

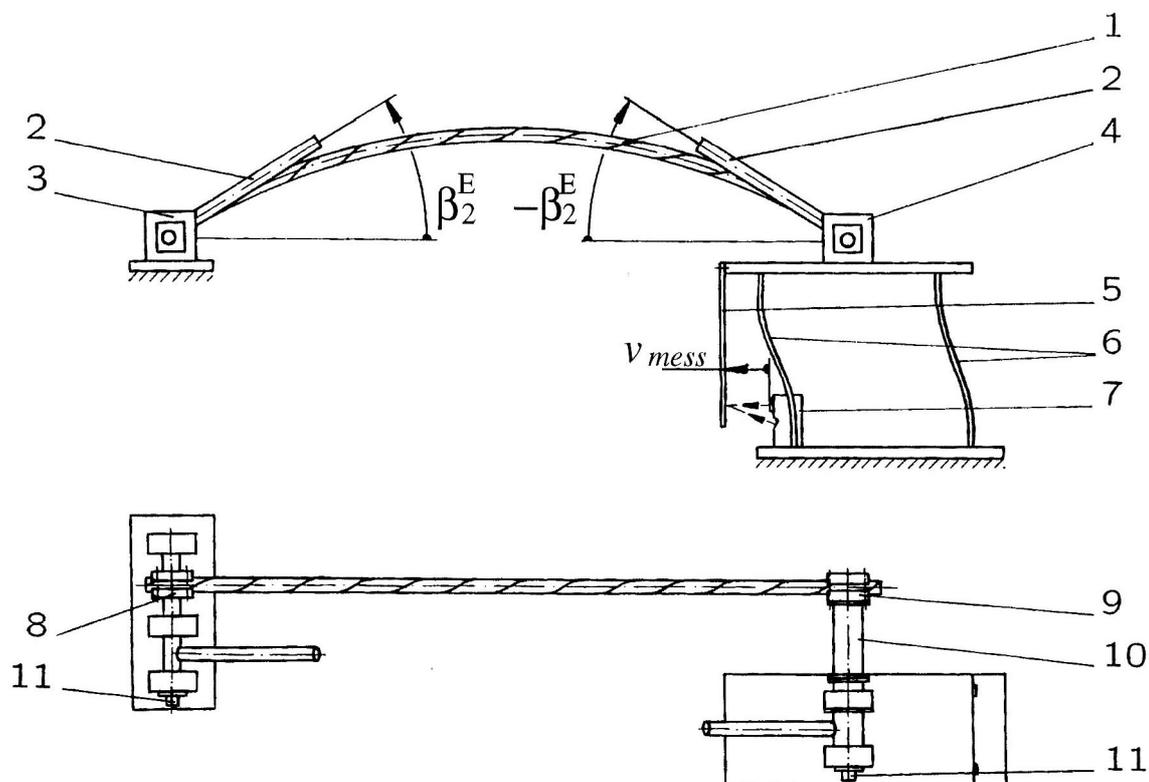
Identifikation der Parameter von Spiralseilen unter Biegung mit kleinen Längskräften

F. Plagge

In der vorliegenden Arbeit werden ein Prüfstand und ein Modell für das Verhalten von Spiralseilen unter Biegung mit kleinen Längskräften vorgestellt. Die Parameter des Modells werden durch eine Identifikation aus den Meßergebnissen bestimmt. Die Strategie der Identifikation wird ausführlich beschrieben. Die identifizierten Parameter werden durch den Vergleich weiterer Messungen und Simulationen validiert.

1 Versuchsaufbau

Bild 1 zeigt einen Prüfstand zum Biegen von Seilen mit freien Längen zwischen $l_{min} = 400\text{mm}$ und $l_{max} = 1000\text{mm}$.



- | | | | |
|-----|------------|-----|-------------------|
| 1 | Seil | 7 | Positionssensor |
| 2 | Hebel | 8,9 | Seilklemme |
| 3,4 | Lagerbock | 10 | Momentenaufnehmer |
| 5 | Meßfahne | 11 | Drehpotentiometer |
| 6 | Blattfeder | | |

Bild 1. Prinzipskizze des Prüfstandes zur Seilbiegung

Die Hebel (2) ermöglichen eine gleichzeitige, gegenseitige Verdrehung der Seilenden um den Winkel β_2^E . Die Dehnsteifigkeit des Seiles bewirkt eine Verschiebung des Lagerbockes (3) in Richtung von (4). Die Blattfedern (6) werden gespannt. Dadurch wirken die Längskräfte S auf das Seil.

