

# Berechnung von Blechumformprozessen auf der Grundlage der Abbildung von Flächen

E. Kullig, J. Brummund, R. John, G. Landgraf, V. Ulbricht

*Es wird ein Näherungsverfahren zur Berechnung von Blechumformprozessen auf der Grundlage der Abbildung von Flächen vorgestellt. Ausgehend von einer Beschreibung des Materialverhaltens durch finite Stoffgesetze wird die genaue Form der Abbildung aus der Minimierung eines Potentials ermittelt. Die verwendeten finiten Stoffgesetze der Deformationstheorie für große Verformungen lassen sich aus der Integration differentieller Beziehungen unter proportionalen Beanspruchungen herleiten. Das Blechbauteil wird als Schale modelliert, wobei der Einfachheit halber eine Membrantheorie zugrundegelegt wird. Eine Erweiterung der Vorgehensweise auf die Biegetheorie ist prinzipiell möglich. Am Beispiel des Tiefziehens einer Rechteckwanne werden verschiedene Modellierungen verglichen.*

## 1 Einleitung

Im Ablauf der Produktentwicklung von Blechbauteilen kann es von Interesse sein, allein aus der Geometrie des Blechteils eine Aussage zu den durch die Umformung auftretenden Spannungen, Formänderungen und damit zur prinzipiellen Herstellbarkeit des Teils zu erhalten. Eine solche Situation ist sowohl in der Konstruktionsphase als auch zu Beginn der technologischen Auslegung bei der Eingrenzung möglicher Stufenfolgen denkbar. Für diesen Zweck wurde in (Landgraf, 1991) ein Berechnungsmodell vorgestellt, welches den Umformprozeß als Abbildung zwischen Ausgangs- und Momentanfläche ohne Einbeziehung von Werkzeugen modelliert. Für starr-plastisches Materialverhalten kann diese Vorgehensweise auf mehrstufige Umformprozesse erweitert werden (Kullig, 1996). Es wird davon ausgegangen, daß die Form des Blechbauteils zu verschiedenen Zeitpunkten des Umformprozesses näherungsweise bekannt ist und zunächst durch jeweils eigene Gaußsche Koordinaten unabhängig voneinander mit hinreichend stetigen Koordinatenfunktionen vorgegeben werden kann. Der Umformprozeß wird dann als eine Transformation zwischen den Gaußschen Koordinaten aufeinanderfolgender Konfigurationen aufgefaßt, deren genaue Form aus der Minimierung eines Potentials mit einem Optimierungsverfahren berechnet wird. Für die praktische Anwendung ist i. allg. eine Aufbereitung der gegebenen CAD-Flächen erforderlich, worauf allerdings nicht weiter eingegangen werden soll. Der Schwerpunkt dieses Beitrags liegt in der Erläuterung der kontinuumsmechanischen Grundlagen des mehrstufigen Simulationsmodells.

## 2 Beschreibung der Schalenmittelflächen

Eine Fläche im dreidimensionalen Euklidischen Raum wird durch den Ortsvektor  $\vec{r}_0 = \bar{z}^n(x^\alpha)\vec{e}_n$  beschrieben. Dabei sind  $\bar{z}^n$  die kartesischen Koordinaten bzgl. einer raumfesten orthonormierten Basis und  $x^\alpha$  die Gaußschen Koordinaten bzw. Parameter des Punktes. Die Koordinatenfunktionen  $\bar{z}^n(x^\alpha)$  werden für die einzelnen Flächen rechnerintern durch zweidimensionale rationale Splines dargestellt. Diese ergeben sich nach einer Unterteilung der Parameterebene in einzelne Teilrechtecke  $R_{ij}$  mit den Eckpunkten  $\{x_i^1, x_{i+1}^1, x_j^2, x_{j+1}^2\}$  innerhalb eines Teilrechtecks  $R_{ij}$  zu (Späth, 1991):

$$\bar{z}^n = \sum_{R=1}^4 \sum_{S=1}^4 D_{RS}^n F_R(x^1) F_S(x^2) \quad (1)$$

mit den  $C^2$ -stetigen Basisfunktionen:

