

# Viskoplastische Materialmodellierung und Anwendungen im Gasturbinenbau

J. Olschewski

*Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr. h.c. mult. E. Stein zum 65. Geburtstag gewidmet*

*Das zeit- und geschwindigkeitsabhängige Verhalten von realen Legierungen, wie es insbesondere bei der Hochtemperaturanwendung zutage tritt, läßt sich durch die Klasse der viskoplastischen Materialmodelle beschreiben. Im folgenden werden einige charakteristische Eigenschaften dieser Modelle diskutiert. Exemplarisch werden dazu die Modelle von Chaboche und Bodner-Partom untersucht. Am Beispiel der im Gasturbinenbau als Schaufelwerkstoff verwendeten Nickelbasis-Superlegierung IN 738 LC wird die Vorhersagefähigkeit der viskoplastischen Stoffgesetze aufgezeigt. Dazu werden Simulationen des inelastischen Materialverhaltens unter zyklischen isothermen sowie nicht-isothermen mehrachsigen Belastungen mit experimentellen Befunden verglichen. Abschließend werden Ergebnisse einer dreidimensionalen thermo-viskoplastischen FE-Analyse einer Modell-Turbinenschaufel präsentiert und Resultaten einer thermo-elastischen FE-Analyse gegenübergestellt.*

## 1 Einleitung

Gasturbinen werden heute außer in Flugtriebwerken auch in konventionellen Kraftwerken in Kombination mit der klassischen Dampfturbine zur Erzielung höherer Wirkungsgrade und damit geringstmöglicher Schadstoffemission ( $\text{CO}_2$ , Methan,  $\text{NO}_x$ ) als auch zur Schonung von Energiereserven und Rohstoffen eingesetzt. Neben diesen ökologischen Problemen sind es auch wirtschaftliche Fragen nach immer längerer Lebensdauer und größeren Wartungsintervallen, die zu einer Herausforderung für den Entwurfsingenieur werden, derer er nur durch den Einsatz von Legierungen mit immer höheren Einsatztemperaturen, von effektiveren Kühlungstechniken und von verbesserten Designmethoden begegnen kann.

Hochtemperaturbauteile wie Laufschaufeln von Gasturbinen sind hohen thermisch-mechanischen Beanspruchungen ausgesetzt. Fliehkräfte, Gaskräfte und Temperaturgradienten sowie eine komplexe Geometrie der zumeist innen-gekühlten Schaufeln führen zu Spannungszuständen, die inelastische Verformungen zur Folge haben. Dabei kann je nach Einsatzart der Gasturbine, der charakteristische Lastzyklus mehr durch ein stationäres Kriechen oder mehr durch ein thermomechanisches Zyklieren gekennzeichnet sein. Die Schaufeln derartiger Gasturbinen werden in der industriellen Praxis noch nach Regeln dimensioniert, die auf einer thermoelastischen Festigkeitsanalyse basieren. Zu einer effektiveren Ausnutzung der Ressourcen gehört ein verbessertes Verständnis des Materialverhaltens der verwendeten Legierungen unter Betriebsbedingungen, d.h. unter zeitlich veränderlichen mehrachsigen thermisch-mechanischen Belastungen, sowie die Entwicklung von Materialmodellen und Schädigungsgesetzen, die die inelastischen Materialeigenschaften hinreichend genau simulieren können und eine realistische Abschätzung der Lebensdauer von Bauteilen ermöglichen. Unterstützt wird dieses Bemühen durch die Entwicklung immer leistungsfähigerer Rechner sowie durch die Anwendung moderner experimenteller Techniken.

Im Rahmen der Theorie der Viskoplastizität sind in den letzten Jahrzehnten zahlreiche Modelle, Perzyna (1966), Bodner-Partom (1975), Miller (1976), Robinson (1976), Chaboche (1977), Valanis (1980), Walker (1981), Bruhns (1982), Krempl u.a. (1986), Estrin (1991) und weitere, entwickelt worden. Darunter haben insbesondere die Modelle, die sich auf die Verwendung innerer Variablen zur Modellierung inelastischer Materialeigenschaften abstützen, eine große Bedeutung gewonnen. Aus Platzgründen kann hier kein umfassender Überblick über die Literatur gegeben werden. Es sei dazu auf die Übersichten von Lemaitre und Chaboche (1985), Krempl (1987), Miller (1989) und Ohno (1990) verwiesen. Exemplarisch werden die viskoplastischen Modelle von Bodner und Partom (1975) sowie Chaboche (1977) diskutiert. Dazu wird die Vorhersagefähigkeit dieser Modelle an der polykristallinen Nickelbasislegierung IN 738 LC untersucht. Zur Verifikation werden Daten aus mehrachsigen LCF-Versuchen herangezogen. Von besonderer Bedeutung für den Turbinenbau ist dabei die Simulation des Werkstoffverhaltens unter nicht-isothermen Belastungsbedingungen. Abschließend werden Ergebnisse einer thermo-viskoplastischen FE-Analyse einer

innengekühlten Modell-Turbinenschaufel präsentiert. Das Spannungs-Verzerrungsverhalten der höchstbeanspruchten Bereiche wird mit dem einer thermo-elastischen Analyse verglichen.

In der vorliegenden Arbeit können viele Aspekte einer viskoplastischen Modellentwicklung und Materialbeschreibung nicht diskutiert werden. Hierzu gehört das Problem der Kalibrierung der Modelle an experimentelle Daten (Braasch und Estrin, 1993; Lion, 1994). Austenitische Werkstoffe zeigen das Phänomen der sogenannten zusätzlichen Verfestigung unter nichtproportionaler Belastung, das einer besonderen Modellierung bedarf (Benallal und Marquis, 1987). Auch bezüglich der Modell-Erweiterungen zur Simulation des Ratchetting-Verhaltens, d.h. der Werkstoffreaktion bezüglich der Überlagerung von konstanter Primärbeanspruchung und zyklischer Sekundärbeanspruchung, muß auf die Literatur verwiesen werden (Chaboche, 1994; Ohno, 1994). Die Materialmodellentwicklung erfolgt im allgemeinen auf der Basis experimenteller Daten aus isothermen einachsigen Versuchen. Die Erweiterung der Modellbeschreibung für nichtisotherme Prozesse (Benallal und Ben Cheikh, 1987; McDowell, 1992) kann hier nur kurz gestreift werden. Untersuchungen zur thermodynamischen Konsistenz viskoplastischer Modelle sind von Freed u.a. (1991) und Chaboche (1993) durchgeführt worden. Eine thermodynamische Rahmenordnung für eine Theorie innerer Zustandsvariablen liefert die Arbeit von Coleman und Gurtin (1967). Der Einsatz einkristalliner Legierungen als Schaufelmaterial führt zu einer weiteren Herausforderung, da die Beschreibung dieser Legierungen eine Modellierung der Anisotropie kubisch-flächenzentrierter Kristalle erforderlich macht. Hierbei finden zwei Darstellungsweisen Anwendung, eine auf der Basis anisotroper Tensorfunktionen, Bertram und Olschewski (1991), Nouailhas und Freed (1992), sowie alternativ eine Gleitsystemdarstellung, die die kristalline Struktur berücksichtigt, Meric u.a. (1991). Die Einbeziehung der Materialschädigung in die Modelldiskussion, wie in der Monographie von Lemaitre (1992) ausführlich betrachtet, sprengt den hier vorgegebenen Rahmen. Schließlich kann auf das numerische Verhalten viskoplastischer Materialmodelle, d.h. die Untersuchung geeigneter Integrationsalgorithmen, die Implementierung der Modelle in FE-Programme (Olschewski u.a., 1993) wie auf die Frage konsistenter Steifigkeitsmatrizen nicht weiter eingegangen werden. Die Erfassung der Gefügeänderung unter Last und Temperatur in der Modellbeschreibung ist Gegenstand aktueller Forschung.

