

Modellierung der Tragwerkseigenschaften von Segelkonstruktionen

L. Taenzer, H. Schoop

Das Gerüst und die Segel von Segelkonstruktionen (Yachten, Surfriggs, Drachenflieger, Lenkdrachen, Segeltuch-Windmühlen) bestehen aus ebenen Membranen, Platten, geraden Stäben und Seilen, die fest oder beweglich miteinander verbunden werden. Für den statischen Fall wird ein aus diesen vier einfachen Tragwerkselementen zusammengesetztes strukturdynamisches Modell entwickelt, in finite Elemente umgesetzt und angewendet. Der sehr unterschiedlich geformte kräfteaufnehmende Konstruktions-Grundkörper wird nicht betrachtet. Die wichtigsten zu berücksichtigenden Tragwerksmerkmale sind die Schnittmustergeometrie der Segel in der Referenz, die webstrukturbedingten speziellen makroskopischen Materialeigenschaften des Segeltuchs, gefaltete Gebiete, die flächenhaften biegesteifen Verstärkungen von Segelecken, die linienhaften biegesteifen Verstärkungen im Segel und an Segelrändern, die Gleitbedingungen für Segelränder, die auf Gerüstteilen oder Versteifungen geführt werden und das Abtragen von Lasten sowie das Einbringen von Spannkraften über Seile.

1 Einleitung

Durch die Anwendung ingenieurwissenschaftlicher Fertigungs- und Entwurfsmethoden sowie die Verwendung hochwertiger, zum Teil neuentwickelter Materialien kann die Grundaufgabe von Segelkonstruktionen, die Nutzung des Windes, heute wesentlich effektiver und in einem erheblich breiteren Einsatzspektrum erfüllt werden als noch vor einigen Jahrzehnten. Dabei kommt der Kontrolle der Segelform, die ausgehend von einer segelschnittbedingten Grundform für unterschiedliche Anströmbedingungen („Vorwind“, „Amwind“) aerodynamisch optimal einzustellen ist, eine besondere Bedeutung zu. Die Segel bestehen in der Regel aus Segelbahnen, die aus ebenem gewebtem Tuch herausgeschnitten werden und als Membranen zu idealisieren sind. Die Segelränder sind häufig frei oder nachgiebig gelagert. Kleine Änderungen der gelagerten Randgeometrie oder der eingeleiteten Eckenkräfte können daher zu erheblichen Änderungen der Segelform führen. Diese Eigenschaft kann zum einen zu unerwünschten Formänderungen führen, zum anderen aber auch zur gezielten Einstellung der Segelform verwendet werden. So bieten moderne Segelkonstruktionen eine Vielzahl von „Trimmöglichkeiten“ und bedienen sich einfacher Tragwerkselemente, wie zum Beispiel Stäbe, zur Formstabilisierung. Aus strukturdynamischer Sicht sind bei einer Simulation die Segelform, die Spannungen sowie die Dehnungen zu ermitteln, um die „aerodynamische Güte“ der Form, das Tragverhalten, die Materialausnutzung und die Sicherheit gegen ein Versagen der Konstruktion oder eine Schädigung der Materialien beurteilen zu können.

In der Regel sind die Segelform und die Druckverteilung infolge der angeströmten Segelform stark gekoppelt. Die zugehörigen Strömungs- und Strukturberechnungen können indirekt gekoppelt iterativ nacheinander erfolgen. Hier wird die Druckverteilung als gegeben angenommen und die resultierende Segelform für den statischen Fall ermittelt. Auch einfache Lastverteilungen wie konstanter Luftdruck können als Testlasten verwendet werden. Die Grundlagen der strukturdynamischen Modellierung von Segeln und einfache Anwendungsbeispiele finden sich bei Schoop (1984, 1990), Jackson (1985), Newman (1987), Jackson und Christie (1987), Chatzikonstantinou (1987), Muttin (1991, 1996) sowie Fukasawa und Katori (1993). Von Whidden und Levitt (1992) wird der Einsatz von Rechenmodellen bei einem großen Segelhersteller dokumentiert. Weitere Fortschritte bei der theoretischen Beschreibung finden sich bei Schoop und Hänsel (1993) sowie Hänsel (1995). Die erste systematische strukturdynamische Modellierung ist Taenzer (1997) zu entnehmen.

2 Segelkonstruktionen

Segelyachten, Surfriggs, Segeltuch-Windmühlen, Drachenflieger und Lenkdrachen (Bild 1) sind Beispiele für klassische Segelkonstruktionen. Sie bestehen aus einem kräfteaufnehmenden Grundkörper, den Segeln und dem Gerüst. Die Segel nehmen aus der Umströmung resultierende Kräfte auf, die an den kräfteaufnehmenden

Grundkörper „weitergeleitet“ werden und zur Fortbewegung im Wasser und in der Luft oder zur Verrichtung von Arbeit genutzt werden. Der Grundkörper, zum Beispiel der Yachtrumpf oder der Mühlenturm mit der Mühlenwelle, sind sehr unterschiedlich geformt und werden nicht weiter betrachtet. Die Segel bestehen aus Tuchbahnen sowie Seilen und Stäben zur Formstabilisierung und werden im Gerüst und am Grundkörper gelagert. Jedes Konstruktionselement der Segel und des Gerüsts kann stets als eines der vier einfachen Tragwerkselemente ebene Membran, Platte, Seil und gerader Stab modelliert werden. So sind beispielsweise neben den Tuchmembranen verstärkte Segelecken als Platten und Segellatten als Stäbe zu idealisieren.

Segel Segeltuch, Seile und Stäbe	Gerüst Stäbe und Seile
Tragwerkselemente	
ebene Membranen	Platten
Seile	gerade Stäbe
kräufteaufnehmender Grundkörper sehr variabel, zum Beispiel Bootsrumpf	

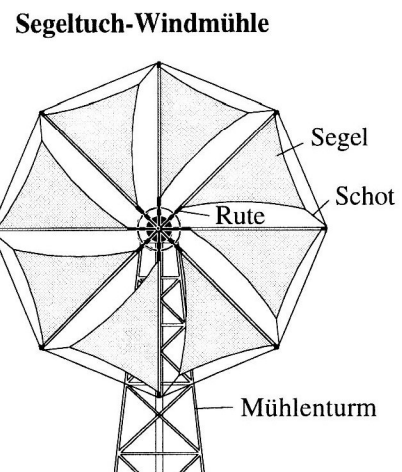
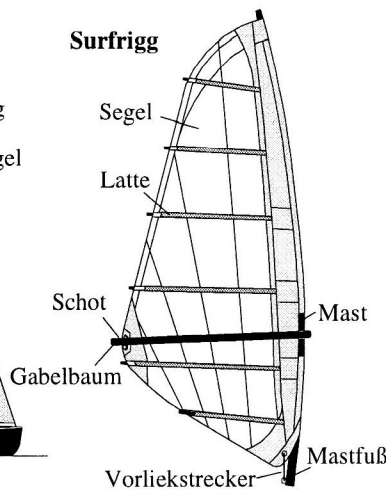
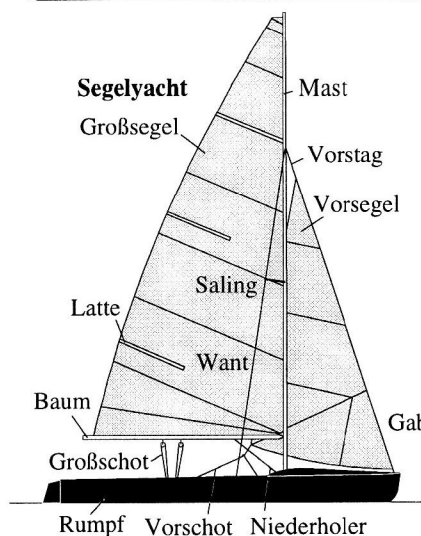
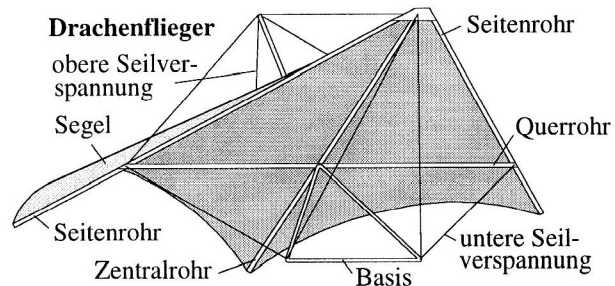


