# Simulation des Deformations- und Versagensverhaltens bei stoßartiger Belastung

## T. Nerzak

Das Deformations- und Versagensverhalten stoßartig belasteter metallischer Strukturen wird maßgeblich durch Scherbandbildung und Scherbandwachstum beeinflußt. Es wird ein Materialmodell vorgestellt, das die Entstehung von Mikro-Scherbändern berücksichtigt und einen Ansatz zur Beschreibung der Ausbreitung von Makro-Scherbändern enthält. Am Beispiel der FE-Simulation des Durchschlagversuches wird die Anwendbarkeit des Stoffgesetzes überprüft.

# 1 Einleitung

Als eine typische Erscheinungsform einer lokalisierten plastischen Deformation beobachtet man Scherbänder in unterschiedlichen Materialien, wie z.B. Metallen, Polymeren, Epoxidharzen und Geomaterialien. Neben Rissen und Poren sind Scherbänder ein wichtiger Mechanismus, der zur Schwächung oder Fragmentierung einer belasteten Struktur führen kann.

Die sogenannten adiabatischen Scherbänder entstehen aufgrund lokaler Erwärmung und durch Spannungskonzentrationen, z.B. an Fehlstellen des Materials. Bei hohen Prozeßgeschwindigkeiten erhält man quasi-adiabate Zustände, da die entstehende Wärme nicht schnell genug abtransportiert werden kann, so daß es in Folge zur thermischen Entfestigung, zur Lokalisierung der plastischen Deformation und zur Ausbreitung eines Scherbandes kommt.



Bild 1. Scherband mit Porenbildung in einer Molybdän-Legierung, aus Bai und Dodd (1992)

Abhängig von den Materialeigenschaften und der Belastung beobachtet man häufig Materialtrennung durch Poren- und Rißbildung entlang des Scherbandes. Bild 1 zeigt am Beispiel einer dynamisch belasteten Molybdän-Legierung die Bildung eines adiabatischen Scherbandes mit nachfolgender Materialtrennung durch Porenbildung in der Scherbandzone. Man erkennt die helle, durch Scherbandbildung geschädigte Zone und einzelne Poren, die sich innerhalb dieses Bereiches gebildet haben. Im oberen linken Bildabschnitt ist bereits das Zusammenwachsen der Hohlräume zu erkennen. Scherbandbildung und -wachstum sind damit nicht nur für das Deformationsverhalten, sondern auch für die Analyse des Bruchverhaltens dynamisch belasteter Strukturen von großer Bedeutung.

#### 2 Materialmodellierung

Das hier verwendete Materialmodell basiert auf einem Kontinuums-Schädigungs-Modell, das von Bruhns (1989), Diehl (1989) und Fornefeld (1990) entwickelt wurde. Die Beschreibung des Materialverhaltens wird hierbei in zwei Phasen unterteilt. Die erste Phase umfaßt den Belastungsprozeß bis zum Zeitpunkt der Entstehung eines Makrodefektes. Von einem Makrodefekt sprechen wir in diesem Zusammenhang, wenn eine charakteristische Größe dieses Defektes so groß wird, daß dieser innerhalb eines sinnvoll gewählten repräsentativen Volumenelementes nicht mehr homogenisiert werden kann. Das Materialverhalten kann in dieser ersten Phase durch eine Kontinuumstheorie mit Berücksichtigung von Schädigungseinflüssen modelliert werden. Das Materialverhalten nach der Entstehung eines Makrodefektes wird durch eine sogenannte Fragmentierungstheorie modelliert, die die Ausbreitung von Makrodefekten mit Methoden der Bruchmechanik beschreibt.