## 2 Viskoplastizität

### 2.1 Geschwindigkeitsabhängiges Materialverhalten

Am Beispiel der polykristallinen Schaufellegierung IN 738 LC wird das typische inelastische Hochtemperaturverhalten von Nickelbasislegierungen in drei Belastungssituationen aufgezeigt. Das Spannungs-Dehnungsverhalten im Zugversuch bei 850 °C (Bilder 1a,b) zeigt eine deutliche Abhängigkeit des Verfestigungsverhaltens von der Dehngeschwindigkeit. Unterhalb von 450 °C verhält sich der Werkstoff geschwindigkeitsunabhängig.

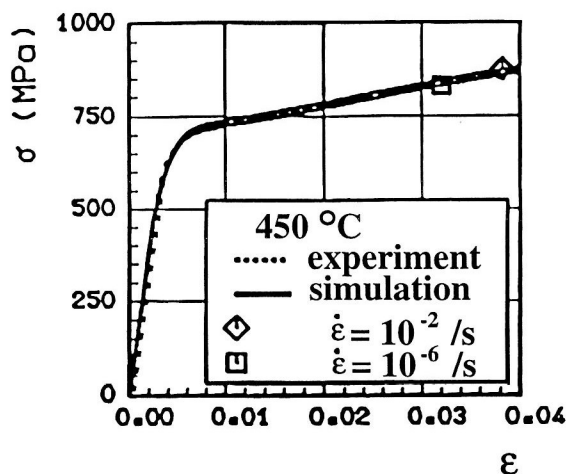


Bild 1a. Zugversuche mit unterschiedlichen Dehngeschwindigkeiten bei 450 °C

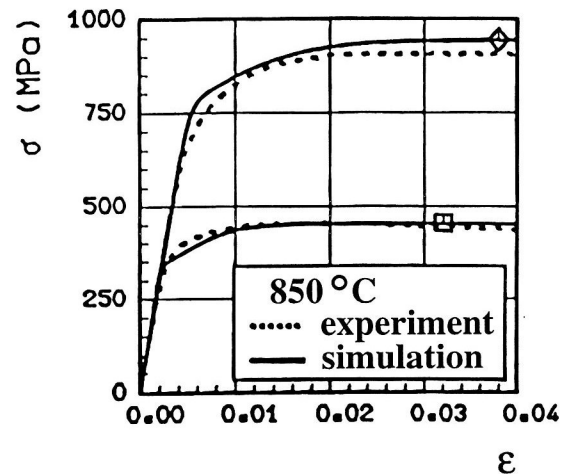


Bild 1b. Zugversuche mit unterschiedlichen Dehngeschwindigkeiten bei 850 °C

Im isothermen dehnungsgesteuerten Lastwechsel- (LCF-) Versuch zeigt der Werkstoff ein geschwindigkeitsabhängiges Hystereseverhalten. In Bild 2 ist das zyklische Verhalten für die Dehngeschwindigkeit  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  dargestellt. Das viskose Verformungsverhalten kann ebenfalls im Kriechversuch (Bild 3) studiert werden.

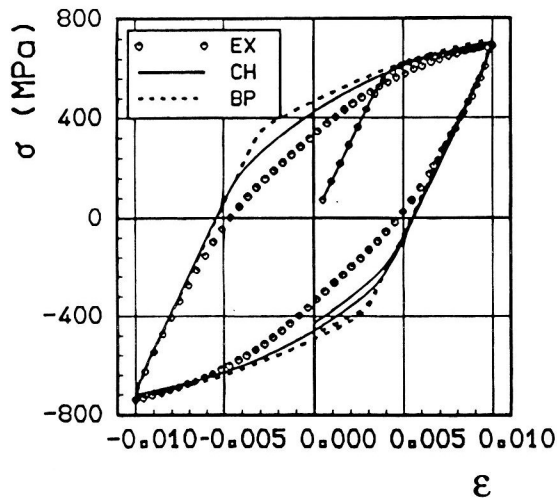


Bild 2. LCF-Versuch mit  $\epsilon_a = 0.01$  und  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  bei  $850 \text{ °C}$

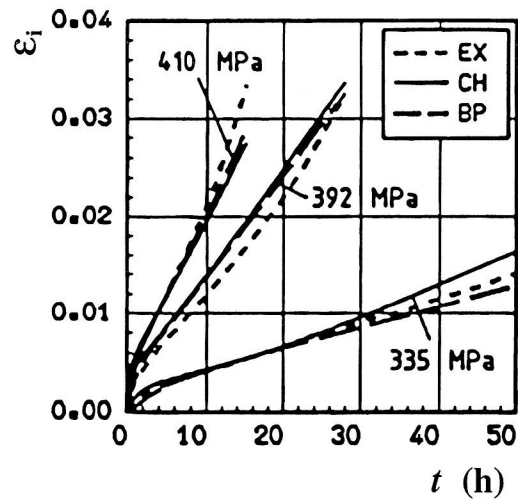


Bild 3. Kriechversuche mit unterschiedlichen Lasthorizonten bei  $850 \text{ °C}$

Die in den Bildern 1 bis 3 geplotteten experimentellen Daten sind zur Kalibrierung der betrachteten Modelle benutzt worden. Die Güte dieser Parameteridentifikation kann an den ebenfalls dargestellten Simulationen durch das Chaboche- und das Bodner-Partom-Modell, auf die in den nächsten Abschnitten näher eingegangen wird, abgelesen werden.

## 2.2 Viskoplastische Fließregel

Die Materialtheorie als Bestandteil der Kontinuumsmechanik hat die Aufgabe, experimentell beobachtetes Materialverhalten, wie z.B. das der Geschwindigkeitsabhängigkeit, durch geeignete mathematische Modelle zu beschreiben. Hierbei muß auf physikalische Plausibilität wie auf mathematische Konsistenz hinsichtlich der Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen von Anfangs-/Randwertproblemen geachtet werden. Erste theoretische Grundlagen der Beschreibung zeit- und geschwindigkeitsabhängigen Materialverhaltens finden sich schon in der Arbeit von Hohenemser und Prager (1932), die eine Systematik isotroper Idealstoffe auf der Basis von Tensorfunktionsdarstellungen zwischen Spannungen, Verzerrungen und deren zeitlichen Ableitungen entwickelten. Die Kontinuumsmechanik der letzten Jahrzehnte hat sich bemüht, diese Überlegungen zu erweitern und eine allgemeine Theorie der Materialeigenschaften zu schaffen. Eine Übersicht über die Methoden zur Darstellung von inelastischen Materialeigenschaften aus heutiger Sicht geben Krawietz (1986) und Haupt (1993). Dabei sind zwei Formulierungsweisen bei der Konstruktion konstitutiver Modelle hervorzuheben,

- die explizite Darstellung in Form von Funktionalen der Belastungsgeschichte (z.B. Verzerrungen, Temperatur)
- die implizite Darstellung durch Evolutionsgleichungen sogenannter innerer Variablen.