$$F_1(x^\alpha) = \frac{x_{i+1}^\alpha - x^\alpha}{\Delta x_i^\alpha} \quad F_2(x^\alpha) = \frac{x^\alpha - x_i^\alpha}{\Delta x_i^\alpha} \quad F_3(x^\alpha) = \frac{[F_1(x^\alpha)]^3}{1+p F_2(x^\alpha)} \quad F_4(x^\alpha) = \frac{[F_2(x^\alpha)]^3}{1+p F_1(x^\alpha)}$$

mit  $\Delta x_i^\alpha = x_{i+1}^\alpha - x_i^\alpha$ ,  $p > 0$ . Die Fläche ist damit vollständig durch die Zahlenwerte  $D_{RS}^n$  beschrieben. Sie werden von dem CAD-Programm übernommen, mit dem die Fläche konstruiert wurde.

Aus den partiellen Ableitungen des Ortsvektors folgen die kovarianten Basisvektoren der Tangentialebene

$$\vec{a}_\alpha = \vec{r}_{0,\alpha} \quad (2)$$

und durch  $\vec{a}_\alpha \cdot \vec{a}^\beta = \delta_\alpha^\beta$  sind die kontravarianten Basisvektoren bestimmt. Die ko- bzw. kontravarianten Metrikensoren der Fläche ergeben sich dann aus

$$a_{\alpha\beta} = \vec{a}_\alpha \cdot \vec{a}_\beta \quad a^{\alpha\beta} = \vec{a}^\alpha \cdot \vec{a}^\beta \quad (3)$$

Das Flächenelement ist durch  $da = \sqrt{\det(a_{\alpha\beta})} dx^1 dx^2 = \sqrt{a} dx^1 dx^2$  gegeben. Die Beschreibung bzw. die Berechnung der zusammengestellten geometrischen Kenngrößen erfolgt zunächst für jede vorzugebende Schalenmittelfläche separat.

### 3 Kinematische Beziehungen

Für die Berechnung der Verformungen aus einem Vergleich der verformten Schale zu verschiedenen Zeitpunkten ist es notwendig, zwischen einzelnen Konfigurationen zu unterscheiden. Dazu werden die Gaußschen Koordinaten des Ausgangs-, des vorherigen bzw. Zwischen- und des aktuellen Zustandes mit  $x^\alpha = \tilde{x}^K, \bar{x}^\Lambda, x^k$  bezeichnet (Bild 1) und Tensoren, die auf diese Konfigurationen bezogen sind, durch einen entsprechenden Kopfzeiger A, Z oder M gekennzeichnet.

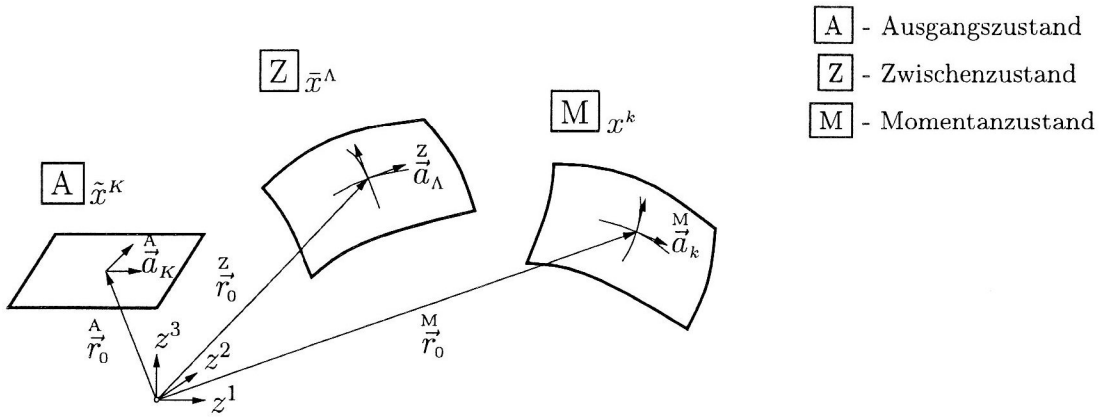


Bild 1. Schalenmittelflächen für einen zweistufigen Umformprozess

Die materiellen Teilchen können eindeutig durch die Koordinaten  $\tilde{x}^K$  des Ausgangszustandes identifiziert werden. Diese stellen gleichzeitig für die Formulierung des Randwertproblems die unabhängigen Koordinaten dar und können als konvektiv aufgefaßt werden. Durch die eineindeutigen Abbildungsfunktionen

