

Untersuchung technologisch bedingter Spannungen und Deformationen in mehrschichtigen zylindrischen Teilen aus Kompositwerkstoffen

G. I. Lwow, W. G. Sukiasow, F. Laugwitz

Bei mehrschichtigen zylindrischen Werkstücken aus Kompositwerkstoff entstehen im Verlauf des technologischen Prozesses Eigenspannungen, die für die Festigkeitsbeurteilung des fertigen Werkstücks wesentlich sind. Ausgehend von den Eigenschaften des Glasfasergewebes, des polymeren Bindemittels und des metallischen Modellkörpers werden analytische Beziehungen für die Zeitableitungen der Spannungen und Verschiebungen angegeben. Für ein Beispiel werden durch numerische Integration die Verläufe der Radial- und Umfangsspannungen über der Temperungszeit für einen dünnwandigen mehrschichtigen Zylinder berechnet und diskutiert.

1 Einleitung

Bei Werkstücken, die direkt aus Kompositmaterialien hergestellt werden, treten infolge des technologischen Prozesses Eigenspannungen auf. Nach Gus u.a. (1988) sowie Tomaschewskij und Jakowlew (1984) sind diese Eigenspannungen beim Entwurf der Konstruktion zu berücksichtigen. Die Ursachen dieser technologisch bedingten Eigenspannungen sind die thermische Dehnung aller Materialien und das Schrumpfen des polymeren Bindemittels beim Aushärten. Durch solche Prozesse können sich Materialdiskontinuitäten im Komposit und Deformationen des fertigen Werkstücks nach der Trennung vom Modellkörper ergeben.

Eine Vorausberechnung der beschriebenen Effekte erfordert die mathematische Modellierung der thermochemischen und thermomechanischen Prozesse, die während des Aushärteprozesses ablaufen. Zur Berechnung der Eigenspannungen sind zwei Zugänge bekannt. Im ersten Fall setzt man ein homogenes Material voraus, dessen Materialkennwerte nach der Mischungsregel (Wasiljew u.a., 1990) aus den Kennwerten der Komponenten gebildet werden. Dabei wird der Einfluß des Unterschiedes in den thermischen Ausdehnungskoeffizienten des Armierungsgewebes und des Bindemittels auf die entstehenden Spannungen nicht berücksichtigt. Diese Unzulänglichkeit besitzt der strukturelle Zugang nach Gus u.a. (1988) nicht, der die spezifischen Eigenschaften der sich in Wechselwirkung befindenden Strukturkomponenten des Materials berücksichtigt. In der vorliegenden Arbeit wird dieses Konzept zur Untersuchung des Prozesses der Aushärtung eines mehrschichtigen Zylinders benutzt. Ziel ist die Berechnung der Spannungen und Verschiebungen in ihrem zeitlichen Verlauf vom Beginn der Temperung bis zur Trennung des Werkstücks vom Modellkörper.

2 Herstellungstechnologie und Modellierung

Das zylindrische Werkstück wurde durch das zugfreie Aufwickeln des mit flüssigen Bindemitteln getränkten Armierungsgewebes auf einen metallischen Modellkörper hergestellt. Anschließend erfolgt die Temperung im Autoklaven. Dabei ist das Halbfabrikat auf der einen Seite dem Überdruck in der Autoklavenkammer ausgesetzt und auf der anderen Seite wirkt ein Vakuum, da die Luft von der Oberfläche des Modellkörpers abgepumpt wird. Das Bild 1 zeigt den Verlauf des Drucks und der Temperatur während des technologischen Prozesses. Die Zeitachse im Bild 1 geht bis t_e , der Zeit der Entnahme des Werkstücks aus dem Autoklaven. Die Temperaturbehandlung beginnt und endet bei der Zimmertemperatur $T_0 = 20^\circ\text{C}$. Die maximale Temperatur beträgt $T_{\max} = 150^\circ\text{C}$. Die Maximalwerte des Überdrucks und des Vakuums im Autoklaven werden mit p_A und p_V bezeichnet.