Die unterschiedlichen inelastischen Materialeigenschaften werden durch die zur Definition der Funktionalen benutzten Funktionenräume sowie durch geeignet gewählte Anforderungen an die Stetigkeit bzw. durch die Auswahl der inneren Variablen und durch die Eigenschaften ihrer Evolutionsgleichungen charakterisiert. Im folgenden wird nur die Darstellung durch innere Variable weiter betrachtet.

Geschwindigkeitsabhängiges Materialverhalten von Festkörpern wird durch die Kategorien Viskoelastizität und Viskoplastizität gekennzeichnet. Nach Haupt (1993) läßt sich der Unterschied am Verhalten bei unendlich langsamen Prozeßgeschwindigkeiten festlegen. Viskoplastisches Materialverhalten ist im Sinne dieses Charakterisierungsmerkmals durch das Auftreten von Gleichgewichtshystereseschleifen ausgezeichnet.

Der klassische Ansatz zur Beschreibung von Materialeigenschaften, die sowohl viskose als auch plastische (geschwindigkeitsunabhängige) Phänomene umfassen, beruht auf einer für kleine Verformungen üblichen additiven Zerlegung der Verzerrungen in elastische, plastische und viskose Anteile

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_e + \mathbf{E}_p + \mathbf{E}_v \quad (1)$$

Die elastische Verzerrungskomponente  $\mathbf{E}_e$  ist mit den Spannungen  $\mathbf{S}$  durch das Hookesche Gesetz verknüpft

$$\mathbf{S} = \overset{<4>}{\mathbf{C}} [\mathbf{E}_e] \quad (2)$$

Für den plastischen Verzerrungsanteil  $\mathbf{E}_p$  wird im allgemeinen mit Hilfe der von Mises'schen Fließbedingung  $f = 0$  eine assoziierte Fließregel (v. Mises, 1928) formuliert

$$\dot{\mathbf{E}}_p = \begin{cases} \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{S}}, & \text{wenn } f = 0 \text{ und } \dot{\mathbf{S}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{S}} \geq 0 \\ \mathbf{0}, & \text{wenn } f < 0 \text{ oder } f = 0 \text{ und } \dot{\mathbf{S}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{S}} < 0 \end{cases} \quad (3)$$

während man die viskose Komponente  $\mathbf{E}_v$  oft durch einen Ansatz vom Norton-Typ beschreibt

$$\dot{\mathbf{E}}_v = \dot{\epsilon}_0 \left( \frac{\|\mathbf{S}'\|}{K} \right)^n \frac{\mathbf{S}'}{\|\mathbf{S}'\|} \quad \mathbf{S}' = \mathbf{S} - \frac{1}{3} S_p \mathbf{S} \mathbf{1} \quad (4)$$

$K$  ist die zur Referenzkriechgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}_0$  gehörende Spannung des einachsigen Kriechversuches.

In den letzten drei Jahrzehnten hat sich die Auffassung durchgesetzt, daß die ingenieurmäßige Vorgehensweise der separaten Beschreibung inelastischer Deformationsanteile eher pragmatischen Gesichtspunkten entspricht, und nicht der physikalischen Wirklichkeit Rechnung trägt, d.h. der Versetzungsbewegung als Ursache inelastischer Deformation. Dies hat zu der Entwicklung elastisch-viskoplastischer (unified) Modelle geführt, die durch den kinematischen Ansatz

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_e + \mathbf{E}_i \quad (5)$$

gekennzeichnet sind. Eine allgemeine Struktur der Fließregel, d.h. das Stoffgesetz für die inelastischen Verformungen, liefert der Ansatz

$$\dot{\mathbf{E}}_i = \sqrt{\frac{3}{2}} \dot{p} \mathbf{N}' \quad \text{mit} \quad S_p \mathbf{N}' = 0 \quad \dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\mathbf{E}}_i \cdot \dot{\mathbf{E}}_i \quad (6)$$

Hierbei ist  $\dot{p}$  anders als  $\dot{\lambda}$  in Gleichung (3) nicht durch eine Konsistenzbedingung festgelegt, sondern ist Bestandteil der Stoffgesetzformulierung

$$\dot{p} = f(\mathbf{S}', q_i, T) \quad q_i = 1, 2, \dots \quad (7)$$

Die Größen  $q_i$  repräsentieren skalar- und tensorwertige innere Variable, mit deren Hilfe das Verfestigungsverhalten des konkreten Werkstoffes bei der Temperatur  $T$  auf die inelastische Verzerrungsgeschwindigkeit modelliert wird. Beispiele für die kinetische Gleichung (7) sind

$$\dot{p} = \begin{cases} \left( \frac{\langle J_2(\mathbf{S}' - \mathbf{X}) - R_y \rangle}{D} \right)^n & (\text{Chaboche}) \\ \frac{2}{\sqrt{3}} D_o \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{Z^2}{J_2(\mathbf{S}')} \right)^{2n} \right] & (\text{Bodner - Partom}) \end{cases} \quad (8)$$

Hierin sind als abkürzende Schreibweisen

$$\langle x \rangle = \begin{cases} x, & \text{wenn } x > 0 \\ 0, & \text{wenn } x \leq 0 \end{cases} \quad J_2(-) = \sqrt{\frac{3}{2}} \|(-)\| \quad (9)$$

verwendet worden. Das Chaboche-Modell geht von der Existenz eines elastischen Bereiches aus, d.h. viskoplastische (geschwindigkeitsabhängige) Verformungen werden von der viskosen Spannung

$$\sigma_v = J_2(\mathbf{S}' - \mathbf{X}) - R_y = D \dot{p}^{\frac{1}{n}} \quad (10)$$

gespeist. Krempl (1986) spricht in diesem Zusammenhang von Überspannung (overstress), da er jedem viskoelastischen Prozeß einen Prozeß mit hinreichend kleiner Geschwindigkeit zuordnet, den er als Gleichgewichtsprozeß bezeichnet und der eine geschwindigkeitsunabhängige Materialreaktion hervorruft. Das Bodner-Partom-Modell ist in diesem Sinne kein Überspannungsmodell. Außerdem geht es von der Annahme aus, daß schon bei kleinen Belastungen eine Versetzungsbewegung stattfindet. In der Darstellung des Chaboche-Modells nach Gleichung (8) wird neben den skalaren inneren Variablen, der Fließspannung  $R_y$  und der (drag) Spannung  $D$ , zur Beschreibung isotroper Verfestigung, eine tensorielle innere Variable, die Rückspannung (back stress)  $\mathbf{X}$ , benutzt, um eine Richtungsabhängigkeit der Verfestigung zu erfassen. Das Bodner-Partom-Modell kommt mit einer skalaren Verfestigungsgröße  $Z$  aus, die sich allerdings additiv aus zwei Anteilen,  $Z^I$  für isotrope und  $Z^D$  für gerichtete Verfestigung, zusammensetzt

$$Z = Z^I + Z^D \quad (11)$$

Beide Modelle enthalten die Temperatur nur implizit über die Temperaturabhängigkeit der Modellkonstanten.