Wir messen die Verschiebung v_{mess} des Lagerbockes mit einem optischen Sensor (7). Aus der Verschiebung v_{mess} erhalten wir für die Längskraft S auf das Seil (Plagge, 1997):

$$v^E = v_{mess} - v_0 \quad (1)$$

v_0 - Grundabstand des Positionssensors vom Meßobjekt.

$$S = \frac{12 EI_F}{a^3} v^E \left[1 + \frac{35}{36} \left(\frac{v^E}{a} \right)^2 \right] \quad (2)$$

a - Länge der 4 Blattfedern,
 EI_F - gesamte Biegesteifigkeit der 4 Blattfedern.

2 Modell

Als Modell für den oben beschriebenen Lastfall verwenden wir einen homogenen Biegebalken (Steifigkeit EI , Länge l_u) mit Hystereseeigenschaften. Auf den Balken wirken die kleinen Längskräfte S . Die Hysterese wird mittels eines Masingmodells erfaßt (Hysteresemoment M^h). Für das im Balken wirkende Moment setzen wir an:

$$M(s_u^M) = -(EI u_3'' + M^h) \quad (3)$$

Bild 2 zeigt das finite Element j des Balkens mit Schnittkräften und -momenten.

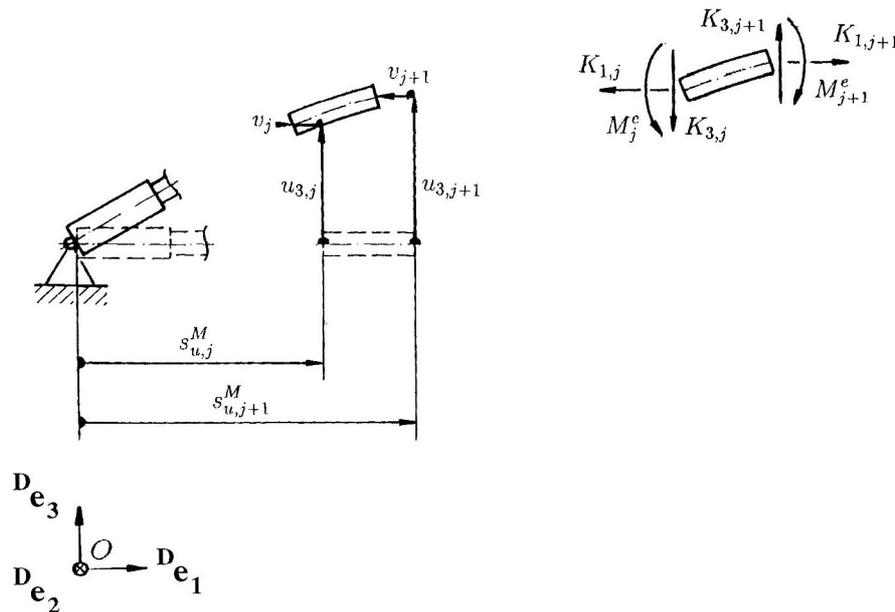


Bild 2. Finites Element j mit Schnittkräften und -momenten

Für die Verschiebung v_j des Elementrandes j gilt (Plagge, 1997):

$$v_j = \frac{1}{2} \int_0^{s_{u,j}^M} u_3'^2 ds_u^M \quad (4)$$

Die Variation des Prinzips der virtuellen Arbeiten liefert für das finite Element j mit den Elementrändern j und $j + 1$:

$$0 = - \int_{s_{u,j}}^{s_{u,j+1}} \left[\left(EI u_3'' + \sum_{n=1}^N M_{j,n}^h \right) \delta u_3'' + S u_3' \delta u_3' \right] ds_u^M + K_{3,j+1} \delta u_{3,j+1} - K_{3,j} \delta u_{3,j} + M_j^e \delta \beta_{2,j} - M_{j+1}^e \delta \beta_{2,j+1} \quad (5)$$

Wir nutzen dabei aus, daß die Längskräfte $K_{1,j}$ der äußeren Kraft S entsprechen, die aus der Verschiebung der Lagerung resultiert:

$$K_{1,j} = K_{1,j+1} = S, \quad \forall j \quad (6)$$

Die Hystereseeigenschaften beschreiben wir mit Hilfe von N Jenkin-Elementen (Ottl, 1981). Nach Kolsch (1993) erhalten wir damit für das Hysteresemoment $M_{j,n}^h$:

$$\dot{M}_{j,n}^h = \dot{u}_{3,j}'' \{ A_n - [\beta_n + \alpha_n \operatorname{sgn}(\dot{u}_{3,j}'') M_{j,n}^h] | M_{j,n}^h |^m \} \quad (7)$$

mit $A_n, \alpha_n, \beta_n, m$ – konstante Parameter

Die angegebenen Parameter seien für alle finiten Elemente des Balkens gleich groß.

