickelt werden. Das hier zugrundeliegende Symmetrieargument  $W_K(\kappa) \stackrel{!}{=} W_K(-\kappa)$  für das *halbe* Kissen ist streng genommen nur für verschwindende Reibung an den Seitenbegrenzungen des Kissens gültig. Neben dem führenden Term ist es sinnvoll, in einem Ansatz noch einen Begrenzungsterm mit hoher Ordnung hinzuzunehmen:

$$W_K = \frac{c_1}{2} \kappa^2 + \frac{c_2}{10} \kappa^{10}. \quad (21)$$

Die zugehörige am Elastomer verrichtete Leistung ist dann

$$P_K = \dot{W}_K = [c_1 \kappa + c_2 \kappa^9] \dot{\kappa}. \quad (22)$$

Zur Bestimmung der Steifigkeitskoeffizienten  $c_1$  und  $c_2$  wurden ebene FE-Simulationen an einem Vulkollankissen der Tiefe eins durchgeführt, Bild 6. Zunächst wird ein Stauchdruck  $p$  aufgebracht, danach wird dem zweiten Oberflächenknoten, siehe FE-Netz im Bild oben links, zyklisch eine Horizontalverschiebung  $u$  vorgegeben, die zu einer zugeordneten Reaktionskraft  $F$  führt. Die anderen Oberflächenknoten sind über Zwangsbedingungen an diesen Knoten gekoppelt, so daß sich ein Verschiebungsfeld gemäß (18) einstellt. Aufgrund der Berücksichtigung des gemessenen Entfestigungsverhaltens des Elastomerwerkstoffs im Stoffgesetz ist die Kraft bei der Zweitbelastung wesentlich geringer. Es genügt schon eine relativ kleine Reibungszahl  $\mu = 0,1$  an den Kissenwänden, damit es dort zu einem überwiegenden Teil zum Haften kommt. Dann ist der Einfluß vom hydrostatischen Druck  $p$  im Kissen, der mit der Verfestigung und der Geometrieänderung der Umformzone im Laufe des Stauchens zunimmt, auf die Kraft vergleichsweise gering.

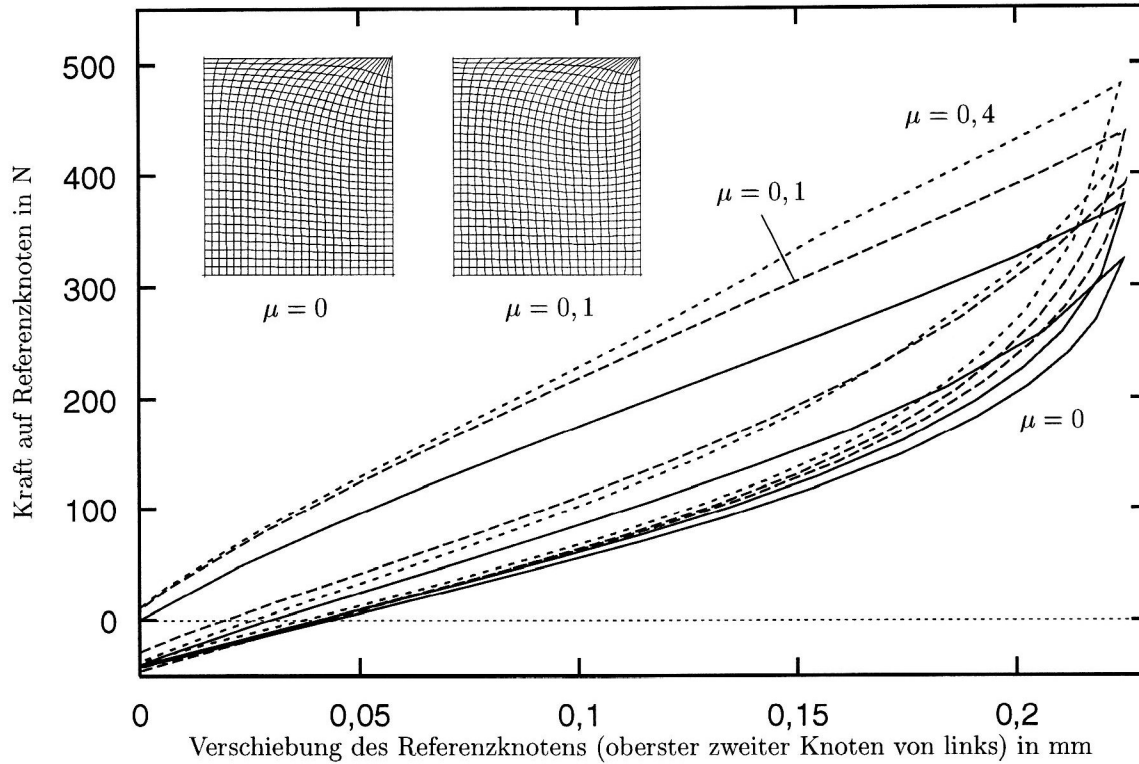


Bild 6. Kraft bei zyklischer Belastung des Elastomerkissens unter Vorgabe eines parabolischen Verschiebungsfeldes in der Kontaktfläche nach FE-Simulation. Einfluß der Reibungszahl  $\mu$  zwischen Kissen und Wänden des Stempels, Druck auf das Kissen  $100 \text{ N/mm}^2$ .

