

# Modellierung und Simulation einer elastischen Weltraumstruktur

T. Härtel, P.A. Tuan

*Die Dynamiksimulation komplexer mechanischer Systeme erfordert den Einsatz leistungsfähiger Simulationswerkzeuge und vielfach im Modell die Berücksichtigung elastischer Eigenschaften der Körper. Die vorgestellten Untersuchungen zeigen die Möglichkeiten der Simulation bei der Verwendung von Superelementen am Beispiel einer Weltraumstruktur und einer V-Strebe als Bauteil derselben. Die Konvergenzuntersuchungen und ein Vergleich mit Resultaten der FEM beschreiben die Phänomene und die Verwendbarkeit der gewählten Methodik.*

## 1 Einleitung

Die Computersimulation der Dynamik wichtiger technischer Systeme wie Straßen- und Schienenfahrzeuge, allgemeine Maschinen, Roboter und auch Raumfahrtstrukturen gründen sich auf eine Modellierung mittels Mehrkörpersystemen (MKS). Modellkörper werden in der Regel als starr vorausgesetzt. Erhöhte Anforderungen an die Funktionalität und das spezifische Leistungsvermögen dieser Systeme führen zu einer Modellierung, bei der auch elastische Deformationen berücksichtigt werden müssen. MKS, die auch elastisch deformierbare Körper enthalten, heißen hybride MKS (HMKS). Dynamiksimulation bedeutet hierbei automatische Generierung von HMKS-Modellgleichungen, ihre numerische Integration, die Berechnung von Observablen, insbesondere solcher der Elastomechanik, und Animation.

Raumfahrtspezifische Technologiebereiche erfordern den Einsatz elastisch deformierbarer Elemente (Oery u.a., 1990). Speziell für elastische Balken bildet die Superelementtechnik eine geeignete und wirkungsvolle Methode zur Modellierung und Simulation elastomechanischer Eigenschaften (Rauh, 1987; Maißer, 1991).

Zielsetzung der Arbeit:

- Modellierung und Simulation komplexer HMKS mittels Superelementtechnik und deren Erprobung an einer großen elastischen Weltraumstruktur,
- Vergleich und Bewertung der mittels Superelementtechnik erzielten Ergebnisse der Simulation einer V-Strebe mit asymmetrischer Imperfektion als wesentliches Konstruktionselement einer großen Raumstruktur sowie der Raumstruktur selbst.

Es sei aber ausdrücklich darauf hingewiesen, daß die Simulation der vollen Dynamik der Weltraumstruktur, d.h. Einbeziehung auch der "großen" Starrkörperbewegung im Orbit, nur bei Nutzung von Simulationswerkzeugen der Mehrkörperrdynamik gelingt.

## 2 Theoretischer Hintergrund

### 2.1 Programmsystem *alaska*

Das Programmsystem *alaska* zur Dynamiksimulation von Mehrkörpersystemen wurde am Institut für Mechatronik, Chemnitz, entwickelt (*alaska*, 1993). Es entspricht modernster Softwaretechnologie, besitzt eine hohe Flexibilität in der Anwendung und Implementierung auf allen Computerklassen und zeichnet sich durch eine einfache, nutzerfreundliche Eingabedatei sowie optionale Ausgabedatei aus.

Die Bewegungsgleichungen von MKS in *alaska* sind die LAGRANGESchen Gleichungen 2. Art. Für ein holonom-skleronomes MKS lauten sie in expliziter Form

$$\mathbf{g}_{ab}(\mathbf{q})\ddot{q}^b + \Gamma_{abc}(\mathbf{q})\dot{q}^b\dot{q}^c = \mathbf{Q}_a \quad (1)$$

Mit der Einführung kinematischer Grundfunktionen können die Objekte der LAGRANGESchen Gleichungen (1), verallgemeinerte Massenmatrix  $\mathbf{g}_{ab}$ , Christoffel-Symbole 1.Art  $\Gamma_{abc}$  und generalisierte Kräfte  $\mathbf{Q}_a$ , nach Maißer (1988) berechnet werden.

**alaska** liefert automatisch qualitative und quantitative Aussagen über das dynamische Verhalten eines MKS mit nichtlinearer Kinematik durch Generierung und Lösung von Bewegungsgleichungen. Für alle berechneten Zeitverläufe kann optional eine Frequenzanalyse (FFT) durchgeführt werden.

Darüber hinaus können linearisierte Bewegungsgleichungen zur Beschreibung "kleiner" Bewegungen des MKS um eine vorgegebene statische Gleichgewichtslage automatisch generiert werden. Sie dienen als Grundlage einer Modalanalyse, in deren Rahmen Eigenfrequenzen und Eigenschwingungsformen automatisch ermittelt werden.