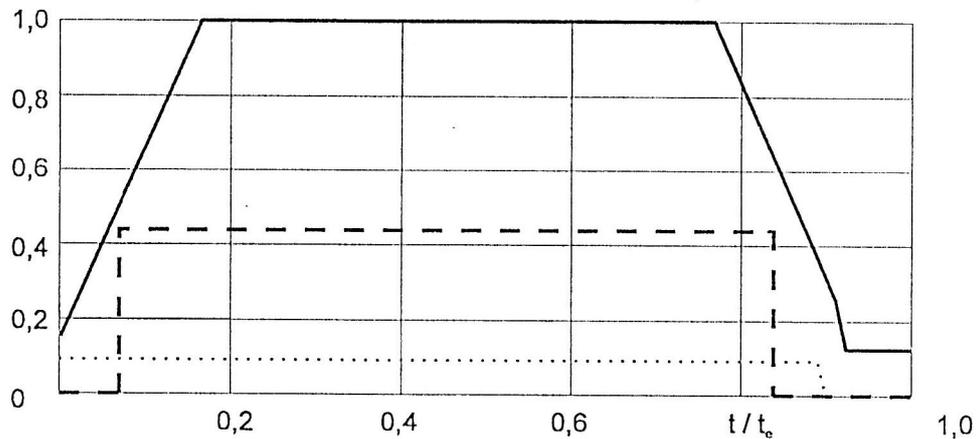


Bild 1. Relativer Druck- und Temperaturverlauf im Autoklaven

----- Temperatur - - - - Überdruck Vakuum

Während der Temperung geht das Bindemittel durch Polymerisation vom flüssigen Zustand in den geleeartigen Zustand über ($T \geq T_p$). Beim Erreichen der Temperatur $T = T_G$ erfolgt der Übergang in den glasförmigen Zustand. In beiden Fällen schrumpft das Kompositmaterial, so daß die Dichte ansteigt. Die Veränderung der physikalischen Eigenschaften des Bindemittels im Verlaufe des gesamten Aushärtungszyklus läßt sich nach Tomaschewskij und Jakowlew (1984) zufriedenstellend mit einem linearen Modell beschreiben.

$$\Phi = \Phi_{Fl} + \eta_P (\Phi_P - \Phi_{Fl}) + \eta_G (\Phi_G - \Phi_P) \quad (1)$$

Dabei werden der Prozeß der Polymerisation und der Glasbildung durch die Konversionsgrade $\eta_P \in [0, 1]$ und $\eta_G \in [0, 1]$ charakterisiert. Der Konversionsgrad η_P hängt von der Temperatur und der Zeit ab; der Konversionsgrad η_G hängt dagegen nur von der Temperatur ab. Die Werte Φ_{Fl} , Φ_P und Φ_G entsprechen den Gleichgewichtskonstanten des Bindemittels und zwar in der angegebenen Reihenfolge für den flüssigen Zustand ($\eta_P = 0, \eta_G = 0$), für den vollständig polymerisierten geleeartigen Zustand ($\eta_P = 1, \eta_G = 0$) und den Zustand der Glasbildung ($\eta_P = 1, \eta_G = 1$). Die Materialparameter des Modellkörpers und des Armierungsgewebes hängen im Temperaturbereich $T \in [T_0, T_p]$ nur schwach von der Temperatur ab; deshalb kann man sie als konstant ansetzen.

Der Spannungszustand im Werkstück hängt von seiner Temperatur und von den Konversionsgraden ab. Zur Berechnung des Spannungszustand ist daher zunächst ein nichtstationäres Wärmeleitungsproblem zu lösen. Entsprechend dem strukturellen Zugang von Gus u.a. (1988) dient als Berechnungsmodell ein auf einem zylindrischen Modellkörper ($R_0 \leq r \leq R_1$) aus Metall aufgebracht Zylinder ($R_1 \leq r \leq R_2$) aus Kompositwerkstoff, der aus regelmäßigen konzentrischen Schichten des Armierungsgewebes und des Bindemittels besteht. Die Anzahl der Gewebeschichten bezeichnet man mit N_A und mit h_A bzw. mit h_M die Dicke des Gewebes bzw. der polymeren Matrix. Die Gesamtzahl der Schichten des Werkstücks berechnet sich zu $N = 2 N_A - 1$ und seine Dicke beträgt $R_2 - R_1 = N_A (h_A + h_M) - h_M$. Beginnt man die Numerierung der Schichten bei 1, so sind die ungeraden Nummern ($j = 2n - 1$) den Gewebeschichten und die geraden Nummern ($j = 2n$) den Bindemittelschichten zuzuordnen. Dabei ist $n = 1, 2, \dots, \frac{N+1}{2}$. Jede j -te Schicht ist von den Radien r_j und r_{j+1} begrenzt. Dabei ist $r_1 = R_1$ und $r_{N+1} = R_2$.

Bei Werkstücken mit relativ geringer Schichtdicke sind keine axialen Abhängigkeiten zu berücksichtigen. Außerdem wird im Modell davon ausgegangen, daß keine Anfangsspannungen vorhanden sind und daß keine spürbare Separierung des Bindemittels beim Aufbringen des Gewebes auf den Modellkörper erfolgt. Die Zweckmäßigkeit eines solchen Zugangs wurde auch von Tomaschewskij und Jakowlew (1984) hervorgehoben.