$$x^k = x^k(\tilde{x}^K) = \sum p_{rs}^k N_r(\tilde{x}^1) N_s(\tilde{x}^2) \quad \bar{x}^\Lambda = \bar{x}^\Lambda(\tilde{x}^K) \quad - \quad \text{analog} \quad (4)$$

wird die Lage eines materiellen Teilchens auf den vorgegebenen Flächen angegeben. In Gleichung (4) sind  $p_{rs}^k$  die noch zu bestimmenden Parameter des Verformungsansatzes und  $N_r(\tilde{x}^K)$  die zugehörigen Formfunktionen in Form von zweidimensionalen Basis-Splines (Späth, 1991). Sie sind ebenfalls  $C^2$ -stetig.

Als Verzerrungsmaß werden die logarithmischen Dehnungen in den Hauptstreckungsachsen berechnet. Die Streckungsinkremente  $\Delta\lambda_\alpha = d^M_{\tilde{s}_\alpha} / d^Z_{\tilde{s}_\alpha}$  bzw. Gesamtstreckungen  $\lambda_{\tilde{\alpha}} = d^M_{\tilde{s}_\alpha} / d^A_{\tilde{s}_\alpha}$  lassen sich aus den beiden Hauptachsenproblemen

$$\left( \overset{M}{a}_{KL} - \Delta\lambda_\alpha^2 \overset{Z}{a}_{KL} \right) c_\alpha^L = 0 \quad \left( \overset{M}{a}_{KL} - \lambda_{\tilde{\alpha}}^2 \overset{A}{a}_{KL} \right) c_{\tilde{\alpha}}^L = 0 \quad (5)$$

berechnen. Die logarithmischen Dehnungsinkremente bzw. Gesamtdehnungen ergeben sich dann aus

$$\Delta\varphi_\alpha = \ln \Delta\lambda_\alpha \quad \varphi_{\tilde{\alpha}} = \ln \lambda_{\tilde{\alpha}} \quad (6)$$

In den Gleichungen (5) wurden die Metrikensoren der Flächen gemäß

$$\overset{M}{a}_{KL} = c_K^k c_L^l \overset{M}{a}_{kl} \quad \overset{Z}{a}_{KL} = c_K^\Lambda c_L^\Omega \overset{Z}{a}_{\Lambda\Omega} \quad (7)$$

in die konvektiven Koordinaten des Ausgangszustandes umgerechnet. Die Transformationskoeffizienten  $c_K^\Lambda = \partial \bar{x}^\Lambda / \partial \bar{x}^K$  und  $c_K^k = \partial x^k / \partial \bar{x}^K$  ergeben sich aus den partiellen Ableitungen der Gleichungen (4). Durch die Transformationskoeffizienten  $c_\alpha^L, c_\alpha^L$  in den Gleichungen (5) werden die Richtungen der Hauptachsen in Bezug zum konvektiven Koordinatensystem  $\bar{x}^K$  angegeben. Die Hauptrichtungen für das Streckungsinkrement und die Gesamtstreckungen stimmen i. allg. nicht überein. Deshalb ergeben sich die logarithmischen Gesamtdehnungen  $\varphi_{\bar{\alpha}}$  auch nicht aus der Summation der logarithmischen Dehnungsinkremente  $\Delta\varphi_\alpha$ .

Da die Blechdickenrichtung entkoppelt ist, folgen die logarithmischen Dehnungsinkremente bzw. Gesamtdehnungen aus  $\Delta\varphi_3 = \ln(\bar{h}^M/\bar{h}^Z)$  bzw.  $\varphi_3 = \ln(\bar{h}^M/\bar{h}^A)$ .

