

# Modellierung der Eigenspannungen an der Rißspitze mit einem Schädigungsmodell

S. Arndt, B. Svendsen, D. Klingbeil

*Im vorliegenden Beitrag wird das Materialmodell von Gurson zur Beschreibung duktiler Schädigung auf finite Hyperelastoplastizität sowie nichtlineare kinematische Verfestigung erweitert, um das Materialverhalten in metallischen Werkstoffen bei zyklischer Belastung zu modellieren. Die Anpassung der Verfestigungs- und Schädigungsparameter dieses Modells wird für den formgeschweißten Vergütungsstahl 10MnMoNi5-5 gezeigt. Die Vorbelastung einer Bruchmechanikprobe im Temperaturbereich duktilen Versagens wird mit einer Finite-Elemente-Rechnung simuliert, und es wird der Eigenspannungszustand an der Rißspitze nach mehreren Lastzyklen bestimmt.*

## 1 Einführung

Nach Warmvorbelastung rißbehafteter Proben tritt bei Stählen eine scheinbare Steigerung der Bruchzähigkeit ein. Dieser als Warm-Pre-Stress (WPS) bekannte Effekt wird vor allem den Druckeigenspannungen im Ligament und der Abstumpfung der Rißspitze (blunting) zugeordnet.

Mit einem Schädigungsmodell, basierend auf der Arbeit von Gurson (1977) und den Erweiterungen von Needleman und Tvergaard (1984), werden die Vorgänge an der Rißspitze, wo plastische Deformation und Schädigung auftreten, simuliert. Um die dabei auftretenden, großen plastischen Deformationen bei nichtmonotonen Lastverläufen beschreiben zu können, wird ein erweitertes hyperelastisch-plastisches Schädigungsmodell mit kombinierter isotroper und kinematischer Verfestigung formuliert. Der Einsatz der Finite-Elemente-Methode erfordert eine algorithmische Formulierung der konstitutiven Gleichungen, die zur Simulation des Materialverhaltens in ein FE-Programm implementiert werden.

Die Anpassung der Materialparameter erfolgt für den formgeschweißten Vergütungsstahl 10MnMoNi5-5, vgl. Schoch (1984). Die Parameter zur Modellierung der Verfestigung werden durch monotone und zyklische Versuche an glatten Rundzugproben bestimmt. Die Anpassung der Schädigungsparameter des Modells wird mit gekerbten Rundzugproben und Bruchmechanikproben durchgeführt.

## 2 Kinematik finiter plastischer Deformationen mit kombinierter Verfestigung

Die Berücksichtigung kinematischer Verfestigung im Rahmen der finiten Hyperelastoplastizität wurde in den vergangenen Jahren vor allem durch Beiträge von Eterovic und Bathe (1990) sowie Weber und Anand (1990) behandelt. Ausgehend von der Arbeit von Svendsen (1997) und Svendsen u.a. (1997) wird hier ein hyperelastisches-plastisches Materialmodell mit kombinierter Verfestigung für elastisch isotrope metallische Werkstoffe vorgestellt und ein geeigneter Integrationsalgorithmus für inkrementelle Plastizität dargestellt.

Mit der multiplikativen Zerlegung des Deformationsgradienten  $\mathbf{F}$  in den elastischen und den plastischen Anteil  $\mathbf{F} = \mathbf{F}_e \mathbf{F}_p$  lassen sich die konstitutiven Gleichungen auf der durch  $\mathbf{F}_p$  definierten Zwischenkonfiguration formulieren. Die Evolution der plastischen Deformation bestimmt sich damit aus dem plastischen Anteil des Geschwindigkeitsgradienten  $\mathbf{L}_p$ :

$$\dot{\mathbf{F}}_p = \mathbf{L}_p \mathbf{F}_p \quad (1)$$

Als Spannungsgröße wird hier der Mandelsche Spannungstensor  $\mathbf{M} = \mathbf{C}_e [\ln \mathbf{U}_e]$  eingeführt, der auf der Zwischenkonfiguration definiert ist. Die Mandel-Spannung  $\mathbf{M}$  ist über ein isotropes hyperelastisches Stoffgesetz  $\mathbf{C}_e$  mit dem elastischen rechten logarithmischen Verzerrungstensor  $\ln \mathbf{U}_e$  verknüpft, der sich aus der polaren Zerlegung von  $\mathbf{F}_e = \mathbf{R}_e \mathbf{U}_e$  bestimmt. Die Spannung auf der aktuellen Konfiguration, der Kirchhoffsche Spannungstensor  $\mathbf{K}$ , wird durch die Transformation

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}_e \mathbf{M} \mathbf{R}_e^T \quad (2)$$

gebildet. Der Rückspannungstensor  $\mathbf{X}$ , der wie  $\mathbf{M}$  auf der Zwischenkonfiguration definiert ist, wird nach Chaboche (1986) aus einer Summe einzelner Verfestigungsmechanismen  $\mathbf{X}_1$  bis  $\mathbf{X}_n$  berechnet,

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^n \mathbf{X}_i \quad (3)$$

Zur Erfassung nichtlinearer kinematischer Verfestigung wird für jeden einzelnen Anteil  $\mathbf{X}_i$  der Ansatz nach Armstrong und Frederick (1966) mit dem linearen Verfestigungsmodul  $c_i$  und dem Sättigungsparameter  $b_i$  gewählt:

$$\dot{\mathbf{X}}_i = \frac{2}{3} c_i \mathbf{D}_p - b_i |\mathbf{D}_p| \mathbf{X}_i \quad (4)$$