3 Nichtstationäre Wärmeleitung

Die nichtstationäre Wärmeleitung des Modellkörpers und des Werkstücks werden durch die Gleichungen

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{a^K} \dot{T}^K &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T^K}{\partial r} \right) & R_0 < r < R_1 \\
 \frac{1}{a^A} \dot{T}_j^A &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_j^A}{\partial r} \right) & r_j < r < r_{j+1} \quad (j = 2n-1) \\
 \frac{1}{a_j^M} \dot{T}_j^M &= \frac{1}{\lambda_j^M r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_j^M r \frac{\partial T_j^M}{\partial r} \right) + \frac{q}{\lambda_j^M} \dot{\eta}_{Pj} H_0 (T_j^M - T_P) & r_j < r < r_{j+1} \quad (j = 2n)
 \end{aligned} \tag{2}$$

mit $n = 1, 2, \dots, \frac{N+1}{2}$

beschrieben. Dabei sind q die spezifische Reaktionswärme der Polymerisation und H_0 die Heavesidesche Einheitsfunktion (Sprungfunktion). In der Gleichung (2) bezeichnen die oberen Indizes K , A und M jeweils den metallischen Modellkörper, die Schichten aus Armierungsgewebe und die Bindemittelschicht, während der untere Index j die Nummer der betreffenden Schicht angibt. Die Temperaturleitfähigkeit a und die Wärmeleitfähigkeit λ sind für den Modellkörper und für das Gewebe konstant, aber für die Bindemittelschichten werden sie entsprechend Gleichung (1) berechnet. Die Anfangsbedingungen definieren mit

$$T^K(r, 0) = T_j^A(r, 0) = T_j^M(r, 0) = T_0 \quad \text{mit} \quad j = 1, 2, \dots, N \tag{3}$$

ein homogenes Temperaturfeld. Als Randwerte werden der konvektive Wärmeaustausch an den Begrenzungsflächen $r = R_0$ und $r = R_2$ und ein idealer Wärmekontakt zwischen Modellkörper und Werkstück sowie zwischen den Schichten des Werkstücks angenommen. Die Kinetik der Polymerisation des Bindemittels wird durch die Gleichung

$$\dot{\eta}_{Pj} = k_P (1 - \eta_{Pj}) \exp\left(\frac{-c}{T_j^M}\right) \quad (j = 2n) \tag{4}$$

beschrieben. Dabei ist k_P eine Konstante der Reaktionsgeschwindigkeit und c eine zur Polymerisationsenergie proportionale Größe. Die Anfangsbedingung lautet

$$\eta_{Pj}(t_a) = 0 \tag{5}$$

Durch die Berücksichtigung der spezifischen Reaktionswärme der Polymerisation q bilden die Gleichungen der Wärmeleitfähigkeit und der Kinetik der Polymerisation ein gekoppeltes System.

Zur Beschreibung der Glasbildung des Polymers verwendet man das experimentell begründete Modell des plötzlich verglasenden Materials nach Bugakow (1982) mit sich sprungförmig verändernden Eigenschaften bei der Abkühlung auf die Temperatur T_G . Für den Konversionsgrad η_G gilt deshalb

$$\eta_G = \left[1 - H_0(T_j^M - T_G) \right] H_0(t - t_P) \quad (j = 2n) \tag{6}$$

Die Lösung der formulierten Aufgabe erfolgt numerisch mit konstantem Zeitschritt Δt . Im Ergebnis erhält man für jeden Zeitpunkt $t_k = k \Delta t$ den Wert der Temperatur an den Diskretisierungspunkten des Modellkörpers und des Werkstücks und auch den Wert des Konversionsgrades in den Schichten der polymeren Matrix.

4 Berechnung der Spannungen und Verschiebungen

Die Bestimmung der technologisch bedingten Spannungen beruht auf der Voraussetzung, daß das Bindemittel bei der Erwärmung des Werkstücks bis zu einem Schwellenwert des Konversionsgrades η_P^* die Eigenschaften einer inkompressiblen Flüssigkeit besitzt und der Wärmeausdehnung des Modellkörpers keinen Widerstand entgegensetzt. Bei $\eta_P = \eta_P^*$ deformiert sich das Bindemittel infolge der Adhäsion gemeinsam mit dem Gewebe und stellt damit ein hypoelastisches Material dar, das man im allgemeinen Fall durch die Gleichung