Bild 1. Segelkonstruktionen - Allgemeiner Aufbau und Beispiele

3 Tragwerksmerkmale und Modellierung der resultierenden Tragwerkseigenschaften

3.1 Schnittmuster der Segel

Herkömmliche Segel werden aus ebenen Panels zusammengenäht. Durch die unterschiedliche Krümmung der Nahtkurven ist die entstehende Fläche gewölbt und nicht mehr abwickelbar. Neben dem Segelschnitt wird die Wölbung auch durch die Belastung, die Einbaugesamtheit, Trimmelemente und auslegungsgemäß in geringem Maße durch die kleinen Tuchdehnungen beeinflusst. Im allgemeinen treten bei der Deformation große Starrkörperdrehungen und -verschiebungen auf, und Modelle müssen geometrisch nichtlinear formuliert werden. Damit stellen der Deformationsgradient und die Greenschen Dehnungen

$$\mathbf{F} = \nabla \circ \mathbf{x} \quad \mathbf{D}^{GREEN} = \frac{1}{2} (\mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T - \mathbf{E}) \quad (1)$$

geeignete Maße zur Beschreibung der Deformation dar. Für die sehr dünnen Tuchbahnen reicht eine makroskopische Beschreibung der Mittelfläche und die Zuordnung einer Dicke h aus. Zur geometrischen Beschreibung werden die ebenen Panels nach Schoop (1990) einzeln in der X_1 - X_2 -Referenzebene angeordnet (Bild 2). Bei dem Übergang von der Referenz zur aktuellen Lage wird das Zusammennähen der Segelbahnen simuliert, und man erhält in der aktuellen Lage eine zusammenhängende Struktur. Diese sogenannte Panel-Referenz-Methode entspricht dem realen Fertigungsprozess und die Geometriedaten sind von Nahtzugaben abgesehen mit denen des Fertigungsprozesses identisch. Die Orientierungen des Gewebes können leicht erfasst werden, indem

die X_1 - und die X_2 -Achse als Geweberichtungen verwendet und die Panels dementsprechend ausgerichtet werden. Zur Beschreibung der Membran reicht eine Lagrange-Beschreibung mit kartesischen Koordinaten X_1 und X_2 aus, eine Flächentheorie mit gekrümmten Koordinatenlinien ist nicht notwendig. Die Methode ist auf beliebige Schnittmuster (Bild 2) anwendbar und ermöglicht eine einfache Finite-Elemente-Umsetzung. Für die Ortsvektoren der Referenz \mathbf{X} und der aktuellen Lage \mathbf{x} sowie die Greenschen Dehnungen folgt somit

$$\mathbf{X} = X_1 \mathbf{e}_1 + X_2 \mathbf{e}_2 \quad \mathbf{x} = x_1(X_1, X_2) \mathbf{e}_1 + x_2(X_1, X_2) \mathbf{e}_2 + x_3(X_1, X_2) \mathbf{e}_3 \quad (2)$$

$$\mathbf{F} = \frac{\partial x_i}{\partial X_\alpha} \mathbf{e}_i \circ \mathbf{e}_\alpha \quad \mathbf{D}^{GREEN} = \varepsilon_{\alpha\beta} \mathbf{e}_\alpha \circ \mathbf{e}_\beta \quad \varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} (F_{\alpha i} F_{\beta i} - \delta_{\alpha\beta}) \quad (3)$$

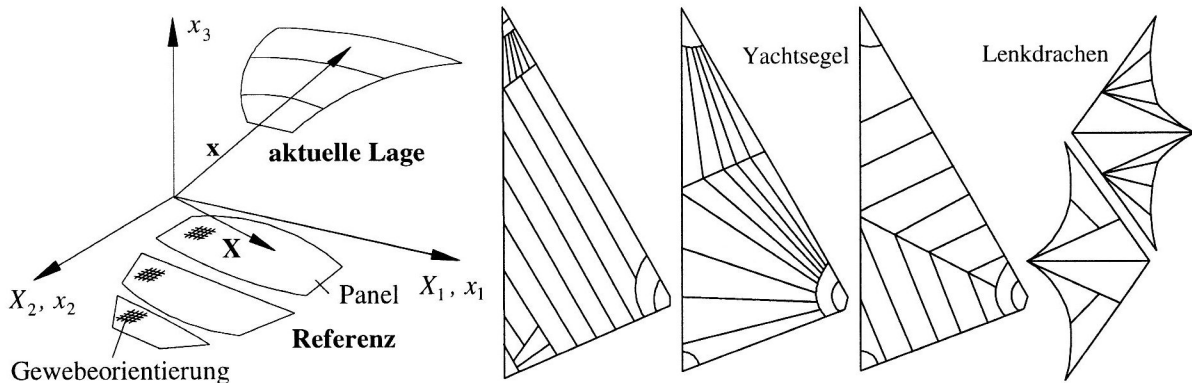


Bild 2. Schnittmuster von Segeln - Referenz und aktuelle Lage, Beispiele

3.2 Webstruktur des Segeltuchs

Herkömmliche Segeltücher werden gewebt und haben wegen der Fadengrundstruktur (Bild 3) von der Belastungsrichtung abhängige Materialeigenschaften. Sie können daher nicht als isotrop behandelt werden. Es gibt eine Vielzahl möglicher Gewebestrukturen mit unterschiedlichen Fasern, Fasernordnungen und Fäden, mit unterschiedlicher Bindung der Fäden (Bild 3), mit verschiedenen Beschichtungen und anderen Besonderheiten. Bild 4 zeigt schematisch einige mögliche Anordnungen. Für allgemein einsetzbare Materialgesetze ist wegen der Vielzahl möglicher Strukturen nur eine makroskopische Betrachtung des Gewebes sinnvoll.

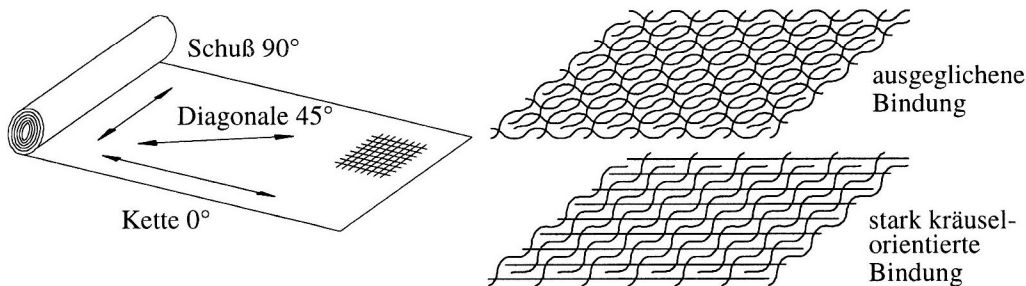


Bild 3. Weberausdrücke der Geweberorientierungen und Bindungsarten beim Weben

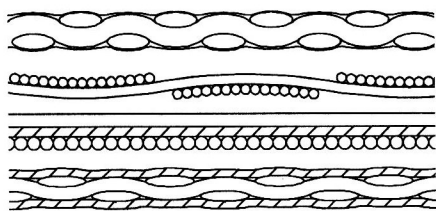


Bild 4. Schematische Darstellung von Gewebestrukturen

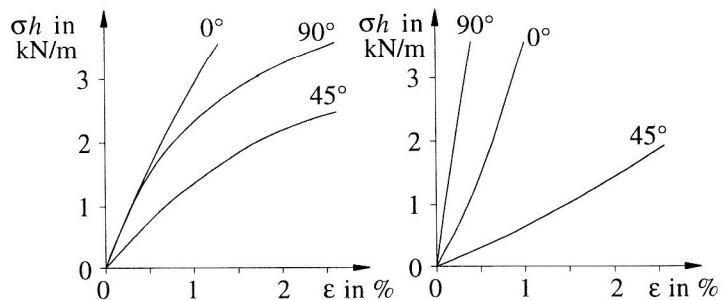


Bild 5. Spannungs-Dehnungsdiagramme einachsiger Zugversuche ausgewählter Segeltücher

Bild 5 zeigt exemplarisch die Ergebnisse von einachsigen Zugversuchen mit rechteckigen Tuchproben. Man erkennt die unterschiedlichen Verläufe für die Versuche in Kett-, in Schuß- und in Diagonalrichtung. Ein charakteristisches Merkmal ist die webstrukturbedingte geringe Steifigkeit in Diagonalrichtung. Die makroskopischen Verformungen ergeben sich infolge der Dehnung der Fäden zum einen und dem Geradeziehen gekräuselter Fäden zum anderen. Bereits bei kleinen Dehnungen ergeben sich daraus deutlich erkennbare nicht-lineare Effekte. Allein durch die Auswahl der Fäden und der Bindungsart ist es möglich, eine Vielzahl unterschiedlicher Tuchsteifigkeiten zu erzeugen. Da sehr hohe Tuchsteifigkeiten nur bei unerwünscht schweren Tüchern erreicht werden, werden die Tücher je nach den der Auslegung zugrundegelegten Lastannahmen möglichst leicht und steif gefertigt. Aus den einachsigen Zugversuchen (Bild 5) lassen sich für einen ersten Bereich, der als linear genähert werden kann, Tuchsteifigkeiten $Eh = \sigma h/\epsilon$ bestimmen. Bild 6 zeigt die wegen der vielen möglichen Webstrukturen große Streuung der Steifigkeiten einiger ausgewählter Fahrtensegeltücher. Für die betrachteten Tücher ist die geringe Diagonalsteifigkeit durch $\alpha = (Eh)_{Kette} / (Eh)_{Diag} = 2$ gekennzeichnet.