Für die isotrope Verfestigung  $\sigma_m$  wird eine Summe von Exponentialansätzen mit der Amplitude  $R_i$  gewählt, die mit  $k_i$  über der plastischen Vergleichsverzerrung  $\varepsilon_m$  abklingen, Chaboche (1986), worin  $R_y$  die anfängliche Fließspannung des Werkstoffes bezeichnet:

$$\sigma_m = R_y + \sum_{i=1}^n R_i (e^{-k_i \varepsilon_m} - 1) \quad (5)$$

Für geschwindigkeitsunabhängige Plastizität gilt die in Gl. 12 definierte Fließbedingung  $\Phi = 0$ . Mit der assoziierten Fließregel folgt die plastische Deformationsrate  $\mathbf{D}_p$ , dem symmetrischen Anteil des plastischen Geschwindigkeitsgradienten  $\mathbf{L}_p$ , aus

$$\mathbf{D}_p = \gamma \Phi_{,M} \quad \text{mit} \quad \Phi_{,M} = \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{M}} \quad (6)$$

### 3 Schädigungsmodellierung bei nichtmonotoner Belastung

Das Schädigungsmodell von Gurson wurde z.B. von Klingbeil u.a. (1994) zur Simulation duktilen Rißwachstums eingesetzt. Simuliert wird die Schädigung eines Stahls mit elastisch-plastischem Matrixmaterial, in dem harte, nichtmetallische Einschlüsse durch Dekohäsion oder Bruch zur Hohlraumstehung beitragen. Weitere Belastung führt zu Wachstum und Zusammenschluß dieser Hohlräume und schließlich zu duktiler Rißinitiierung und Rißwachstum.

Die Fließbedingung von Gurson (1977) in der Formulierung nach Needleman und Tvergaard (1984) wird beschrieben durch

$$\Phi_{Gurson}(\sigma, \sigma_M, f) = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_M^2} + 2 q_1 f^* \cosh\left(q_2 \frac{3}{2} \frac{\sigma_h}{\sigma_M}\right) - q_3 (f^*)^2 - 1 \quad (7)$$

mit der Cauchy-Spannung  $\sigma$ , deren Deviator  $\sigma'$ , der Fließspannung des Matrixmaterials  $\sigma_M$  sowie der Vergleichsspannung

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma' \cdot \sigma'} = J_2(\sigma) \quad (8)$$

und dem hydrostatischen Spannungsanteil

$$\sigma_h = \frac{1}{3} \sigma \cdot \mathbf{I} \quad (9)$$

$\mathbf{I}$  bezeichnet den Einheitstensor.

Um die bei der Wechselwirkung und dem Zusammenschluß von einzelnen Hohlräumen auftretende Beschleunigung der Schädigungsentwicklung zu berücksichtigen, geht der Hohlraumanteil  $f$  in der Funktion  $f^*$  als effektive Hohlraumrate in die Fließbedingung ein. Unterhalb eines kritischen Wertes  $f_c$  sind  $f$  und  $f^*$  identisch, oberhalb  $f_c$  tritt um den Faktor  $k$  beschleunigtes Hohlraumwachstum auf:

$$f^*(f) = \begin{cases} f & \text{für } f \leq f_c \\ f_c + k(f - f_c) & \text{für } f > f_c \end{cases}, \quad k = \frac{(f_u^* - f_c)}{(f_f - f_c)} \quad (10)$$

Der Wert  $f_f$  ist erreicht, wenn das Material keine Spannungen mehr trägt. Es tritt ein makroskopischer Riß auf.

Mit den Beiträgen von Mear & Hutchinson (1985) und Becker & Needleman (1986) wurde erstmals die Erweiterung des Schädigungsmodells von Gurson für nichtmonotone Belastungsverläufe dargestellt. Der als Krümmung der Fließfläche (Yield Surface Curvature) bezeichnete Einfluß kinematischer Verfestigung in der Modellierung führt zu einem schnelleren Versagen des Materials gegenüber einer Beschreibung mit rein isotroper Verfestigung. Diese Erweiterungen erfassen nicht die über ein Volumen zu mittelnende Verfestigung bei der Abhängigkeit der Fließfläche vom hydrostatischen Spannungsanteil. Eine weitere Diskussion dieser Ansätze findet sich z.B. bei Lammering u.a. (1990), sowie bei Devaux u.a. (1996) und Leblond & Devaux (1997).

Die Untersuchungen des Verfestigungsverhaltens des Werkstoffes 10MnMoNi5-5 zeigen, daß bei zyklischer Belastung durch den Einfluß kinematischer Verfestigung ein Rückfließen nach dem ersten Lastwechsel bereits sehr früh einsetzt. Durch die hohe Verfestigung und die schnelle Sättigung kommt es hierbei vor allem zu zwei Effekten: Die Trennung zwischen dem elastischen und plastischen Bereich ist experimentell schwer zu erfassen, und die folgende Belastung führt erneut zu hohen Spannungen. Damit wird deutlich, daß die Berücksichtigung des rein isotropen Anteils der Verfestigung oder einer Mischung aus isotropem und kinematischem Anteil zur Mittelung der Verfestigung um einen Hohlraum nicht ausreichend sind.

Um die gemittelte Verfestigung in einer Einheitszelle mit Hohlraum besser erfassen zu können, wird in dieser Arbeit eine Spannung  $\sigma_a$  eingeführt, die sich aus der im Verlauf der Belastungsgeschichte auftretenden maximalen Vergleichsspannung ergibt,

$$\dot{\sigma}_a = \left\langle \frac{\partial}{\partial t} (\sigma_m + J_2(\mathbf{X})) \right\rangle \quad (11)$$

mit der Notation:  $\langle h \rangle = 0$  für  $h \leq 0$  und  $\langle h \rangle = h$  für  $h > 0$ .