3 Messung und Identifikation

Bild 3 zeigt die gemessenen Momente zum Biegen eines zweilagigen Spiralseiles unter kleinen Längskräften. Die Relativbewegung zwischen den Drähten verschiedener Lagen verursacht eine deutlich sichtbare Hysterese. Wir erkennen Bereiche mit relativ geringer Biegesteifigkeit; hier tritt Gleiten zwischen den Drähten auf. Wenn wir die Zeitableitung der Verbiegung β_2^E umkehren, tritt Haften auf; das Seil ist sehr biegesteif. Die Biegesteifigkeit nimmt aber ab, wenn immer größere Bereiche des Seiles gegeneinander abgleiten.

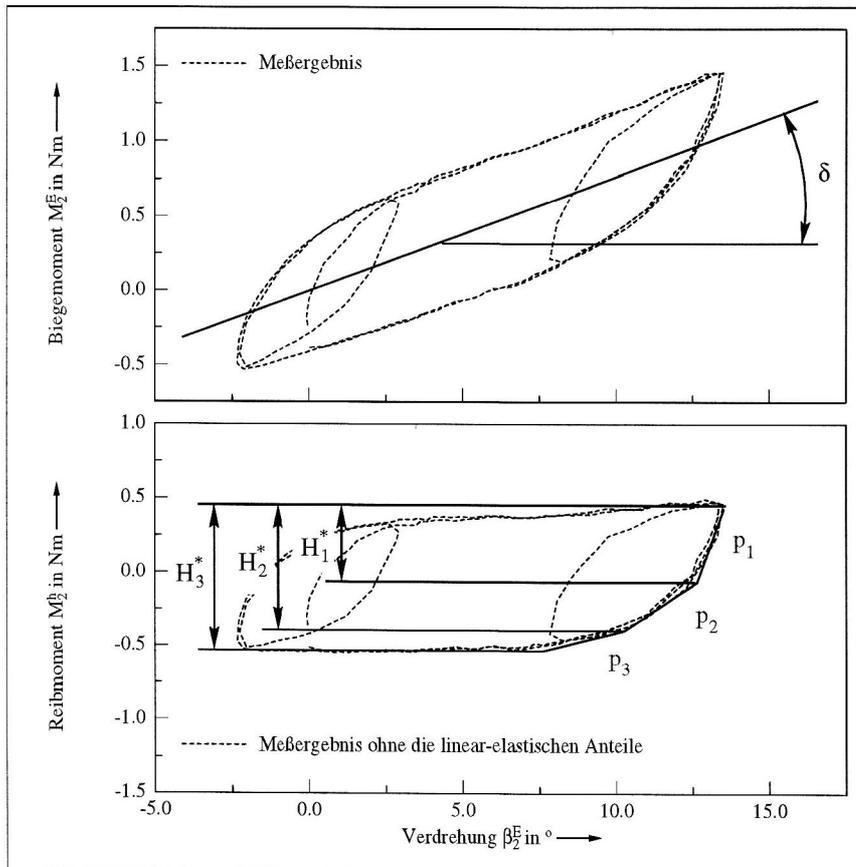


Bild 3. Ermittlung der Startwerte für die Identifikation aus der Hysterese eines zweilagigen Spiralseiles unter Biegung mit kleinen Längskräften (Seil 8 DIN 3053 -bk 1570 z Länge 960mm)

Die Biegesteifigkeit des Balkens und die Parameter für die Masing-Modelle sind Parameter des Modells. Für die numerischen Rechnungen wird der halbe Balken in drei finite Elemente mit gleichen Verformungsbeziehungen unterteilt. Pro Balken werden drei parallel angeordnete Jenkin-Elemente verwendet. Wir identifizieren die folgenden Parameter:

$$\begin{aligned} \text{für den gesamten Balken:} \quad p^* &= EI, \\ \text{für jedes Jenkin-Element } n: \quad \mathbf{p}_n^{**} &= (A_n, \alpha_n, \beta_n)^T, \\ \mathbf{p} &= (p^*, \mathbf{p}_1^{**}, \mathbf{p}_2^{**}, \mathbf{p}_3^{**})^T. \end{aligned}$$

Die folgende Strategie hat sich bewährt.