Über  $W_K = \int F du$  lassen sich  $c_1$  und  $c_2$  bestimmen. Bei dem verwendeten Netz, Bild 6 oben links, ist die Breite  $k_1 = 6 \text{ mm}$  äquidistant in 24 Elemente unterteilt, so daß einem  $u = 0,24 \text{ mm}$  etwa der Grenzfall  $\kappa = 1$  entspricht. Im Folgenden wird mit einer für  $\mu \geq 0,1$  und teilweiser Entfestigung approximierten Parameterkombination  $c_1 = 70 \text{ N/mm}$ ,  $c_2 = 35 \text{ N/mm}$  gerechnet.

Die Reibleistungen zwischen Werkstück und Stempel inklusive Kissen lauten unten und oben unter erneuter Verwendung des Reibfaktorgesetzes (7) und Vernachlässigung der Breitung, also  $\beta = 0$ ,

$$\begin{aligned}
 P_{R,u} &= \frac{k_f}{\sqrt{3}} \int_0^{\ell_1} m_u(x_1) \left| v_{K,u} - \left( \frac{v}{\ell_2} - \frac{\omega}{2} \frac{\ell_2}{\ell_1} \right) x_1 \right| dx_1 \\
 P_{R,o} &= \frac{k_f}{\sqrt{3}} \int_0^{\ell_1} m_o(x_1) \left| v_{K,o} - \left( \frac{v}{\ell_2} + \frac{\omega}{2} \frac{\ell_2}{\ell_1} \right) x_1 \right| dx_1
 \end{aligned} \tag{23}$$

mit  $v_K$  nach (19) und (20) für unten bzw. oben. Außerhalb des Kissenbereichs ( $x_1 > k_1$ ) sei dabei formal  $v_K = 0$ . Die Minimierung der Gesamtleistung  $P = P_V + P_{R,u} + P_{R,o} + P_{K,u} + P_{K,o} + P_S$  nach den nunmehr zwei oder drei Parametern (je nach Anzahl der Elastomerkissen)  $\omega$ ,  $\kappa_u$  und  $\kappa_o$  ist offenbar nur noch numerisch möglich, zumal hier noch zusätzlich z.B. die für die verwendeten A199,5-Proben gemessene Fließkurve

$$k_f = k_f(\varphi) = (66 + 84 \varphi^{0,4}) \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \tag{24}$$

eingeht. Ein Ergebnis einer solchen Minimierungsrechnung für gleiche Reibungszahlen oben und unten zeigt Bild 7, links, in Vergleich mit der FE-Simulation, Bild 7, rechts, deren zugehörige Winkelentwicklung  $\alpha(\varphi)$  in Bild 5, rechts, Kurve 1/1, dargestellt ist.

Die Kissendeformation  $\kappa$  nimmt zunächst mit dem Stauchen zu und erreicht dann eine Sättigung, bis dahin nimmt der Winkel ebenfalls zu. Der erreichte Winkel wird durch die modifizierte Schrankenrechnung etwas kleiner als in der FE-Rechnung geschätzt. Die dagegen im Experiment beobachtete progressive

Zunahme von  $\alpha$  bei größeren  $\varphi$  ist neben Mängeln der Simulation oder der Schrankenrechnung wahrscheinlich auf eine zunehmende Reibungszahl auf der Stahlstempelseite, wie sie auch im Laufe eines Streifenziehversuches beobachtet wurde, sowie auf das nicht simulierte Herausquellen des Elastomers über den Rand der Vertiefung zurückzuführen.