Das Kontinuums–Schädigungs–Modell ist ein für große Deformationen formuliertes, viskoplastisches Stoffgesetz. Neben isotroper und kinematischer Verfestigung werden weitere interne Variablen zur Beschreibung der Mikrostrukturänderungen eingeführt. Durch die Berücksichtigung des ersten Hauptsatzes der Thermodynamik können nichtisotherme Prozesse modelliert werden. Die Verträglichkeit des Stoffgesetzes mit dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik ist durch die Erfüllung der aus der Clausius– Duhem–Ungleichung resultierenden Restriktionen für die Materialfunktionen gegeben. Als thermodynamisches Potential wird die freie Enthalpie verwendet. Durch die Abhängigkeit dieses Potentials und der Wärmeleitungsgleichung von den internen Variablen stellt die Thermodynamik den Zusammenhang zwischen allen Variablen her. Das Modell umfaßt einen Dehnratenbereich von quasistatischen bis hin zu sehr hohen Belastungsgeschwindigkeiten  $(10^{-5}\frac{1}{S} \leq |\dot{\epsilon}| \leq 10^{5}\frac{1}{S})$ , da während einer dynamischen, stoßartigen Belastung lokal stark unterschiedliche Deformationsgeschwindigkeiten auftreten können.

Einflüsse der Mikroschädigung werden durch eine tensorwertige Variable für Mikro-Scherbänder beschrieben. Dieser Scherband-Schädigungs-Tensor wird in Nerzak (1997) als gerichteter Volumenanteil der Mikro-Scherbänder am Gesamtvolumen des repräsentativen Volumenelementes interpretiert. Zur Erläuterung zeigt Bild 2 das repräsentative Volumenelement ( $\Delta V$ ) mit einem einzelnen Mikro-Scherband, stellvertretend für eine Anzahl statistisch verteilter Mikro-Scherbänder in  $\Delta V$ .



Bild 2. Repräsentatives Volumenelement mit einzelnem Mikro-Scherband

Das Gesamtvolumen eines als quaderförmig angenommenen Mikro-Scherbandes wird entsprechend der Anteile der Begrenzungsflächen  $A_{\alpha_1}, A_{\alpha_2}, A_{\alpha_3}$  mit der Vorschrift (1) auf die Teilvolumina  $\delta V_{\alpha_i}$  aufgeteilt.

$$\delta V_{\alpha_i} = \frac{A_{\alpha_i}}{A_{\alpha_1} + A_{\alpha_2} + A_{\alpha_3}} \, \delta V_{\alpha} \tag{1}$$

Die Aufteilung des Gesamtvolumens entsprechend der Größe der Begrenzungsflächen steht im Einklang mit der Vorstellung des Versagensmechanismus bei Scherbandschädigung, als ein Abgleiten benachbarter Materialflächen. Je größer die durch Scherbandbildung geschädigte Fläche mit reduzierter Aufnahmefähigkeit von Schubspannungen ist, desto leichter wird ein solches Abgleiten ermöglicht.

Den Teilvolumina werden dann mit Gleichung (2) die Dyaden aus den Hauptachsen  $\mathbf{e}_{\alpha_i}$  des Quaders zugeordnet. Anschließend wird über alle Mikro-Scherbänder des repräsentativen Volumenelementes summiert. Der Scherbandschädigungstensor  $\mathbf{Z}^0$  enthält damit die Summe der gerichteten Volumenanteile aller

Mikro-Scherbänder des repräsentativen Volumenelementes.

$$\mathbf{Z}^{0} = \sum_{\alpha} \sum_{i=1}^{3} \left\{ \frac{\delta V_{\alpha_{i}}}{\Delta V} \quad \mathbf{e}_{\alpha_{i}} \otimes \mathbf{e}_{\alpha_{i}} \right\}$$
(2)

Das Evolutionsgesetz für den Scherband-Schädigungs-Tensor (3) setzt sich aus einem Entstehungs- und einem Wachstumsanteil zusammen. Der Entstehungsanteil wird repräsentiert durch die Hauptschubspannungsrichtungen  $\mathbf{n}_{\Lambda}$ . Fließbedingung (4) und Belastungsbedingung (5) werden mit den Spannungs- $(\boldsymbol{\Sigma}^0)$  und Temperaturkonzentrationen ( $\Theta^0$ ) formuliert, da diese als maßgebliche Ursache für die Entstehung der Mikrodefekte interpretiert werden. Die Spannungs- und Temperaturkonzentrationen sind – wie der Scherband-Schädigungs-Tensor – als Mikrofelder eingeführt, um lokale Störungen innerhalb des repräsentativen Volumenelementes beschreiben zu können.