## 2.2 Superelementtechnik

Nach Rauh (1987) wird dabei ein elastischer Balken mittels endlich vieler Starrkörper und diese verbindender masseloser Koppellemente (Kraftkoppellemente, Gelenke) so modelliert, daß die "elastischen" Verformungen eines Superelement-Modells bei statischer Last mit bekannten Ergebnissen aus der Elastostatik für Balken übereinstimmen und das Superelement im unverformten Zustand dieselben Trägheitseigenschaften wie der Balken gleicher Abmessungen im unverformten Zustand hat. Kriterium für eine akzeptable Modellbildung ist in vielen Fällen die bestmögliche Approximation der Eigenfrequenzen des zu modellierenden elastischen Balkens als Kontinuum durch die Eigenfrequenzen des Superelement-Modells. Darüber hinaus können zur Bewertung der Modellbildung das Amplituden-, Resonanz-, Schwebungsverhalten u.a.m. dienen (Tuan, 1991).

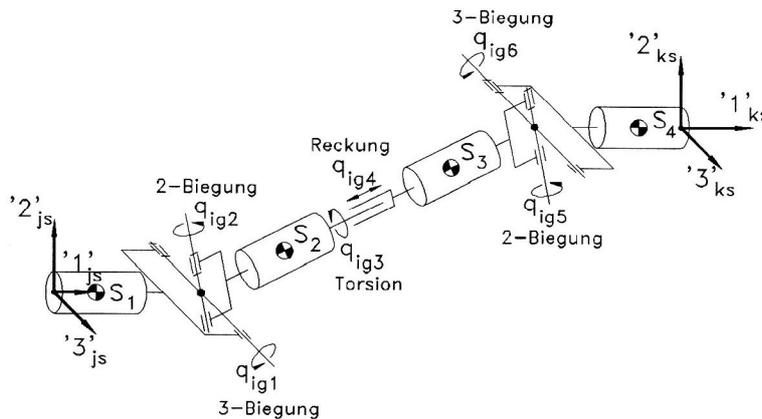


Bild 1. Kinematik eines Superelementes

Ein Superelement ist ein räumliches Gelenk-Balken-Element. Es besteht im allgemeinen Fall aus 4 starren Körpern, von denen je zwei durch ein Kardangelenk bzw. ein zylindrisches Dreh-Schubgelenk geometrisch gekoppelt sind.

Das Superelement hat insgesamt den Freiheitsgrad 6. Diesem Freiheitsgrad entsprechen 3 Verschiebungen und 3 Verdrehungen der Randquerschnitte relativ zueinander. Damit können die elastischen Verformungen eines deformierbaren Balkens (Reckung, Torsion und räumliche Biegung) hinreichend genau beschrieben werden.

Die Trägheitseigenschaften eines Superelementes werden mit dem Teilungsfaktor  $k$  ( $0 < k < 0,5$ ) auf die vier starren Körper aufgeteilt. Die elastischen Eigenschaften werden durch Federsteifigkeiten in den Gelenken und durch Federsteifigkeiten zwischen den beiden Endkörpern des Superelementes wiedergegeben. Die Federsteifigkeiten ergeben sich durch Vergleich mit den aus der Elastostatik bekannten Eigenschaften eines Balkens für die elementaren Verformungsfälle Reckung, Torsion und räumliche Biegung.

Ein Superelement mit dem Freiheitsgrad 6 heißt räumliches Superelement. In vielen Anwendungen genügt eine Modellierung mittels ebener Superelemente. Das ebene Superelement besteht aus 4 starren Körpern, von denen je zwei durch ein Drehgelenk bzw. ein Schubgelenk geometrisch gekoppelt sind. Sein Freiheitsgrad ist 3.

In den oben eingeführten Superelementen ist zunächst keine innere Dämpfung berücksichtigt. Diese kann jedoch im nachhinein - wie in der Strukturdynamik üblich - durch einen steifigkeits- und massenproportionalen Kraft- bzw. Momentenanteil erfaßt werden:

$$D_{ij} = k_s C_{ij} + k_m M_{ij}$$

$D_{ij}$  : Dämpfungsmatrix

$C_{ij}$  : Steifigkeitsmatrix

$M_{ij}$  : Massenmatrix

$k_s, k_m$  : Proportionalitätsfaktoren

### 3 Modellierung

Eine der in Oery u.a. (1990) beschriebenen Strukturen (s. Bild 2), die für verschiedene Anwendungen (z.B. Antenne, Energieplattform oder Weltraumlabor) vorgesehen sind, wird in dieser Arbeit hinsichtlich ihres dynamischen Verhaltens untersucht.