1. Schritt: Ermitteln der Startwerte

Wir benötigen gute Startwerte, damit die Identifikation sicher konvergiert. Je besser die Startwerte gewählt werden, desto schneller konvergiert die Identifikation. Es lohnt sich also, Sorgfalt beim Ermitteln der Startwerte aufzuwenden.

Die Steigung $b = \tan \delta$ eines der annähernd geraden Abschnitte der Hystereseurve liefert die Biegesteifigkeit EI des Spiralseiles der Länge l_u :

$$EI = \frac{b l_u}{2} \quad (8)$$

Von den Meßergebnissen ist dann der linear-elastische Anteil abzuspalten, Bild 3:

$$M_2^h = M_2^E - \frac{2 EI}{l_u} \beta_2^E \quad (9)$$

Zum Ermitteln der Startwerte für die Jenkin-Elemente verwenden wir das graphische Verfahren von Kolsch (1993).

Wir teilen die Kurve der Reibmomente M_2^h in drei Bereiche ein (Anzahl der Jenkin-Elemente), wählen den Exponenten $m = 2$ und setzen zur Ermittlung der Startwerte $\alpha_i = \beta_i$ voraus. Bild 3 zeigt, wie wir die Haftgrenzen H_i^* und die Steigung p_i dieser Bereiche ermitteln. Die Startwerte der Parameteridentifikation für das Jenkin-Element n lauten:

$$p_n = \sum_n^3 A_n \quad (10)$$

$$H_n^* = 2 \sum_1^n \sqrt[m]{\frac{A_n}{\alpha_n + \beta_n}} \quad (11)$$

2. Schritt: Identifikation der Parameter

Zu den Zeitpunkten t_k messen wir die Verdrehung β_2^E sowie die Biegemomente \check{M}_2^E und die Längskraft \check{S} (Anzahl der Meßereignisse: K). Wir definieren den Vektor $\check{\mathbf{y}}(\beta_2^E(t_k)) = (\check{M}_2^E, \check{S})^T$ mit den Meßergebnissen. Mit den Gleichungen 2 bis 7 stehen uns Beziehungen für die aufzubringenden Biegemomente M_2^E und die Längskraft S zur Verfügung. Wir führen den Vektor $\mathbf{y}(\beta_2^E(t_k), \mathbf{p}) = (M_2^E, S)^T$ als Funktion der Parameter \mathbf{p} ein. Dabei ermitteln wir die Biegemomente M_2^E und Längskräfte S aus der gemessenen Verformung $\beta_2^E(t_k)$.

Der Parametervektor \mathbf{p} wird so bestimmt, daß eine Gütefunktion G minimal wird. Als Gütefunktion verwenden wir die Standardabweichung. Wir suchen also

$$G(\mathbf{p}) = \sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K [\check{\mathbf{y}}(\beta_2^E(t_k)) - \mathbf{y}(\beta_2^E(t_k), \mathbf{p})]^2} \quad (12)$$

$$G_{min}(\mathbf{p}) = \min\{G(\mathbf{p}); \mathbf{p} \in \mathbb{R}^n\} \quad (13)$$

Als Software verwenden wir das Minimierungsprogramm MINUIT (James, 1994), das u.a. ein Simplexverfahren zur Optimierung der Zielfunktion anbietet. Die angegebene Zielfunktion und das Simplexverfahren führen zu einer guten Übereinstimmung von Messung und Simulation.

Die Parameteridentifikation ihrerseits erfolgt in drei Etappen (Schwetlick, 1991). Wir arbeiten zunächst in Unterräumen des Problems. D.h., wir suchen zunächst das Minimum G_{min}^* der Zielfunktion G , wobei wir nicht alle Parameter aus \mathbf{p} ändern, sondern zunächst nur einige aus \mathbf{p} ausgewählte Parameter \mathbf{p}^* . Die übrigen Parameter \mathbf{p}^{**} fixieren wir auf einen physikalisch vernünftigen Wert. Mit diesen Startwerten liefert uns die Identifikation die Parameter \mathbf{p}_{opt}^* . In der zweiten Etappe werden die Parameter \mathbf{p}^{**} geändert und das Minimum G_{min}^{**} gesucht, wobei die im ersten Schritt identifizierten Parameter \mathbf{p}_{opt}^* als feste Parameter eingehen. Diese Identifikation liefert uns die Parameter \mathbf{p}_{opt}^{**} . Abschließend erfolgt die Änderung sämtlicher Parameter des Parameterraumes, wobei die in den beiden ersten Etappen ermittelten \mathbf{p}_{opt}^* und \mathbf{p}_{opt}^{**} Startwerte dieser Identifikation sind.