Die Richtung der inelastischen Verzerrungssinkremente ist durch die Normale  $\mathbf{N}'$

$$\mathbf{N}' = \begin{cases} \frac{\mathbf{S}' - \mathbf{X}}{\|\mathbf{S}' - \mathbf{X}\|} & (\text{Chaboche}) \\ \frac{\mathbf{S}'}{\|\mathbf{S}'\|} & (\text{Bodner-Partom}) \end{cases} \quad (12)$$

gekennzeichnet. Der deviatorische Charakter der Fließregel (6)<sub>1</sub> drückt den Umstand aus, daß inelastische Deformationen isochor ablaufen. Die Fließregel des Chaboche-Modells läßt sich im Sinne der von Rice (1971) begründeten physikalischen Existenz eines Fließpotentials  $\Omega$

$$\Omega = \frac{D}{n+1} \left( \frac{\sigma_v}{D} \right)^{n+1} = \frac{D}{n+1} \left( \frac{\langle J_2(\mathbf{S}' - \mathbf{X}) - R_y \rangle}{D} \right)^{n+1} \quad (13)$$

durch

$$\dot{\mathbf{E}}_i = \frac{\partial \Omega}{\partial \mathbf{S}} \quad (14)$$

ableiten. Spezialfälle dieses Modells sind  $R_y = 0$ , verschwindender elastischer Bereich,  $D = K = \text{konst.}$ , oder  $D = R_y$ , wie in der Theorie von Perzyna (1966).

### 3 Evolutionsgleichungen der inneren Variablen

Verfestigungsvorgänge in Metallen bei hohen Temperaturen lassen sich schematisch durch Evolutionsgleichungen der inneren Variablen der folgenden Form charakterisieren

$$\dot{q} = \text{Verfestigung} - \text{dynamische Erholung} - \text{statische Erholung}$$

Dabei sind die verfestigenden Vorgänge und die der dynamischen Erholung verzerrungsinduziert, d.h. geschwindigkeitsunabhängig, während statische Erholungsvorgänge thermisch aktiviert sind und sich damit mit fortschreitender Zeit entwickeln. Dies sei zunächst am Beispiel der die isotrope Verfestigung beschreibenden skalaren inneren Variablen dokumentiert

$$\begin{aligned} \dot{R}_y &= b(R_{y\infty} - R_y)\dot{p} - \gamma |R - Q_r|^m & R_y(0) &= k \quad (\text{Chaboche}) \\ \dot{Z}^I &= m_1(K_1 - Z^I)\dot{W}_i - A_1 \left( \frac{Z^I - K_2}{K_1} \right)^{r_1} & Z^I(0) &= K_o \quad (\text{Bodner-Partom}) \end{aligned} \quad (15)$$

Der augenfälligste Unterschied zwischen beiden Darstellungen ist der, daß das Bodner-Partom-Modell den isotropen Verfestigungsprozeß mit der inelastischen Arbeit

$$W_i = \int \mathbf{S} \cdot d\mathbf{E}_i \quad W_i(0) = 0 \quad (16)$$

verknüpft und nicht wie im Chaboche-Model mit der akkumulierten viskoplastischen Vergleichsdehnung

$$p = \int \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\mathbf{E}}_i \cdot \dot{\mathbf{E}}_i} dt \quad (17)$$

Bei zyklischen Beanspruchungen ist die deformationsinduzierte Anisotropie des Materials, die sich im Bauschinger Effekt ausdrückt, im allgemeinen nicht mehr zu vernachlässigen. Deshalb hat Prager (1949) einen Rückspannungstensor  $\mathbf{X}$  eingeführt und eine als lineare kinematische Verfestigungsregel (LKH) bezeichnete Evolutionsgleichung postuliert

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{2}{3} c \dot{\mathbf{E}}_i \quad (18)$$

Diese lineare Verfestigungsregel ist von Armstrong und Frederick (1966) um einen dynamischen Erholungsanteil erweitert worden

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{2}{3} c \dot{\mathbf{E}}_i - d \mathbf{X} \dot{p} \quad (19)$$

Sie wird in der Literatur als nichtlineare kinematische Verfestigungsregel (NLKH) bezeichnet. Auch das Bodner-Partom-Modell enthält eine gerichtete Verfestigung, denn die skalare Verfestigungsgröße  $Z^D$  ist mit einem Rückspannungstensor  $\mathbf{B}$  gemäß

$$Z^D = \mathbf{B} \cdot \frac{\mathbf{S}}{\|\mathbf{S}\|} \quad (20)$$

verknüpft. Bemerkenswert ist hier die Wahl des Spannungstensors  $\mathbf{S}$  selbst als Richtungsgröße und nicht die des Spannungsdeviators  $\mathbf{S}'$ . Unter Einbeziehung auch der statischen Erholung ergeben sich die folgenden Evolutionsgleichungen zur Beschreibung der kinematischen Verfestigung

$$\dot{\mathbf{X}} = c \left( a \frac{\mathbf{S}' - \mathbf{X}}{J_2(\mathbf{S}' - \mathbf{X})} - \Phi(p) \mathbf{X} \right) \dot{p} - d \left( \frac{J_2(\mathbf{X})}{a} \right)^r \frac{\mathbf{X}}{J_2(\mathbf{X})} \quad \mathbf{X}(0) = \mathbf{0} \quad (\text{Chaboche})$$

mit  $\Phi(p) = \Phi_\infty - (\Phi_\infty - 1) e^{-\omega p}$  (21)

$$\dot{\mathbf{B}} = m_2 \left( K_3 \frac{\mathbf{S}}{\|\mathbf{S}\|} - \mathbf{B} \right) \dot{W}_i - A_2 \left( \frac{\|\mathbf{B}\|}{K_1} \right)^{r_2} \frac{\mathbf{B}}{\|\mathbf{B}\|} \quad \mathbf{B}(0) = \mathbf{0} \quad (\text{Bodner -Partom})$$

Die Unterschiede in den kinematischen Verfestigungsregeln sind zum einen wieder in der Steuerung der Verfestigung mit  $p$  bzw.  $W_i$  bestimmt und zum anderen durch die sehr unterschiedlichen Richtungen, in die sich die kinematischen Verfestigungsgrößen  $\mathbf{X}$  und  $\mathbf{B}$  entwickeln, d.h. proportional  $\mathbf{S}' - \mathbf{X}$  bzw.  $\mathbf{S}$ . Zur Vergrößerung der Flexibilität in der Modellierung hat Chaboche (1989) eine Verallgemeinerung in der Form

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^M \mathbf{X}_i \quad (22)$$

vorgenommen, mit der Maßgabe, daß die  $\mathbf{X}_i$  einer Evolutionsgleichung vom Typ der Beziehung (21)<sub>1</sub> genügen. Weitere Formen werden im Übersichtsartikel von Chaboche (1989) zur zyklischen Viskoplastizität diskutiert.

Verfestigungsregeln, die die Evolution mobiler und immobiler Versetzungen betrachten und damit auf einer physikalischen Grundlage aufbauen, hat Estrin (1991) formuliert. Abschließend sei festgehalten, daß alle hier aufgelisteten Evolutionsgleichungen, isotherme Formulierungen darstellen und somit auch an homogenen isothermen Versuchen kalibriert werden (Braasch und Estrin, 1993; Lion, 1994).