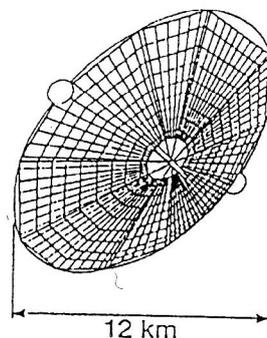


Bild 2. Große Weltraumstruktur

Bei der Modellierung und Simulation dieser Struktur sollen folgende Phänomene berücksichtigt werden:

- Elastische Deformierbarkeit der Balken
- Imperfektion der Balken (spannungsfreie Vorkrümmung)
- Halbsinuskraftstoß als Erregung (z.B. beim Andocken)

Konkrete Aufgaben sind Untersuchungen des dynamischen Verhaltens dieser Weltraumstruktur sowie der V-Strebe mittels Superelementtechnik in **alaska** hinsichtlich

- Eigenfrequenzen und Eigenformen
- Transiente Antwort beim Halbsinuskraftstoß

#### 3.1 Modellbildung der Weltraumstruktur

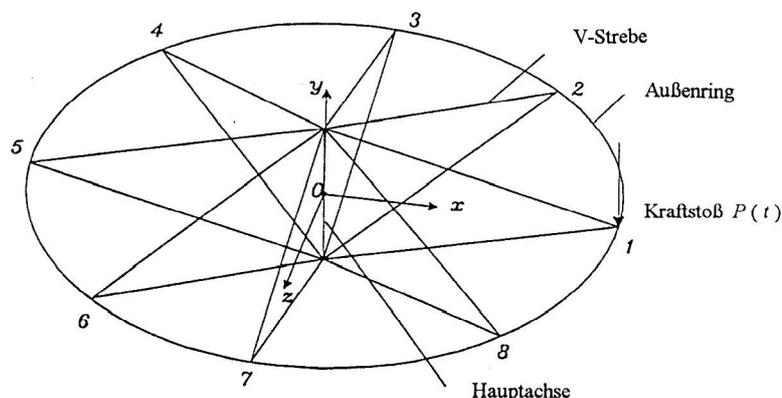


Bild 3. Grundaufbau der großen Weltraumstruktur

Der Grundaufbau der großen Weltraumstruktur besteht aus 8 ebenen V-Streben mit asymmetrischer Imperfektion (1%) und Endmasse (s. Bild 3). Die ebene V-Strebe besteht aus zwei elastischen Balken mit kreisringförmigen Querschnittsflächen (s. Abschnitt 3.2). Beide Balken sind mit dem Fundament  $\{O, x, y, z\}$  durch jeweils ein Kardangelenk und miteinander durch ein ebenes Drehgelenk verbunden. Jeder Balken wird mit einem Superelement modelliert, die Weltraumstruktur besteht folglich aus 16 Superelementen. In diesem HMKS-Modell werden nur ebene Biegung und Reckung berücksichtigt.

In Vereinfachung des HMKS-Modells wurde der Außenring vorerst mittels linearer Federn modelliert. Das bedeutet: die V-Streben sind untereinander durch lineare Federn gekoppelt, Anlenkpunkte der Federn sind die Endpunkte der V-Streben. Die Trägheitseigenschaften des Außenringes bleiben in diesem Modell unberücksichtigt.

- Eingabedaten:
- Länge des imperfekten Balkens 6095,44 m
  - Äußerer Radius der Querschnittsfläche des Balkens 2,7 m
  - Innerer Radius der Querschnittsfläche des Balkens 2,696 m
  - Endmasse der V-Strebe  $3,46 \cdot 10^6$  kg
  - Elastizitätsmodul  $7,5 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>
  - Federkonstante der linearen Feder zwischen je zwei V-Streben  $1,7 \cdot 10^4$  N/m
  - Steifigkeitsproportionaler Dämpfungsfaktor 0,005
  - Teilungsfaktor  $k = 0,21132$

Bei der Modellierung der Weltraumstruktur wurde die reine steifigkeitsproportionale Dämpfung berücksichtigt. Dieser Dämpfungstyp entspricht der üblichen Strukturdämpfung, bei der angenommen wird, daß die höherfrequenten Schwingungen nur einen geringen Einfluß auf die Gesamtbewegung haben, da sie stärker gedämpft sind.

### 3.2 Modell einer V-Strebe

Die V-Strebe ist ein Teil der oben beschriebenen Raumstruktur. Das System ist zum Fundament und zwischen den beiden Balken gelenkig gelagert. Beide Balken sind vorgekrümmt und in dieser Lage spannungsfrei. Ursachen können Wärmedehnung und/oder Fertigungsungenauigkeiten sein. In diesem Modell wurde die V-Strebe mit asymmetrischer Imperfektion bei sinusförmiger Vorkrümmung untersucht. Der maximale Abstand der Krümmungslinie von der idealen Linie beträgt 60,92 m.