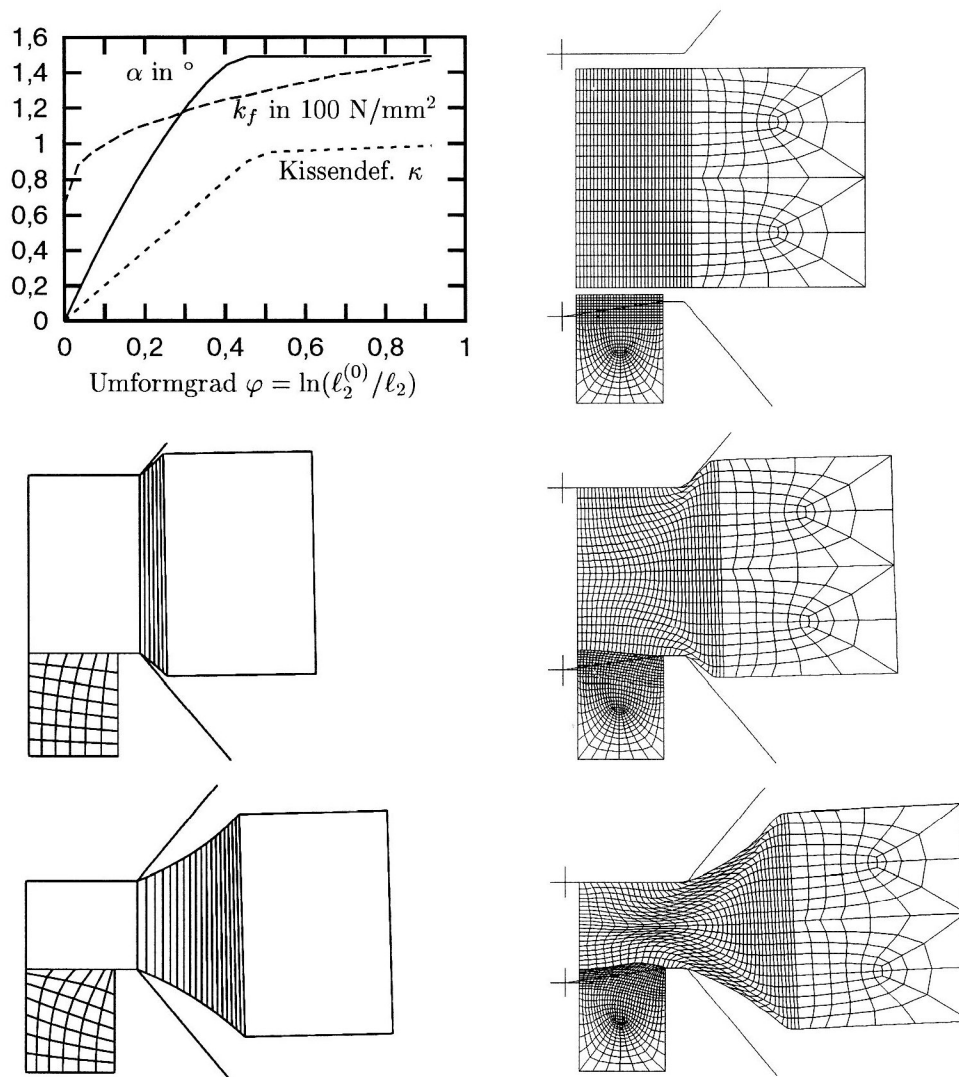


Bild 7. Flachstauchen von Al 99,5, ein Stempel mit Elastomerkissen aus Vulkollan Shore 90A. Für beide Rechnungen wurde die gemessene Fließkurve verwendet. Links: Obere-Schranke-Rechnung, Reibfaktoren  $m$  alle 0,2, Kissen:  $c_1=70$  N mm,  $c_2=35$  N mm. Rechts: FE-Simulation mit ABAQUS/Standard, Reibungszahlen  $\mu$  alle 0,1. Simulation des Kissens mit eigenem Elastomerstoffgesetz.

## 5 Oberflächenveränderungen

Neben der Messung der Reibungsunterschiede bietet der Flachstauchversuch mit und ohne Elastomerkissen auch die Möglichkeit, die mit der Wirkflächenreibung eng verbundene Veränderung der Oberfläche der Stauchprobe in Abhängigkeit vom Reibpartner, den Schmierverhältnissen und dem Umformgrad zu studieren. Beispielprofile zeigt Bild 8, links. U.a. wegen der Balligkeit im Kissenbereich ist eine Auftragung nach Bild 8, rechts, zu bevorzugen. Details und eine Motivation für diese Darstellungsart findet man in (Pawelski, 1996). Kennzeichnend für die mikroskopische Rauheit sind Bezugsängen kleiner etwa 0,5 mm. Der Reibpartner Stahl glättet die Aluminiumoberfläche zunehmend im Laufe des Stauchens, während auf der Elastomerseite schnell eine an die freie Rauhung erinnernde Oberfläche mit relativ großer Rauhtiefe entsteht (man beachte die doppelt-logarithmische Auftragung).