$$\dot{\epsilon}_{ij} = A_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl} + \dot{\epsilon}_{ij} \quad (i, j, k, l \in [1..3]) \quad (7)$$

beschreibt. Dabei sind A_{ijkl} die Koeffizienten der elastischen Nachgiebigkeit, die nach Gleichung (1) berechnet werden. Die Geschwindigkeit der Strukturdeformation $\dot{\epsilon}_{ij}$ enthält thermische Anteile und Schrumpfteile und berechnet sich für die isotrope Bindemittelmatrix entsprechend der Beziehung

$$\dot{\epsilon}_{ij} = (\alpha \dot{T} + \dot{\eta}_P e_{Ch} + \dot{\eta}_G e_{Ph}) \delta_{ij} \quad (i, j \in [1..3]) \quad (8)$$

Die lineare Wärmeausdehnungszahl α wird dabei nach Gleichung (1) bestimmt. Die Größen e_{Ch} und e_{Ph} sind die Maximalwerte der chemischen (bei der Polymerisation) und physikalischen (bei der Glasbildung) Schrumpfung.

Für das betrachtete Berechnungsmodell ist die Verwendung von Zylinderkoordinaten zweckmäßig. Die gesuchten Größen sind dann die Radialspannung σ_r , die Umfangsspannung σ_φ , die Längsspannung σ_z und die Radialverschiebung u . Jeder der koaxialen Zylinder, aus denen das Berechnungsmodell besteht, befindet sich in einem ebenen Spannungszustand und ist der Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{d\dot{\sigma}_r}{dr} + \frac{\dot{\sigma}_r - \dot{\sigma}_\varphi}{r} = 0 \quad (9)$$

der Deformationsbedingung

$$\frac{d\dot{\epsilon}_\varphi}{dr} - \frac{\dot{\epsilon}_r - \dot{\epsilon}_\varphi}{r} = 0 \quad (10)$$

und den geometrischen Bedingungen

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{d\dot{u}}{dr} \quad \dot{\epsilon}_\varphi = \frac{\dot{u}}{r} \quad (11)$$

unterworfen. Die Ableitung der radialen Spannungen und Deformationen für den Modellkörper nach der Zeit erhält man mit den Gleichungen (7) und (9) bis (11) zu

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_r^K &= A - \frac{B}{r^2} - \frac{E^K}{(1-\nu^K)r^2} \int_{R_0}^r \dot{\epsilon}^K r dr \\ \dot{u}^K &= \frac{1+\nu^K}{E^K} \left[(1-2\nu^K) Ar + \frac{B}{r} + \frac{E^K}{(1-\nu^K)r^2} \int_{R_0}^r \dot{\epsilon}^K r dr \right] \quad \text{für} \quad R_0 \leq r \leq R_1 \end{aligned} \quad (12)$$

Dabei sind E^K der Elastizitätsmodul und ν^K die Querdehnzahl des Metalls, aus dem der Modellkörper besteht. Die Größen A und B sind Integrationskonstanten.

Berücksichtigt man die geringe Schichtdicke des Armierungsgewebes und des Bindemittels, so kann man nach Gus u.a. (1988) innerhalb jeder Schicht die Temperatur und den Konversationsgrad als konstant ansehen. Mit

dieser Vereinfachung erhält man die Lösung des Gleichungssystems (7) und (9) bis (11) für die j -te Schicht der Matrix ($j = 2n$) zu

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma}_r^M &= C_j - \frac{D_j}{r^2} \\
\dot{\sigma}_\varphi^M &= C_j + \frac{D_j}{r^2} \\
\dot{\sigma}_z^M &= 2\nu^M C_j - E^M \dot{\epsilon}^M \\
\dot{u}^M &= \frac{1+\nu^M}{E^M} \left[(1-2\nu^M) C_j r + \frac{D_j}{r} + E^M \dot{\epsilon}^M r \right]
\end{aligned} \tag{13}$$

Den Elastizitätsmodul E^M und die Poissonsche Zahl ν^M für das polymere Bindemittel berechnet man nach Gleichung (1). Bei den orthotropen Schichten des Gewebes ($j = 2n - 1$) sind die Materialkonstanten E^A und ν^A durch die unteren Indizes den Hauptachsen r , φ und z zugeordnet. Die Ableitungen der Spannungen und der Radialverschiebungen nach der Zeit erhält man zu