## 4 Beispiele

Die Anwendung inelastischer Materialmodelle, wie die hier vorgestellten viskoplastischen Modelle, in der Ingenieurpraxis hängt vom Vermögen der Modelle ab, das Werkstoffverhalten unter Betriebsbeanspruchungen mit einer für Ingenieurzwecke hinreichenden Genauigkeit vorherzusagen. Zur Prüfung dieser Fähigkeit werden die Modelle an betriebsnahen Verifikationsversuchen getestet. Hierzu gehören Versuche mit ein- und mehrachsigen Belastungszuständen mit isothermer wie nicht-isothermer Versuchsführung an Voll- und Hohlzylinderproben. Der Modell-Verifikation bei inhomogenen Spannungs- und Verzerrungszuständen, z.B. durch Verformungsmessung im Kerbgrund scharf gekerbter zylindrischer Vollproben, stehen insbesondere im Hochtemperaturbereich große experimentelle Schwierigkeiten entgegen. Im folgenden wird anhand einiger Beispiele aufgezeigt, wie die Modelle auf Versuchsbedingungen reagieren, die über den Bereich der Kalibrierungsversuche hinausgehen.

### 4.1 Isotherme Verifikationsversuche

Als erstes Beispiel wird ein isothermer Zugversuch mit Geschwindigkeitswechsel betrachtet. Der Vergleich zwischen Experiment und den Simulationen wird in Bild 4 gezogen. Beide Modelle geben die Geschwindigkeitsabhängigkeit gut wieder. In Tabelle 1 sind die für 850 °C aus den Kalibrierungsversuchen (Bilder 1-3) identifizierten Materialkonstanten beider Modelle aufgelistet.

Chaboche-Modell		Bodner-Partom-Modell	
$E$	149 650 MPa	$E$	149 650 MPa
$\nu$	0.33	$\nu$	0.33
$K$	1150 MPa	$D_0$	$2.45 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$
$n$	7.7	$n$	0.289
$k$	153 MPa	$K_0$	$4.18 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
$R_{ys}$	0.0	$K_1$	$3.76 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
$a$	311 MPa	$K_2$	$3.07 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
$b$	317 MPa	$K_3$	$1.54 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
$c$	201	$m_1$	0.581
$\Phi_\infty$	1.1	$m_2$	0.344
$\omega$	0.04	$A_1$	$4.59 \cdot 10^3 \text{ MPa/s}$
$d$	$2.27 \cdot 10^{-2} \text{ MPa/s}$	$A_2$	$4.59 \cdot 10^3 \text{ MPa/s}$
$r$	4.8	$r_1$	5.4
		$r_2$	5.4

Tabelle 1. Materialkonstanten des Chaboche- und Bodner-Partom-Modells für IN 738 LC bei 850 °C

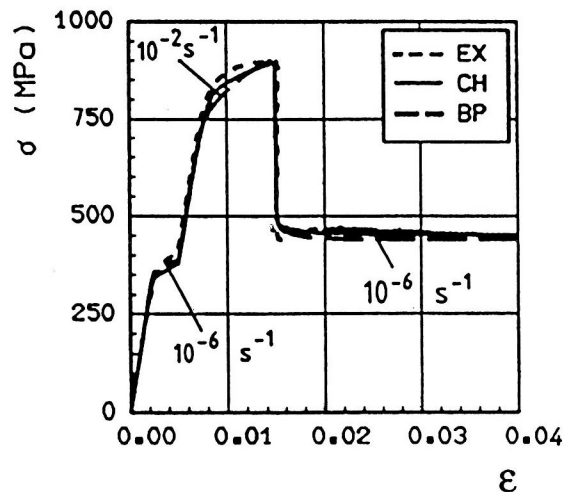


Bild 4. Zugversuch mit Geschwindigkeitswechsel bei 850 °C

Ein isothermer mehrachsiger Verifikationstest ist der Doppel-Frequenztest (Bilder 5a-d), der sich aus einer Kombination von zyklisch veränderlicher Längsdehnung und überlagerter zyklischer Torsion ergibt. In diesem verzerrungsgesteuerten Versuch, der Lastpfad im Verzerrungsraum ist im Bild 5a dargestellt, wird die Torsion mit doppelter Frequenz gefahren. Das Experiment liefert den Spannungspfad im Bild 5b.

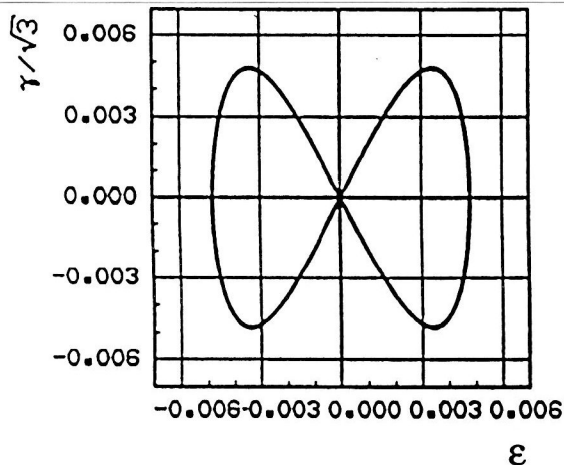


Bild 5a. Lastpfad

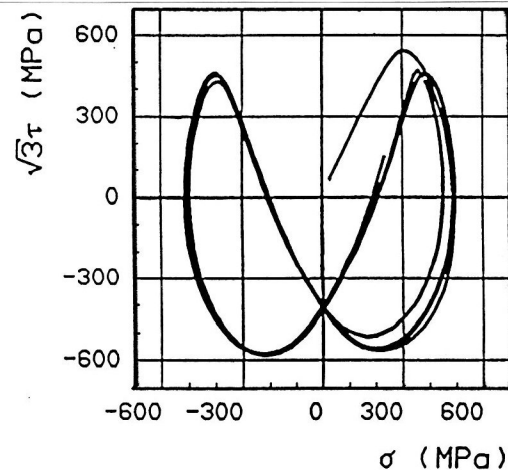


Bild 5b. Doppel-Frequenzversuch (Experiment)

Die Simulationen sind in den Bildern 5c und 5d wiedergegeben.

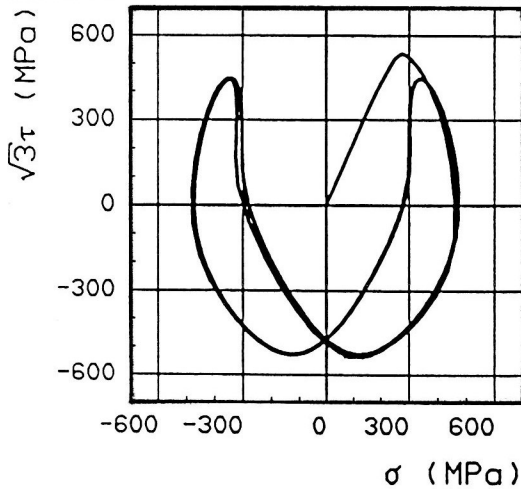


Bild 5c. Doppel-Frequenzversuch (Chaboche-Modell)

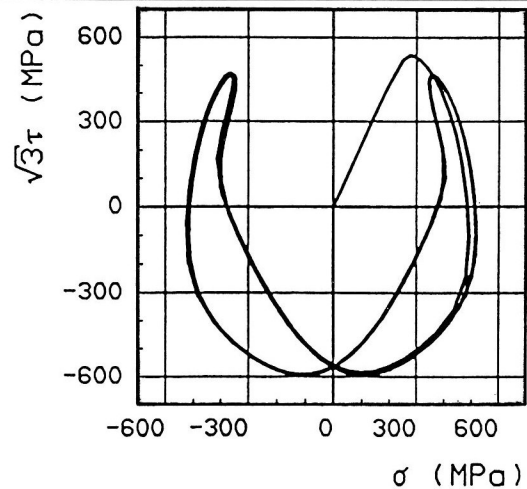


Bild 5d. Doppel-Frequenzversuch (Bodner-Partom-Modell)