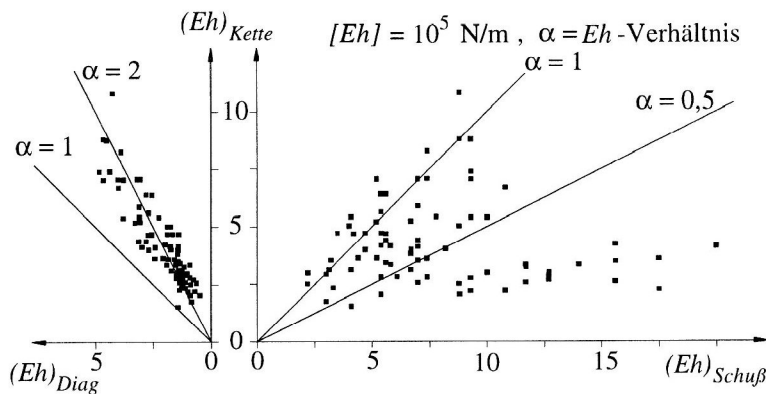


Bild 6. Membransteifigkeiten verschiedener Segeltücher nach Taenzer (1997)

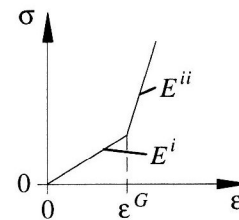


Bild 7. Bereichsweise lineares Materialgesetz

Im Sinne der makroskopischen Betrachtungsweise ist das Tuch als Kontinuum anzusehen. Für eine einfache erste Approximation der Materialeigenschaften ist Hyperelastizität, ein ebener Spannungszustand und lineares Verhalten anzusetzen. Wegen der Orthogonalität der Fäden ist das linear-elastische orthotrope Materialgesetz

$$\sigma_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_1 \nu_2} (\epsilon_{11} + \nu_2 \epsilon_{22}), \quad \sigma_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_1 \nu_2} (\nu_1 \epsilon_{11} + \epsilon_{22}), \quad \sigma_{12} = 2G\epsilon_{12}, \quad \nu_1 E_2 = \nu_2 E_1 \quad (4)$$

zu verwenden, wobei E_1 und E_2 die Elastizitätsmoduln der Orthotropierichtungen, ν_1 und ν_2 die zugeordneten Querdehnungen und G der Schubmodul sind. Im allgemeinen ist die Beziehung $E_1/E_2 = \nu_1/\nu_2$ wegen der Webstruktur nicht genau erfüllt. Die geringen Querdehnungseffekte können dann nur im Mittel erfaßt werden. Die mittlere Querdehnung $\bar{\nu} = (\nu_1 + \nu_2)/2$ kann mit $\bar{\nu} = 0,1$ abgeschätzt werden. Um zu einer näherungsweisen Berücksichtigung der nichtlinearen Effekte zu gelangen, kann ein bereichsweise linearorthotropes Gesetz (Bild 7) angegeben werden, das alle Stetigkeitsforderungen und die Forderung nach Hyperelastizität erfüllt:

$$\epsilon_{11} \leq \epsilon_{11}^G, \epsilon_{22} \leq \epsilon_{22}^G: \quad \sigma_{11} = \bar{E}_1^i \epsilon_{11} + \bar{E}_\nu \epsilon_{22}, \quad \sigma_{22} = \bar{E}_\nu \epsilon_{11} + \bar{E}_2^i \epsilon_{22} \quad (5)$$

$$\epsilon_{11} \geq \epsilon_{11}^G, \epsilon_{22} \leq \epsilon_{22}^G: \quad \sigma_{11} = \bar{E}_1^{ii} \epsilon_{11} + \bar{E}_\nu \epsilon_{22} - (E_1^{ii} - E_1^i) \epsilon_{11}^G, \quad \sigma_{22} = \bar{E}_\nu \epsilon_{11} + \bar{E}_2^i \epsilon_{22} \quad (6)$$

$$\epsilon_{11} \leq \epsilon_{11}^G, \epsilon_{22} \geq \epsilon_{22}^G: \quad \sigma_{11} = \bar{E}_1^i \epsilon_{11} + \bar{E}_\nu \epsilon_{22}, \quad \sigma_{22} = \bar{E}_\nu \epsilon_{11} + \bar{E}_2^{ii} \epsilon_{22} - (E_2^{ii} - E_2^i) \epsilon_{11}^G \quad (7)$$

$$\epsilon_{11} \geq \epsilon_{11}^G, \epsilon_{22} \geq \epsilon_{22}^G: \quad \sigma_{11} = \bar{E}_1^{ii} \epsilon_{11} + \bar{E}_\nu \epsilon_{22} - (E_1^{ii} - E_1^i) \epsilon_{11}^G, \quad \sigma_{22} = \bar{E}_\nu \epsilon_{11} + \bar{E}_2^{ii} \epsilon_{22} - (E_2^{ii} - E_2^i) \epsilon_{11}^G \quad (8)$$

$$\bar{E}_1^i = \frac{E_1^i}{1 - \nu_1 \nu_2}, \quad \bar{E}_2^i = \frac{E_2^i}{1 - \nu_1 \nu_2}, \quad \bar{E}_\nu = \nu_2 \bar{E}_1^i = \nu_1 \bar{E}_2^i, \quad \bar{E}_1^{ii} = E_1^{ii} + \frac{E_1^i \nu_1 \nu_2}{1 - \nu_1 \nu_2}, \quad \bar{E}_2^{ii} = E_2^{ii} + \frac{E_2^i \nu_1 \nu_2}{1 - \nu_1 \nu_2} \quad (9)$$

Zusätzlich zu den vier Parametern des linear-elastischen orthotropen Gesetzes müssen also noch die beiden Grenzdehnungen $\epsilon_{1/2}^G$ der Bereichsgrenzen und die beiden Elastizitätsmoduln $E_{1/2}^{ii}$ angegeben werden. Weitere nichtlineare Approximationen, wie das quadratisch orthotrope Gesetz mit zehn Materialparametern, erfordern einen hohen meßtechnischen Aufwand zur Bestimmung der Materialparameter mit zweiachsigen Versuchen.

3.3 Falten

Die Membranen können wegen der fehlenden Biegesteifigkeit keine Druckkräfte aufnehmen und reagieren auf Druck mit Faltenbildung. Bei Segeln können häufig gefaltete Gebiete (Bild 8) mit sehr kurzwelligen Falten beobachtet werden. Kurzwellige Falten ergeben sich, da Segel nicht „gardinenartig“ gelagert werden, sondern in irgendeiner Form durch die Lagerung oder Versteifungen an der Ausbildung langweiliger und tiefer Falten gehindert werden. Die kurzwelligen Falten können mit relativ wenigen Systemfreiheitsgraden für finite Membranelemente nicht direkt dargestellt werden. Deshalb wird das Modell von Roddeman (1988) für die mittlere Lage der gefalteten Membran (Bild 8) angewendet. Nach Roddeman werden aus dem Ansatz für die mittlere Lage der Deformationsgradient $\bar{\mathbf{F}}$ und die Eulerschen Hauptspannungen bestimmt. Ist mindestens eine Hauptspannung negativ, bilden sich Falten aus. Die gefaltete Lage wird virtuell dehnungslos glattgezogen, was durch

$$\mathbf{F} = \bar{\mathbf{F}} \cdot (\mathbf{E} + \beta \mathbf{n}_I \circ \mathbf{n}_I) \quad (10)$$

beschrieben werden kann. Dabei sind β das Maß, um das die mittlere Lage gestreckt werden muß, und \mathbf{n}_I der Einheitsvektor, in dessen Richtung die Streckung vollzogen wird. \mathbf{n}_I kann mit einem Winkel als $\mathbf{n}_I = \mathbf{n}_I(\varphi)$ parametrisiert werden. Die Faltenparameter β und φ werden aus der Bedingung, daß nur längs der Falten eine Eulersche Spannung auftritt, bestimmt

$$\mathbf{n}_I \cdot (\mathbf{S}^{EULER} - \lambda \bar{\mathbf{S}}^{EULER}) \cdot \mathbf{n}_I = 0, \quad \mathbf{n}_I \cdot (\mathbf{S}^{EULER} - \lambda \bar{\mathbf{S}}^{EULER}) \cdot \mathbf{n}_{II} = 0, \quad \mathbf{n}_I \cdot \mathbf{n}_{II} = 0 \quad (11)$$