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma}_r^A &= F_j r^{-1+K} + H_j r^{-1-K} + \frac{\dot{\Psi}}{\delta} \\
\dot{\sigma}_\varphi^A &= K(F_j r^{-1+K} - H_j r^{-1-K}) + \frac{\dot{\Psi}}{\delta} \\
\dot{\sigma}_z^A &= (\nu_{rz}^A + K \nu_{\varphi z}^A) F_j r^{-1+K} + (\nu_{rz}^A - K \nu_{\varphi z}^A) H_j r^{-1-K} + (\nu_{rz}^A + \nu_{\varphi z}^A) \frac{\dot{\Psi}}{\delta} - E_z^A \dot{\epsilon}_z^A \\
\dot{u}^A &= \frac{1}{E_\varphi^A} \left[(K - \nu_{r\varphi}^A - \nu_{rz}^A \nu_{z\varphi}^A - K \nu_{\varphi z}^A \nu_{z\varphi}^A) F_j r^K - (K + \nu_{r\varphi}^A + \nu_{rz}^A \nu_{z\varphi}^A - K \nu_{\varphi z}^A \nu_{z\varphi}^A) H_j r^{-K} \right] \\
&\quad + \frac{1}{E_\varphi^A} \left[(1 - \nu_{r\varphi}^A - \nu_{rz}^A \nu_{z\varphi}^A - \nu_{\varphi z}^A \nu_{z\varphi}^A) \frac{r \dot{\Psi}}{\delta} + r E_z^A \nu_{z\varphi}^A \dot{\epsilon}_z^A \right] + r \dot{\epsilon}_\varphi^A
\end{aligned} \tag{14}$$

mit

$$\begin{aligned}
K &= \sqrt{\frac{E_\varphi^A (1 - \nu_{rz}^A \nu_{zr}^A)}{E_r^A (1 - \nu_{\varphi z}^A \nu_{z\varphi}^A)}} & \delta &= \frac{1 - \nu_{\varphi z}^A \nu_{z\varphi}^A}{E_\varphi^A} - \frac{1 - \nu_{rz}^A \nu_{zr}^A}{E_r^A} \\
\dot{\Psi} &= \dot{\epsilon}_r^A - \dot{\epsilon}_\varphi^A + (\nu_{rz}^A - \nu_{\varphi z}^A) \dot{\epsilon}_z^A
\end{aligned} \tag{15}$$

In den angegebenen Formeln sind F_j und H_j Integrationskonstanten. Die Größe K ist der Anisotropiekoeffizient des Gewebes.

Als Anfangsbedingungen für die Integration über die Zeit mit der Euler-Methode dienen die Spannungsfreiheit und Null-Verschiebung im Modellkörper und im Werkstück zum Zeitpunkt $t = t^*$, bei dem der Konversionsgrad mindestens in einer Schicht der polymeren Matrix den Wert η_p^* erreicht. Vor diesem Zeitpunkt wird die Temperaturendehnung des Modellkörpers nicht auf das Werkstück übertragen; daher muß man bei der Berechnung der Komponenten des Spannungszustandes die Werte der Radien R_0 und R_1 benutzen, die man für die Zeit $t = t^*$ berechnet. Diese Präzisierung ist aber nur erforderlich, falls eine genaue Berechnung des Durchmessers des fertigen Werkstücks nach der Abnahme vom Modellkörper gewünscht ist. Für die Berechnung der $2N + 1$ Integrationskonstanten A und B , C_j und D_j für ($j = 2n$) sowie F_j und H_j für ($j = 2n - 1$) verwendet man die Rand- und Übergangsbedingungen, die sich aus der Forderung der Endlichkeit der Spannungen und aus dem Gleichgewicht der radialen Spannungen mit dem Innen- bzw. Außendruck an den Rändern $r = R_0$ und $r = R_2$ ergeben. Auf den Kontaktflächen des Werkstücks mit dem Modellkörper und zwischen den Schichten des Werkstücks gilt die Gleichheit der radialen Spannungen und Verschiebungen. Dabei wird auch die Möglichkeit eines Abreißen des Werkstücks vom Modellkörper im Verlaufe der Temperung berücksichtigt, was sich formal im Auftreten von Zugspannungen in der

Kontaktfläche äußert. In dem Falle wird eine erneute Berechnung für das entsprechende Zeitintervall mit verschwindenden Radialspannungen an diesen Oberflächen durchgeführt.

Falls sich das Bindemittel in einer beliebigen Schicht im flüssigen Zustand befindet ($\eta_P \leq \eta_P^*$), gilt für die Wechselwirkung mit der angrenzenden Gewebesicht die Bedingung der Konstanz des Druckes in der Flüssigkeitsschicht und die Bedingung der Inkompressibilität der Flüssigkeit unter Berücksichtigung der thermischen Ausdehnung. Führt man diese Beziehungen in die Gleichungen (12) bis (14) ein, erhält man ein System von $2N + 1$ linearen algebraischen Gleichungen für die Zeitableitungen der Spannungen und Verschiebungen.