$$\mathbf{\ddot{Z}}^{0} = [d_{Z}]_{Z} \langle\!\langle LC_{Z} \rangle\!\rangle \left\{ \frac{2\mu_{3}}{\mathcal{J}_{e}} \|\mathbf{\Sigma}'\|^{2} \sum_{\Lambda} \mathbf{n}_{\Lambda} \otimes \mathbf{n}_{\Lambda} + (\mu_{4} + \omega) \mathbf{Z}^{0} \right\}$$
(3)

falls 
$$G_Z = \frac{1}{\mathcal{J}_e^2} \Sigma^0' \cdots \Sigma^0' - \frac{\nu_Z}{\mathcal{J}_e} \operatorname{tr} \Sigma^0 - h_Z(\Theta^0) \ge 0$$
 (4)

und 
$$LC_Z = \frac{1}{\mathcal{J}_e} \left( \frac{2}{\mathcal{J}_e} \mathbf{\Sigma}^{0\prime} - \nu_Z \mathbf{\underline{1}} \right) \cdots \left( \mathbf{\underline{\Sigma}}^{0} + m \mathbf{\Sigma}^{0} \right) > 0$$
 (5)

Das hochgestellte Quadrat <sup> $\square$ </sup> soll eine objektive Zeitableitung kennzeichnen. (·)' beschreibt den deviatorischen Anteil eines Tensors.  $\mathcal{J}_e$  wird als abkürzende Schreibweise für die Determinante des elastischen Deformationsgradienten verwendet,  $\Sigma$  ist der CAUCHY–Spannungstensor. Die nicht besonders erwähnten Variablen sind Materialfunktionen und –parameter des Kontinuums–Schädigungs–Modells.

Die Evolutionsgesetze der übrigen internen Variablen sowie die Materialfunktionen und Parameter des Stoffgesetzes werden hier aus Platzgründen nicht aufgeführt. Sie können den angegebenen Literaturstellen entnommen werden.

Mit der vorgestellten neuen Interpretation des Mikro-Scherband-Schädigungsmaßes wird über die Definition eines maximal zulässigen Mikro-Scherband-Volumenanteils ein Versagenskriterium abgeleitet. Dieses Versagenskriterium soll hier verstanden werden als Grenze des Gültigkeitsbereiches der Beschreibung durch eine klassische Kontinuumstheorie, also der ersten Phase der Materialbeschreibung im Rahmen der hier vorgestellten Modellierung. Die Forderung für die Gültigkeit des Kontinuums-Schädigungs-Modells lautet:

$$z_{max} < z_{krit}$$

Das Kriterium ist mit Hilfe des größten Eigenwertes  $z_{max}$  des Scherband–Schädigungs–Tensors formuliert. Der Grenzwert  $z_{krit}$  entspricht dann dem maximal zulässigen Mikro–Scherband–Volumenanteil im repräsentativen Volumenelement. Hierbei gehen wir von der plausiblen Vorstellung aus, daß Mikro–Scherbänder mit Flächen gleicher Orientierung bei fortschreitender Belastung zusammenwachsen, sobald ein Mindestabstand unterschritten wird. Das Wachstum von Mikro–Scherbändern unterschiedlicher Ausrichtung wird dagegen durch die mit der Ausbreitung einhergehende Entlastung der Umgebung behindert. Bei Überschreitung des Grenzwertes nehmen wir an, daß die Mikro–Scherbänder in der Ebene, die durch die zu  $z_{max}$  korrespondierende Hauptrichtung festgelegt ist, zu einem Makro–Scherband zusammenwachsen, während es zu einer Entlastung der anderen Richtungen kommt. Dem entstehenden Makro–Scherband wird dann mit dem  $z_{max}$  zugeordneten Eigenvektor eine Orientierung zugewiesen.