1. Etappe: Startwerte: $\mathbf{p}^*, \mathbf{p}^{**}$.
 $G_{min}^*(\mathbf{p}) = \min\{G(\mathbf{p}); \mathbf{p}^* \in \mathbb{R}^{n^*}, \mathbf{p}^{**}-konst.\}$, $n^* < n$.
 Ergebnis: \mathbf{p}_{opt}^* .
2. Etappe: Startwerte: $\mathbf{p}_{opt}^*, \mathbf{p}^{**}$.
 $G_{min}^{**}(\mathbf{p}) = \min\{G(\mathbf{p}); \mathbf{p}^{**} \in \mathbb{R}^{n^{**}}, \mathbf{p}_{opt}^*-konst.\}$, $n^{**} = n - n^*$.
 Ergebnis: \mathbf{p}_{opt}^{**} .
3. Etappe: Startwerte: $\mathbf{p}_{opt}^*, \mathbf{p}_{opt}^{**}$.
 $G_{min}(\mathbf{p}) = \min\{G(\mathbf{p}); \mathbf{p} \in \mathbb{R}^n\}$.
 Ergebnis: \mathbf{p}_{opt} .

Dieses Verfahren konvergiert insbesondere bei ungünstig gewählten Startwerten p^*, p^{**} deutlich schneller und besser als eine Identifikation, bei der in einer Etappe sämtliche Parameter des Parameterraumes geändert werden.

Die Modellparameter wurden an einem Seil der Länge $l_u = 960\text{mm}$ identifiziert.

Seil 8 DIN 3053 - bk 1570 z	
Anzahl der Lagen	2
Biegesteifigkeit EI	$1.76 \cdot 10^6 \text{ Nmm}^2$
A_1	$43.83 \cdot 10^6 \text{ Nmm}^2$
α_1	960.26 N^{-1}
β_1	400.6 N^{-1}
A_2	$23.94 \cdot 10^6 \text{ Nmm}^2$
α_2	12605.25 N^{-1}
β_2	5924.3 N^{-1}
A_3	$2.82 \cdot 10^6 \text{ Nmm}^2$
α_3	284.2 N^{-1}
β_3	320.9 N^{-1}

Tabelle 1. Identifizierte Parameter für ein zweilagiges Seil unter Biegung mit kleinen Längskräften