Dabei ist λ ein Parameter zur Steuerung des Faltungsprozesses. Für $\lambda = 1$ erhält man die klassische druckspannungsbehaftete Lösung und für $\lambda = 0$ die Roddeman-Lösung des Problems. Für $\lambda \ll 1$ ergibt sich eine Dummydrucksteifigkeit, mit der bei Parameterstudien ein mögliches Zusammenfallen der Konstruktion ausgeschlossen werden kann. Die Gleichungen (11) beschreiben eine homogene Faltenbildung mit näherungsweise parallelen Falten. Bei zweiachsigem Druck ergibt sich ein schlaffer regellos gefalteter Bereich, der durch

$$\mathbf{S}^{EULER} = \lambda \bar{\mathbf{S}}^{EULER} \quad (12)$$

beschrieben werden kann. Das Faltenmodell ist kinematischer Natur und kann für beliebige Materialgesetze verwendet werden. Weitere Details finden sich bei Taenzer (1997).

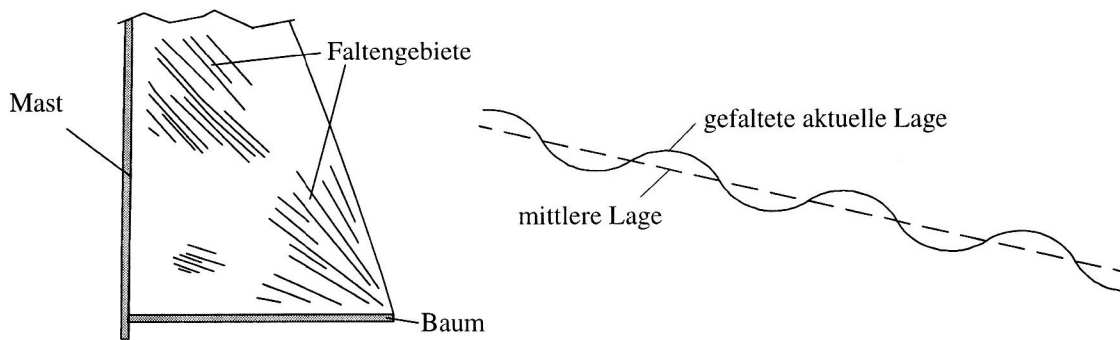


Bild 8. Schematische Darstellung der Faltenbildung bei einem Yachtsegel

3.4 Flächen- und linienhafte biegesteife Verstärkungen der Segel und Seile

An den Ecken von Segeln werden häufig Einzelkräfte eingeleitet. Um die sich ergebenden lokalen großen Spannungen aufnehmen zu können und die Eckenkräfte gleichmäßig ins Segel einzubringen, werden die Ecken flächenhaft verstärkt. Beispiele sind die „Doppelung“ der Ecken mit mehreren Lagen Segeltuch (Bild 9 links) und die Verwendung sehr steifer Kopfbretter (Bild 9 rechts). Diese ermöglichen das Abtragen der entstehenden Druckkräfte und dämmen die Faltenbildung ein. In den Eckbereichen ist somit häufig die Biegesteifigkeit nicht mehr zu vernachlässigen, und sie sind als Platten zu modellieren. Dazu wird eine geometrisch nichtlineare Plattentheorie unter Verwendung einer Normalenhypothese verwendet, siehe zum Beispiel Lübcke (1992). Als Terme der virtuellen inneren Arbeit ergeben sich

$$\delta A^i = \delta A^{i,Membran} + \delta A^{i,Biegung} = h \iint_{(A)} \sigma_{\alpha\beta} \delta \varepsilon_{\alpha\beta} dA + \frac{h^3}{12} \iint_{(A)} \sigma_{\alpha\beta}^B \delta \kappa_{\alpha\beta} dA \quad (13)$$

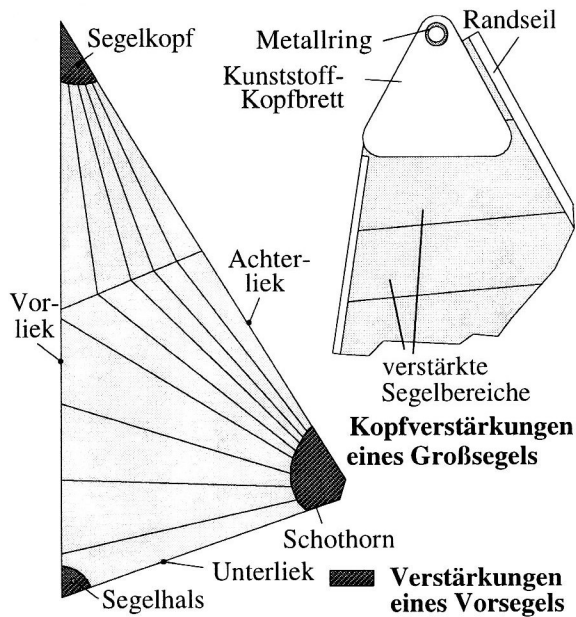


Bild 9. Verstärkungen von Yachtsegelecken

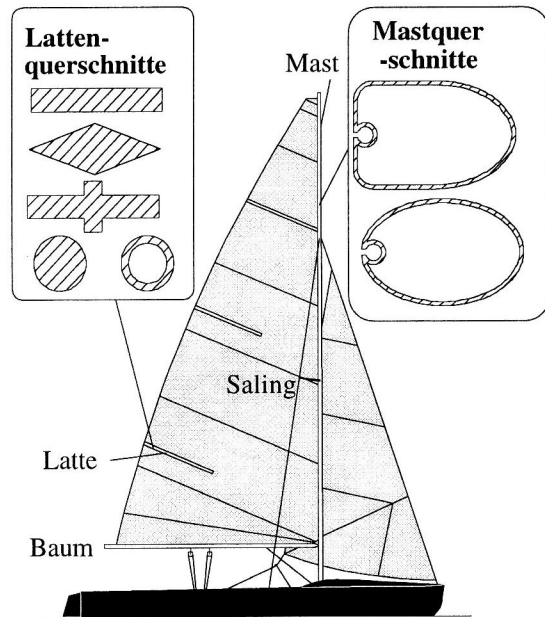


Bild 10. Stäbe bei einer Yacht

Stäbe treten bei Segelkonstruktionen vielfach auf. Segellatten dienen beispielsweise zur Versteifung und Formgebung der Segel, und Gerüststäbe werden zur Lagerung und zur Einstellung der Segelrandgeometrie verwendet. Es treten Stäbe mit rotationssymmetrischen und mit nicht rotationssymmetrischen Querschnitten auf (Bild 10). Teilweise, zum Beispiel bei Segellatten, biegen sich die Stäbe im wesentlichen nur eben. Beispielsweise bei einem Yachtmast ist aber auch eine schiefe Biegung zu beobachten. Spaltet man auf Finite-Elemente-Ebene die großen Starrkörperdrehungen ab, können die Stäbe in guter Näherung mit der elementaren Stabtheorie berechnet werden, man vergleiche zum Beispiel Crisfield (1990). In der virtuellen inneren Arbeit sind dann ein Normalkraft-, ein Torsionsterm und zwei Biegeterme zu berücksichtigen

$$\delta A^i = \int_{(X)} (EA \varepsilon_1 \delta \varepsilon_1 + GI_T \kappa_1 \delta \kappa_1 + EI_2 \kappa_2 \delta \kappa_2 + EI_3 \kappa_3 \delta \kappa_3) dX \quad (14)$$

Seile, die zum Spannen, Trimmen und zur Erhöhung der Tragfähigkeit der Konstruktionen vielfach verwendet werden, lassen sich als Stabsonderfall mit dem Normalkraftanteil in Gleichung (14) abspalten.