Die konstitutiven Beziehungen zur Modellierung des Makro-Scherbandverhaltens werden aus Kompatibilitätsgründen aus dem Kontinuums-Schädigungs-Modell abgeleitet und an das experimentell zu beobachtende Verhalten eines Makro-Scherbandes qualitativ angepaßt. Vereinfachend werden hierbei Schädi-

(6)

gungseinflüsse, Verfestigungseffekte durch Versetzungsbewegungen und Auswirkungen anderer Strukturänderungen, wie zum Beispiel Phasentransformationen, vernachlässigt. Zur Charakterisierung des Materialverhaltens zeigen die Bilder 3 und 4 den Verlauf der Axialspannung bzw. der Temperatur bei Berücksichtigung des Versagenskriteriums für den homogenen Zugversuch. Bei diesen Simulationen wird zunächst das Kontinuums-Schädigungs-Modell verwendet. Bei Erreichen des kritischen Wertes des Mikro-Scherband-Volumenanteils erfolgt ein Wechsel auf das Materialmodell für Makro-Scherbänder. Die strichpunktierten Linien deuten das Verhalten des Kontinuums-Schädigungs-Modells ohne Berücksichtigung des Versagenskriteriums an. Spannungs- und Verzerrungsgrößen werden jeweils normiert auf die Fließspannung und die zugehörige Fließdehnung des Kontinuums-Schädigungs-Modells bei quasistatischen Prozessen ( $\sigma_f = 300$  MPa,  $\varepsilon_f = 1.42857 \cdot 10^{-3}$ ). Die Ergebnisse in den Bildern 3 und 4 zeigen das Verhalten eines fiktiven Vergleichsmaterials, das von Diehl eingeführt wurde, um das qualitative Verhalten einer Klasse metallischer Werkstoffe zu beschreiben. Aufgrund der nicht ausreichenden Anzahl experimenteller Ergebnisse für einen bestimmten Werkstoff aus dieser Klasse ist die Anpassung der Parameter der konstitutiven Beziehungen an ein reales Material zur Zeit nicht möglich.



Bild 3. Axial<br/>spannung für  $\dot{\varepsilon}=10^{-5},10^0,10^2,10^3,10^4,10^5\frac{1}{8}$ , Materialum<br/>schaltung, Zugversuch



Bild 4. Temperaturentwicklung für  $\dot{\varepsilon} = 10^{-5}, 10^0, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5 \frac{1}{8}$ , Materialumschaltung, Zugversuch

Neben der Definition des Scherbandmaterials erfordert die Beschreibung der Ausbreitung des Makro-Scherbandes noch einen Ansatz für die Ausbreitungsgeschwindigkeit c, um das instabile Verhalten eines Makro-Scherbandes beschreiben zu können. Zunächst soll hierzu ein Ansatz zur Ermittlung der Ausbreitungsrichtung des Makro-Scherbandes vorgestellt werden. Die Ausbreitungsrichtung wird durch die Orientierung des Makro-Scherbandes und den aktuellen Spannungszustand vor der Scherbandspitze festgelegt. Hierzu wird zunächst der Normalenvektor  $n_{SB}$  der Makro-Scherband-Ebene aus dem Eigenvektor zum größten Eigenwert des Scherband-Schädigungstensors bestimmt.



Bild 5. Zur Bestimmung der Ausbreitungsrichtung

Die Ausbreitungsrichtung  $\mathbf{e}_c$  in der Makro-Scherband-Ebene wird dann mit Gleichung (7) als längennormierter Vektor in Richtung des Schubspannungsvektors  $\boldsymbol{\tau}_{SB}$  dieser Ebene festgelegt (Bild 5).

$$\mathbf{c} = c \, \mathbf{e}_c \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{e}_c = \frac{\boldsymbol{\tau}_{SB}}{\|\boldsymbol{\tau}_{SB}\|}$$
(7)

Als Ansatz für den Betrag der Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Makro-Scherbandes wird

$$c = \frac{\chi_{c1} h}{1 + \chi_{c2} h} \qquad \text{falls} \qquad h = G_1 - 2\gamma > 0 \tag{8}$$

gewählt. Dieser Ansatz ist thermodynamisch konsistent und mit  $\chi_{c2} > 0$  bezüglich h beschränkt, entsprechend der Modellierung einer endlich großen Ausbreitungsgeschwindigkeit.  $\chi_{c1}$ ,  $\chi_{c2}$  und  $2\gamma$  sind materialspezifische Größen.  $G_1$  wird als abkürzende Schreibweise für das folgende Volumenintegral verwendet (vgl. Bild 6):

