

# Simulation der einfachen Scherung einer polykristallinen Aluminiumprobe

T. Böhlke, M. Kraska, A. Bertram

*Es wird das mechanische Verhalten einer polykristallinen Aluminiumprobe bei einer einfachen Scherung bis zu einer Scherzahl von 2.2 numerisch simuliert. Das Homogenisierungsproblem wird an einem repräsentativen Volumenelement (RVE) mittels der Finite Elemente Methode gelöst. Es werden die makroskopischen elastischen Eigenschaften und das elastisch-inelastische Übergangsverhalten in Form von Fließortkurven bestimmt. Die sich durch die Scherverformung ergebende Textur wird mit einem Experiment verglichen.*

## 1 Einführung

Unterwirft man polykristalline Materialien finiten inelastischen Deformationen, stellt man eine Änderung der makroskopischen Materialeigenschaften fest. Dieses Phänomen begleitet z.B. Walz- und Tiefziehprozesse und ist auf die Veränderungen in der Mikrostruktur des aus Einzelkristallen aufgebauten Polykristalls während der Deformationsprozesse zurückzuführen.

In der vorliegenden Arbeit wird ein von Williams (1962) dokumentierter Versuch mit einer polykristallinen Aluminiumprobe numerisch simuliert. Dazu wird das RVE-Konzept angewandt. Im Experiment wurden eine (100)- sowie eine (111)-Polebenenprojektion der resultierenden Textur erfaßt. Die numerisch bestimmte Textur wird mit der des Experiments verglichen. Die Simulation bietet die Möglichkeit, weitere mechanische Aspekte zu untersuchen. So werden im folgenden die makroskopischen elastischen Eigenschaften sowie – ausgehend von unterschiedlichen Fließkriterien – makroskopische Fließortkurven bestimmt. Der Einfluß der Textur und der im Gefüge akkumulierten Eigenspannungen auf die verformungsinduzierte Anisotropie wird durch ein simuliertes Spannungsarmglühen getrennt.

## 2 Materialgleichungen für Einkristalle

*Elastisches Verhalten.* Zur Beschreibung des elastischen Verhaltens der Einkristalle wird die folgende reduzierte Form eines elastischen Gesetzes verwendet

$$\mathbf{S} = h_t(\mathbf{C}). \quad (1)$$

$h_t$  bezeichnet das elastische Gesetz. Die Spannung  $\mathbf{S}$  ist über eine Pull-Back-Operation der Cauchy-Spannung  $\mathbf{T}$  definiert:  $\mathbf{S} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{T} \mathbf{F}^{-T}$ .  $\mathbf{F}$  ist der Deformationsgradient,  $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$  der rechte Cauchy-Green-Tensor. Die Gleichung (1) erfüllt das Prinzip der materiellen Objektivität identisch und ist zur Beschreibung eines anisotropen elastischen Materialverhaltens bei finiten Deformationen geeignet. Läßt sich das elastische Gesetz (1) an einer ungestörten Konfiguration  $\mathbf{C}_{U_t}$  linearisieren, so folgt für die Spannung  $\mathbf{S}$

$$\mathbf{S} = \mathbf{K}_t^{<4>} [\mathbf{C} - \mathbf{C}_{U_t}]. \quad (2)$$

$\mathbf{K}_t^{<4>}$  ist ein zeitabhängiger Elastizitätstensor 4.Stufe. Es wird angenommen, daß das Konzept der Materialien mit isomorphen elastischen Bereichen anwendbar ist (Bertram, 1994). Es besagt erstens, daß elastische Bereiche existieren, innerhalb derer die Spannungen durch das momentane elastische Gesetz gegeben sind, und zweitens, daß in den elastischen Bereichen das gleiche elastische Verhalten vorliegt, die elastischen Bereiche also isomorph zueinander sind. Wählt man ein beliebiges elastisches Referenzgesetz  $h_0$  bzw.  $\mathbf{K}_0^{<4>}$ , so läßt sich das zeitabhängige Gesetz durch das zeitunabhängige Referenzgesetz und eine

zeitabhängige, tensorwertige inelastische Variable  $\mathbf{P}$  formulieren

$$h_t(\mathbf{C}) = \mathbf{P}h_0(\mathbf{P}^T\mathbf{C}\mathbf{P})\mathbf{P}^T \text{ bzw.} \quad (3)$$

$$\mathbf{K}_t^{<4>}[\mathbf{C} - \mathbf{C}_{U_t}] = \mathbf{P}\mathbf{K}_0^{<4>}[\mathbf{P}^T\mathbf{C}\mathbf{P} - \mathbf{C}_{U_0}]\mathbf{P}^T.$$

