

Modellierung und Simulation einer Dehnwelle zur Riberkennung im Stab

K.-H. Elmer

Mit experimentellen und numerischen Untersuchungen wird ein dynamisches Verfahren zur Erkennung und Lokalisierung von verdeckten Querrissen im Stab durch Stoßanregung dargestellt. Die numerischen Modelle von Finite-Elemente Analysen und Finite-Differenzen Analysen werden schrittweise überprüft und verbessert und ermöglichen einen Vergleich der Ergebnisse von numerischer Simulation und spannungsoptischem Experiment.

Im Sinne einer zuverlässigen Modellierung der Stoßwelle zur Riberkennung im Stab ist die dreidimensionale numerische Simulation einer Dehnwelle erforderlich.

1 Einleitung

Neben der theoretischen Analyse und dem Experiment hat sich in den letzten Jahren die numerische Simulation zu einer eigenständigen wissenschaftlichen Methode entwickelt, die es ermöglicht, das dynamische Verhalten komplexer Systeme zu untersuchen.

Die numerische Simulation ist ein Teilgebiet des interdisziplinären Gebiets 'scientific computing' und ermöglicht mit Hilfe mathematischer Modelle die experimentelle Untersuchung komplexer Systeme bzw. Prozesse an einem Rechner, um Erkenntnisse über das Verhalten des realen Systems zu erhalten.

Dabei verbindet diese neue Disziplin die beiden traditionellen Methoden: Die Theorie mit den analytischen Methoden, die Modellierung und die Mathematik auf der einen Seite sowie die experimentellen Methoden und Untersuchungsverfahren auf der anderen Seite. Wie die analytischen Methoden benutzt die numerische Simulation idealisierte Modelle, aber sie ermöglicht die Untersuchung von realitätsnahen Modellen mit komplexem Verhalten und komplizierten Anfangs- und Randwertbedingungen nach Bild 1. Die Ergebnisse numerischer Untersuchungen liefern für das idealisierte Modell quantitative Aussagen mit einer gewissen Genauigkeit, aber ohne die Imperfektion eines realen Modells bzw. die Meß- und Modellfehler einer experimentellen Untersuchung.

In der Dynamik kontinuierlicher Systeme ergeben sich die Vorteile der numerischen Simulation vor allem durch:

- Parameteruntersuchungen
- Simulation von komplexen Systemen
- Visualisierung komplexer Prozesse
- zeitabhängige Interaktionen

Dieses ist in vielen Anwendungsgebieten wie der Bodendynamik, der Schwingungstechnik, bei zerstörungsfreien Prüfverfahren sowie in der Akustik von besonderem Interesse, weil es dort nicht möglich oder zu aufwendig ist, alle erforderlichen oder gewünschten Spannungen, Dehnungen, Energieflüsse und Intensitäten einer Struktur meßtechnisch zu ermitteln.

Die Komplexität vieler realer Probleme erfordert jedoch aufwendige numerische Modelle. So ist bei transienten dynamischen Problemen ein breiter Frequenzbereich zu berücksichtigen, der kleine Zeitschritte und große numerische Modelle mit vielen Freiheitsgraden erfordert, um zuverlässige Lösungen von hoher Genauigkeit zu erhalten.

Ein Beispiel für das Zusammenwirken von Theorie, experimenteller Untersuchung und numerischer Simulation stellt die Wellenausbreitungssimulation zur Riberkennung in einem Stab dar.

Im Rahmen des DFG-Forschungsvorhabens 'Zustandsdiagnostik mechanischer Systeme' sind verschiedene experimentelle Verfahren und die numerische Simulation zur Anwendung gekommen, um die Nutzbarkeit von Stoßwellen zur Detektion von Rissen an einem Aluminiumstab zu untersuchen. Die Ergebnisse einer Zusammenarbeit zwischen dem Bremer Institut für Konstruktionstechnik der Universität Bremen mit spannungsoptischen Untersuchungen, der Technischen Diagnostik der Technischen Universität Dresden mit DMS-

Messungen und dem Curt-Risch-Institut der Universität Hannover mit numerischen Untersuchungen sind in Elmer u.a. (1994) zusammengestellt.

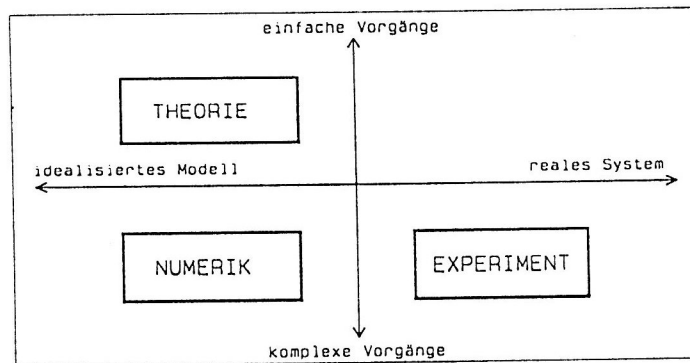


Bild 1. Methoden und Modelle

Im folgenden werden die Probleme der physikalischen, mathematischen und numerischen Modellierung und der Simulation der Wellenausbreitung zur Rißerkennung in einem Stab dargestellt.