3.5 Gleitbedingungen zwischen Tragwerkelementen

Ein charakteristisches zu berücksichtigendes Merkmal klassischer Segelkonstruktionen ist das Rutschen der Segel auf Gerüststäben, auf Segellatten und auf Seilen (Bild 11).

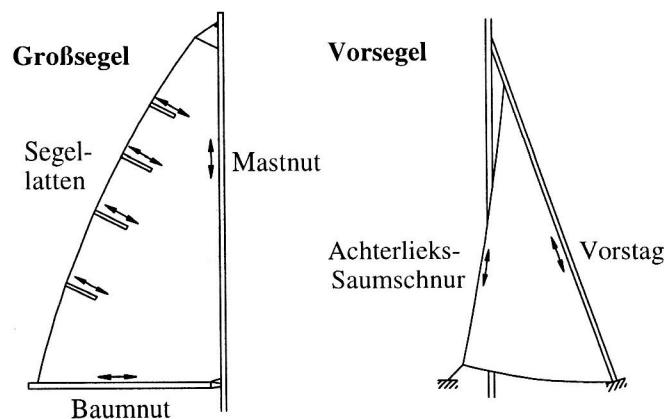


Bild 11. Beispiele für das Rutschen von Yachtsegeln auf Seilen und Stäben

Zum einen ermöglichen die näherungsweise reibungsfreien Führungen die einfache Montage und Demontage der Segel, zum anderen dienen sie zum gezielten Spannen der Segel. Bild 11 zeigt Beispiele bei Yachtsegeln. Die Stab- und die Seilführungen werden mit dem aktuellen Ortsvektor zur Systemlinie mit einem Lagrange-Parameter als $\mathbf{x}^F = \mathbf{x}^F(\lambda)$ modelliert. Für den geführten Ortsvektor \mathbf{x}^G zur Mittelfläche des Segels gilt dann $\mathbf{x}^G = \mathbf{x}^F(\lambda_G)$. Die Reibung zwischen Führung und Segel wird vernachlässigt und das reibungsfreie Rutschen durch Variation des Führungsparameters im Prinzip der virtuellen Arbeiten realisiert

$$\delta \mathbf{x}^G = \delta \mathbf{x}^F + \frac{\partial \mathbf{x}^F}{\partial \lambda} \delta \lambda \quad (15)$$

3.6 Modellüberblick

Bild 12 zeigt die Strukturmodellierung im Überblick. Zur Schließung des Gleichungssystems für die aktuelle Lage wird das Prinzip der virtuellen Arbeiten, das direkt für die Finite-Elemente-Formulierung verwendet werden kann, angewendet (Bild 12). Das Gleichungssystem ist nichtlinear und wird auf Finite-Elemente-Ebene nach Vorschätzung der aktuellen Lage mit dem Newton-Raphson-Verfahren gelöst.

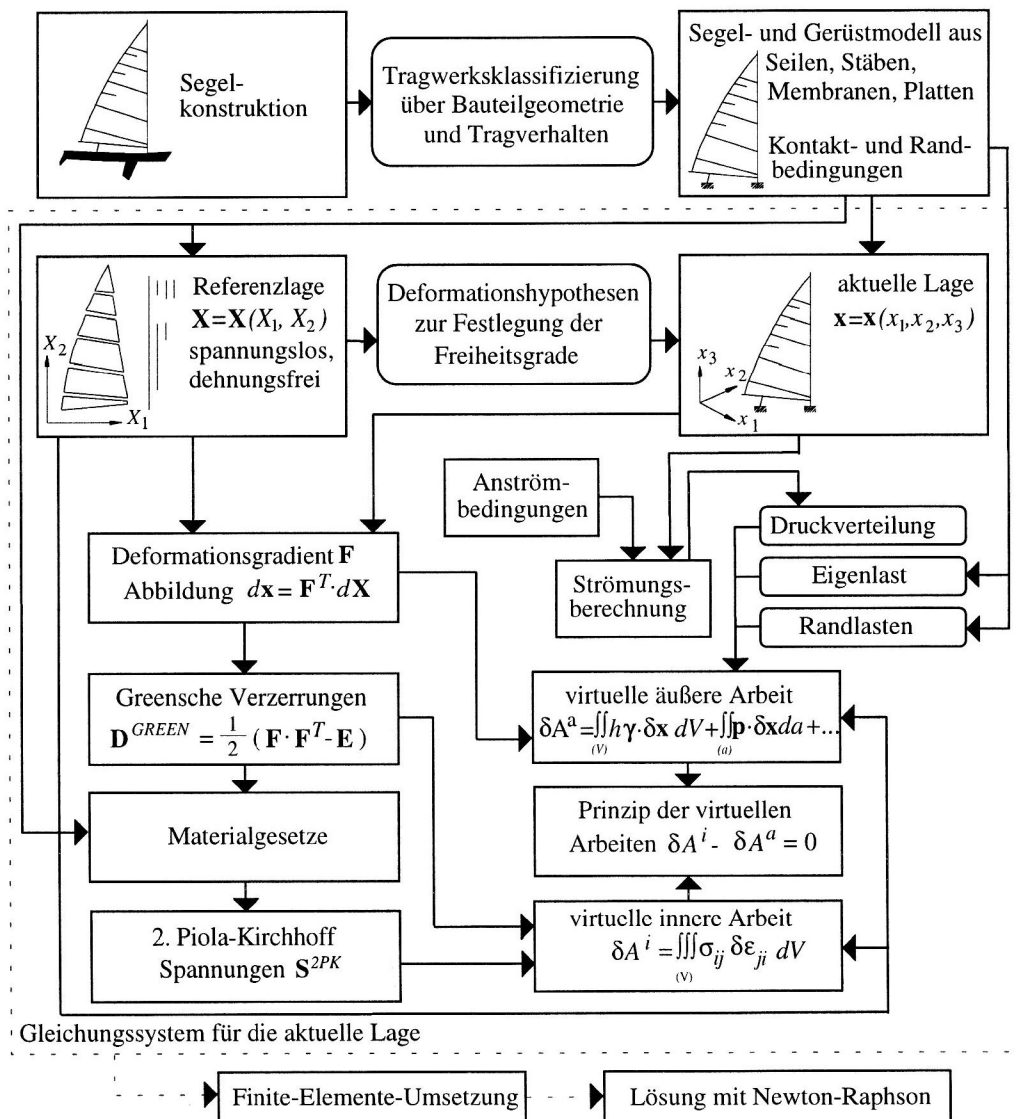


Bild 12. Modellüberblick

4 Finite-Elemente-Umsetzung

Die Finite-Elemente-Methode eignet sich sehr gut zur Umsetzung des Modells und hat sich vielfach bewährt. Das Tragwerksmodell wird dazu mit Membran-, Platten-, Seil- und Stabelementen diskretisiert (Bild 13).