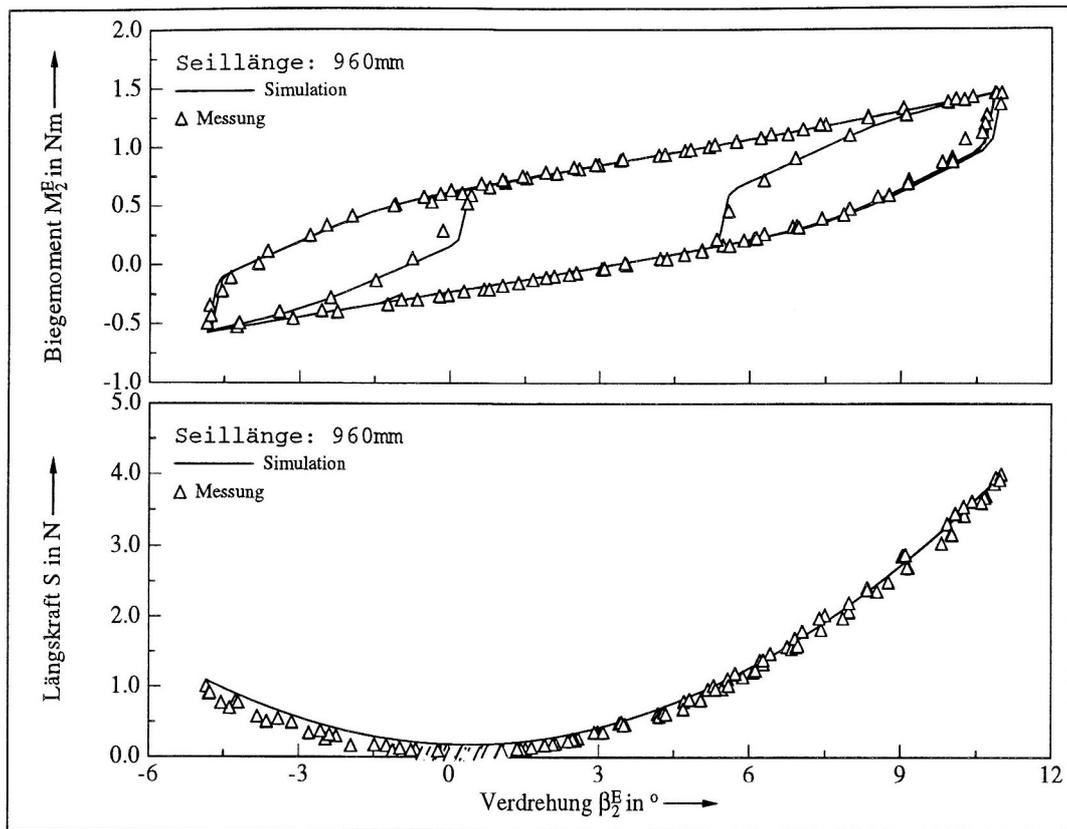


Bild 4. Messung und Identifikationsergebnis

3. Schritt: Kontrolle der Ergebnisse

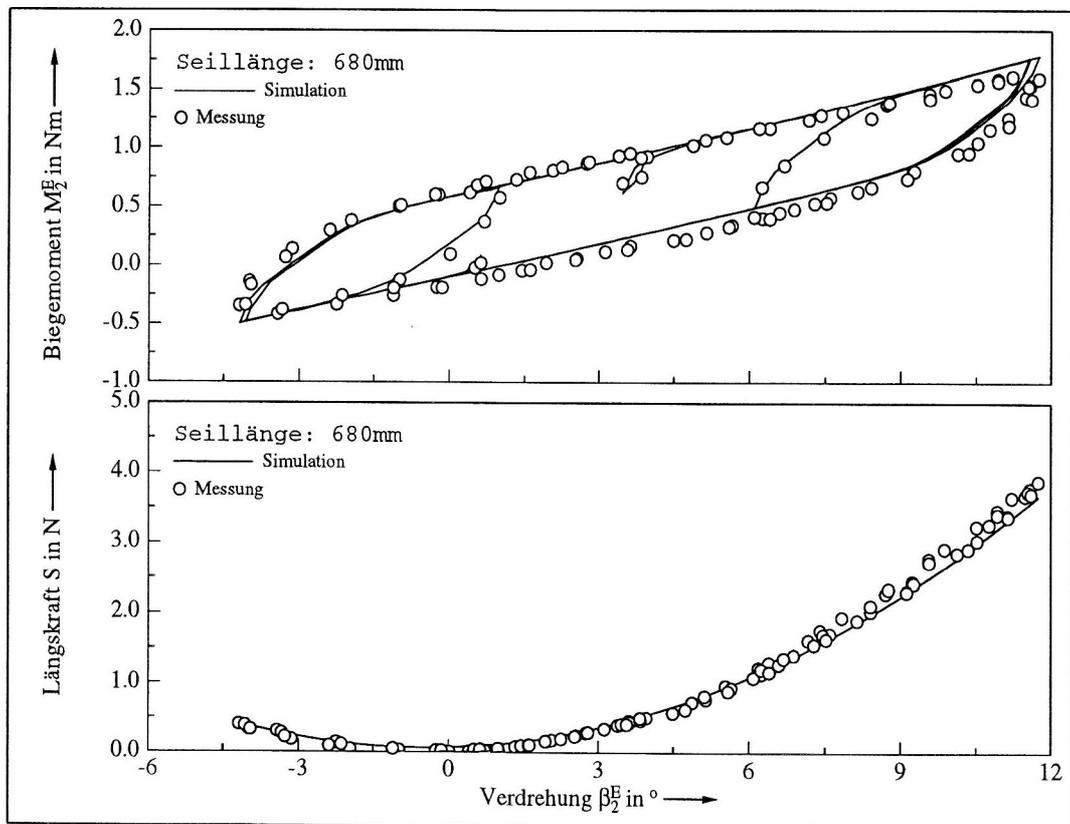


Bild 5. Messungen und Kontrollrechnungen

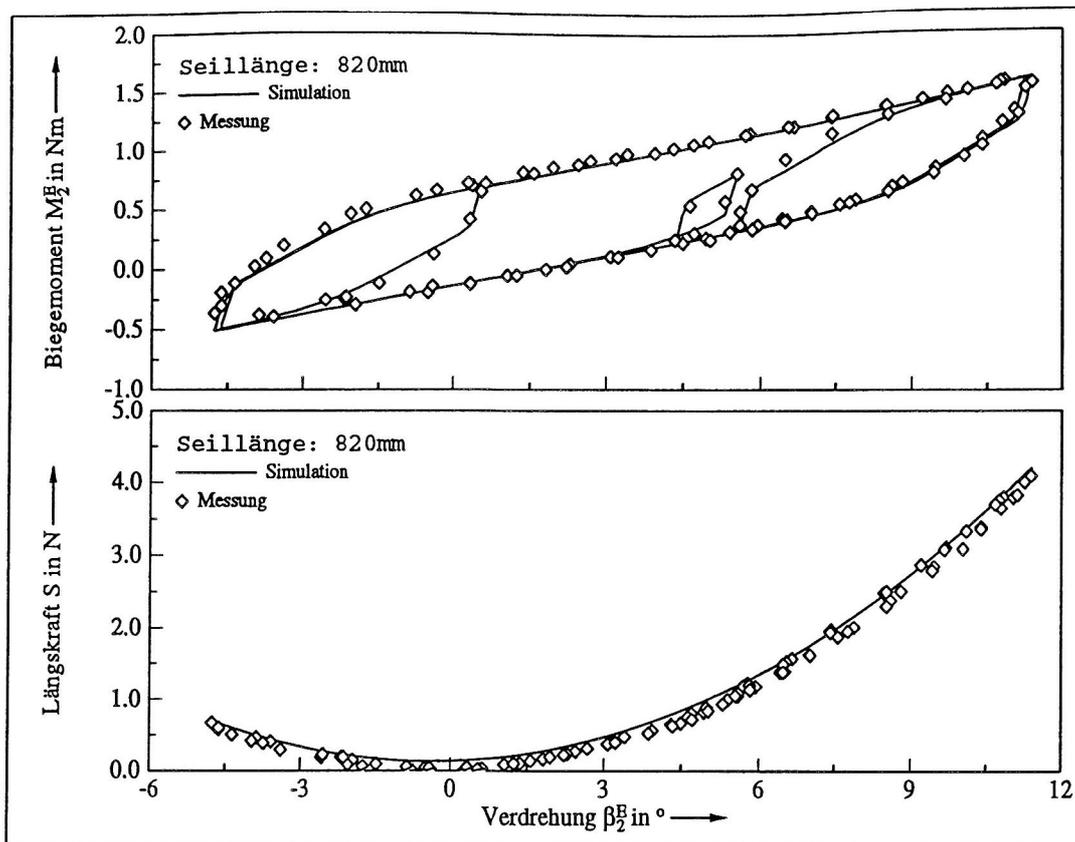


Bild 6. Messungen und Kontrollrechnungen

Mit den ermittelten Parametern führen wir Simulationen an dem gleichen Seil aber anderen Seillängen und Verformungsverläufen durch. Bild 5 und 6 zeigen die Gegenüberstellung von Messung und Kontrollrechnung.

Wir erhalten eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung.

Danksagung

Der Autor dankt der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die gewährte Unterstützung.

Literatur

1. James, F., MINUIT -Function minimization and error analysis. Reference manual. CERN Computer-Program Library (1994).
2. Kolsch, H., Schwingungsdämpfung durch statische Hysterese. Fortschrittberichte VDI Reihe 11 Nr. 190. Düsseldorf: VDI-Verlag (1993).
3. Ottl, D., Schwingungen mechanischer Systeme mit Strukturdämpfung. VDI-Forschungsheft Nr. 603. Düsseldorf: VDI-Verlag (1981).
4. Plagge, F., Nichtlineares, inelastisches Verhalten von Spiralseilen. Dissertation, TU Braunschweig (1997).
5. Schwetlick, H., Nichtlineare Parameterschätzung: Modelle, Schätzkriterien und numerische Algorithmen. GAMM-Mitteilungen Heft 2, S. 13-51 (1991).