#### 4 Stoffgesetze

Es wird von einem finiten Stoffgesetz ausgegangen, welches einen funktionalen Zusammenhang zwischen dem Kirchhoffschen Spannungstensor und dem logarithmischen Verzerrungstensor bzw. dessen Inkrement beinhaltet. Solche finiten Beziehungen können aus der Integration eines differentiellen Stoffgesetzes der Fließtheorie unter proportionalen Beanspruchungswegen abgeleitet werden (Chung, 1993; Kullig, 1995). Hierfür ist allerdings eine Fallunterscheidung notwendig, je nachdem, ob der Umformprozeß nur in einem Schritt oder in mehreren Schritten modelliert werden soll.

Ausgangspunkt für einen einstufigen Umformprozeß ist das differentielle elastisch-plastische Stoffgesetz

$$\tilde{\mathbf{d}} = \tilde{\mathbf{d}}^e + \tilde{\mathbf{d}}^p = \mathcal{E} \cdot \dot{\tilde{\boldsymbol{\tau}}} + \dot{\lambda} \frac{\partial F(\tilde{\boldsymbol{\tau}})}{\partial \tilde{\boldsymbol{\tau}}} \quad (8)$$

mit  $\tilde{\mathbf{d}} = \mathbf{R}^T \mathbf{d} \mathbf{R}$  und  $\tilde{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{R}^T \boldsymbol{\tau} \mathbf{R}$ . Dabei ist  $\mathbf{d}$  der Deformationsgeschwindigkeitstensor,  $\boldsymbol{\tau}$  der Kirchhoffsche Spannungstensor und  $\mathbf{R}$  die aus der polaren Zerlegung des Deformationsgradienten resultierende starre Drehung des Teilchens.  $\mathcal{E}$  ist der als konstant angenommene Elastizitätstensor. Durch  $F = \tau_v(\tilde{\boldsymbol{\tau}}) - \tau_F(\varphi_v^p) = 0$  wird die Fließbedingung unter Annahme einer isotropen Verfestigung beschrieben. Dabei ist die Vergleichsspannung  $\tau_v(\tilde{\boldsymbol{\tau}})$  eine homogene Funktion 1. Grades von  $\tilde{\boldsymbol{\tau}}$  und durch  $\tau_F(\varphi_v^p)$  wird die Verfestigung des Werkstoffs beschrieben. In Gleichung (8) wurde davon ausgegangen, daß die elastischen Verzerrungsanteile klein gegenüber den plastischen Verzerrungsanteilen sind, was für Metalle in der Regel zutrifft. Wird innerhalb des Umformschrittes die Annahme getroffen, daß die Spannungen gemäß  $\tilde{\boldsymbol{\tau}}(t) = s(t) \tilde{\boldsymbol{\tau}}^1$  proportional bis auf den Endwert  $\tilde{\boldsymbol{\tau}}^1$  zunehmen, liegt aufgrund der vorausgesetzten Isotropie eine orthogonale Verformung vor, d.h. die materiellen Hauptstreckungsrichtungen bleiben unverändert. In diesem Fall ist der Deformationsgeschwindigkeitstensor gleich der materiellen Zeitableitung des Lagrangeschen logarithmischen Verzerrungstensors, d.h.  $\tilde{\mathbf{d}} = \dot{\Phi}$  mit  $\Phi = \ln \mathbf{U}$ . Unter Einbeziehung der dargestellten Zusammenhänge kann Gleichung (8) analytisch integriert werden und liefert das gesuchte finite Stoffgesetz in der allgemeinen Form

$$\Phi = \Phi^e + \Phi^p = \mathcal{E} \cdot \tilde{\boldsymbol{\tau}} + \varphi_v^p \frac{\partial \tau_v}{\partial \tilde{\boldsymbol{\tau}}} \quad (9)$$