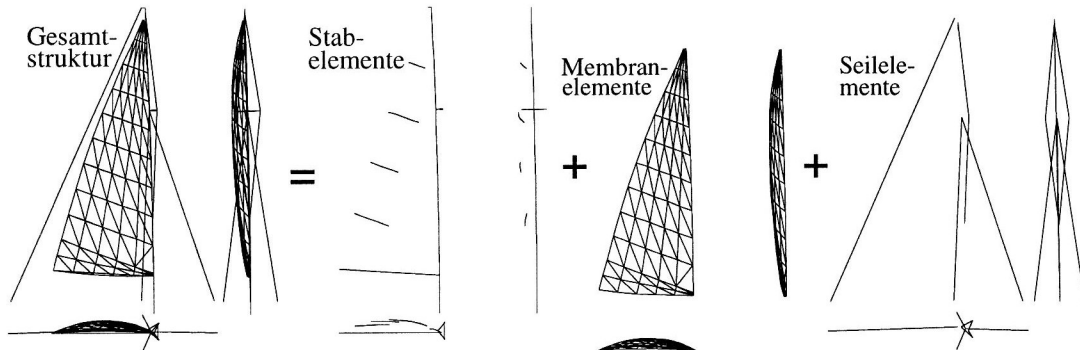


Bild 13. Finite Elemente für ein Yachttrigg mit Großsegel

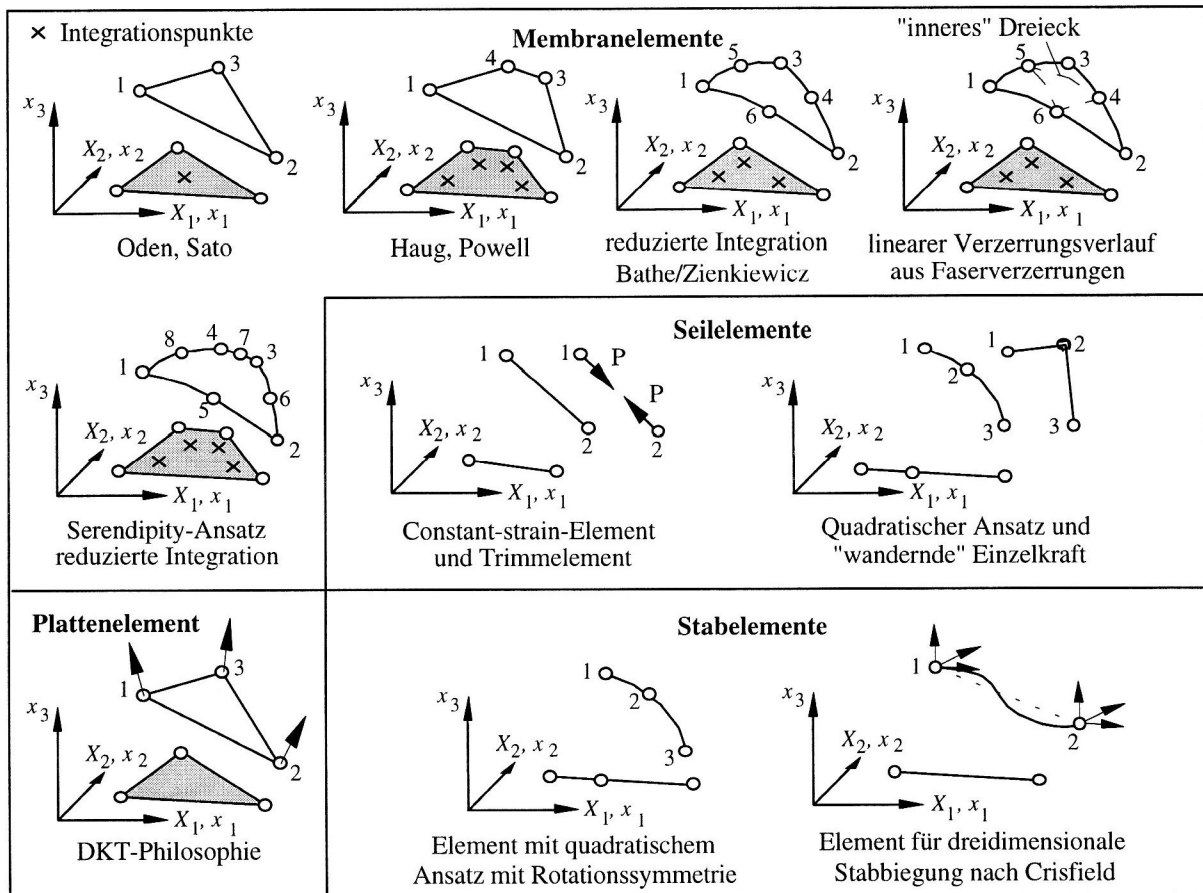


Bild 14. Finite Elemente zur Berechnung klassischer Segelkonstruktionen nach Taenzer (1997)

Bei Taenzer (1997) sind finite Elemente für die Berechnung klassischer Segelkonstruktionen (Bild 14) detailliert dokumentiert. Für relativ grobe Näherungsrechnungen sind die Drei- und Vierknoten-Membranelemente mit linearem beziehungsweise bilinearem Geometrieansatz von Oden, Sato und Haug, Powell zu verwenden. Die Segelform sollte möglichst glatt dargestellt werden, da bei Strömungsmodellen die Nichtdurchströmungsbedingung mit Hilfe des Flächennormalenvektors und der Strömungsgeschwindigkeit als $\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = 0$ formuliert wird. Deshalb sind für genauere Rechnungen die Sechsen- und Achtknoten-Membranelemente mit quadratischen Geometrieansätzen (Bild 14) zu verwenden. Auch mit diesen Elementen erhält man keine C_1 -stetige Fläche, die Knicke an den Elementengrenzen sind jedoch bei gleicher Anzahl der Systemfreiheitsgrade deutlich geringer als bei den Drei- und Vierknoten-Elementen. Bei einer reduzierten Integration ist bei den

Sechs- und Achtknotenelementen auf kleine elementinterne Drehungen zu achten, da die quadratischen Ansätze bei großen elementinternen Drehungen im Element zu einem die Lösung verschlechternden starken Schwingen der Verzerrungen um die exakte Lösung führen. Ermittelt man einen im Element linearen Verzerrungstensor aus gemittelten Verzerrungen der Randfasern und der Fasern des inneren Dreiecks 4-5-6 (Bild 14), können auch moderate elementinterne Drehungen erfaßt werden. Für die Biegeterme der Plattenelemente wird die Diskret-Kirchhoff-Theorie nach Bathe angewendet und, wie zum Beispiel bei Lübcke (1992) dokumentiert, nach der Direktorthorie umgesetzt. Für die Membranterme werden wahlweise die genannten Membranelemente oder die Membranmodellierung nach Lübcke (1992) verwendet.

Als Seilelemente werden Zweiknotenelemente mit linearem Ansatz und Dreiknotenelemente mit quadratischem Geometrieansatz verwendet. Als segelspezifische Elemente werden zusätzlich ein Zweiknotenelement mit vorgegebener Kraft als „Trimmelement“ und ein Dreiknoten-Element mit einer einen Knick im Seil hervorruhenden „wandernden“ Einzelkraft zur Modellierung von Stagreitern oder rutschenden Spannseilen formuliert. Als Stabelemente werden ein Dreiknoten- und ein Zweiknotenelement eingesetzt. Mit sich überlappenden Dreiknotenelementen können rotationssymmetrische Stäbe oder Stäbe, die sich im wesentlichen nur eben biegen, modelliert werden. Sie sind leicht mit Membranen koppelbar und eignen sich besonders für Segellatten. Die Zweiknotenelemente nach Crisfield (1990) weisen zusätzlich zu den Ortsvektoren zur Systemlinie Drehfreiheitsgrade auf und können auch für nichtrotationssymmetrische Stäbe Anwendung finden.

5 Beispiele

Als erstes Beispiel wird ein Yacht-Vorsegel unter konstantem Luftdruck betrachtet. Das Segel besteht aus 14 Bahnen, die mit Membranelementen mit quadratischen Ansätzen diskretisiert werden. Die Segelecken werden mit Plattenelementen modelliert (Bild 15). Das gespannte Vorliek rutscht auf dem mit Dreiknoten-Seilelementen modellierten ebenfalls gespannten Vorstag. Alle drei Lieken sind durch Seile verstärkt. Die Schot wird mit einem Zweiknoten-Seilelement modelliert.

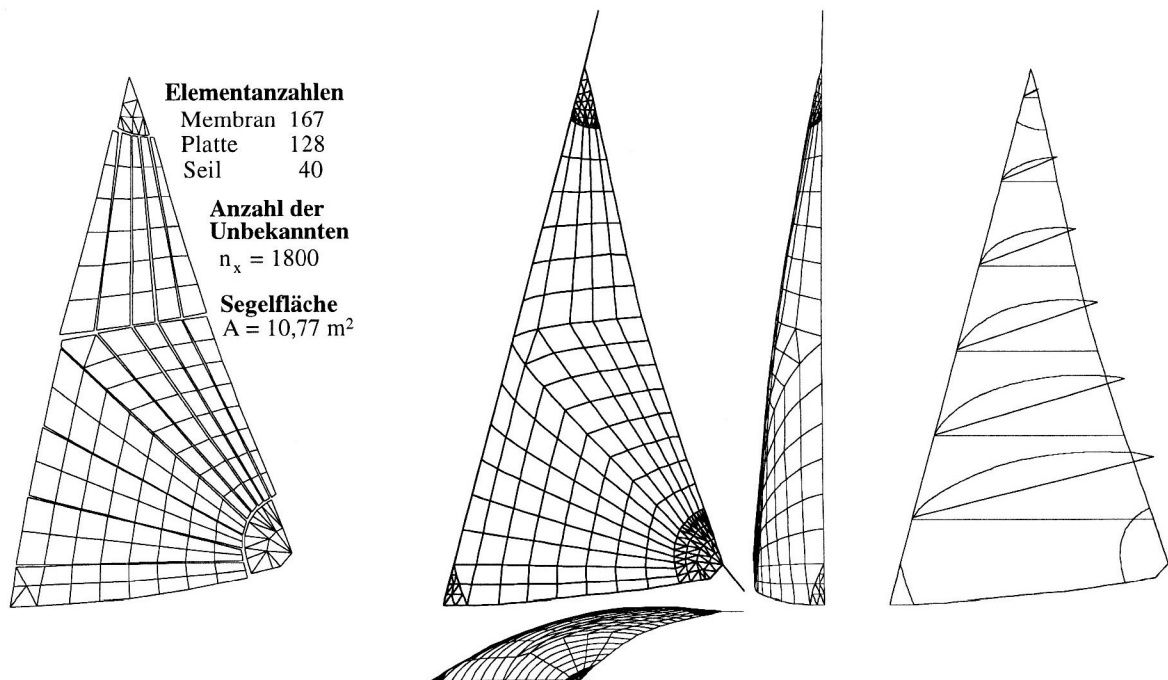


Bild 15. Yacht-Vorsegel unter konstantem Luftdruck - Referenz, aktuelle Lage und Profilschnitte