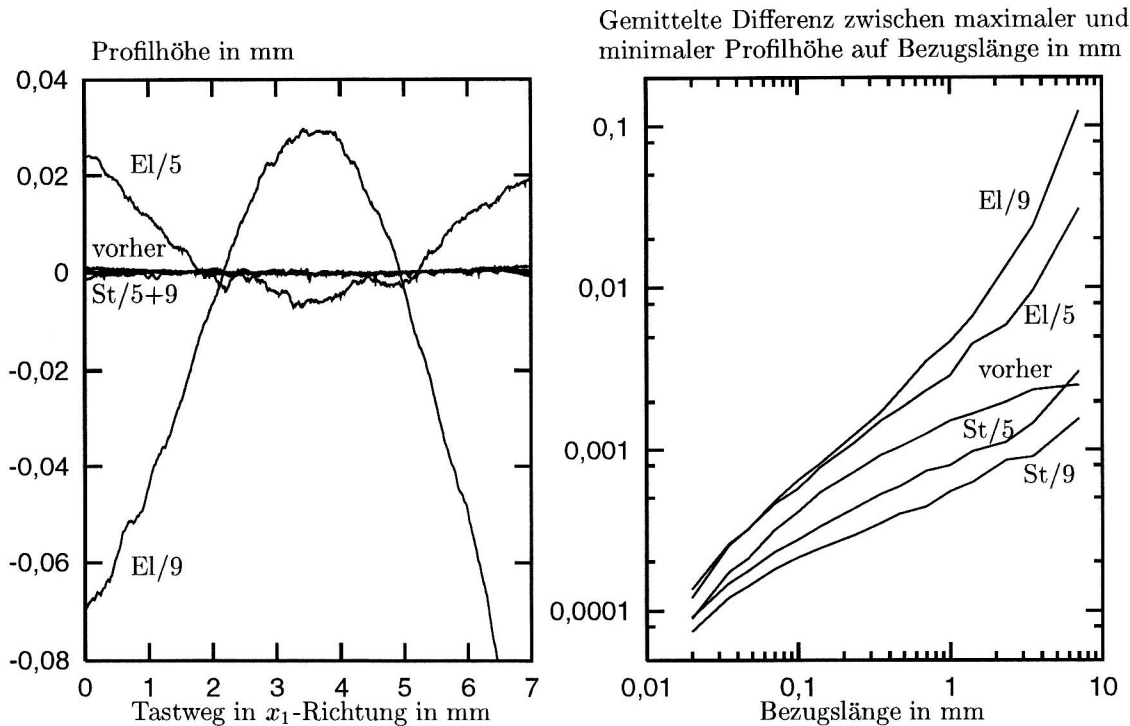


Bild 8. Oberflächenprofile der Al 99,5-Probe in  $x_1$ -Richtung vor und nach dem Flachstauchen, ein Stempel mit Elastomerkerissen aus Vulkollan Shore 90A, ungeschmiert. Angegeben ist jeweils der Reibpartner, wobei El für Elastomer- und St für Stahlstempel steht, sowie der Stauchweg in mm (Höhe der undeformierten Probe ist 15 mm).

### Danksagung

Die hier dargestellten Ergebnisse stammen zum Hauptteil aus einem von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) unterstützten Projekt zur Untersuchung der Wirkflächenreibung zwischen Elastomeren und Metallen. Die Stauchversuche wurden von Torsten Schenk im Rahmen seiner Diplomarbeit (FH Düsseldorf) unter der Betreuung von H. Pawelski in der Abteilung Umformtechnik des Max-Planck-Institutes für Eisenforschung in Düsseldorf durchgeführt.

### Literatur

1. Pawelski, H.: Applicability of fractal concepts to surface roughness, steel research, 67, 4, (1996), 144 – 148.
2. Pawelski, H.: Erklärung einiger mechanischer Eigenschaften von Elastomerwerkstoffen mit Methoden der statistischen Physik. Diss. Univ. Hannover, zugleich Shaker Verlag, Aachen, 1998.
3. Pawelski, H.: Measuring the friction coefficient in the case of plastification of metals by elastomers, steel research, 69, 4/5, (1998), 161 – 164.
4. Pawelski, H.; Besdo, D.: On the modelling of the anisotropic softening behaviour of filled elastomeric media, ZAMM, 78, S1, (1998), 153 – 156.
5. Pawelski, O.: Ein neues Gerät zum Messen des Reibungsbeiwertes bei plastischen Formänderungen, Stahl und Eisen, 84, 20, (1964), 1233 – 1243.
6. Wolff, C.: Dissertation (Titel liegt noch nicht fest), Umformtechnische Schriften, Shaker Verlag, Aachen, 1999, in Vorbereitung.

---

*Anschrift:* Dr.-Ing. Dipl.-Phys. Hartmut Pawelski, SMS Schloemann-Siemag AG, Entwicklung, Postfach 23 02 29, 40088 Düsseldorf und Prof. Dr.-Ing. Dieter Besdo, Institut für Mechanik, Universität Hannover, 30167 Hannover