Bei einem mehrstufigen Umformprozeß liegt unter Annahme proportional anwachsender Spannungen und elastisch-plastischen Materialverhaltens keine orthogonale Verformung vor, und der Deformationsgeschwindigkeitstensor  $\tilde{\mathbf{d}}$  läßt sich nicht mehr als Zeitableitung eines Verzerrungstensors darstellen. Die Integration eines differentiellen Stoffgesetzes gelingt jedoch für starrplastisches Materialverhalten unter Annahme proportionaler logarithmischer Dehnungsinkremente und führt analog zu Gleichung (9) auf das finite Stoffgesetz

$$\Delta\Phi = \Delta\varphi_v^p \frac{\partial \tau_v}{\partial \tilde{\boldsymbol{\tau}}} \quad (10)$$

Im folgenden soll nur noch auf das starr-plastische Materialmodell für mehrstufige Simulationen eingegangen werden. Für den ebenen Spannungszustand und unter Annahme einer normalen Anisotropie ergeben sich in der Hauptachsenform für Gleichung (10) die Beziehungen

$$\tau_I = \frac{(1+R)^2}{1+2R} E_p (\Delta\varphi_I + \frac{R}{1+R} \Delta\varphi_{II}) \quad \tau_{II} = \frac{(1+R)^2}{1+2R} E_p (\Delta\varphi_{II} + \frac{R}{1+R} \Delta\varphi_I) \quad (11)$$

$E_p$  ist der plastische Sekantenmodul und  $R$  das Verhältnis zwischen Quer- und Dickendehnung im Blech. Die Vergleichsspannung und das Inkrement der plastischen logarithmischen Vergleichsdehnung berechnen sich aus

$$\tau_v = \sqrt{\tau_I^2 - \frac{2R}{1+R} \tau_I \tau_{II} + \tau_{II}^2} \quad (12)$$

$$\Delta \varphi_v^p = \sqrt{\frac{(1+R)^2}{1+2R} \left[ (\Delta \varphi_I)^2 + \frac{2R}{1+R} (\Delta \varphi_I)(\Delta \varphi_{II}) + (\Delta \varphi_{II})^2 \right]}$$

Im Unterschied zu den Komponenten  $\Delta \varphi_\alpha$  ergibt sich die gesamte plastische logarithmische Vergleichsdehnung gemäß  $\varphi_v^p = \sum \Delta \varphi_v^p$  aus der Summe ihrer Inkremente. Umgestellt nach den Spannungen kann Gleichung (10) auch durch

$$\tau_\alpha = \rho_0 \frac{\partial \Delta W_f^*}{\partial \Delta \varphi_\alpha} \quad \text{mit} \quad \rho_0 \Delta W_f^* = \int_0^{\Delta \varphi_\alpha} \tau_v d(\Delta \varphi_\alpha) \quad (13)$$

dargestellt werden, d.h., die Spannungen lassen sich aus einem lokalen Potential ableiten.

## 5 Variationsprinzip

Dem lokalen Potential (13) läßt sich mittels einer Integration über das gesamte Bauteil durch

$$\Delta W_f = \iint_{G_2} \rho_0 \Delta W_f^* \hat{h} \sqrt{\hat{a}} d\tilde{x}^1 d\tilde{x}^2 \quad (14)$$

ein globales Potential zuordnen, wobei  $G_2$  das Parametergebiet der konvektiven Koordinaten  $\tilde{x}^K$  ist.  $\rho_0 \Delta W_f^*$  kann entsprechend Gleichung (13) als Fläche unter der Verfestigungskurve aufgefaßt werden. Nach den Gleichungen (5), (6), (12) und (13) gilt für seine funktionale Abhängigkeit die prinzipielle Form  $\Delta W_f^* = f[\Delta \varphi_\alpha(x^k, c_L^l)]$ . Die Abhängigkeit von  $x^k$  resultiert daraus, daß in der Hauptachsentransformation die ortsveränderliche Metrik der vorgegebenen Fläche über die Gleichungen (7) enthalten ist. Für die Variation von Gleichung (14) erhält man damit

$$\delta(\Delta W_f) = \iint_{G_2} \left\{ \rho_0 \frac{\partial(\Delta W_f^*)}{\partial \Delta \varphi_\alpha} \frac{\partial \Delta \varphi_\alpha}{\partial x^k} \delta x^k + \rho_0 \frac{\partial(\Delta W_f^*)}{\partial \Delta \varphi_\alpha} \frac{\partial \Delta \varphi_\alpha}{\partial c_K^k} \delta c_K^k \right\} \hat{h} \sqrt{\hat{a}} d\tilde{x}^1 d\tilde{x}^2 \quad (15)$$