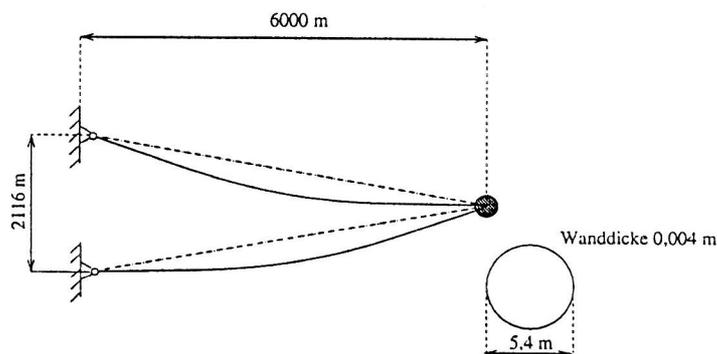


Bild 4. Geometrie der V-Strebe mit asymmetrischer Imperfektion

Beide Balken besitzen unterschiedliche Massen ( $m_1=1,745 \cdot 10^6$  kg;  $m_2=1,2 \cdot 10^6$  kg). Die Masse in der Spitze ( $m_E=3,49 \cdot 10^6$  kg) stellt einen Teil des Außenringes dar. Weiterhin sind die Materialkennwerte, geometrischen Daten und die Strukturdämpfung bekannt.

Für die Untersuchung des dynamischen Verhaltens wurden verschiedene Modelle erstellt. Die Anzahl der Superelemente je Balken wurde von 1 bis 4 variiert. Für die Drehkoordinaten ist zur Beschreibung der Vorkrümmung ein Startwert zu bestimmen. In der Anfangslage wirken keine Kräfte.

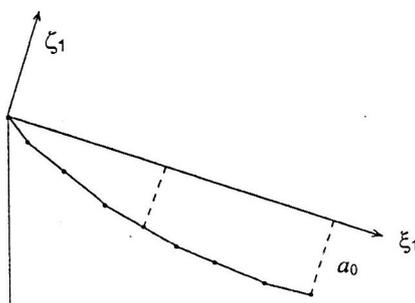


Bild 5. Modell mit 4 Superelementen je Strebe (Ausschnitt)

Die Modellierung erfolgte so, daß ausgewählte Punkte auf der Krümmungslinie identisch mit entsprechenden Gelenkpunkten der Superelemente sind (s. Bild 5).

Durch die Restriktionen bei der Verbindung der Superelemente und den Teilungsfaktor  $k$  ist der Anfangswert der Drehkoordinaten eindeutig bestimmt. Da das Verhalten des Gesamtsystems hochsensitiv in bezug auf kleine Änderungen wesentlicher Modellparameter ist, mußte größte Sorgfalt auf eine hohe Genauigkeit der Eingabedaten gelegt werden.

#### 4 Simulationsergebnisse

##### 4.1 V-Strebe

Bei der Modalanalyse zeigte sich das Programmsystem **alaska** sehr stabil und führte die Berechnungen der Eigenfrequenzen und -formen in kurzer Zeit aus. Der Vergleich der ersten 16 Eigenfrequenzen zwischen den Resultaten von **alaska** und dem FEM-System NASTRAN ist in Tabelle 1 aufgeführt.

Nummer der Eigenfrequenz	alaska Biegeeigenfrequenz in $10^5$ Hz bei der Modellierung mit				NASTRAN Biegeeigenfrequenz in $10^5$ Hz
	1 SE	2 SE	3 SE	4 SE	
1	34	34	34	34	30
2	42	37	37	37	42
3	98	154	136	136	136
4	118	186	164	164	164
5		295	347	305	306
6		342	416	366	369
7		392	541	616	544
8		472	652	742	656
9			739	859	850
10			862	1024	1024
11			882	1177	1224
12			1062	1418	1475
13				1452	1664
14				1564	1994
15				1695	2075
16				1886	2190

Tabelle 1. Vergleich der Biegeeigenfrequenzen

Bei den Eigenformen verbessert die Erhöhung der Anzahl der Superelemente die Approximation des elastischen Balkens und die Genauigkeit der berechneten Frequenz. Allgemein gilt: Für eine hinreichend gute Approximation der  $n$ -ten Biegeeigenfrequenz müssen in der Regel  $n$  Superelemente zur Modellierung verwendet werden.

Die 1. Eigenform ist charakterisiert durch gleichsinniges Schwingen der Balken, die 2. Eigenform durch gegensinniges Schwingen. Bei den höheren Eigenfrequenzen treten die betragsmäßig größten Komponenten des Eigenvektors wechselseitig im oberen bzw. unteren Balken auf.