Die aktuelle Lage und die Profilschnitte (Bild 15) zeigen, daß sich eine glatte schwach gewölbte Form einstellt. Bild 16 links illustriert anhand einer Rechnung ohne biegesteife Ecken die Notwendigkeit, diese zu modellieren. Die Hauptschnittkräfte und Faltendehnungen zeigen, daß das Segel hauptsächlich parallel zum Achterliek beansprucht wird und sich an den Ecken deutliche Falten ergeben. Die Ergebnisse zeigen, daß eine genaue Berechnung der Form und der Spannungen möglich ist.

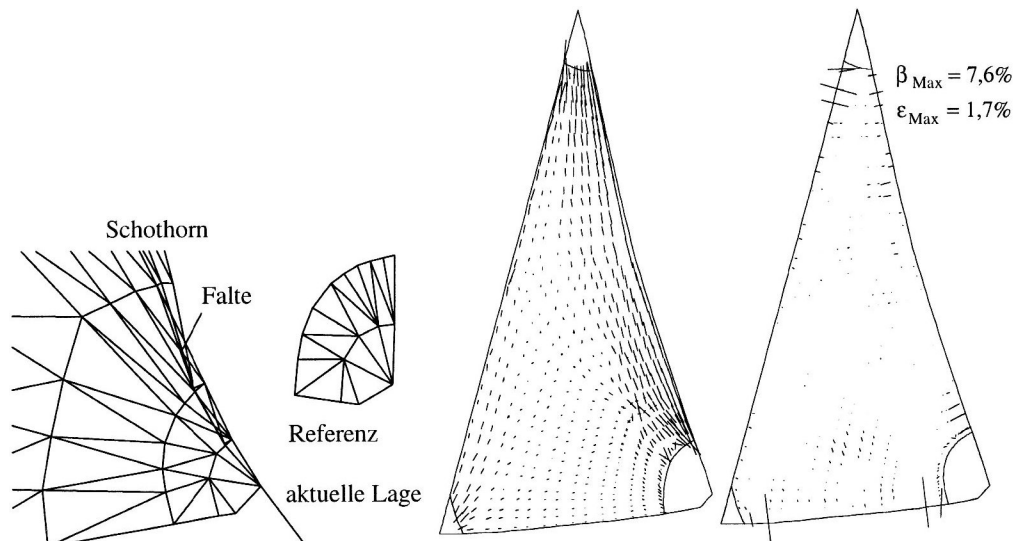


Bild 16. Yacht-Vorsegel unter konstantem Innendruck - Faltenbildung bei einer Modellierung ohne biegesteife Ecken; Hauptschnittkräfte und Faltendehnung β_{n_i} mit biegesteifen Ecken

Als nächstes Beispiel wird ein Surfsegel (Bild 17) unter konstantem Luftdruck betrachtet. Das modellierte Rigg zeichnet sich dadurch aus, daß es seine Form im wesentlichen bereits ohne Windlast beim „Aufriegen“ einnimmt. Das Segel und die sechs Latten mit veränderlicher Biegesteifigkeit werden rutschend auf dem Mast geführt. Das Segel wird am Achterliek auf den Latten rutschend horizontal gespannt. Mit dem Vorliekstrecker am Mastfuß wird das Segel vertikal gespannt. In der aufgeriggten Lage krümmt sich der ursprünglich gerade Mast stark. Die Latten, der Mast und das Segel werden mit Dreiknoten-Stab- und Membranelementen diskretisiert. Die Spannelemente werden mit Zweiknoten-Trimmelementen modelliert. Bild 18 zeigt, wie sich durch das Zusammenspiel des Segelschnittes und der veränderlichen Biegesteifigkeit der Latten und des Mastes die Segelform mit einer starken Krümmung im Vorlieksbereich und einem flachen Segel im Achterlieksbereich ergibt. Der Blick vom Achterliek aus zeigt ferner, wie das Segel twistet. Die Modellierung der Rutschbedingungen Segel-Mast, Segel-Latten und Latten-Mast ist bei diesem Beispiel besonders wichtig.

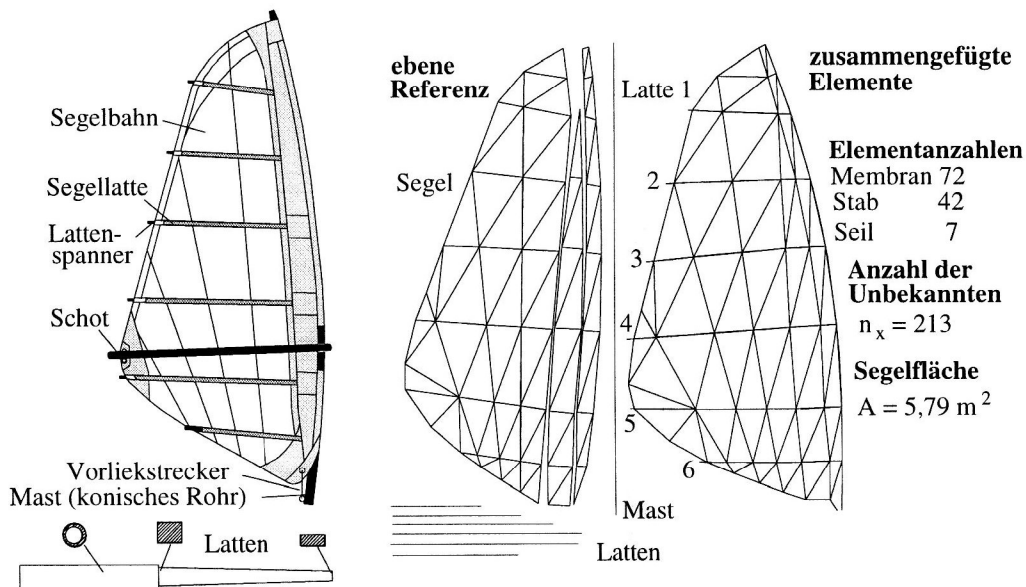


Bild 17. Surfrigg - Aufbau und Diskretisierung

Als letztes Beispiel wird ein Lenkdrachen unter konstantem Luftdruck (Bild 19) untersucht. Er besteht aus einem Mittelstab, einem Querstab und zwei Seitenstäben aus CFK. Sechs Seile bilden die Waagen, in die die Drachenschnüre eingehakt werden. Die Waagepunkte und die Drachenspitze werden gelagert. Das aus zehn, vom Mittelstabende aus sternförmig angeordneten Panels bestehende Segel wird auf den Seitenstäben und dem Mittelstab gespannt.