5 Ergebnisse der Berechnung

Als Beispiel wurden die Verläufe der Spannungen und Verschiebungen eines Aushärtungsprozesses einer mehrschichtigen Zylinderschale, die durch Aufwicklung von Glasfasergewebe mit Epoxidharzbindemittel auf einen Aluminiumzylinder hergestellt wurde, berechnet. Folgende Abmessungen und technologische Parameter wurden der Berechnung zugrunde gelegt:

$$\begin{array}{llllll} R_o = 600 \text{ mm} & R_1 = 640 \text{ mm} & R_2 = 644 \text{ mm} & h_A = 0,24 \text{ mm} & N_A = 14 \\ T_o = 20^\circ \text{ C} & T_P = 85^\circ \text{ C} & T_G = 135^\circ \text{ C} & T_{max} = 150^\circ \text{ C} \\ t_e = 6,0 \text{ h} & P_A = 0,5 \text{ MPa} & p_V = 0,05 \text{ MPa} & \Delta t = 0,05 \text{ h} \end{array}$$

Das Epoxidharz ist durch folgende Parameter

$$\begin{array}{lll} \eta_P^* = 0,02 & q = 94420 \text{ W h m}^{-3} & k_P = 1,2 \cdot 10^8 \text{ h}^{-1} \\ c = 8000 \text{ K} & e_{Ch} = -0,08 & e_{Ph} = -0,04 \\ E_P^M = 1 \cdot 10^2 \text{ MPa} & E_G^M = 3,5 \cdot 10^3 \text{ MPa} & \\ v_{Pl}^M = 0,5 & v_P^M = 0,45 & v_G^M = 0,35 \\ \alpha_{Pl}^M = 5 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1} & \alpha_P^M = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1} & \alpha_G^M = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1} \\ a_{Pl}^M = 4,74 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ h}^{-1} & a_P^M = 6,03 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ h}^{-1} & a_G^M = 6,84 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ h}^{-1} \\ \lambda_{Pl}^M = 0,15 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1} & \lambda_P^M = 0,17 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1} & \lambda_G^M = 0,19 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1} \end{array}$$

charakterisiert. In den letzten fünf Zeilen bezeichnen die unteren Indizes den flüssigen, den polymerisierten geleeartigen und den glasigen Zustand des Epoxidharzes. Für das Glasfasergewebe wurden die Werte

$$\begin{array}{lll} E_r^A = 1 \cdot 10^5 \text{ MPa} & E_\varphi^A = E_z^A = 7,35 \cdot 10^4 \text{ MPa} & \\ v_{r\varphi}^A = v_{rz}^A = 0,15 & v_{\varphi z}^A = v_{z\varphi}^A = 0,25 & v_{zr}^A = 0,20 \\ \alpha_r^A = 2 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} & \alpha_\varphi^A = \alpha_z^A = 7 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} & \\ a^A = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ h}^{-1} & \lambda^A = 0,7 \cdot 10^{-6} \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1} & \end{array}$$

verwendet und das Material des Modellkörpers hat folgende Parameter:

$$\begin{array}{lll} E^K = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa} & v^K = 0,33 & \alpha^K = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \\ a^K = 0,238 \text{ m}^2 \text{ h}^{-1} & \lambda^K = 155 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1} & \end{array}$$

Das Bild 2 zeigt den Temperaturverlauf (durchgehende Linie) und den Konversionsgrad (unterbrochene Linie) auf der Oberfläche zwischen Modellkörper und Werkstück. Die Berechnungen zeigten, daß auch bei Beginn der Temperung und der Abkühlung die Temperatur im Werkstück praktisch konstant ist, da die Wärmeleitfähigkeit des Modellkörpers recht hoch und die Dicke des Werkstücks gering ist.