Zusätzlich wurden die Eigenformen der Längsschwingungen untersucht. Bei diesen ist ebenfalls wie bei den Biegeeigenformen eine fast vollständige Entkopplung festzustellen.

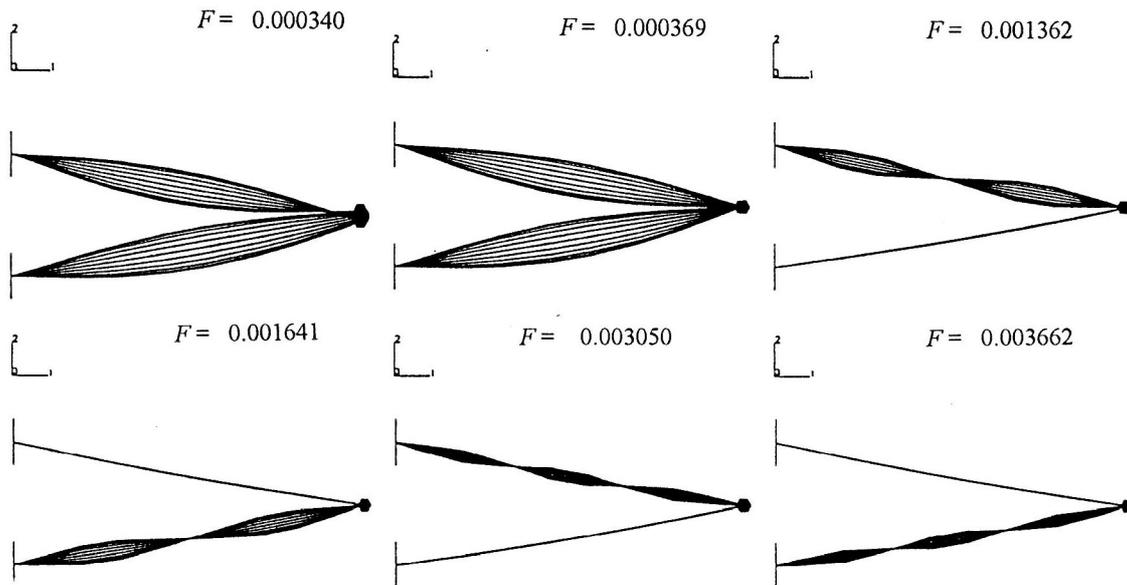


Bild 6. Biegeeigenformen der V-Strebe mit asymmetrischer Imperfektion

Die Modalanalyse zeigt außerdem eine starke Änderung der Eigenform in Abhängigkeit von der Vorkrümmung. Eine stärkere Vorkrümmung bewirkt ein "Umschlagen" der ersten Biegeeigenform vom oberen auf den unteren Balken und eine Frequenzdrift. Die im Bild 7 dargestellten Eigenformen entsprechen den Imperfektionen  $\eta_{1/2\max} = 0,0; 0,005; 0,0075; 0,01; 0,015$  und  $0,025$  mit

$$\eta_{1/2\max} = \frac{a_0}{\tilde{l}} \quad a_0 - \text{maximale Abweichung von der idealen Linie}$$

$\tilde{l}$  - Länge des idealen Balkens

Der Verlauf der Vorkrümmung ist sinusförmig. Für die Berechnung wurde das Modell mit 2 Superelementen je Balken verwendet.