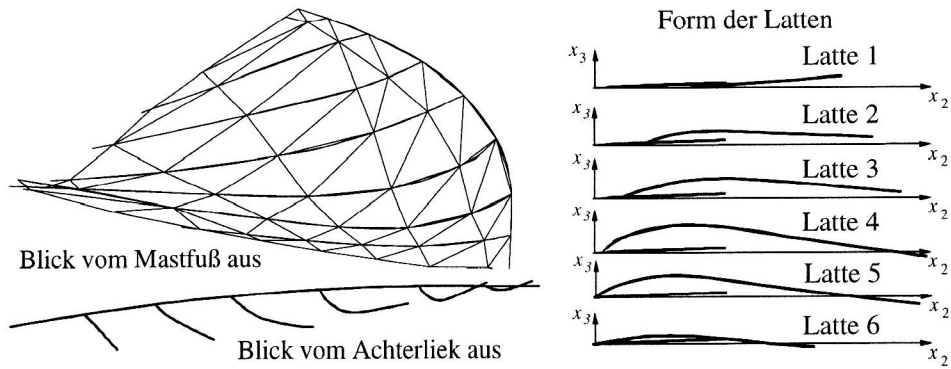


Bild 18. Aufgeriggte Lage des Surfriggs unter geringem konstantem Luftdruck

Der Gerüstspitzenwinkel ist kleiner als der Segelspitzenwinkel und das Segel ist gegenüber der Sehne Mittelstabende-Seitenstabende stark ausgestellt. Der „überstehende“ Bereich wird durch eine Segellatte, die am Seitenstab abgestützt wird, getragen. Das Segel wird auf der Latte gespannt. Zur Modellierung werden Sechsknoten- und Achtknoten-Membran-, Dreiknoten-Stab- und Zweiknoten-Seilelemente verwendet. Auch für dieses Beispiel kann die sich einstellende Segelform genau ermittelt werden. Das Tragverhalten mit dem Spannen des Segels und der Abstützung mit den Segellatten kann simuliert werden. Das Spannen des Segels ist gut an den Hauptspannungen (Bild 20) zu erkennen. In einem größeren Bereich trägt das Segel nur einachsig, und es stellen sich Falten ein.

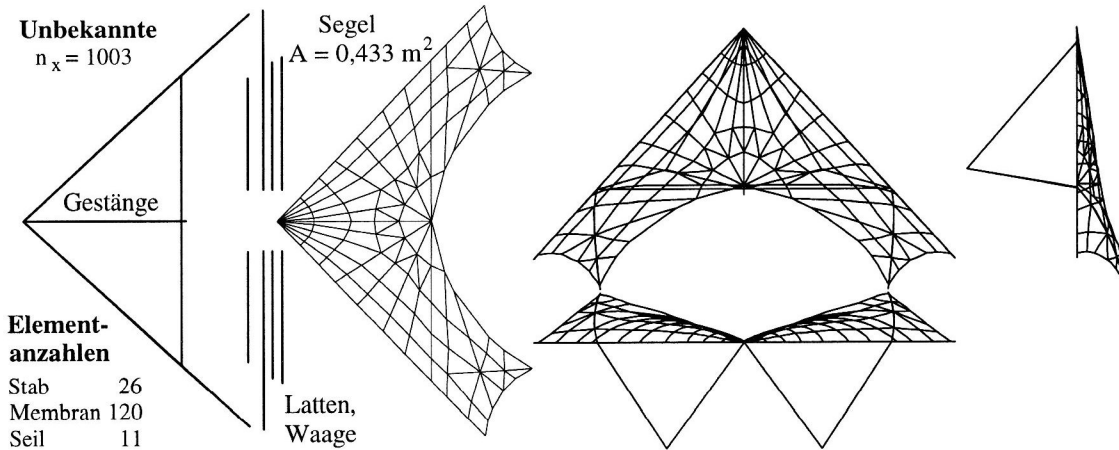


Bild 19. Lenkdrachen - Referenz und Drahtgittermodell der aktuellen Lage unter konstantem Luftdruck

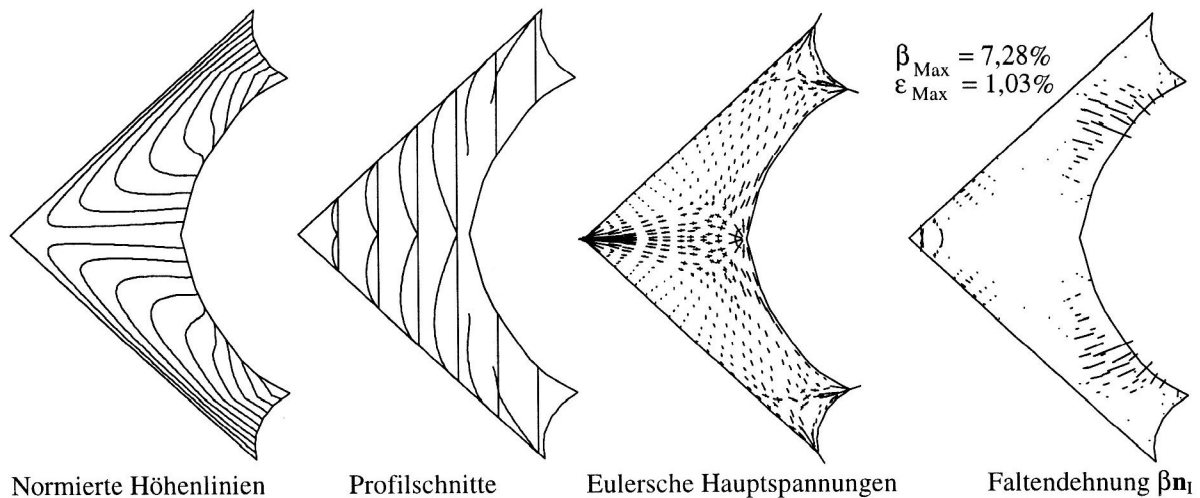


Bild 20. Lenkdrachen unter konstantem Luftdruck

6 Zusammenfassung

Ein realitätsnahes Strukturmodell von Segelkonstruktionen erhält man erst bei Berücksichtigung der diskutierten speziellen Tragwerkseigenschaften. Die Finite-Elemente-Umsetzung des Modells und die Beispielsrechnungen zeigen, daß die Segelform und das Tragverhalten der Konstruktionen mit dem vorgestellten Modell detailliert ermittelt werden können.

Literatur

1. Chatzikonstantinou, T.: Aerodynamik des dehnbaren Segels unter Berücksichtigung des Segelschnitts. Dissertation, TU Berlin, (1987).
2. Crisfield, M. A.: A Consistent Co-rotational Formulation for Non-linear, Three-dimensional, Beam-elements. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* 81, (1990), 131-150.
3. Fukasawa, T. ; Katori, M.: Numerical Approach to Aeroelastic Responses of Three-Dimensional Flexible Sails. *Proc. 11th Chesapeake Yacht Symp.*, (1993), 87-105.
4. Hänsel, M.: Berechnung von Yachtsegeln mit Berücksichtigung der Grenzschicht. Dissertation, TU Berlin, (1995).
5. Jackson, P. S.: The Analysis of Three-Dimensional Sails. *Proc. 10th CANCAM*, University of Western Ontario, (1985).
6. Jackson, P.S. ; Christie, G. W.: Numerical Analysis of Three-Dimensional Elastic Membrane Wings. *AIAA Journal* 25, Nr. 5, (1987), 676-682.
7. Lübcke, E.: Zur Beschreibung von Falten in Membranen mittels nichtlinearer, finiter Plattenelemente. Dissertation, TU Berlin, (1992).
8. Muttin, F.: A Finite Element for Wrinkled Curved Elastic Membranes, and its Application to Sails. *Commun. Num. Meth. Eng.*, Vol. 12, (1996), 775-785.
9. Muttin, F.: Structural Analysis of Sails. *Eur. J. Mech., A/Solids* 10, Nr. 5, (1991), 517-534.
10. Newman, B.G.: Aerodynamic Theory for Membranes and Sails. *Prog. Aerospace Sci.* 24, (1987), 1-27.
11. Roddeman, D.G.: Force Transmission in Wrinkled Membranes. A numerical Tool to study connective Tissue Structures. Dissertation, TU Eindhoven, (1988).
12. Schoop, H.: Statik räumlicher Membranen von Schnittmuster ausgehend. *ZAMM* 64, (1984), 312-314.
13. Schoop, H.: Structural and Aerodynamic Theory for Sails. *Eur. J. Mech., A/Solids* 9, Nr. 1, (1990), 37-52.
14. Schoop, H.; Hänsel, M.: Strukturdynamische und aerodynamische Berechnung von Segeln als deformierbare Membranen. Bericht zum Forschungsprojekt SCHO 423-1/1, DFG-gefördert, 2. Institut für Mechanik, TU Berlin, (1993).
15. Taenzer, L.: Strukturdynamische Modellierung und statische Berechnung von Segelkonstruktionen. Dissertation, TU Berlin, (1997).
16. Whidden, T. ; Levitt, M.: Das Segel: Material, Konstruktion, Aerodynamik, Praxis. Delius Klasing & Co. Verlag, (1992).

Anschriften: Dipl.-Ing. Lars Taenzer, Prof. Dr.-Ing. Heinrich Schoop, Institut für Mechanik - Sekr J 14, Technische Universität Berlin, Jebensstr.1, D-10623 Berlin