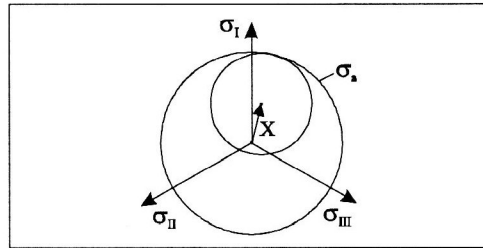


Bild 1. Darstellung der Spannung  $\sigma_a$  im Hauptspannungsraum

Die so gebildete Fließbedingung dieses erweiterten Modells ist definiert durch

$$\Phi(\mathbf{M}, \mathbf{X}, \sigma_M, f) = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_m^2} + 2 q_1 f^* \cosh\left(q_2 \frac{3 \sigma_h}{2 \sigma_a}\right) - q_3 (f^*)^2 - 1 \quad (12)$$

mit der Vergleichsspannung

$$\sigma_v = J_2(\mathbf{M} - \mathbf{X}_{eff}) \quad (13)$$

in der zur Berücksichtigung des Schädigungseinflusses durch die effektive Hohlraumrate  $f^*$  nur die effektive Rückspannung  $\mathbf{X}_{eff}$  eingeht:

$$\mathbf{X}_{eff} = \left(1 - \sqrt{q_3} f^*\right) \sum_i \mathbf{X}_i \quad (14)$$

Letztere Erweiterung ist für die Simulation bis zum endgültigen Materialversagen, z.B. bei duktiler Rißausbreitung, entscheidend, da die Tragfähigkeit des Materials somit kontinuierlich bis auf den Wert Null zurückgeht.

Im hydrostatischen Spannungsanteil  $\sigma_h$  wird nur die Mandel-Spannung  $\mathbf{M}$  berücksichtigt, da mit der assoziierten Fließregel auch bei einer druckabhängigen Fließbedingung die Spur der Rückspannung  $\mathbf{X}$  vernachlässigbar klein bleibt.

$$\sigma_h = \frac{1}{3} \mathbf{M} \cdot \mathbf{I} \quad (15)$$

Bei einer rein monotonen Belastung ist dieses erweiterte Modell unabhängig von der Berücksichtigung der kinematischen Verfestigung, so daß sich wieder der klassische Fall nach Needleman & Tvergaard ergibt.

Zusätzlich wird dieses Modell noch durch die Entwicklungsgleichungen für die akkumulierte plastische Vergleichsverzerrung des Matrixmaterials  $\varepsilon_m$  ergänzt,

$$\dot{\varepsilon}_m = \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{D}_p}{(1-f) \sigma_m} \quad (16)$$

die in Gleichung (5) eingeht, und für den Hohlraumanteil  $f$ , der sich mit der Annahme eines plastisch inkompressiblen Matrixmaterials aus der Massenbilanz und dem Entstehen von Hohlräumen durch Dekohäsion oder Bruch von Partikeln ergibt

$$\dot{f} = (1-f) \mathbf{I} \cdot \mathbf{D}_p + A(\varepsilon_m) \dot{\varepsilon}_m \quad (17)$$

Der Nukleationsterm  $A$  wird hier als Gauss-Verteilung über der plastischen Vergleichsverzerrung mit den Verteilungsparametern  $\varepsilon_n$  und  $\sigma_n$  sowie dem Volumenanteil der Partikel  $f_n$  definiert:

$$A(\varepsilon_n) = \frac{f_n}{\sqrt{2\pi} s_n^2} e^{-\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_n}{2 s_n^2}} \quad (18)$$

#### 4 Algorithmische Formulierung der inkrementellen Form des Schädigungsmodells

Bei kleinen elastischen Deformationen wird die polare Zerlegung des Deformationsgradienten  $\mathbf{F} = \mathbf{R} \mathbf{U}$  mit der Näherung  $\mathbf{U}_e \approx \mathbf{I}$  zu  $\mathbf{F} \approx \mathbf{R}_e \mathbf{R}_p \mathbf{U}_p$ . Wegen der Eindeutigkeit dieser Zerlegung gilt  $\mathbf{R}_e \mathbf{R}_p \approx \mathbf{R}$  und  $\mathbf{U}_p \approx \mathbf{U}$ . Mit der Unabhängigkeit der Evolutionsgleichung der Rückspannung  $\mathbf{X}$  von  $\mathbf{R}_p$  wird unter der Voraussetzung elastischer Isotropie  $\mathbf{R}_p = \mathbf{I}$  gewählt. Damit ist der plastic spin  $\mathbf{W}_p$  rein kinematisch bestimmt. Die Berechnung des Kirchhoffschen Spannungstensors  $\mathbf{K}$  vereinfacht sich dann gegenüber Gleichung (2) zu:

$$\mathbf{K} = \mathbf{R} \mathbf{M} \mathbf{R}^T \quad (19)$$

Die direkte implizite Zeitintegration der Gleichung (1) über ein Zeitintervall  $\{^n t, {}^{n+1} t\}$ , vgl. Eterovic & Bathe (1990), führt unter der Annahme eines im Zeitschritt konstanten plastischen Geschwindigkeitsgradienten  $\mathbf{L}_p$  und bei inkrementell kleiner plastischer Deformationen auf die algorithmische Formulierung mit dem inkrementellen plastischen Multiplikator  $\tau$  für die Evolution von  $\ln \mathbf{U}_e$ :

$$\ln {}^{n+1} \mathbf{U}_e = \ln {}^n \mathbf{U}_e - {}^{n+1} (\tau \Phi, \mathbf{M}) \quad (20)$$

Die elastische Vorschätzung (trial state) berechnet sich aus der polaren Zerlegung von

$${}^n \mathbf{F}_e = {}^{n+1} \mathbf{F} {}^n \mathbf{F}^{-1} {}^n \mathbf{F}_e \quad (21)$$