#### 4.2 Nicht-isotherme Verifikationsversuche

Nicht-isotherme Versuche sind für die Praxis von besonderer Relevanz. Deshalb kommt zyklisch mehrachsigen thermo-mechanischen (TMF-) Versuchen eine große Bedeutung zu. Die nicht-isotherme Prozeßführung dieser Versuche erfordert eine Erweiterung der "isothermen" Stoffgleichungen der Abschnitte 2 und 3 auf diesen Umstand. Eine ausführliche Diskussion, wie eine nicht-isotherme Erweiterung zu erfolgen hat, kann hier nicht gegeben werden. Im vorliegenden Fall des IN 738 LC hat es sich gezeigt, daß ausgehend von der Annahme, daß sich die isotrope Verfestigung  $R_y$  durch eine Zustandsfunktion der akkumulierten plastischen Vergleichsdehnung  $p$  und der Temperatur  $T$  beschreiben läßt

$$R_y = \hat{R}_y(p, T) = R_{y\infty}(T) - (R_{y\infty}(T) - k(T))e^{-b(T)p} \quad (23)$$

eine nicht-isotherme Zustandsänderung durch einen zusätzlichen  $\dot{T}$ -Term bestimmt ist

$$\dot{R}_y = \frac{\partial \hat{R}_y}{\partial p} \dot{p} + \frac{\partial \hat{R}_y}{\partial T} \dot{T} \quad (24)$$

Für den Fall des IN 738 LC war es ausreichend, nur in der Evolution der inneren Variablen der isotropen Verfestigung für einen Einfluß der Temperaturänderungen zu sorgen. Weitere Details dieser Vorgehensweise sowie eine Auflistung der temperaturabhängigen Materialkonstanten des Chaboche-Modells findet man in Bertram u.a. (1994).

Als Beispiel einer nicht-isothermen Prozeßführung ist ein mehrachsiger TMF-Versuch in Form eines Diamant-Pfades im Verzerrungsraum mit zyklisch veränderlicher Temperatur (Bilder 6a und 6b) ausgewählt worden. Die Temperatur variiert zwischen 450 - 850 °C und ist gegenüber der Längsdehnung um 180° phasenverschoben.

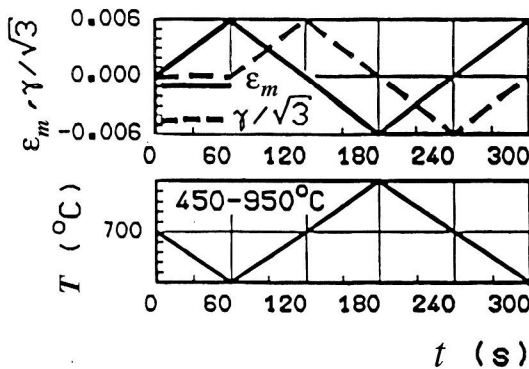


Bild 6a. Last-Zeitverlauf

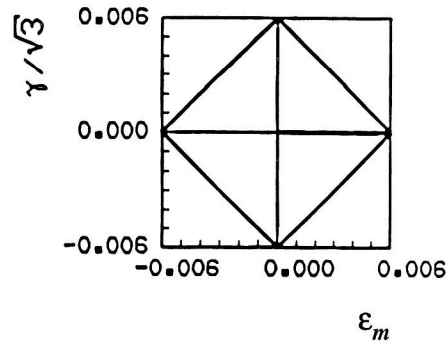


Bild 6b. Lastpfad im Verzerrungsraum



Das Werkstoffverhalten, ausgedrückt durch Normal- und Schubspannungen, zeigt Bild 6c. Die entsprechende Simulation durch das Chaboche-Modell, die die Charakteristika der Werkstoffantwort widerspiegelt, ist in Bild 6d dargestellt.

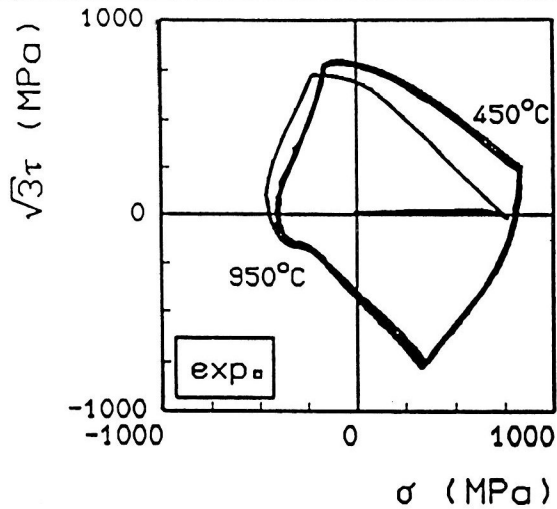


Bild 6c. TMF-Versuch (Experiment)

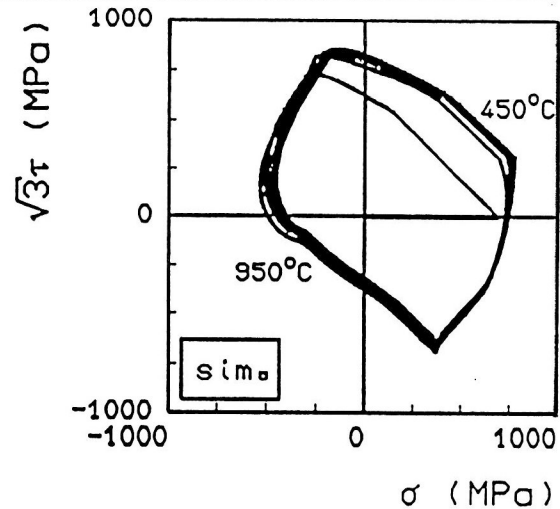


Bild 6d. TMF-Versuch (Chaboche-Modell)

### 4.3 Thermo-viskoplastische FE-Analyse einer Modell-Turbinenschaufel

Das viskoplastische Chaboche-Modell ist in das FE-Programm ADINA (Bathe, 1990) implementiert und für eine thermo-viskoplastische FE-Analyse einer Modell-Turbinenschaufel des Forschungszentrums Jülich benutzt worden. Das FE-Netz dieser Schaufel sowie die Belastungsbedingungen mechanischer und thermischer Art sind dem Bild 7 zu entnehmen. Der Fliehkraft, die durch eine konstante Zugbeanspruchung von 180 MPa repräsentiert wird, ist eine zyklisch veränderliche thermische Belastung überlagert. Diese thermische Belastung wurde durch Temperatur-Zeitverläufe an verschiedenen Stellen der Schaufeloberfläche erfaßt. Darüber hinaus wird die Schaufel über Kühlkanäle innengekühlt. Die dafür verwendeten Wärmeübergangszahlen sind ebenfalls Bild 7 zu entnehmen. Bezüglich weiterer Einzelheiten der FE-Analyse muß auf Olschewski u.a. (1993) verwiesen werden.