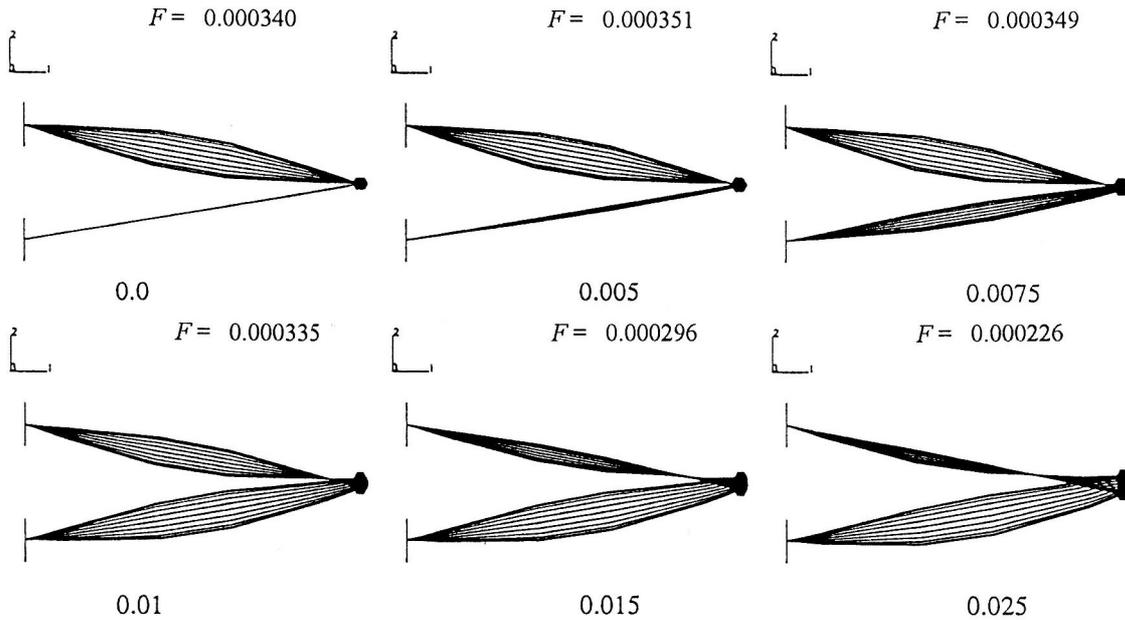
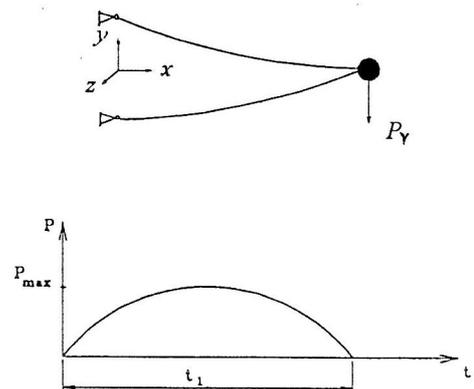
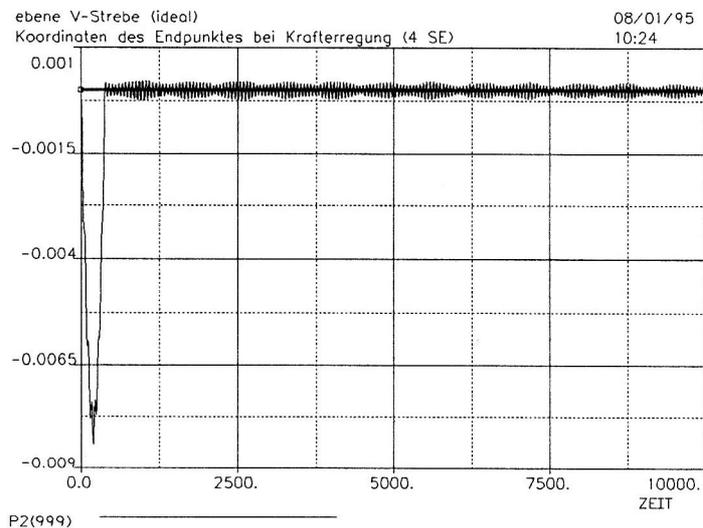


Bild 7. Entwicklung der 1. Biegeeigenform in Abhängigkeit von der Imperfektion

Bei der Untersuchung des nichtlinearen Systemverhaltens wird das Ende der V-Strebe mit einem Halbsinuskraftstoß beaufschlagt, nach der kurzen Erregung schwingt das System frei. Als Resultat wird die Bewegung des Endpunktes in vertikaler Richtung betrachtet.

Bei der Erregung der V-Strebe mit idealen Balken treten gegenüber der imperfekten V-Strebe deutlich kleinere Amplituden auf. Der Endpunkt folgt nur dem Verlauf der Kraft und wird danach zu hochfrequenten Schwingungen angeregt.



$$P_{\max} = 400 \text{ N}$$

$$t_1 = 387,6 \text{ s}$$

Bild 8. Zeitverlauf des Endpunktes bei Krafterregung für die Modellierung mit 4 Superelementen je Balken (ideal)

Die Imperfektion der Balken bewirkt ein deutliches Nachschwingen des Endpunktes.

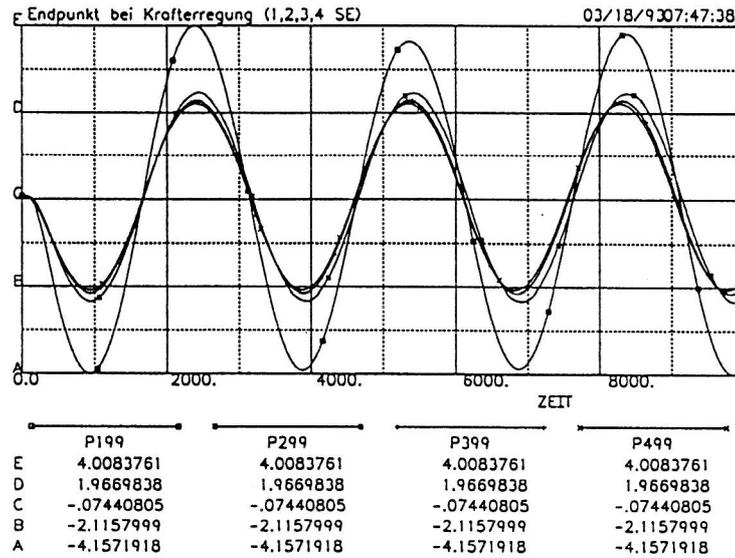


Bild 9. Zeitverlauf des Endpunktes bei Kräfteerregung für die Modellierungen mit 1, 2, 3 und 4 Superelementen je Balken (imperfekt)