$$G_{1} = \lim_{\Gamma \to 0} \int_{V_{\epsilon}} \nabla \cdot \left( \rho \varphi \, \mathbf{e}_{c} - \boldsymbol{\Sigma} \cdot (\nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{e}_{c} \right) \, \mathrm{d}V + \\ \lim_{\Gamma \to 0} \int_{V_{\epsilon}} \nabla \cdot \left( \rho_{M} \varphi_{M} \, \mathbf{e}_{c} - \boldsymbol{\Sigma}_{M} \cdot (\nabla \mathbf{u}_{M}) \cdot \mathbf{e}_{c} \right) \, \mathrm{d}V$$
(9)

Über die freie Energie  $\varphi$  enthält  $G_1$  Informationen über den Spannungs- und Schädigungszustand, die Versetzungsdichte und die Temperatur sowie einen Beitrag aus den Oberflächenkräften. Der Index <sub>M</sub> kennzeichnet Materialgrößen des Makro-Scherband-Modelles.



Bild 6. Makro–Scherbandspitze mit Volumen $V_{\varepsilon}$ 

## 3 Simulation

Als Beispiel für die Simulation des Strukturverhaltens bei stoßartiger Belastung unter Berücksichtigung der Ausbreitung adiabatischer Scherbänder sollen nachfolgend die Ergebnisse der FE-Simulation eines Durchschlagversuches präsentiert werden. Bild 7 zeigt anhand eines axialsymmetrischen FE-Modells schematisch den Aufbau eines solchen Versuches. Ein Zylinder stößt mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten auf eine am Rand eingespannte Kreisplatte. Es wird eine adiabate Prozeßführung vorausgesetzt. Diese Annahme stellt aufgrund des schnellen Prozeßablaufes bei hohen Deformationsgeschwindigkeiten trotz der großen Temperaturgradienten in der unmittelbaren Umgebung des Scherbandes eine gute Näherung dar. Das Materialmodell der Kreisplatte entspricht dem oben dargestellten Verhalten des Vergleichsmaterials, die Diskretisierung erfolgt durch 1395 isoparametrische 4-Knotenelemente. Der auftreffende Zylinder wird durch ein viskoplastisches Materialmodell ohne Berücksichtigung von Schädigungsentwicklung modelliert. Das Zylindermodell zeigt ein verfestigendes Materialverhalten mit geringer Geschwindigkeitsabhängigkeit; die quasistatische Fließspannung beträgt 1340 MPa.



Bild 7. FE–Modell eines Durchschlagversuches

In der nachfolgend gezeigten Simulation soll das Deformations– und Schädigungsverhalten der Kreisplatte exemplarisch anhand des Versuches mit der Aufprallgeschwindigkeit v = 200 m/s untersucht werden. Hierzu werden die Verläufe der von Mises–Vergleichsspannung und der Temperatur in dem dunkel unterlegten Teil der Kreisplatte (r = 0 - 20 mm) dargestellt.

In Bild 8 erkennt man zum Zeitpunkt  $t = 1 \ \mu s$  im Spannungsplot die durch die Platte hindurchlaufende Druckwelle. Das Spannungsniveau erreicht im Zentrum der Druckwelle Werte von über 1000 MPa. Im Randbereich des Zylinders ist bereits eine Makro-Scherbandzone zu beobachten, vor deren Spitze sich ein Spannungsmaximum von ca. 1600 MPa ausbildet. Die Temperatur erreicht in dieser Zone einen Wert von 400 K. Nachfolgend breitet sich dieses Makro-Scherband annähernd in vertikaler Richtung aus. Die Ausbreitungsrichtung ist leicht zur Plattenmitte geneigt. Nach 5  $\mu$ s hat sich das Scherband zu gut einem Drittel über die Plattenhöhe ausgebreitet. Die Spannungsumlagerung von der Scherbandzone in die Umgebung des Scherbandes ist deutlich zu erkennen. Vor der Scherbandspitze erreicht die Vergleichsspannung einen Maximalwert von ungefähr 2000 MPa. Zum Zeitpunkt  $t = 20 \ \mu s$  ist das Scherband durch die gesamte Plattenhöhe hindurchgelaufen. Die Deformation lokalisiert in der schmalen Zone des Scherbandes, die übrigen Bereiche zeigen nur geringe Deformationen. Die Temperatur steigt auf Werte von 1200 K in der Mitte der Scherbandzone. Die Entwicklung der Schädigung bleibt fast ausschließlich auf den schmalen Bereich des Makro-Scherbandes beschränkt. Deutlich zu erkennen ist das Abgleiten des von dem Zylinder getroffenen Bereiches der Platte. Hiermit wird das Ausstanzen eines zylinderförmigen Teils der Kreisplatte angedeutet, das bei hohen Aufprallgeschwindigkeiten auch in Experimenten beobachtet wird. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Makro-Scherbandes liegt im Bereich experimentell ermittelter Werte (z.B. Zhou et al. (1996)). Ein weitergehender quantitativer Vergleich mit Ergebnissen experimenteller Untersuchungen ist aufgrund des modellierten fiktiven Vergleichsmaterials hier nicht sinnvoll.