Die Backward-Euler-Integration des nichtlinearen Differentialgleichungssystems wird mit einem Newton-Verfahren numerisch gelöst. Bei den betrachteten Stählen bleibt der elastische Bereich klein. Mit der Wahl einer quadratischen Form für die elastische Verzerrungsenergie kann das Newton-Verfahren direkt in den Spannungen formuliert werden, womit der Algorithmus auf dem Spannungs-Prediktor basiert,

$${}^n \mathbf{M} = \lambda (\mathbf{I} \cdot \ln {}^n \mathbf{U}_e) \mathbf{I} + 2 \mu \ln {}^n \mathbf{U}_e \quad (22)$$

unter Verwendung der Laméschen Konstanten  $\lambda$  und  $\mu$ . Mit dem Elastizitätsmodul  $E$  und der Querkontraktionszahl  $\nu$  sind diese bestimmt aus:

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \lambda = 2\mu \frac{\nu}{(1-2\nu)} \quad (23)$$

Der gewonnene Algorithmus ist in Bild 2 zusammengefaßt und steht damit zur Implementierung in ein FE-Programm zur Verfügung:

**FE-Implementierung:**

Innere Variable:  $(\mathbf{F}_{el}, \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \sigma_m, f)$

- Vorgegebenes Verzerrungsinkrement im Zeitschritt  $\{t^n, t^{n+1}\}$  mit den Deformationsgradienten  ${}^n\mathbf{F}$  und  ${}^{n+1}\mathbf{F}$  und dem relativen Deformationsgradienten  ${}^{n+1}{}^n\mathbf{F}_{rel} = {}^{n+1}\mathbf{F} {}^n\mathbf{F}^{-1}$ .
- Berechnung der elastischen Vorschätzung (*trial state*):  
 ${}^n\mathbf{F}_e = {}^{n+1}{}^n\mathbf{F}_{rel} {}^n\mathbf{F}$
- Berechnung des rechten logarithmischen Verzerrungstensors der Vorschätzung über die Spektralzerlegung des rechten Cauchy-Green-Tensors  
 ${}^n\mathbf{C}_{el} = {}^n\mathbf{F}_e^T {}^n\mathbf{F}_e = u_J^2 (n_J \otimes n_J), \quad J = \text{I, II, III}$   
 $\ln {}^n\mathbf{U}_e = \ln u_J (n_J \otimes n_J)$
- Elastische Vorschätzung des Mandel-Spannungstensors:  
 ${}^n\mathbf{M} = \overset{<4>}{\mathbf{C}_e}[\ln {}^n\mathbf{U}_e]$  mit dem elastischen Stoffoperator  $\overset{<4>}{\mathbf{C}_e}$   
 ${}^n(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \sigma_m, f) = {}^n(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \sigma_m, f)$
- Backward-Euler-Integration:  
 ${}^n(\mathbf{M}, \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \sigma_m, f) \Rightarrow {}^{n+1}(\mathbf{M}, \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \sigma_m, f), \quad \ln {}^{n+1}\mathbf{U}_e$
- Zerlegung von  ${}^{n+1}\mathbf{F}$  zur Berechnung des elastischen Deformationsgradienten  
 ${}^{n+1}\mathbf{F}_e = {}^{n+1}\mathbf{R} {}^{n+1}\mathbf{U}_e$  mit  ${}^{n+1}\mathbf{R} = {}^{n+1}\mathbf{F} {}^{n+1}\mathbf{U}_e^{-1}$

Bild 2. Schema des aufgestellten Integrationsalgorithmus

## 5 Parameteranpassung für den Werkstoff 10MnMoNi5-5

Die Anpassung der Parameter für die Modellierung der Verfestigung erfolgt durch einachsige zyklische Versuche an glatten Rundzugproben mit Dehnungssteuerung im Bereich  $\pm 1\%$  bis  $\pm 3\%$  und durch die Aufnahme von Fließkurven an glatten Rundzugproben sowie zylindrischen Stauchproben, bei denen auch bei hohen Umformgraden bis 100 % der Einfluß der duktilen Schädigung ausgeschlossen werden kann.

Eine Trennung und Zuordnung der Parameter zu einzelnen Versuchen ist bei dieser Art der Modellierung nicht möglich. Bei der Wahl von zwei Exponentialansätzen für die isotrope Verfestigung und zwei Rückspannungstensenoren  $\mathbf{X}_1$  und  $\mathbf{X}_2$  können jedoch die Größenordnungen der einzelnen Parameter abgeschätzt werden. Dies erleichtert die Anpassung mit einer numerischen Optimierung, für die hier eine (3, 54)-Evolutionstrategie eingesetzt wurde, bei der aus 3 Eltern insgesamt 54 Nachkommen durch Gaussverteilte Zufallszahlen erzeugt werden. Mit dem Einsatz einer Schrittweitensteuerung erfordert die Bestimmung der Verfestigungsparameter 30 Generationen.

Das angepaßte Modell für Raumtemperatur (RT) ist in Bild 3 und Bild 4 im Vergleich zu den Experimenten dargestellt. Die Verfestigungsparameter sind in Tabelle 1 dargestellt. Die elastischen Konstanten sind identisch mit denen anderer Stähle mit einem E-Modul von  $E = 210000$  MPa und einer Querkontraktionszahl von  $\nu = 0.3$ .