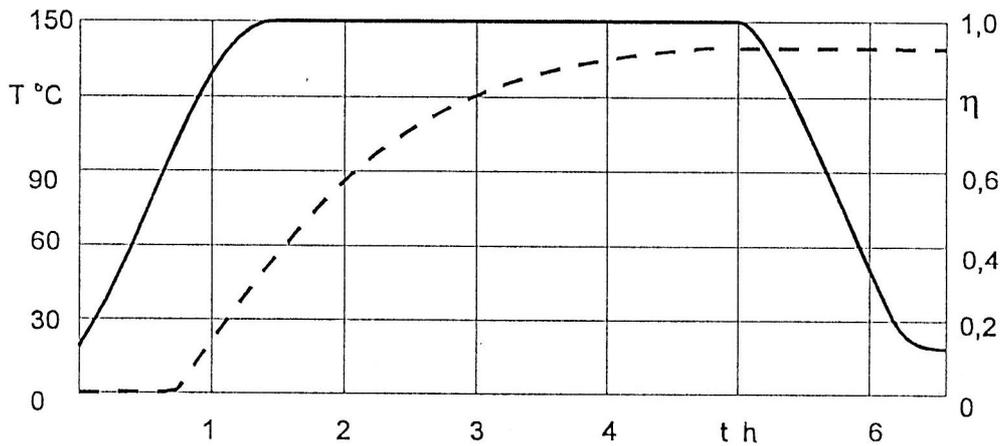


Bild 2. Zeitlicher Verlauf der Temperatur und des Konversionsgrades

Die Bilder 3 - 5 zeigen die berechneten zeitlichen Verläufe der Radial- und Umfangsspannungen für die dem Modellkörper am nächsten gelegenen Gewebe- und Bindemittelschichten.

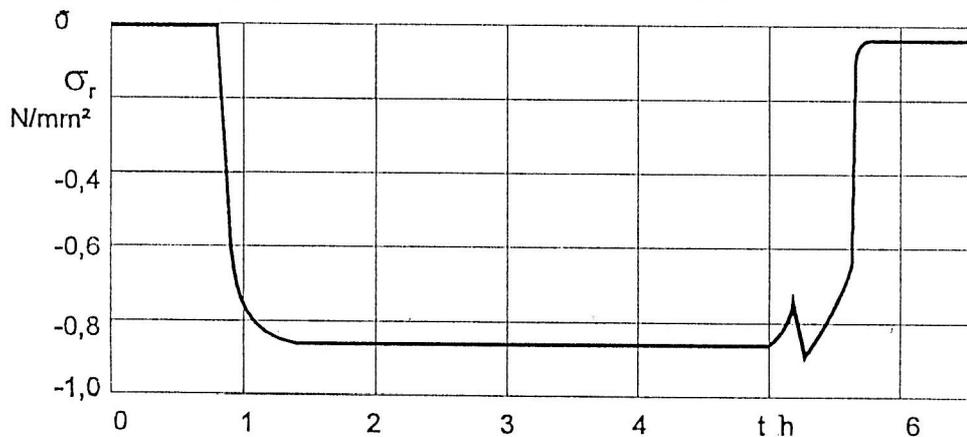


Bild 3. Zeitlicher Verlauf der Radialspannungen im Werkstück

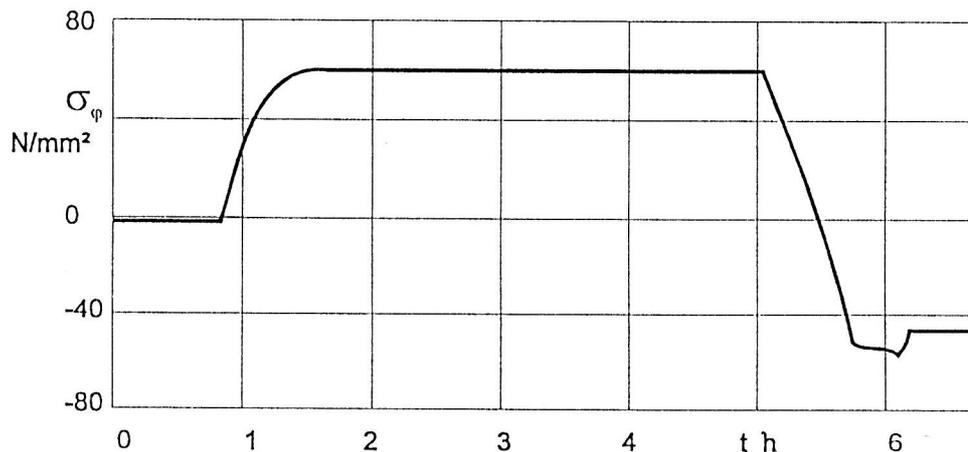


Bild 4. Zeitlicher Verlauf der Umfangsspannungen im Gewebe

Aus den Berechnungen folgte, daß zu allen Zeitpunkten die radiale Veränderung sowohl der Radial- als auch der Umfangsspannungen im Werkstück zu vernachlässigen war. Während des gesamten technologischen Prozesses bis zur Trennung des Modellkörpers vom Werkstück nach $t = 5,75$ h ist die Radialspannung über die gesamte Dicke des Werkstücks eine Druckspannung. Dadurch ist der ständige Kontakt zwischen Modellkörper und Werkstück gewährleistet und eine Schichttrennung kann nicht stattfinden. Der Sprung im Verlauf der Radialspannungen bei $t_G = 5,15$ h ist auf die Glasbildung zurückzuführen. Die positiven