2 Physikalisch-mathematisches Modell

Wellenausbreitungsprobleme eines elastischen Kontinuums sind durch den Transport von Energie gekennzeichnet. Eine lokale Störung breitet sich durch fortschreitende Wellen aus, wobei Energie in alle Teile eines endlichen oder unbegrenzten Kontinuums übertragen wird. An Systemrndern und Schichtgrenzen werden fortschreitende Wellen reflektiert und führen bei der Superposition von gleichen fortschreitenden Wellen aber entgegengesetzter Richtung zu stehenden Wellen. Die fortschreitenden Wellen verschwinden durch die Abstraktionsbedingungen in unbegrenzten Systemen und durch Materialdämpfung (Natke, 1989).

Die Ausbreitung von mechanischen Wellen in einem homogenen, isotropen, linear elastischen Medium kann für kleine Verschiebungen durch die Vektorgleichung des dynamischen Grundgesetzes beschrieben werden (Achenbach, 1980).

$$\mu \Delta \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \text{grad}(\text{div} \mathbf{u}) + \mathbf{f} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \quad (1)$$

mit

ρ	Dichte
Δ	Laplace Operator
\mathbf{f}	Vektor der Körperkräfte
\mathbf{u}	Verschiebungsvektor

und den Lamé Konstanten

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} = G \quad (3)$$

Nach Vernachlässigung der Körperkräfte und Einführung der elastodynamischen Potentiale Φ und Ψ mit

$$\mathbf{u} = \text{grad} \Phi + \text{rot} \Psi \quad (4)$$

und der Bedingung

$$\text{div} \Psi = 0 \quad (5)$$

lässt sich die Vektorgleichung für das Verschiebungsfeld (1) in eine Vektorgleichung für die elastodynamischen Potentiale umformen.

$$\text{grad} [(\lambda + 2\mu) \Delta \Phi - \rho \ddot{\Phi}] + \text{rot} [\mu \Delta \Psi - \rho \ddot{\Psi}] = 0 \quad (6)$$

Die Gleichung zerfällt in zwei Ausdrücke, von denen jeder für sich die rechte Seite erfüllt. Es ergeben sich zwei hyperbolische Differentialgleichungen. Die dreidimensionale entkoppelte skalare Wellengleichung (7) beschreibt die Ausbreitung von Longitudinalwellen bzw. P-Wellen (Primrwellen).

$$\Delta \Phi = \frac{1}{c_1^2} \ddot{\Phi} \quad c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (7)$$

mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit c_1 für P-Wellen. Die dreidimensionale entkoppelte Vektorgleichung (8) beschreibt die Ausbreitung von Transversal- bzw. Scherwellen (S-Wellen).

$$\Delta \Psi = \frac{1}{c_2^2} \ddot{\Psi} \quad c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (8)$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit c_2 für S-Wellen ist kleiner als die Ausbreitungsgeschwindigkeit c_1 .

In der Praxis verursacht eine lokale Störung in einem kontinuierlichen System beide Wellenarten, die aufgrund der unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten $c_1 \neq c_2$ auseinanderlaufen. Beide Wellenarten, die P-Welle und die S-Welle, sind Körperwellen und müssen die Randbedingungen des Systems erfüllen. An der freien Oberfläche tritt durch das Verschwinden der Normalspannung und der Schubspannung eine weitere Wellenart auf, die Rayleigh Welle (R-Welle) mit $c_R \approx c_2$, deren Einfluß als Oberflächenwelle aber auf den Bereich der Oberfläche begrenzt ist.

Aus den Lösungen der Gleichungen (7), (8) lassen sich mit den Verschiebungskomponenten nach Gleichung (4) die Dehnungskomponenten ermitteln.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad i, j = (1, 2, 3) \quad (9)$$

Mit dem Hookeschen Gesetz ergeben sich die Spannungskomponenten zu

$$\sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{ij} \quad i, j = (1, 2, 3) \quad (10)$$

Den Sonderfall der eindimensionalen Wellenausbreitung beschreibt die Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (11)$$

mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (12)$$

Zur Untersuchung der Wellenausbreitung in einem Stab werden zunächst eindimensionale Modelle zugrunde gelegt. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen werden mit den experimentellen spannungsoptischen Ergebnissen und den dreidimensionalen Untersuchungen verglichen.

3 Experimentelle Untersuchung

Das System ist ein Aluminiumstab nach Bild 2 mit den Abmessungen $20 * 5 * 200$ mm und einem Querriß (hier Sägeschnitt) von $0,5 * 2 * 20$ mm in Stabmitte. Die Materialkonstanten sind:

$$\begin{aligned} E &= 8,0 * 10^4 \text{ N/mm}^2 \\ \rho &= 2,6 * 10^3 \text{ kg/m}^3 \\ \nu &= 0,3 \end{aligned}$$

Der frei-frei gelagerte Stab wird an der rechten Stirnseite mittig durch einen Stoß von $P_{\max} = 6,5$ kN und $T = 16$ μ s Dauer in Längsrichtung belastet. Für die spannungsoptischen Untersuchungen wird die Stoßbelastung mit einem pneumatisch betriebenen Stahlprojektil realisiert. Die hohe Flächenpressung wird über einen Amboß aufgenommen.

Im Gegensatz zum normalen spannungsoptischen Verfahren arbeitet das spannungsoptische Oberflächenschnittverfahren mit realen Bauteilen (Elmer u.a., 1994), auf die eine spannungsdoppelbrechende Schicht aufgetragen wird. Die zeitabhängigen Dehnungsverläufe an der Staboberfläche werden aus den Isochromatenbildern (Linien gleicher Hauptspannungsdifferenz) des Wellenausbreitungsvorganges in Zeitschritten von 1 μ s ermittelt.