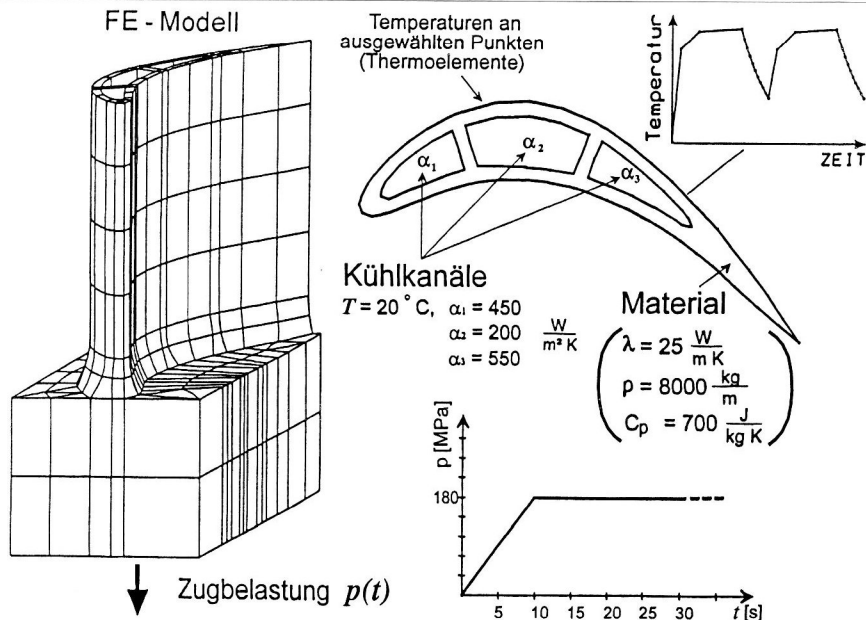


Bild 7. FE-Netz, thermische und mechanische Belastungsbedingungen

Aus der Fülle der Ergebnisse der FE-Analyse sei hier nur auf das Spannungsverhalten an zwei höchstbeanspruchten Stellen der Modellschaufel eingegangen. Bild 8 zeigt den Verlauf der Normalspannung in Schaufellängsrichtung über der entsprechenden Längsdehnung während des Anfahrzyklus. Es ist ein Vergleich dargestellt zwischen einer elastischen und einer inelastischen Analyse. Die elastische Analyse führt zu höheren Spannungen bei geringeren Gesamtdehnungen. Ferner relaxiert die Schaufellängsspannung der inelastischen Analyse während der Temperatur-

haltezeit von 2000 s. Dies ist deutlicher im Bild 9 zu sehen, das den Spannungs-Zeitverlauf während der ersten drei Zyklen zeigt.

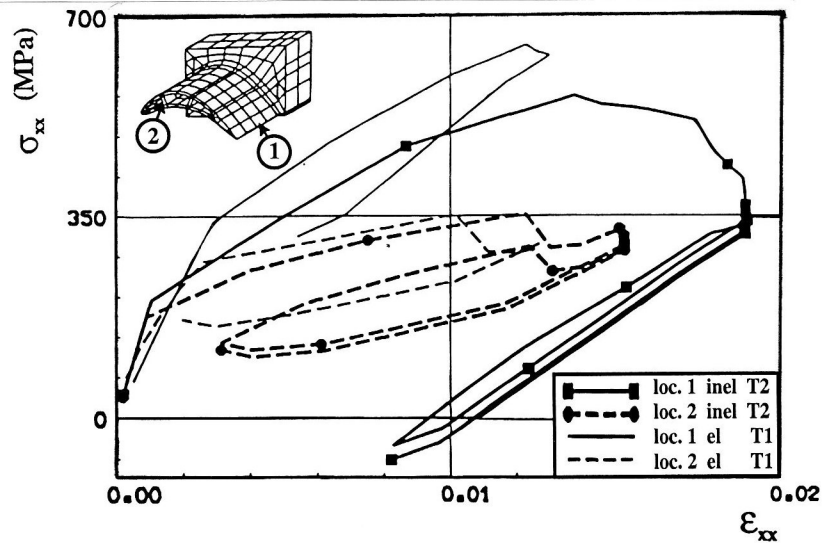


Bild 8. Spannungs-Dehnungsverlauf im Steg und in der Ablaufkante, Vergleich zwischen thermo-elastischer und thermo-inelastischer Analyse

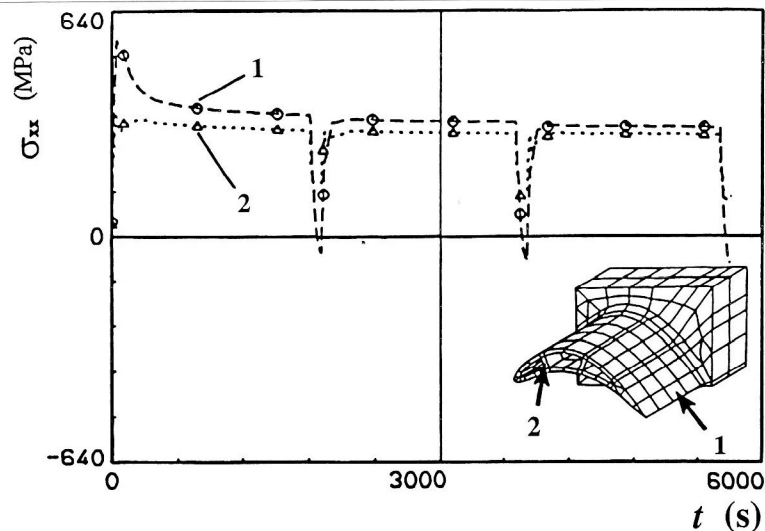


Bild 9. Zeitliche Änderung der Spannungen im Steg und in der Ablaufkante während der ersten drei Zyklen

## 5 Zusammenfassung

Die vorstehenden Ausführungen haben belegt, daß viskoplastische Materialmodelle vom Typ des Chaboche- oder Bodner-Partom-Modells in der Lage sind, weite Bereiche des inelastischen Verhaltens von Hochtemperaturlegierungen zu beschreiben. Die Simulation des Werkstoffverhaltens unter nicht-isothermen Belastungsvorgängen erfordert i. allg. eine Erweiterung der an isotherme Versuche angepaßten Materialmodelle. Es soll aber nicht verschwiegen werden, daß sowohl Parameteridentifikation als auch inelastische FE-Analysen noch sehr zeitaufwendig sind. Schließlich ist aufgrund der zunehmenden Bedeutung von einkristallinen, d.h. anisotropen, Werkstoffen, die Forderung nach einer angepaßten Meßtechnik zur Interpretation inhomogener Verformungsfelder zu stellen.

## 6 Förderung

Der Autor dankt der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die finanzielle Unterstützung im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 339 "Schaufeln und Scheiben in Gasturbinen". Ein besonderer Dank gebührt meinen Mitarbeitern C. Haftaoglu, H.-D. Noack und Dr. R. Sievert für ihre Hilfe, den Kollegen vom Institut für Werkstoffe der Energietechnik des Forschungszentrum Jülich, die Belastungsdaten und ein FE-Netz der Modellschaufel für die vorliegende Untersuchung zur Verfügung stellten sowie allen "Experimentatoren" von BAM-V.21.