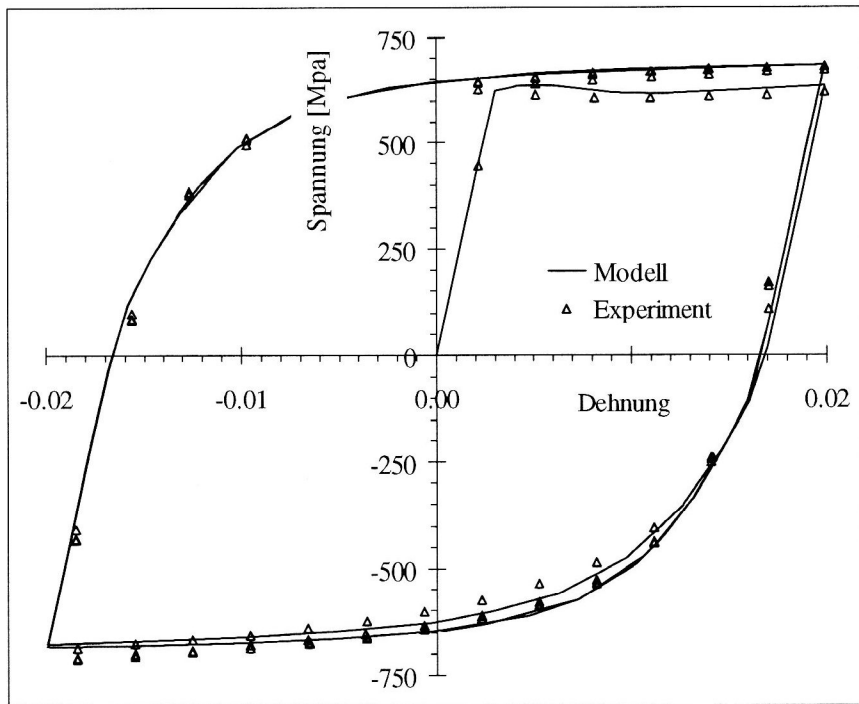


Bild 3. Angepaßtes Modell und zyklischer Versuch bei 2 % Dehnamplitude

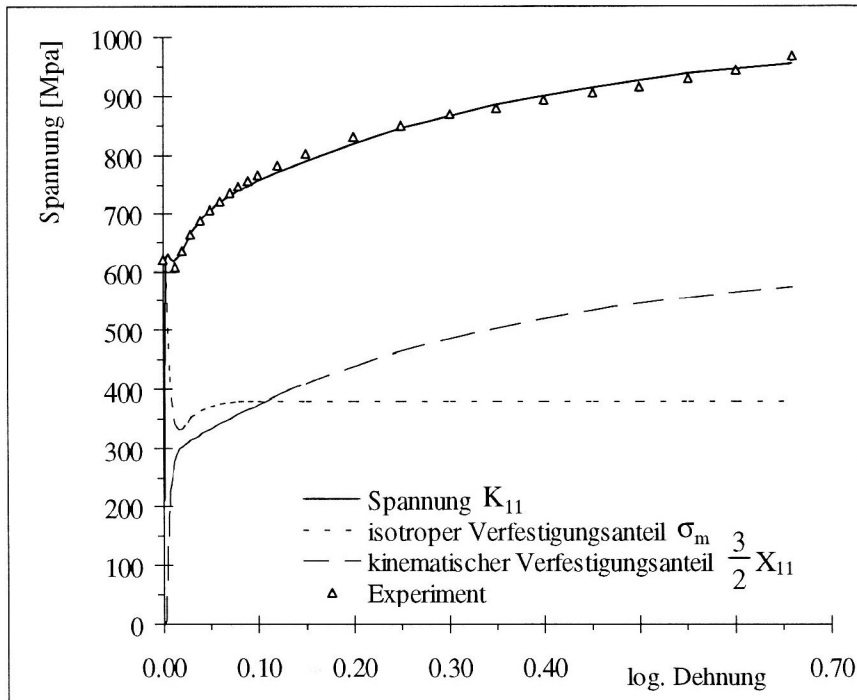


Bild 4. Angepaßtes Modell und Zugversuch

$R_1$ [MPa]	$k_1$	$R_2$ [MPa]	$k_2$	$c_1$ [MPa]	$b_1$	$c_2$ [MPa]	$b_2$
4.06E+02	2.13E+02	-1.67E+02	6.21E+01	1.01E+05	2.87E+02	1.06E+03	2.60E+00

Tabelle 1. Verfestigungsparameter 10MnMoNi5-5 (RT)

Zur Anpassung der Schädigungsparameter werden monotone Zugversuche an gekerbten Rundzugproben durchgeführt. Durch die Wahl verschiedener Kerbradien an den Proben lassen sich im Kerbgrund verschiedene Spannungsmehrachsigkeiten einstellen, wobei hier Kerbradien von  $R = 4$  mm und  $R = 10$  mm bei einem Durchmesser im Kerbgrund von 10 mm eingesetzt werden. Die Parameterbestimmung erfolgt durch FE-Simulationen dieser Proben mit dem Schädigungsmodell und den Verfestigungsparametern. Die Anpassung wird hier an globale Größen, wie Kraft über der Einschnürung im Kerbgrund, sowie an den Punkt des Bruches der Probe, durch Auswahl und Test verschiedener Parametersätze durchgeführt. Der Einsatz eines Optimierungsverfahren ist möglich, erfordert aber zusätzliche Rechenzeit.

Im Zusammenhang mit Rechnungen von C(T)-Proben und Versuchen mit duktilem Rißfortschritt können die Parameter für das Schädigungsverhalten eindeutig bestimmt werden. Geeignete Werte für die Parameter  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  finden sich in der Literatur. Die Größenordnungen der Werte  $f_0$  und  $f_n$  kann durch die mikroskopische Analyse von Schlifften des untersuchten Werkstoffs festgestellt werden.