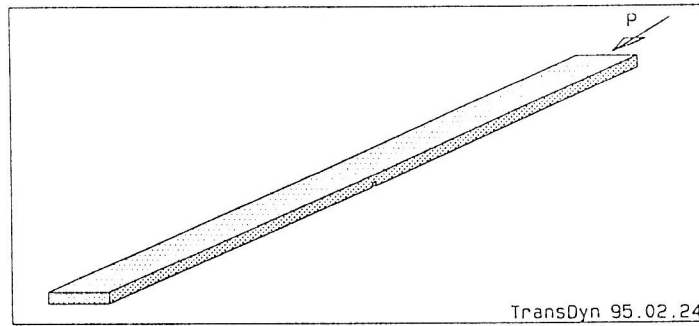


Bild 2. System des Stabes mit Querriß

Bild 3 zeigt die Dehnungsverteilung längs der Oberseite des Stabes nach $26 \mu\text{s}$ für den ungerissenen Stab. Neben der Hauptwelle in Stabmitte treten nachfolgende kürzere Nebenwellen auf, deren physikalische Ursachen mit der numerischen Simulation näher untersucht werden sollen. Das spannungsoptische Verfahren ergibt keine Aussage über das Vorzeichen dieser Nebenwellen.

4 Numerische Dispersion

Für die ersten numerischen Untersuchungen mit der Finite-Elemente Methode wird ein eindimensionales FE-Modell mit 40 Stabelementen zugrunde gelegt. Die Stoßfunktion wird durch die Funktion

$$p(t) = P_0 * \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{T} \right) \quad 0 \leq t \leq T \quad (13)$$

mit $P_0 = 6,5 \text{ kN}$ und $T = 12 \mu\text{s}$ beschrieben.

Mit linearen Verschiebungsansätzen und unter Berücksichtigung konzentrierter Massen für die Massenmatrix führt das relativ grobe FE-Modell bei expliziter Zeitintegration mit der zentralen Differenzenmethode auf eine in Bild 4 dargestellte Dehnungsverteilung längs der Staboberseite, die dem gemessenen Dehnungsverlauf (Bild 3) sehr ähnlich ist. Die auftretenden Nebenwellen weisen ein alternierendes Vorzeichen auf. Diese Nebenwellen haben aber keine physikalischen Ursachen, sondern stellen Fehler des numerischen Modells dar, denn mit dem FE-Modell wird die Wellenausbreitung für den eindimensionalen Stab simuliert.

Die analytische Lösung der eindimensionalen Wellengleichung (Bild 5) enthält aber erwartungsgemäß keine Nebenwellen.

Vergleicht man die drei Ergebnisse aus dem Experiment (Bild 3), der Numerik (Bild 4) und der Theorie (Bild 5), dann können die Nebenwellen der experimentellen Untersuchung physikalische Ursachen haben. Die Nebenwellen des FE-Modells sind dagegen noch zu untersuchende Fehler des numerischen Verfahrens und führen hier nur zu einer scheinbar guten Übereinstimmung mit dem Experiment.

Zur Untersuchung des Fehlers im numerischen Modell wird der bereits bekannten FE-Lösung (Bild 6) mit konzentrierten Massen und expliziter Zeitintegration eine Lösung nach der Finite-Differenzen Methode (FDM) ebenfalls mit konzentrierten Massen und expliziter Zeitintegration (Bild 7) gegenübergestellt sowie die FE-Lösung mit konsistenten Massen und impliziter Zeitintegration nach Newmark ($\alpha = 0,3$; $\delta = 0,6$) (Bild 8).

Während die expliziten Lösungen mit Berücksichtigung von konzentrierten Massen (Bild 6 und 7) vergleichbare Dehnungsverläufe liefern und auf nachfolgende Nebenwellen führen, weist die implizite FE-Lösung mit konsistenten Massen (Bild 8) vorausseilende Nebenwellen auf.

Ursache für dieses Verhalten ist eine numerische Dispersion bei fortschreitenden Wellen, die von der räumlichen Diskretisierung der Wellen und von der Art der Massenmatrix mit konsistenten oder konzentrierten Massen abhängt (Schreyer, 1983). Bezogen auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit c_0 der eindimensionalen Wellenausbreitung in Gleichung (12) ergeben sich Dispersionskurven als relative Phasengeschwindigkeiten c/c_0 (Bild 9) für konsistente Massen und für konzentrierte Massen in Abhängigkeit von der Diskretisierung der Welle, d.h. in Abhängigkeit von der Anzahl der Elemente n_{el} pro Wellenlänge λ .

Die Berücksichtigung von konsistenten Massen in der Massenmatrix führt nach Bild 8 und 9 auf höhere Phasengeschwindigkeiten als c_0

$$c_{kons} \geq c_0 \quad (14)$$

während konzentrierte Massen mit diagonalen Steifigkeitsmatrix (Bilder 6, 7 und 9) auf niedrigere Phasengeschwindigkeiten

$$c_{konz} \leq c_0 \quad (15)$$

führen.