Mit den partiellen Ableitungen des logarithmischen Dehnungsinkrementes

$$\frac{\partial \Delta \varphi_\alpha}{\partial x^k} = \frac{c_\alpha^m c_\alpha^n}{2 \hat{a}_{\alpha\alpha}^m} \hat{a}_{mn,k} \quad \frac{\partial \Delta \varphi_\alpha}{\partial c_K^k} = \frac{\hat{a}_{kl} c_\alpha^K c_\alpha^L}{\hat{a}_{\alpha\alpha}^M} c_L^l \quad (\text{über } \alpha \text{ nicht summieren}) \quad (16)$$

und der Umformung

$$\rho_0 \frac{\partial(\Delta W_f^*)}{\partial \Delta \varphi_\alpha} \hat{h} \sqrt{\hat{a}} = \tau_\alpha \hat{h} \sqrt{\hat{a}} = \sigma_\alpha^M \hat{h} \sqrt{\hat{a}} \quad (17)$$

folgt aus Gleichung (15)

$$\delta(\Delta W_f) = \iint_{G_2} \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{\hat{a}} \sigma^{mnM} \hat{a}_{mn,l} \delta x^l + \sqrt{\hat{a}} \sigma^{LM^M} \hat{a}_{MN} c_l^N \delta c_L^l \right\} d\tilde{x}^1 d\tilde{x}^2 \quad (18)$$

Dabei ist  $\sigma$  der wahre Spannungstensor. Unter Beachtung von  $\delta c_L^l = (\delta x^l)_{,L}$  und Anwendung des Gaußschen Integralsatzes kann Gleichung (18) in die Gestalt

$$\delta(\Delta W_f) = \iint_{G_2} G_k \delta x^k d\tilde{x}^1 d\tilde{x}^2 + \oint_C R_k \delta x^k ds^C \quad (19)$$

$$\text{mit} \quad G_k = c_k^N \sqrt{\hat{a}} \hat{a}_{LN}^M n^{KL} \parallel_K$$

$$R_k = n^{KL} \hat{a}_{LN}^M c_k^N \nu_K$$

überführt werden. Dabei bezeichnet  $C$  die Randkurve der Schalenmittelfläche,  $\nu_K$  deren Einheitsnormalenvektor,  $\parallel$  die kovariante Ableitung auf der Fläche und  $n^{KL} = \sigma^{\kappa L} \overset{M}{h}$  die Schnittkräfte der Membrantheorie. Nach Gleichung (19) folgen somit aus  $\delta(\Delta W_f) = 0$  die Gleichgewichtsgleichungen der Membrantheorie innerhalb der Tangentialebene unter Vernachlässigung äußerer tangentialer Belastungen

$$n^{KL} \parallel_K = 0 \quad (20)$$

sowie die statischen Randbedingungen für den Teil des Randes, an dem keine Verschiebungen vorgegeben sind, in der Form

$$n^{KL} \nu_K \nu_L = 0 \quad n^{KL} \nu_K \tau_L = 0 \quad (21)$$

mit  $\tau_L$  als Einheitstangentenvektor der Randkurve. Die Vernachlässigung äußerer Belastungen innerhalb der Tangentialebene bedeutet, daß Reibungseinflüsse zunächst unberücksichtigt bleiben. Durch Auswertung der zusätzlichen Gleichgewichtsgleichung in der Schalennormalenrichtung kann der für die Umformung erforderliche Druck und daraus die notwendige Stempelkraft berechnet werden.