Tabelle 2 zeigt die Schädigungsparameter für den Werkstoff 10MnMoNi5-5 bei RT:

$q_1$	$q_2$	$q_3$	$f_0$	$f_c$	$f_f$	$f_u^*$	$f_n$	$s_n$	$\epsilon_n$
1.5	1.0	2.25	0.0005	0.025	0.20	0.5	0.005	0.05	0.1

Tabelle 2. Schädigungsparameter 10MnMoNi5-5 (RT)

Die FE-Simulation einer seitengekerbten Kompaktzugprobe(C(T)-Probe) nach ASTM E399 (Breite 25 mm,  $a_0/w = 0.6$ ) bis zu einem duktilen Rißfortschritt von ca. 1.2 mm zeigt die Qualität der Anpassung dieses erweiterten Schädigungsmodells. Dargestellt in Bild 5 ist die Kraft über Rißöffnungverschiebung (Crack Opening-Displacement). Rißinitiiierung setzt hier bei einem COD-Wert von ca. 1.4 mm ein.

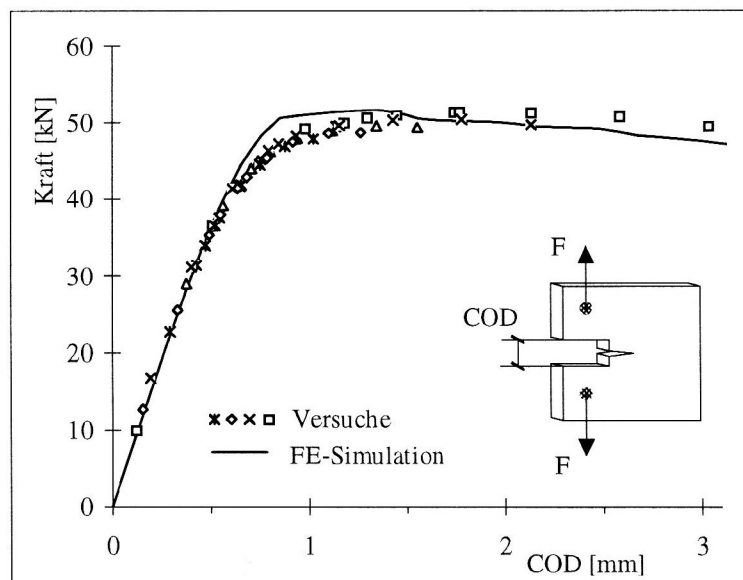


Bild 5. Vergleich zwischen experimentell ermittelter Kraft-COD-Kurve und Ergebnissen einer FE-Simulation einer C(T)25-Probe mit duktilem Rißfortschritt

## 6 Finite-Elemente-Rechnung der Eigenspannungen einer C(T)25-Probe nach mehreren Lastzyklen

Typische Lastpfade für den WPS-Effekt sind 'Load-Unload-Cool-Fracture' (L-U-C-F) oder bei mehrfacher Vorbelastung (L-U)<sup>n</sup>-C-F. Nach diesen  $n$  Lastzyklen entstehen in einer Bruchmechanikprobe Eigenspannungen als Folge plastischer Deformation an der Rißspitze und bei einer ausreichend hohen Lastamplitude tritt duktile Schädigung auf.

Das folgende Beispiel zeigt die Ergebnisse der FE-Simulation einer C(T)25-Probe ohne Seitenkerben, Abmessungen wie zuvor. Es werden 10 Lastzyklen mit einer Belastung auf 40 kN ( entspricht 25% von  $J_i$  ) und vollständiger Entlastung ( 0 kN ) durchgeführt. Verwendet wird ein FE-Netz mit quadratischen Elementen von 0.1 mm Kantenlänge im Ligamentbereich. Die auftretende Hysterese in der F-COD-Kurve sowie das Anwachsen des COD-Wertes über die Zyklen, Bild 6 , das dem Einfluß kinematischer Verfestigung zuzuordnen ist, stimmen mit experimentellen Beobachtungen überein.