Es zeigt sich dabei, daß sich der Zeitverlauf dieser Koordinate bei der Modellierung mit einem Superelement je Balken stark von den anderen Modellierungen unterscheidet. Ursache ist die ungenaue Approximation der elastischen Linie der imperfekten Balken. Bei den Modellierungen mit 3 und 4 Superelementen je Balken sind die Unterschiede gering, die elastische Linie des Balkens ist gut approximiert.

#### 4.2 Weltraumstruktur

Die Eigenfrequenzen und die entsprechenden Eigenschwingungsformen der Weltraumstruktur wurden mit *alaska* ermittelt (Maißer u.a.,1993). Bild 10 zeigt die zur Eigenfrequenz  $F_{47} = 0,072162$  Hz gehörige Eigenschwingform.

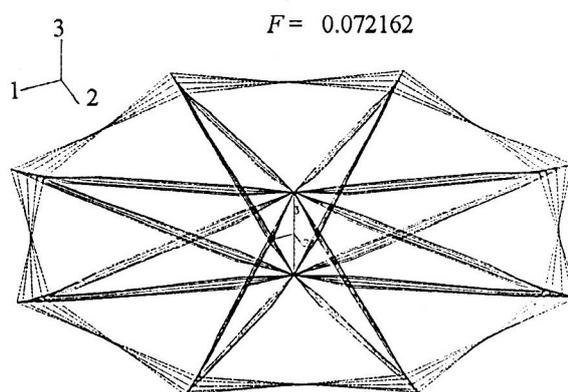


Bild 10. Ausgewählte Eigenschwingform der Weltraumstruktur

Der Endpunkt der V-Strebe 1 (s. Bild 3) der Weltraumstruktur wird durch einen Halbsinuskraftstoß im schwerelosen Zustand erregt. Mit *alaska* werden die Zeitverläufe der Auslenkung des Massenpunktes gegenüber der Anfangslage im Inertialkoordinatensystem (IKS) sowie der Mittelpunkte der Strebe gegenüber der Anfangslage ermittelt.

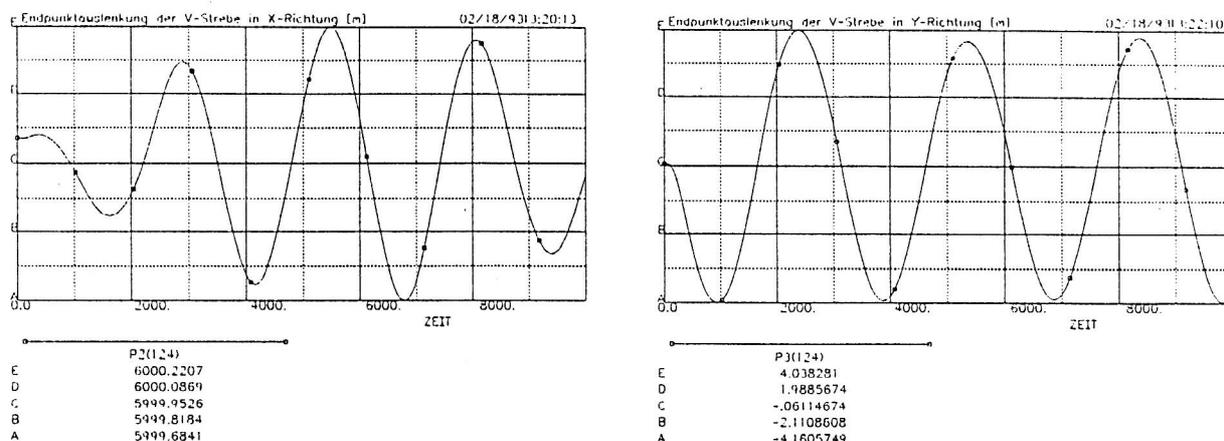


Bild 11. Endpunktauslenkung der Weltraumstruktur in X- und Y-Richtung im IKS

In Maißer u.a. (1993) wurde die Weltraumstruktur auch mit dem Simulationsprogramm NASTRAN auf der Basis von finiten Elementen modelliert. Aufgrund der verschiedenen Modellierungen des Außenringes - mittels linearer Federn in *alaska* oder mittels BAR-Elementen in NASTRAN - resultieren Abweichungen in den Eigenfrequenzen und unterschiedliche Eigenformen der Weltraumstruktur. Aber trotz der im Detail unterschiedlichen physikalischen bzw. geometrischen Modellierungen ist eine gute qualitative Übereinstimmung entsprechender Simulationsergebnisse zu konstatieren.