## 6 Lösungsverfahren

Entsprechend den erläuterten Zusammenhängen ist das Inkrement des globalen Potentials einer Umformstufe  $\Delta W_f$  eine Funktion der Parameter  $p_{rs}^k$  des Verformungsansatzes (4). In Abhängigkeit hiervon wird das Minimum bestimmt, was einer Ermittlung eines stabilen Gleichgewichtszustandes entspricht (Washizu, 1982). Die Frage, ob es verschiedene Lösungen, d.h. mehrere lokale Minima gibt, läßt sich allgemeingültig nicht beantworten. Für die praktische Anwendbarkeit kommt es darauf an, vor der Minimierung durch elementare Methoden günstige, dem Problem angepaßte Startwerte zu berechnen.

Für die Minimierung wurden sowohl achsenparallele Suchverfahren ohne Gradientenberechnung als auch verschiedene Varianten von Gradientenverfahren untersucht. Die größte Rechengeschwindigkeit konnte durch die Implementierung eines konjugierten Gradientenverfahrens mit einer effektiven Liniensuche erreicht werden (John, 1997). Dabei werden die Gradienten  $\partial \Delta W_f^* / \partial p_{rs}^k$  durch das automatische Differenzieren berechnet. Die Berechnung des globalen Potentials nach den Gleichungen (13) wird numerisch über eine Gauß-Integration durchgeführt.

Bei allen untersuchten Verfahren wurde zunächst das Minimum des globalen Potentials mit einer geringen Anzahl an Parametern ermittelt. Anschließend wird deren Anzahl in der Weise erhöht, daß die vorher ermittelte Lösung als Startwert für eine erneute Minimierung verwendet werden konnte. Im Rahmen der hier verwendeten B-Spline-Ansatzfunktionen bedeutet dieses Vorgehen eine Ausnutzung der h-Konvergenz. Ist die endgültige Form des Ansatzes erreicht, können die interessierenden Ergebnisse wie Spannungen nach Gleichung (11) und Wanddickenänderungen ermittelt und kann zur Berechnung der nächsten Umformstufe übergegangen werden.

## 7 Beispiel

An einem einfachen Beispiel des Tiefziehens einer Rechteckwanne werden zwei unterschiedliche Simulationen mit einer Referenzlösung, die mit dem FEM-Programm MARC ermittelt wurde, verglichen. Aufgrund der doppelten Symmetrie braucht nur ein Viertel der Wanne berechnet werden. Die vorzuziehenden Flächen wurden mit jeweils einem Makroelement beschrieben. In Bild 2 ist das verformte Blech bei der maximalen Ziehtiefe von 140 mm dargestellt. Die Simulation mit dem vorgestellten Algorithmus wurde in einem sowie in sieben Schritten mit einer angenommenen Stempelbewegung von jeweils 20 mm vorgenommen. Für die Gauß-Integration zur Berechnung des globalen Potentials wurden 576 Integrationsstützstellen verwendet. Die maximale Ansatzhöhe für die Verformungsabbildung (4) betrug je Koordinatenrichtung 19, so daß sich unter Beachtung der Symmetrierandbedingungen eine maximale Anzahl von ca. 680 Freiwerten je Umformstufe ergab.

Als Ergebnis ist in Bild 3 der Verlauf der plastischen logarithmischen Vergleichsdehnung entlang einer Schnittlinie unter 45° zur Stempellecke dargestellt. Während für die mehrstufige Modellierung mit dem hier vorgestellten Modell die Übereinstimmung sehr gut ist, gibt es bei der einstufigen Simulation gewisse Abweichungen hinsichtlich des Maximalwertes.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Es wurde ein Design-Code zur näherungsweise Berechnung von Blechumformprozessen vorgestellt. Die beiden grundlegenden Modellannahmen bestehen in der Vorgabe der Flächen sowie der Minimierung eines globalen Potentials. Ausgehend vom vorgestellten Modell sind verschiedene Weiterentwicklungen möglich. Für eine Berechnung komplizierterer Geometrien ist die Verwendung mehrerer Flächenelemente zur Geometriebeschreibung notwendig. Damit sind aber sofort Auswirkungen auf die Form der gesuchten Ansatzfunktionen verbunden, weil sie die Gaußschen Parameter der Flächen als Variable beinhalten. Reibungseinflüsse lassen sich mit der Verwendung eines globalen Potentials nicht modellieren. Hierzu wäre unter Beibehaltung der Vorgabe der Flächen ein Modell auf der Basis einer schwachen Formulierung der Gleichgewichtsbedingungen mittels Lösung eines nichtlinearen Gleichungssystems denkbar. In beiden Richtungen wird derzeit gearbeitet.