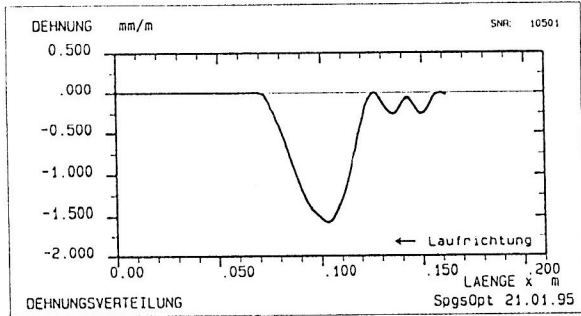


Bild 3. Dehnungsverteilung aus dem EXPERIMENT

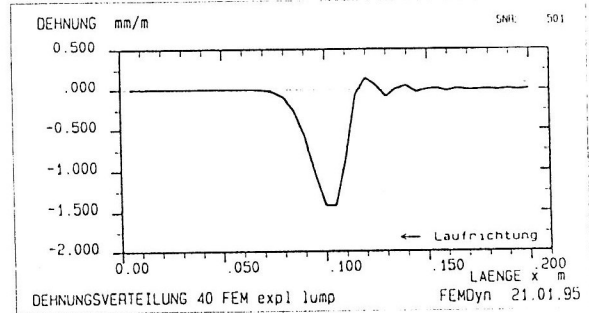


Bild 6. Dehnung aus dem FE-Modell, explizit, konzentrierte Massen

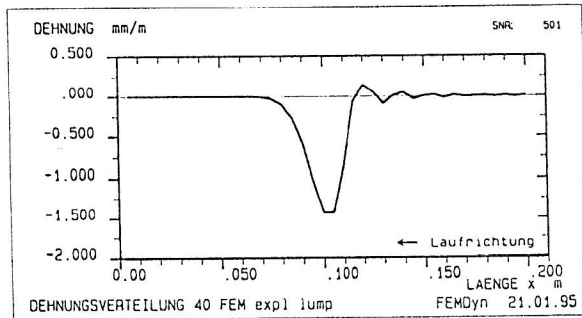


Bild 4. Dehnungsverteilung aus der SIMULATION

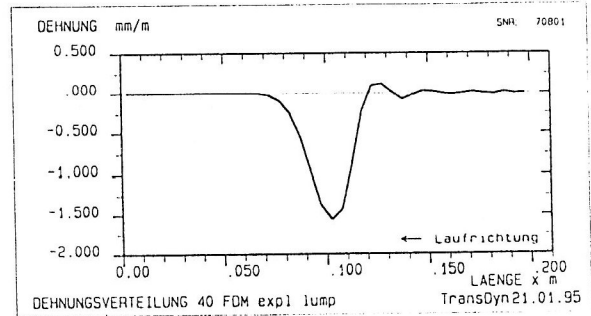


Bild 7. Dehnung aus dem FD-Modell, explizit, konzentrierte Massen

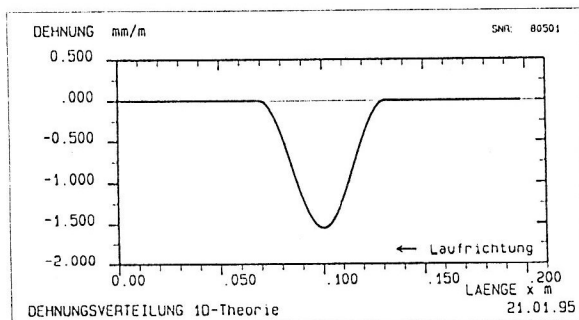


Bild 5. Dehnungsverteilung nach der THEORIE

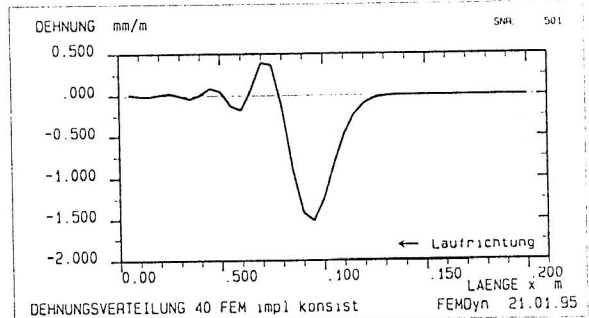


Bild 8. Dehnung aus dem FE-Modell, implizit, konsistente Massen

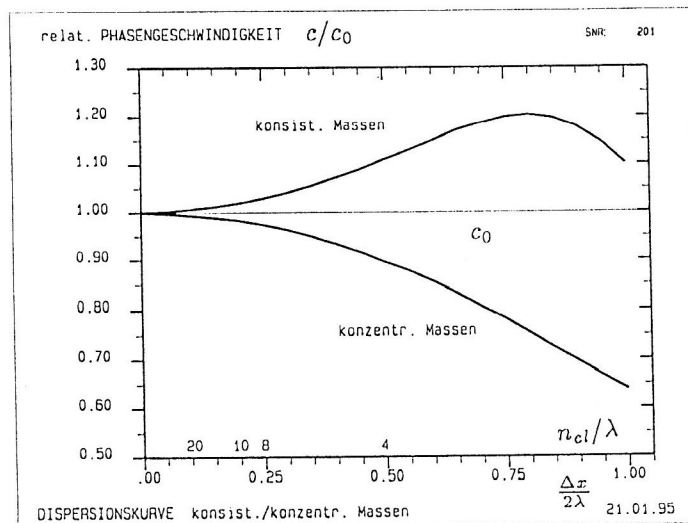


Bild 9. Wellendispersion als Folge der Diskretisierung

Wegen der schlechteren Diskretisierung treten diese Fehler vor allem bei höheren Frequenzen mit kürzeren Wellenlängen auf und führen entsprechend Bild 6 - 8 zur numerischen Dispersion der eindimensionalen Stoßwelle. Dieser Dispersionsfehler ist ausschließlich ein räumlicher Diskretisierungsfehler des numerischen Modells, der unabhängig von dem Zeitintegrationsverfahren existiert.