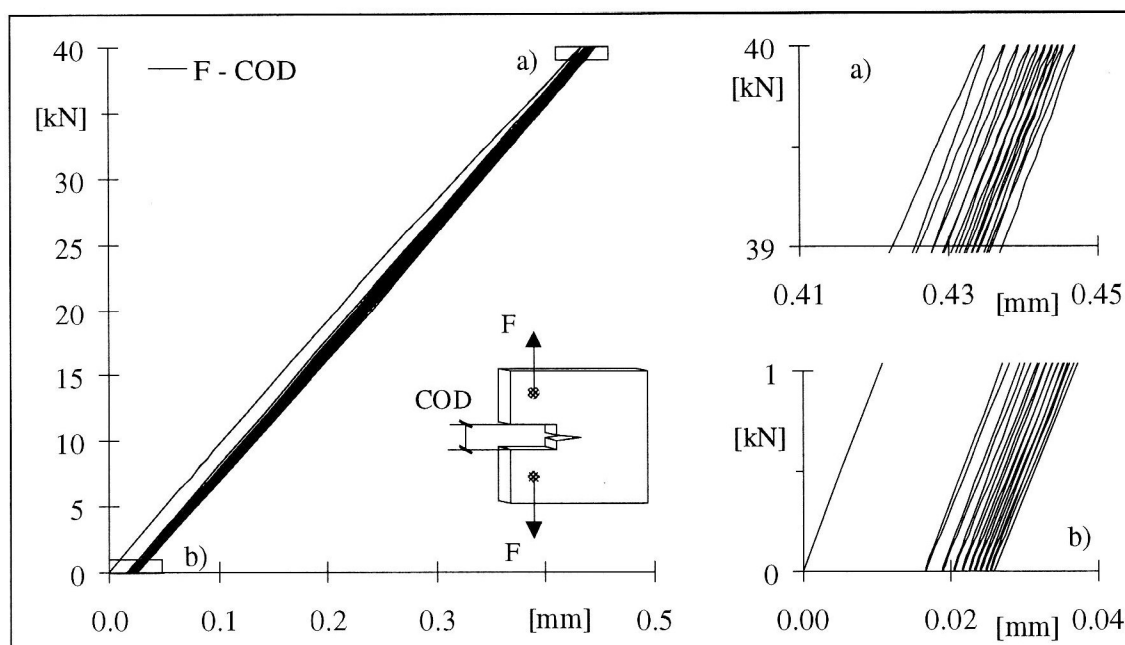


Bild 6. C(T)25-Probe: Hysterese in der Kraft F-COD-Kurve über 10 Lastzyklen

Die Darstellung der Komponente in Rißöffnungsrichtung ( $K_{22}$ ) der Eigenspannungen nach 10 Lastzyklen in Bild 7 zeigt die typische Ausbildung der Zone von Druckeigenspannungen an der Rißspitze, hinter der sich ein Bereich von deutlich niedrigeren Zugeigenspannungen anschließt. Die Entwicklung der Eigenspannungen über die Lastzyklen, aufgetragen entlang des Ligamentes, zeigt Bild 8. Es ist deutlich sichtbar, daß das Maximum der Eigenspannungen an der Rißspitze über die Zyklen kleiner wird, dafür bildet sich ein flacherer, weiter in das Ligament hinein reichender Verlauf von Druckeigenspannungen auf.

Nach der Vorbelastung tritt eine Abstumpfung der Rißspitze auf. Eine erkennbare Darstellung der Ausrundung an der Rißspitze würde eine wesentlich feinere Elementierung erfordern, worauf hier jedoch verzichtet wird.

Bei einer nachfolgenden Belastung im C-F-Pfad bewirken diese Eigenspannungen verringerte Spannungen unter Last, was zu einer geringeren Sprödbruchwahrscheinlichkeit gegenüber einer nicht vorbelasteten Probe führen wird. Diese läßt sich innerhalb einer solchen Simulation mit den daraus verfügbaren Größen wie Spannungen und plastisch deformierten Bereichen z. B. mit dem weakest-link-Modell und einer Weibull-Verteilung bewerten.



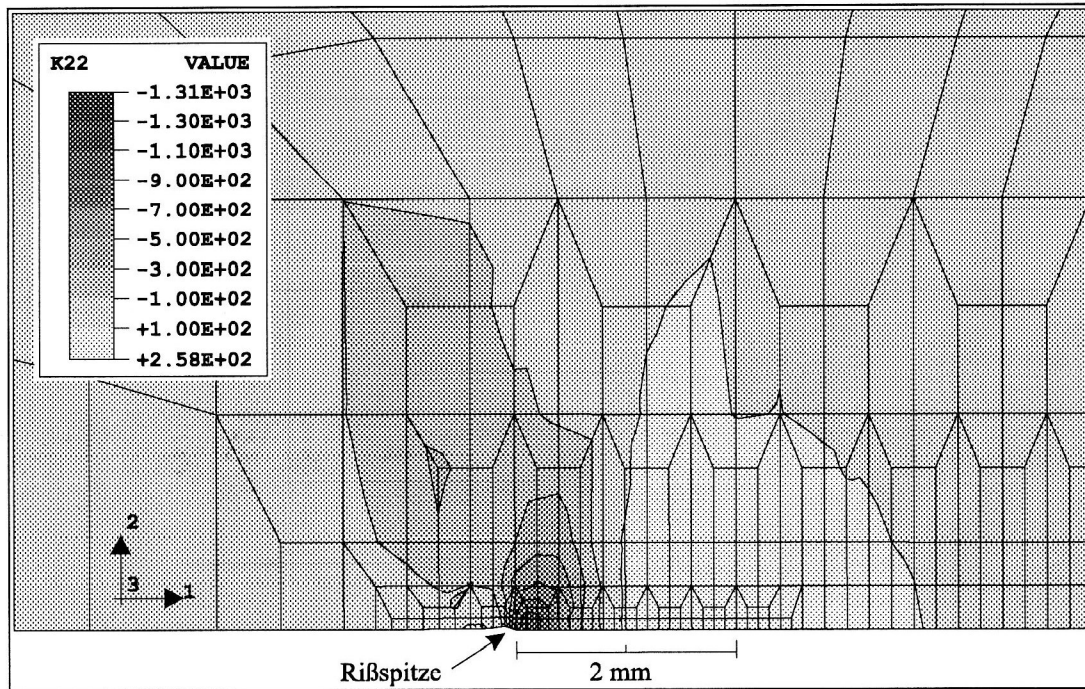


Bild 7. Rißöffnungsspannung  $K_{22}$  an der Rißspitze einer C(T)-Probe nach 10 Lastzyklen (Eigenspannungen)