$\mathbf{C}_{U_0}$  ist die ungestörte Konfiguration zu Beginn des Deformationsprozesses.  $\mathbf{P}$  heißt inelastische Transformation und wird durch eine Fließregel spezifiziert.  $\mathbf{P}$  läßt sich eindeutig in einen symmetrisch positiv-definiten Anteil  $\mathbf{V}^P$  und einen eigentlich orthogonalen Anteil  $\mathbf{R}^P$  zerlegen:  $\mathbf{P} = \mathbf{V}^P\mathbf{R}^P$ . Ist das elastische Referenzgesetz  $h_0$  isotrop, so gilt die folgende Gleichung für alle Elemente  $\mathbf{Q}$  aus der orthogonalen Gruppe

$$h_0(\mathbf{C}) = \mathbf{Q}h_0(\mathbf{Q}^T\mathbf{C}\mathbf{Q})\mathbf{Q}^T. \quad (4)$$

Aus (1), (3) und (4) folgt, daß  $\mathbf{S}$  im isotropen Fall nur vom symmetrisch positiv-definiten Anteil  $\mathbf{V}^P$  der inelastischen Transformation  $\mathbf{P}$  abhängt

$$\mathbf{S} = \mathbf{V}^P h_0(\mathbf{V}^{P^T}\mathbf{C}\mathbf{V}^P)\mathbf{V}^{P^T}. \quad (5)$$

*Fließregel.* Es wird angenommen, daß inelastische Deformationen der Einkristalle in Gleitsystemen stattfinden. Ein Gleitsystem  $\alpha$  wird durch eine Gleitrichtung  $\mathbf{d}_\alpha$  und eine Schernormale  $\mathbf{n}^\alpha$  beschrieben. Diese beiden Gleitsystemvektoren sind Linearkombinationen der Gittervektoren  $\mathbf{g}_i$ . Für das numerische Beispiel wird eine geschwindigkeitsabhängige Fließregel gewählt. Erreicht die Schmid-Spannung  $\tau_\alpha = \text{tr}(\mathbf{S}\mathbf{C}\mathbf{d}_\alpha \otimes \mathbf{n}^\alpha)$  den kritischen Wert  $\tau_{c\alpha}$ , kann es zu einer inelastischen Deformation kommen. Die Scherrate  $\dot{\mu}_\alpha$  in einem aktiven Gleitsystem wird mit einem eindimensionalen inelastischen Gesetz bestimmt und der Überspannung proportional angesetzt

$$\dot{\mu}_\alpha = \frac{\text{sign}(\tau_\alpha)}{\eta} |\tau_\alpha - \tau_{c\alpha}|. \quad (6)$$

Mit dem Wert der Viskosität  $\eta$  läßt sich der Geschwindigkeitseinfluß im Rahmen dieses Modells steuern. Die Gesamtscherrate ergibt sich bei Mehrfachgleitung aus der Superposition der Gleitsystemtensoren  $\mathbf{d}_\alpha \otimes \mathbf{n}^\alpha$  multipliziert mit den jeweiligen Scherraten. Diese spezielle Form der Fließregel ergibt zusammen mit der Elastizität des Gitters ein elasto-visko-plastisches Materialverhalten vom Bingham-Typ

$$\dot{\mathbf{P}}\mathbf{P}^{-1} = \begin{cases} \mathbf{O} & \text{für } |\tau_\alpha| < \tau_{c\alpha}, \\ \sum_\alpha -\dot{\mu}_\alpha \mathbf{d}_\alpha \otimes \mathbf{n}^\alpha & \text{für } |\tau_\alpha| \geq \tau_{c\alpha}. \end{cases} \quad (7)$$