Umfangsspannungen in den Gewebeschichten für $t < 5,4$ h (Bild 4) sind günstig, da sie die exakt zylindrische Form des Werkstücks gewährleisten. Im weiteren Verlauf erhält man negative Umfangsspannungen. Das führt jedoch nicht zu einem Stabilitätsverlust der Schichten, was auch Berechnungen mit der Methode von Gus u.a. (1988) gezeigt haben. Der Verlauf der Umfangsspannung in den Bindemittelschichten ist im Bild 5 dargestellt.

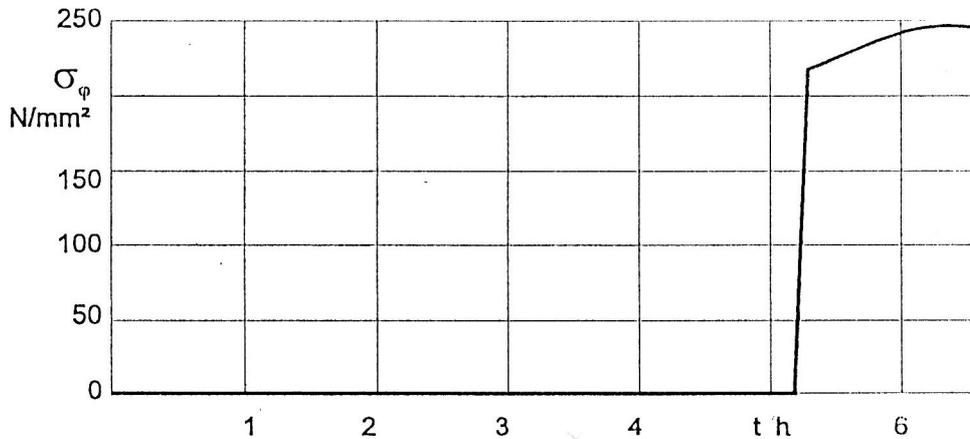


Bild 5. Zeitlicher Verlauf der Umfangsspannungen in den Bindemittelschichten

Bis zum Moment der Glasbildung sind die Umfangsspannungen im Bindemittel praktisch zu vernachlässigen. Sie erlangen erst am Ende der Temperung eine wesentliche Größe. Die dabei auftretenden Zugspannungen können zum Bersten der polymeren Matrix führen.

Die erhaltenen Ergebnisse können zur Festigkeitsprognose der Werkstücke und zur Vorausberechnung der Abmessungen des fertigen Werkstücks nach der Trennung vom Modellkörper benutzt werden. So ergab sich z.B. der Innenradius der Zylinderschale in Übereinstimmung mit der Berechnung zu $R_1 = 641$ mm.

Die dargestellte Methode berücksichtigt Relaxationsprozesse im Polymer nicht, so daß eher zu große Spannungen erhalten werden. Diese Vernachlässigung ist aber zulässig, da nach Gus u.a. (1988) steigende Spannungen Relaxationsprozesse, die besonders gegen Ende des technologischen Zyklus auftreten, behindern.

Literatur

1. Bugakow, I. I.: Phänomenologische Modelle für glasbildende polymere Körper (russ.), Trudy wsesojuzn. symopos. po napraszenijam i metodam regulirowanija, Moskau, (1982), 110 - 114.
2. Gus, A. N.; Tomaschewskij, W. T.; Schulga, N. A.; Jakowlew, W. S.: Technologische Spannungen und Deformationen in Kompositmaterialien (russ.), Verlag Wyscha schkola Kiev, (1988).
3. Tomaschewskij, W. T.; Jakowlew, W. S.: Technologische Probleme der Mechanik von Kompositwerkstoffen (russ.), Prikladnaja mehanika, 20, 11, (1984), 3-20.
4. Wasiljew, W. W.; Protasow, W. D.; Bolotin, W. W. u.a.: Kompositmaterialien - Handbuch (russ.), Verlag Maschinostrojenie Moskau, (1990).

Anschrift: Prof. Dr.-Ing. sc. Gennadij I. Lwow und Dr.-Ing. Wladimir G. Sukiasow, Lehrstuhl für Dynamik und Festigkeit von Maschinen, Polytechnische Universität Sharkov, Frunse-Straße 21, UA-310002 Sharkov, Dr.rer.nat.habil. Friedemann Laugwitz, Institut für Mechanik, Otto-von-Guericke-Universität, Postfach 4120, 39016 Magdeburg