5 Numerische Dissipation

Zusätzlich tritt in Abhängigkeit vom Zeitintegrationsverfahren für fortschreitende Wellen ein dissipativer Amplitudenfehler auf, der von der räumlichen und zeitlichen Diskretisierung der Welle abhängt. In den Bildern 10 und 11 sind für fortschreitende ebene harmonische Wellen die Amplitudenabnahme infolge numerischer Dissipation für einige ausgewählte Kombinationen der räumlichen und zeitlichen Diskretisierung in Abhängigkeit von der Entfernung für ein FE-Modell mit Stabelementen dargestellt (Elmer und Thiede, 1987). Der zurückgelegte Weg ist in Wellenlängen λ angegeben. Insgesamt führt die explizite Zeitintegration nach der zentralen Differenzenmethode (Bild 10) auf kleinere Fehler als die implizite Zeitintegration nach Newmark (Bild 11).

Das Newmark Verfahren ist für alle Zeitschritte stabil (unbedingt stabil). Die Genauigkeit nimmt mit kleinerem Zeitschritt zu.

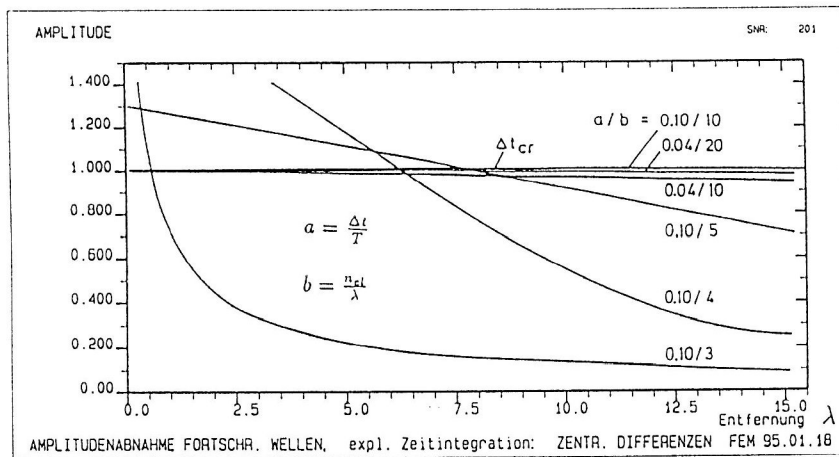


Bild 10. Amplitudenabnahme der fortschreitenden Wellen bei expliziter Zeitintegration

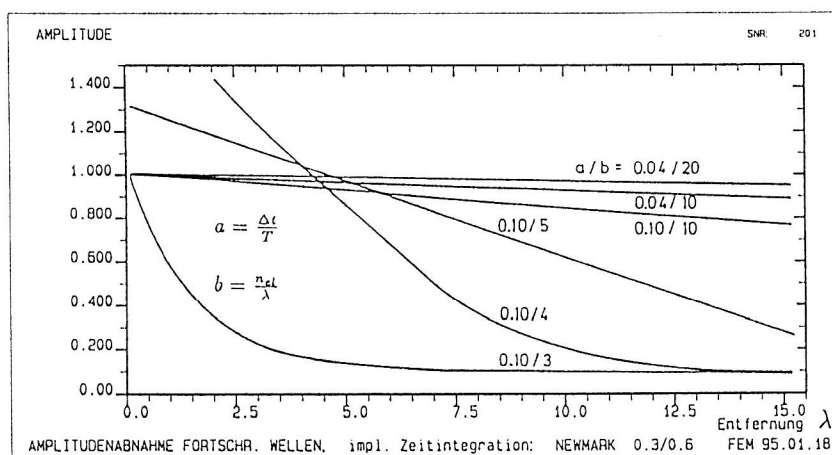


Bild 11. Amplitudenabnahme der fortschreitenden Wellen bei impliziter Zeitintegration

Explizite Verfahren sind am genauesten im Bereich des kritischen Zeitschrittes Δt_{kr} (Courant u.a., 1928) mit der Courant-Zahl $C = 1$, und instabil für Courant-Zahlen größer als 1.

$$C = c_0 \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad C \leq 1 \text{ stabil} \quad (16)$$

Für transiente Wellenausbreitungssimulationen sind nur bei entsprechend feiner räumlicher und zeitlicher Diskretisierung zuverlässige Ergebnisse mit ausreichender Genauigkeit der höheren Frequenzanteile zu erwarten.

Mit einem verbesserten numerischen Modell von 400 finiten Stabelementen bzw. finiten Differenzen erreichen alle drei Lösungen der eindimensionalen Wellenausbreitung nach Bild 6 - 8 eine ausreichende Genauigkeit von unter 5 % für die Amplituden- und Phasenfehler. Die Ergebnisse der numerisch ermittelten Dehnungsverteilung mit 400 Stabelementen bzw. finiten Differenzen entsprechen der theoretischen Lösung in Bild 5.