	< 300	)
	bis 440	)
	bis 580	)
	bis 720	)
	bis 860	)
	bis 1000	)
	> 1000	)

 $t = 10 \ \mu s$ 









Abschließend wird in Bild 9 das Deformationsverhalten der gesamten Kreisplatte für Versuche mit unterschiedlichen Aufprallgeschwindigkeiten verdeutlicht. Bei geringen Aufprallgeschwindigkeiten bis ca. 50 m/s kann die Platte die Aufprallenergie vollständig durch plastische Deformation großer Bereiche aufnehmen. Hierbei bildet sich jeweils im Randbereich des auftreffenden Zylinders ein Makro-Scherband, das sich zunächst stabil ausbreitet, dann aber zum Stillstand kommt. Für v = 200 m/s dagegen lokalisiert die Deformation – wie in Bild 8 gezeigt – nach sehr kurzer Zeit in der schmalen Scherbandzone. Hierdurch wird die Energieaufnahmefähigkeit der Platte deutlich herabgesetzt, der Zylinder erfährt nur noch wenig Widerstand. Dieses Verhalten resultiert in dem hier angedeuteten Ausstanzen eines zylinderförmigen Teils der Kreisplatte. Der Zylinder erfährt in allen berechneten Versuchen nur sehr geringe Deformationen.



Bild 9. Deformation der Kreisplatte für die Durchschlagversuche mit v = 30 m/s (zum Zeitpunkt  $t = 250 \ \mu$ s), 50 m/s ( $t = 300 \ \mu$ s) und 200 m/s ( $t = 20 \ \mu$ s)

## Literatur

- 1. Bai, Y.; Dodd, B.: Adiabatic Shear Localization Occurence, Theories and Applications, Pergamon Press, (1992).
- 2. Bruhns, O.T.; Diehl, H.: An internal variable theory of inelastic behaviour at high rates of strain, Arch. Mech., 41(4), (1989), 427–460.
- 3. Diehl, H.: Ein Materialmodell zur Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe unter besonderer Berücksichtigung der Schädigung durch Scherbänder, Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik, Ruhr-Universität Bochum, 66, (1989).
- 4. Fornefeld, W.: Zur Parameteridentifikation und Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe anhand eines Kontinuums-Damage-Modells, Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik, Ruhr-Universität Bochum, 73, (1990).
- 5. Nerzak, T.: Modellierung und Simulation der Ausbreitung adiabatischer Scherbänder in metallischen Werkstoffen bei Hochgeschwindigkeitsdeformationen, Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik, Ruhr-Universität Bochum, 113, (1997).
- 6. Zhou, M.; Rosakis, A.J.; Ravichandran, G.: Dynamically propagating shear bands in impact-loaded prenotched plates I. Experimental investigations of temperature signatures and propagation speed, J. Mech. Phys. Solids, 44(6), (1996), 981–1006.

Anschrift: Dr.-Ing. Thomas Nerzak, Ruhr-Universität Bochum, Lehrstuhl für Technische Mechanik, Universitätsstr. 150, D-44780 Bochum