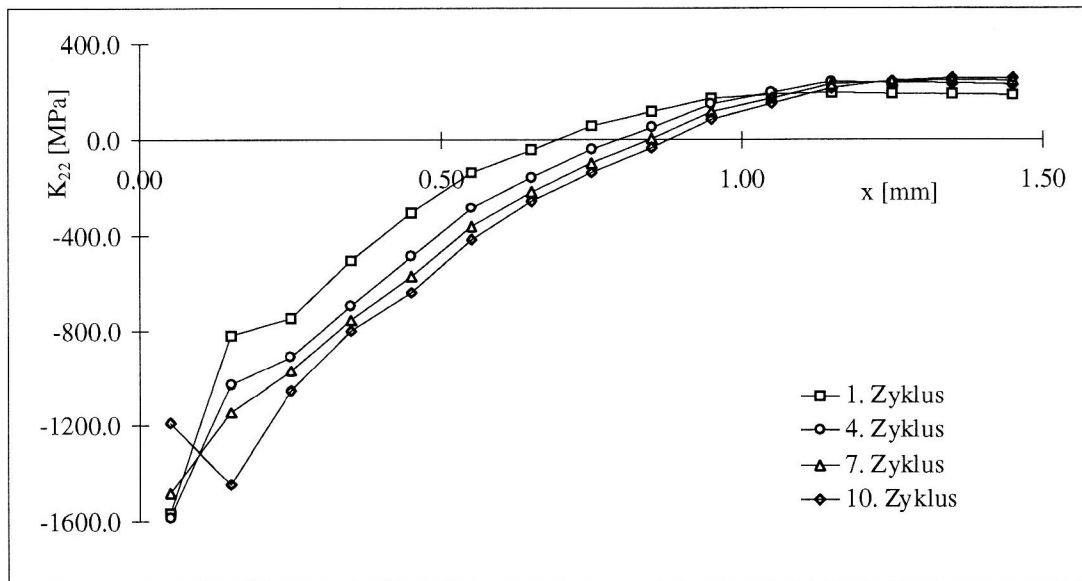


Bild 8. Eigenspannungen in Rißöffnungsrichtung (Komponente  $K_{22}$ ) im Ligament einer C(T)-Probe nach 1 - 10 Lastzyklen (Belastung auf 40kN, Entlastung auf 0 kN)

## 7 Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

Mit dem vorgestellten erweiterten Schädigungsmodell für duktile Schädigung und kombinierter isotroper und kinematischer Verfestigung können die bei einer Warmvorbelastung an der Rißspitze auftretenden Prozesse simuliert werden. Die Entwicklung der inneren Variablen wird für beliebige Lastverläufe erfaßt. Durch den Einsatz von Schädigungsmodellen wird die Übertragung dieser Ergebnisse auf bauteilrelevante Situationen möglich. Damit sind Aussagen über die Bauteilsicherheit auch über die Anwendbarkeit klassischer Konzepte der Bruchmechanik hinaus möglich.

## Literatur

1. Armstrong, P. J.; Frederick, C. O.: A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect. General Electricity Generating Board, Report No. RD/B/N731, 1966.
2. Becker, R.; Needleman, A.: Effect of Yield Surface Curvature on Necking and Failure in Porous Plastic Solids. J. of Appl. Mech. 53: S. 491-499, 1986.
3. Chaboche, J.-L.: Cyclic viscoplastic constitutive relations – Part I: A thermodynamically-consistent formulation, J. Appl. Mech. 60: S. 813–828, 1993.
4. Chaboche, J.-L.: Time-Independent Constitutive Theories For Cyclic Plasticity, Int. J. of Plasticity 2, S. 149-188, 1986.
5. Devaux, J.; Gologanu, M.; Leblond, J. B. & Perrin, G.: On continued void growth in ductile metals subjected to cyclic loadings. Proceedings of the IUTAM Conference: Nonlinear Analysis of Fracture, Cambridge 1995.
6. Eterovic, A. L.; Bathe, K. J.: A hyperelastic-based large strain elastoplastic constitutive formulation with combined isotropic-kinematic hardening using logarithmic stresses and strain measures, Int. J. Numer. Meth. Eng. 30: S. 1099–1115, 1990.
7. Gurson, A. L.: Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I. – Yield criteria and flow rules for porous ductile media. J. Engrg. Mat. Tech. 99: S. 2–15, 1977.
8. Klingbeil, D.; Künecke, G. & Schicker, J.: A synthesis between experimental and numerical methods applied to the determination of crack resistance curves for various specimens ECF 10 – Structural Integrity: Experiments, Models and Applications, K.-H. Schwalbe and C. Berger, Hrsg., Engineering Materials Advisory Services Ltd.: S. 453–462, 1994.
9. Lammering R.; Pecherski, B.; Stein, E.: Theoretical and computational aspects of large plastic deformations involving strain-induced anisotropy and developing voids, Archiva Mechanica 42, S. 347-375, 1990.
10. Leblond, J. B.; Devaux, J.: Advances in the numerical simulation of ductile fracture. Transactions of the 14<sup>th</sup> Int. Conf. on Struct. Mech. in Reactor Technology (SMiRT), Lyon, Div. G, Vol. 4, S.631-642, 1997.
11. Mear, M. E.; Hutchinson, J. W.: Influence of Yield Surface Curvature of Flow Localisation in Dilatant Plasticity. Report MECH-62, Harvard University, Division of Applied Sciences, 1985
12. Needleman, A.; Tvergaard, V.: 1984. An analysis of ductile rupture in notched bars J. Mech. Phys. Solids 32: S. 461–490, 1984.
13. Schoch, F.-W.: Eigenschaften formgeschweißter Großbauteile, Techn.-wiss. Ber. MPA Stuttgart, 1984.
14. Svendsen, B.: A thermodynamic formulation of finite-deformation elastoplasticity with hardening based on the concept of material isomorphism, eingereicht bei Int. J. of Plasticity, 1997.
15. Svendsen, B.; Arndt, S.; Klingbeil, D. & Sievert, R.: A hyperelastoplastic model for ductile damage, combined hardening and large deformation in metals. In Vorbereitung, 1997.
16. Weber, G.; Anand, L.: Finite Deformation Constitutive Equations and a Time Integration Procedure for Isotropic, Hyperelastic-Viscoplastic Solids. Comp. Meth. in Appl. Mech. & Engrg 79: S. 173-202, 1990.

---

*Anschrift:* Dipl.-Ing. Stephan Arndt, Dr. Bob Svendsen und Dr.-Ing. Dietmar Klingbeil, Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung, Unter den Eichen 87, D-12205 Berlin