In Leithold (1993) wurde eine Erweiterung des Modells der Weltraumstruktur vorgenommen, wobei der Außenring mittels Superelementen modelliert wurde. Dieser Ring besitzt Trägheitseigenschaften und übt somit einen Einfluß auf die Eigenfrequenzen und -formen aus.

## 5 Zusammenfassung

Modellierung und Simulation der Dynamik der elastischen Weltraumstruktur stellen aus diversen Gründen (die Elastizität der Struktur, extreme Geometrie, extrem nieder- und/oder hochfrequente Schwingungen) eine besondere Herausforderung an die Mehrkörpersystem-Methode dar. Die *alaska*-HMKS-Philosophie stützt sich auf die von Rauh (1987) vorgeschlagene Superelementtechnik, ihre Leistungsfähigkeit unter *alaska* wurde in den früheren Arbeiten (Tuan, 1992) erfolgreich getestet.

Als erster Schritt wurde das dynamische Verhalten einer imperfekten V-Strebe auf der Grundlage nichtlinearer und linearisierter Modellgleichungen analysiert. Konvergenzuntersuchungen zum Amplituden- und Frequenzverhalten bestätigten die Vermutung, daß die Approximationsgüte bzgl. der Frequenz proportional ist zur Anzahl der jeweils verwendeten Superelemente. Das Systemantwortverhalten bei halbsinusförmigem Kraftstoß wurde auf der Grundlage nichtlinearer Modellgleichungen analysiert. Schließlich wurde die gesamte Raumstruktur mit Hilfe der V-Streben-Makros modelliert. Die von *alaska* gelieferten Simulationsergebnisse sind mit denen von FEM-Ergebnissen qualitativ übereinstimmend.

## Förderung

Die vorliegende Arbeit wurde von der Deutschen Agentur für Raumfahrtangelegenheiten (DARA) im Rahmen des Projektes "Modellierung und Simulation komplexer hybrider Mehrkörpersysteme mittels Superelementtechnik" unter der Leitung von Prof. Dr. P. Maißer sowie in Zusammenarbeit mit MBB/ERNO-Bremen gefördert (50 IB 9206).

Einige Exemplare des Abschlußberichtes befinden sich in der Bibliothek der Universität Hannover.

## Literatur

1. **alaska**-Anwenderhandbuch Version 2.0. Institut für Mechatronik, Chemnitz, 1993.
2. Leithold, J.: Schwingungsanalyse einer großen elastischen Raumstruktur mittels Superelementtechnik und FEM. Diplomarbeit an der TU Chemnitz-Zwickau, 1993.
3. Maißer, P.: Analytical Multibody Dynamics. IUTAM Symposium Moscow, May 23-27, 1990, Dynamical Problems of Rigid-Elastic Systems and Structures. Springer-Verlag, 1991.
4. Maißer, P.: Analytische Dynamik von Mehrkörpersystemen. ZAMM 68 (1988) 10, S. 463-481.
5. Maißer, P. u.a.: Modellierung und Simulation der Dynamik komplexer hybrider Mehrkörpersysteme mittels Superelementtechnik, Institut für Mechatronik, Chemnitz, 1993.
6. Oery, H.; Rittweger, A.; Hornung, E.; Ludwig, H.: Numerical results of simplified dynamic analyses on large imperfect space structures. 41st congress of the international astronautical federation. October 6-12, 1990, Dresden.
7. Rauh, J.: Ein Beitrag zur Modellierung elastischer Balkensysteme. VDI-Fortschritt-Bericht, Reihe 18: Mechanik/Bruchmechanik. Düsseldorf, 1987.
8. Tuan, P. A.; Maißer, P.: Dynamik-Simulation großer Raumstrukturen mittels Superelementtechnik. Technischer Bericht. Institut für Mechanik, Chemnitz, 1991.
9. Tuan, P.A.: Applications for Dynamic Simulation of Hybrid Multibody Systems based on Superelement-Technique. 5. Nationale Mechanik-Konferenz, Hanoi, 3.-5.12. 1992.

---

*Anschrift:* Dipl.-Ing. Thomas Härtel und Dr.-Ing. Pham Anh Tuan, Institut für Mechatronik, Reichenhainer Str. 88, D-09126 Chemnitz