## Literatur

1. Armstrong, P.J.; Frederick, C.O.: A Mathematical Representation of the Multiaxial Bauschinger Effect, CEGB Report, RD/B/N 731, (1966).
2. Bathe, K.J.: ADINA, Version 6.01, Report ARD 90-4, Watertown, Ma., USA, (1990).
3. Benallal, A.; Marquis, D.: Constitutive Equations for Non-proportional Cyclic Elasto-viscoplasticity, *J. Engng. Mat. Techn.* 109, (1987), 326-336.
4. Benallal, A.; Ben Cheikh, A.: Constitutive Equations for Anisothermal Elasto-viscoplasticity, in: *Constitutive Laws for Engineering Materials*, Desai, C.S. et al. (Herausg.), (1987), 667-674.
5. Bertram, A.; Olschewski, J.: Formulation of Anisotropic Linear Viscoelastic Constitutive Laws by a Projection Method, in: *High Temperature Constitutive Modeling - Theory and Applications*, Freed, A.; Walker, K.P. (Herausg.), ASME, AMD-Vol. 121, (1991), 129-137.
6. Bertram, A.; Olschewski, J.; Sievert, R.: Experimental and Numerical Investigations of Thermal-mechanical Behaviour of Poly- and Single-crystalline Nickel-base Superalloys, *Arch. Mech.* 46, (1994), 413-429.
7. Bodner, S.R.; Partom, Y.: Constitutive Equations for Elastic Viscoplastic Strain-hardening Materials, *J. Appl. Mech.* 42, (1975), 385-389.
8. Braasch, H.; Estrin, Y.: Parameter Identification for a Two-internal-variable Constitutive Model using the Evolution Strategy, in: *Material Parameter Estimation for Modern Constitutive Equations*, ASME, AMD-Vol. 168, (1993), 47-56.
9. Bruhns, O.T.: New Constitutive Equations to Describe Infinitesimal Elasto-plastic Deformation, ASME 82-PVP-71, (1982), 1-13.
10. Chaboche, J.-L.: Viscoplastic Constitutive Equations for the Description of Cyclic and Anisotropic Behaviour of Metals, *Bul. de l'Acad. Polonaise des Sciences, Séries Sc. et Techn.* 25, (1977), 33-42.
11. Chaboche, J.-L.; Cailletaud, G.: On the Calculation of Structures in Cyclic Plasticity or Viscoplasticity, *Computers & Structures* 23 (1986), 23-31
12. Chaboche, J.-L.: Constitutive Equations for Cyclic Plasticity and Cyclic Viscoplasticity, *Int. J. of Plasticity* 5, (1989), 247-302.
13. Chaboche, J.-L.: Cyclic Viscoplastic Constitutive Equations, Part I: A Thermodynamically Consistent Formulation, *J. Appl. Mech.* 60, (1993), 813-821.
14. Chaboche, J.-L.: Modeling of Ratchetting: Evaluation of Various Approaches, *Eur. J. Mech., A/Solids* 13, (1994), 501-518.
15. Coleman, B.D.; Gurtin, M.E.: Thermodynamics with Internal State Variables, *J. Chem. Phys.* 47, (1967), 597-613.
16. Estrin, Y.: A Versatile Unified Constitutive Model Based on Dislocation Density Evolution, in: *Constitutive Modeling - Theory and Application*, ASME, AMD-Vol. 121, (1991), 65-75
17. Freed, A.D.; Chaboche, J.-L.; Walker, K.P.: A Viscoplastic Theory with Thermodynamic Considerations, *Acta Mechanica* 90, (1991), 155-174.
18. Haupt, P.: On the Mathematical Modeling of Material Behaviour in Continuum Mechanics, *Acta Mechanica* 100, (1993), 129-154.
19. Hohenemser, K.; Prager, W.: Über die Ansätze der Mechanik isotroper Kontinua, *ZAMM* 12, (1932), 216-226.

20. Krawietz, A.: Materialtheorie - Mathematische Beschreibung des phänomenologischen thermomechanischen Verhaltens, Springer Verlag, (1986).
21. Krempl, E.; McMahon, J.; Yao, D.: Viscoplasticity Based on Overstress with a Differential Growth Law for the Equilibrium Stress, *Mechanics of Materials* 5, (1986), 35-48.
22. Krempl, E.: Models of Viscoplasticity , some Comments on Equilibrium (Back) Stress and Drag Stress, *Acta Mechanica* 69, (1987), 25-42.
23. Lemaitre, J.; Chaboche, J.-L.: *Mécanique des matériaux solides*, Dunod, (1985).
24. Lemaitre, J.: *A Course on Damage Mechanics*, Springer-Verlag, (1992).
25. Lion, A.: Materialeigenschaften der Viskoplastizität - Experimente, Modellbildung und Parameteridentifikation, Bericht 1/1994, Institut für Mechanik der Uni/GH Kassel, (1994).
26. McDowell, D.L.: A Nonlinear Kinematic Hardening Theory for Cyclic Thermo-Plasticity and Thermo-viscoplasticity, *Int. J. of Plasticity* 8, (1992), 695-728.
27. Meric, L.; Poubanne, P.; Cailletaud, G.: Single Crystal Modeling for Structural Calculations. Part I: Model Presentation, *J. Engng. Mat. Techn.* 113, (1991), 162-171.
28. Miller, A.: An Inelastic Constitutive Model for Monotonic Cyclic and Creep Deformation, *J. Engng. Mat. Techn.* 98, (1976), 97-113.
29. Miller, A.K. (Herausg.): *Unified Constitutive Equations for Creep and Plasticity*, Elsevier Applied Science, (1987).
30. v. Mises, R.: *Mechanik der plastischen Formänderung von Metallen*, *ZAMM* 8, (1928), 161-185.
31. Nouailhas, D.; Freed, A.D.: A Viscoplastic Theory for Anisotropic Materials, *J. Engng. Mat. Techn.* 114, (1992), 97-104.
32. Ohno, N.; Wang, J.-D.: Kinematic Hardening Rules for Simulation of Ratchetting Behaviour, *Eur. J. Mech., A/Solids* 13, (1994), 519-531.
33. Ohno, N.: Recent Topics in Constitutive Modeling of Cyclic Plasticity and Viscoplasticity, *Appl. Mech. Rev.* 43, (1990), 283-295.
34. Olschewski, J.; Haftaoglu, C.; Noack, H.-D.: Thermo-mechanical 3D-FE-analysis of a Cooled Turbine Blade using an Unified Constitutive Model, in: *Proceedings Post-SMiRT Seminar No. 5, Inelastic Analysis, Fatigue and Life Prediction*, Paris, (1993).
35. Perzyna, P.: Fundamental Problems in Viscoplasticity, in: *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 9, Academic Press, (1966), 243-377.
36. Prager, W.: Recent Developments in the Mathematical Theory of Plasticity, *J. Appl. Phys.* 20, (1949), 235-241.
37. Rice, J.R.: Inelastic Constitutive Relations for Solids: an Internal Variable Theory and its Application to Metal Plasticity, *J. Mech. Phys. Solids* 19, (1971), 433-455.
38. Robinson, D.N.: On the Thermo-mechanical Testing in Support of Constitutive Equation Development for High-temperature Application, Lewis Research Center, NASA-Cr 174879, (1985).
39. Valanis, K.C.: Theory of Viscoplasticity Without a Yield Surface, *Arch. Mech. Stosow.* 23, (1971), 517-551.
40. Walker, K.P.: Research and Development Program for Nonlinear Structural Modeling with Advanced Time-temperature Dependent Constitutive Relationships, NASA-Report CR-165533, (1981).

---

*Anschrift:* J. Olschewski, Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM), Laboratorium V.31, Unter den Eichen 87, D-12205 Berlin