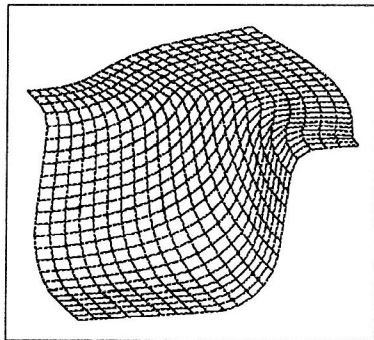


Bild 2. Umgeformtes Blech bei größter Ziehtiefe (Konvektive Koordinatenlinien)

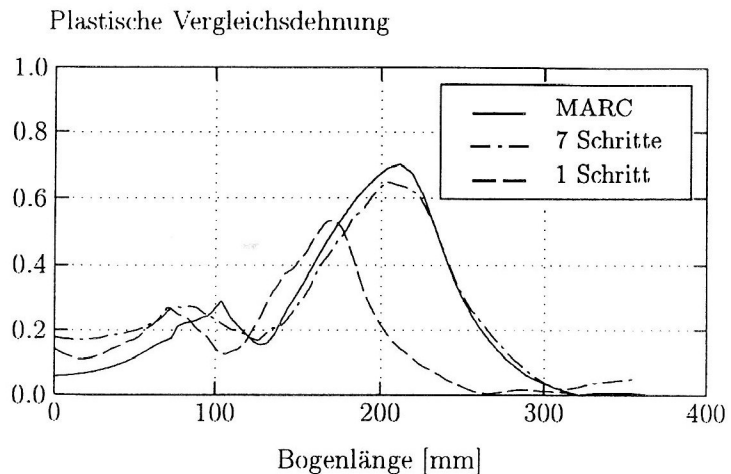


Bild 3. Vergleich verschiedener Simulationen

### Literatur

1. Chung, K.; Richmond, O.: A deformation theory of plasticity based on minimum work path, Int. J. Plasticity, 9, (1993), 907-920.
2. John, R.; Ulbricht, V.; Landgraf, G.: Optimierung der technologischen Gestaltung von Umformproblemen, Arbeitsbericht zum Teilprojekt der DFG-Forschergruppe IOKOMO an der TU Dresden, (1997).
3. Kullig, E.; Ulbricht, V.: Deformationstheorie und große plastische Verformungen, in Tagungsband Workshop Numerische Methoden der Plastomechanik, IfM Universität Hannover, (1995), 139-151.
4. Kullig, E.; Brummund, J.; Landgraf, G.: Simulation von Umformprozessen auf der Basis der Deformationstheorie, Kurzvortrag GAMM-Jahrestagung in Prag 1996.
5. Landgraf, G.; Modler, K.-H.; Ziegenhorn, M.: Forming of Shells. VDI-Berichte Nr. 894, (1991), 293-305.
6. Späth, H.: Zweidimensionale Spline-Interpolations-Algorithmen, R. Oldenburg Verlag, München Wien (1991).
7. Washizu, K.: Variational Methods in Elasticity and Plasticity, Pergamon Press, Oxford New York Toronto Sydney Paris Frankfurt (1982).

---

*Anschrift:* Dr.-Ing. E. Kullig, Dr.-Ing. J. Brummund, Dr.-Ing. R. John, Prof. Dr. rer. nat. G. Landgraf und Prof. Dr.-Ing. V. Ulbricht, TU Dresden, Institut für Festkörpermechanik, Mommsenstr. 13, D-01062 Dresden