Die verbesserte numerische Lösung der eindimensionalen Wellenausbreitung ist mit der analytischen Lösung vergleichbar, aber beide liefern keine Erklärung für das Auftreten von Nebenwellen in der spannungsoptischen Untersuchung (Bild 3). Das Modell der eindimensionalen Wellenausbreitung entsprechend der Wellengleichung (11) reicht dafür nicht aus.

6 Dehnwelle nach LOVE

Von Love (1944) gibt es einen Ansatz zur Modellierung von Dehnwellen in einem Stab. Love geht zunächst von einem dreidimensionalen Modell des Stabes aus und nimmt einen einachsigen Spannungszustand an.

$$\sigma_y = \sigma_z = 0 \quad (17)$$

mit der Querdehnung

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = \frac{\nu}{E} \sigma_x = -\nu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (18)$$

Dieser Ansatz führt auf eine Wellengleichung als Näherung für Dehnwellen.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\nu^2 k^2}{c_0^2} \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (19)$$

mit $k^2 = I / A$ $I =$ polares Trägheitsmoment $A =$ Querschnittsfläche

Für eine fortschreitende Welle der Form

$$u = A e^{i\gamma(x-ct)} \quad (20)$$

mit $\gamma = 2\pi / \lambda$ $\gamma =$ Wellenzahl $\lambda =$ Wellenlänge

folgt für Gleichung (20)

$$-\gamma^2 + \frac{\nu^2 k^2}{c_0^2} \gamma^4 c^2 + \frac{\gamma^2 c^2}{c_0^2} = 0 \quad (21)$$

Mit der normalisierten Phasengeschwindigkeit \bar{c}

$$\bar{c} = \frac{c}{c_0} \quad (22)$$

und der Wellenzahl

$$\bar{\gamma} = k \nu \gamma \quad (23)$$

ergibt sich die Dispersionsgleichung für Dehnwellen zu

$$\left(1 + \bar{\gamma}^{-2}\right) \bar{c}^2 = 1 \quad (24)$$

oder

$$\bar{c} = \frac{1}{\left(1 + \gamma^2\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (25)$$

In Bild 12 ist die normalisierte Phasengeschwindigkeit \bar{c} in Abhängigkeit von der normalisierten Wellenzahl $\bar{\gamma}$ bzw. von dem Verhältnis b/λ als Dispersionskurve für Dehnwellen nach Love aufgetragen. Der Einfluß der Querdehnung beträgt für Wellenlängen $\lambda = 2b$ bereits mehr als 12 % und nimmt für kleinere Wellenlängen deutlich zu. Für genauere Untersuchungen der Wellenausbreitung von Stoßwellen mit einem breiten Frequenzinhalt und entsprechend kurzen Wellenlängen ist daher eine dreidimensionale Modellierung zur Berücksichtigung der Querdehnungen von Dehnwellen erforderlich - unabhängig von der Stablänge. Entscheidend ist nach Bild 12 das Verhältnis der kürzesten Wellenlänge zur Querdehnung.

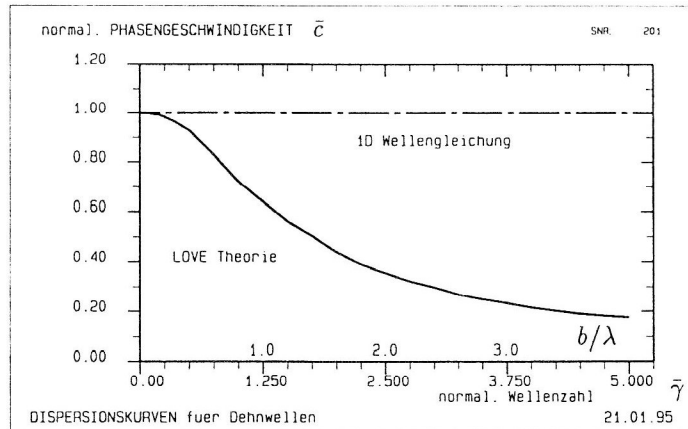


Bild 12. Dispersion von Dehnwellen nach Love

7 Dreidimensionale Simulation

Die dreidimensionalen numerischen Untersuchungen zur Simulation einer Dehnwelle im Stab wurden mit einem Finite-Differenzen Programm durchgeführt, das speziell für Wellenausbreitungsprobleme und schnelle Simulationen von hoher Genauigkeit entwickelt wurde (Elmer, 1995). Der Algorithmus benutzt finite Differenzen für die räumliche und zeitliche Diskretisierung mit expliziter Zeitintegration und diagonaler Massenmatrix und simuliert dreidimensionale Wellenausbreitungsvorgänge. Für 500 Zeitschritte von $0,05 \mu\text{s}$ des 3D-Modells benötigt eine kleine Workstation mit 32 MB Speicher etwa 10 Minuten.

Der Aluminiumstab nach Bild 2 von $20 * 5 * 200 \text{ mm}$ wird durch ein Differenzennetz von $40 * 10 * 400$ mit $0,5 \text{ mm}$ Kantenlänge und 542 553 Freiheitsgraden diskretisiert.

Die Simulation der Dehnwelle im dreidimensionalen Modell ergibt einen Dehnungsverlauf längs der Mittellinie der Staboberseite nach Bild 13 mit er Hauptwelle in der Mitte des ungerissenen Stabes und nachfolgenden Nebenwellen. Das numerische Ergebnis des dreidimensionalen Modells in Bild 13 ist vergleichbar mit dem experimentellen spannungsoptischen Ergebnis von Bild 3, wenn für die nachfolgenden Wellen alternierende Vorzeichen angesetzt werden. Die Simulation der Längsspannungen in Bild 14 zeigt, daß die physikalische Ursache dieser Nebenwellen die Querdehnungen des Stabes infolge der Dehnwelle ist und zu alternierenden Vorzeichen führt.

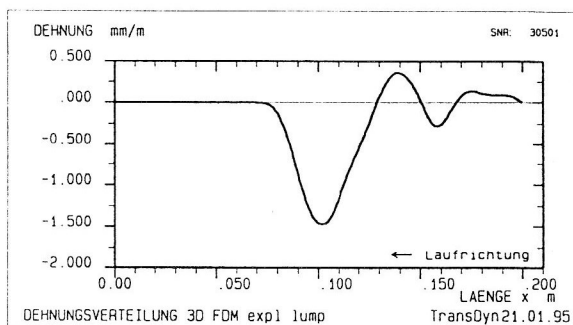


Bild 13. Simulierte Dehnwelle am 3D FD-Modell, ohne Riß

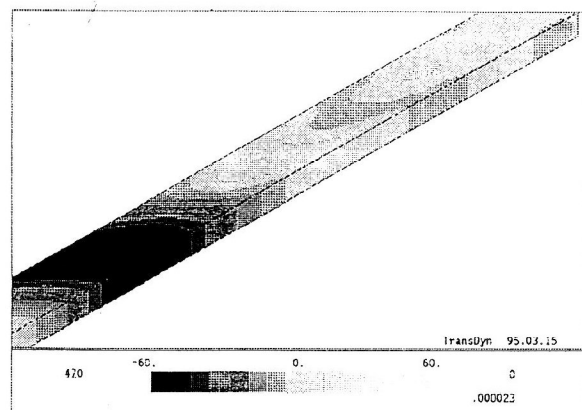


Bild 14. Simulation der Längsspannungen in N/mm^2 und Entwicklung von nachfolgenden Nebenwellen

Damit ermöglicht die numerische Simulation die Interpretation der Meßergebnisse und die Korrektur der Auswertung der experimentellen Meßwerte. Voraussetzung dafür ist die zuverlässige Modellierung des Wellenausbreitungsvorganges in der numerischen Simulation.

8 Dehnwellen als dreidimensionales Modell zur Rißerkennung

In Bild 15 ist die gemessene Dehnungsverteilung der spannungsoptischen Untersuchung für den Stab mit Querriß dargestellt. Es ist eine Zunahme der Dehnung um etwa 50 % vor und hinter dem Riß zu erkennen und eine Einschnürung unmittelbar über dem Riß in Stabmitte.

Die numerische Simulation am dreidimensionalen Modell zeigt dasselbe Verhalten für die Dehnwelle im Rißbereich nach Bild 16. Dieser Dehnungsverlauf mit einer Einschnürung ist charakteristisch für die Staboberseite und weist auf einen verdeckten Querriß an der Stabunterseite hin.

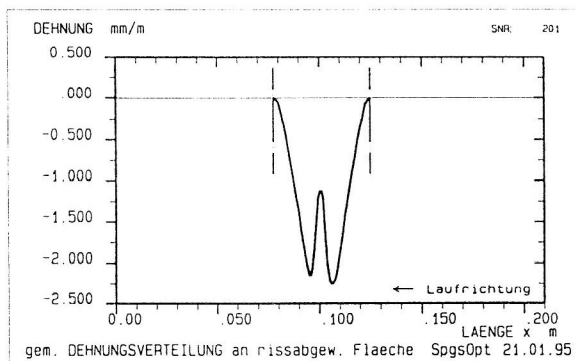


Bild 15. Spannungsoptisches Ergebnis der Dehnungsverteilung am Stab mit Querriß

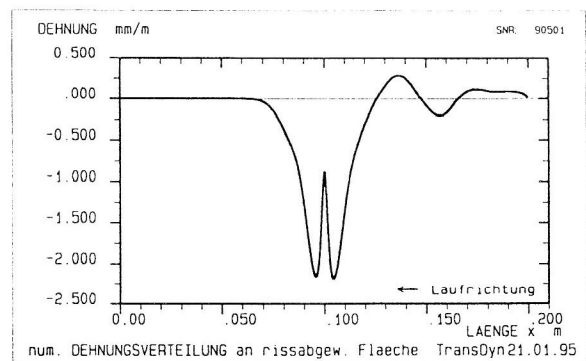


Bild 16. 3D Simulation der Dehnungsverteilung im Stab mit Querriß

Die Längsspannung in Bild 17 steigt ebenfalls vor und nach dem Riß an mit einer Einschnürung unmittelbar über dem Riß. Eine Analyse der Spannungsverteilung über die Stabhöhe in Bild 18 zeigt außerdem, daß die Längsspannung an der Rißspitze auf etwa das 3,5-fache der mittleren Spannung des ungerissenen Stabes ansteigt und mühelos die Fließgrenze erreichen kann. Nähere Untersuchungen haben gezeigt, daß diese charakteristische Dehnungs- bzw. Spannungsverteilung auch bei sehr kleinen Rißbreiten auftritt. Größere Rißtiefen ergeben eine stärkere Einschnürung bis hin zum Vorzeichenwechsel über dem Riß.

Die Reflektion der Stoßwelle am freien Ende des Stabes führt zu einer Zugwelle (Vorzeichenwechsel), so daß nicht nur klaffende Risse beobachtet werden können.

Voraussetzung für dieses Verfahren zur Erkennung und Lokalisierung eines verdeckten Risses durch Stoßwellen ist natürlich die Möglichkeit, die Spannungs- bzw. Dehnungsverteilung an der Oberfläche der Probe beobachten zu können.

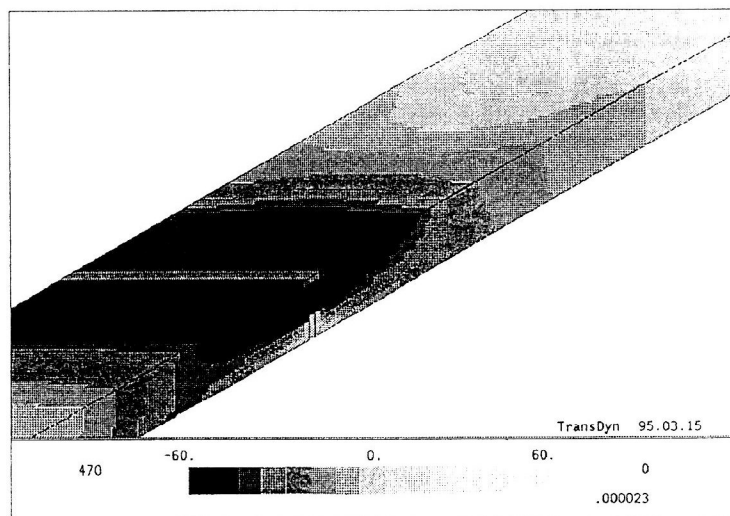


Bild 17. 3D Simulation der Längsspannungen in N/mm^2 am Stab mit Querriß

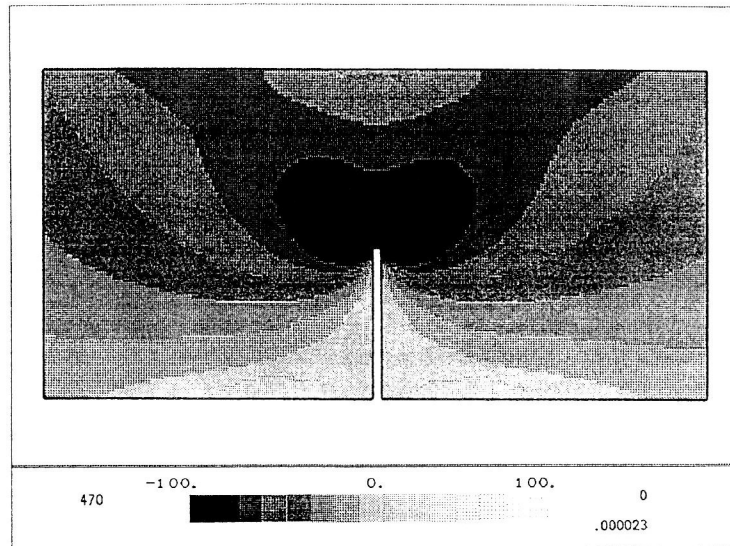


Bild 18. Ausschnitt der Spannungsverteilung in N/mm^2 über die Stabhöhe im Reißbereich

Literatur

1. Achenbach, J.D.: Wave Propagation in Elastic Solids. North Holland Publishing Company, Amsterdam, New York, Oxford (1980).
2. Courant, R.; Friedrichs, K.; Levy, H.: Über die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik, Mathematische Annalen, Vol. 100 (1928), 32 - 74.
3. Elmer, K.-H.; Thiede, R.: Finite Element Modelling and Analysis of Wave Propagation Mechanism Investigated with ADINA, pres. at the 6th Conference on Nonlinear Finite Element Analysis and ADINA, MIT, Cambridge, Mass. (1987).
4. Elmer, K.-H.; Meltzer, G.; Tenzler, A.; Weber, T.: Stoßwellen zur Detektion von Rissen, ein Vergleich verschiedener Nachweisverfahren, VDI-Z, 6/7 (1994).
5. Elmer, K.-H.: Simulations in Transient Elastodynamics, Chap. 6 in: High Performance Computing in Engineering (ed C.A. Brebbia, H. Power), Computational Mechanics Publications, Southampton, Boston (1995), 199 - 238.
6. Love, A.E.H.: A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, Dover Publications, New York (1944).
7. Natke, H.G.: Baudynamik, B.G. Teubner, Stuttgart (1989).
8. Schreyer, H.L.: Dispersion of Semidiscretized and Fully Discretized Systems (ed Belytschko, Hughes), Computational Methods for Transient Analysis, Vol. 1. Elsevier Science Publishers, Amsterdam (1983), 327 - 486.

Anschrift: Dr.-Ing. Karl-Heinz Elmer, Curt-Risch-Institut für Dynamik, Schall- und Meßtechnik, Universität Hannover, Appelstr. 9A, D-30167 Hannover