*Verfestigung.* Bei der Modellierung des Verfestigungsverhaltens auf Gleitsystemebene wird vorausgesetzt, daß nur eine isotrope Verfestigung vorliegt und die kritische Schmid-Spannung  $\tau_{c\alpha}$  nach oben durch  $\tau_{\text{sat}}$  begrenzt ist. Es wird weiter angenommen, daß die kritischen Schmid-Spannungen in allen Gleitsystemen den gleichen Anfangswert  $\tau_{c0}$  haben und die Fremdverfestigung um den Faktor 1.4 größer ist als die Selbstverfestigung. Der Zuwachs der kritischen Schmid-Spannung wird der Scherrate  $\dot{\mu}_\beta$  und der Differenz von momentaner und maximaler kritischer Schmid-Spannung proportional angesetzt. Mit diesen Annahmen ergeben sich folgende Evolutionsgleichungen für die kritischen Schmid-Spannungen

$$\dot{\tau}_{c\alpha} = h_0 \sum_\beta h_{\alpha\beta} \frac{\tau_{\text{sat}} - \tau_{c\beta}}{\tau_{\text{sat}} - \tau_{c0}} \dot{\mu}_\beta, \quad (8)$$

$$h_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1 & \text{für } \alpha = \beta, \\ 1.4 & \text{für } \alpha \neq \beta. \end{cases}$$

### 3 Mikro-Makro-Übergang

*Homogenisierung.* Reale Werkstoffe sind im Kleinen sehr inhomogen aufgebaut. Diese Werkstoffstruktur prägt wesentlich das makroskopische Materialverhalten und führt dazu, daß die kontinuumsmechanischen Feldgrößen auf mikroskopischen Skalen sehr inhomogen verteilt sind. Im Rahmen von Bauteilberechnungen sind im Sinne des Ingenieurs observable, d.h. makroskopische Größen, von Interesse. Dem inhomogenen Werkstoff ist ein homogener Ersatzstoff zuzuordnen. Dieses Vorgehen heißt Homogenisierung.

*RVE-Konzept.* Eine Möglichkeit diese Homogenisierung numerisch durchzuführen bietet das sogenannte Konzept eines repräsentativen Volumenelements (RVE), das im folgenden angewendet wird. Dabei wird in einem kleinen Volumen des Werkstoffes die Gefügestruktur modelliert und ein Randwertproblem gelöst. Das Volumen muß groß genug sein, um eine für das Makroverhalten repräsentative Gefügestruktur zu enthalten. Gegenüber dem Taylor- und dem Sachs-Modell sichert die RVE-Technik gleichzeitig die kinematische Kompatibilität und die Erfüllung der Impulsbilanz. Die mechanische Interaktion benachbarter Körner in der Gefügestruktur wird berücksichtigt.

*Makroskopische Größen.* Im folgenden wird vorausgesetzt, daß der betrachtete mikroskopische Bereich keine Risse oder Löcher aufweist und die Verschiebungsfuktuationen auf dem Rand des Bereiches verschwinden oder periodisch sind. Es kann dann gezeigt werden (Krawietz, 1986), daß sich ein makroskopischer Deformationsgradient  $\bar{\mathbf{F}}$  als Volumenmittelwert des lokalen Feldes des Deformationsgradienten  $\mathbf{F}$  in der Bezugplatzierung deuten läßt. Eine ähnliche Relation gilt für die makroskopische Cauchy-Spannung  $\bar{\mathbf{T}}$ , wobei das Volumenintegral in der Momentanplatzierung auszuwerten ist

$$\bar{\mathbf{F}} = \frac{1}{V_0} \int_{\kappa_0(\mathcal{B})} \mathbf{F} \, dV_0, \tag{9}$$

$$\bar{\mathbf{T}} = \frac{1}{V} \int_{\kappa(\mathcal{B})} \mathbf{T} \, dV.$$

*Numerische Lösung.* Das dreidimensionale, nichtlineare Randwertproblem wird mittels der Finite Elemente Methode gelöst. Es wird ein konstanter makroskopischer Geschwindigkeitsgradient vorgegeben, bis der makroskopische Deformationsgradient  $\bar{\mathbf{F}}$  den gewünschten Wert annimmt. Eine ausführliche Beschreibung der numerischen Umsetzung des RVE-Konzepts bei periodischen Randbedingungen findet sich in Kraska u.a. (1996).

#### 4 Numerisches Beispiel

*Experiment von Williams (1962).* Williams untersuchte in seinen Experimenten unter anderem den Einfluß einer reinen Scherung auf eine polykristalline Aluminiumprobe. Bei diesen Experimenten wurde handelsübliches, kaltgewalztes Aluminium verwendet. Die Probe wird in dem Versuch bis zu einer Scherzahl von 2.2 senkrecht zur Walzrichtung geschert. Es werden die (100)- und die (111)-Polfiguren nach der Scherung in der Projektionsebene angegeben, die die Scherrichtung und die Scherebenennormale enthält. Zur Anfangstextur aufgrund des Walzprozesses werden keine Angaben gemacht.

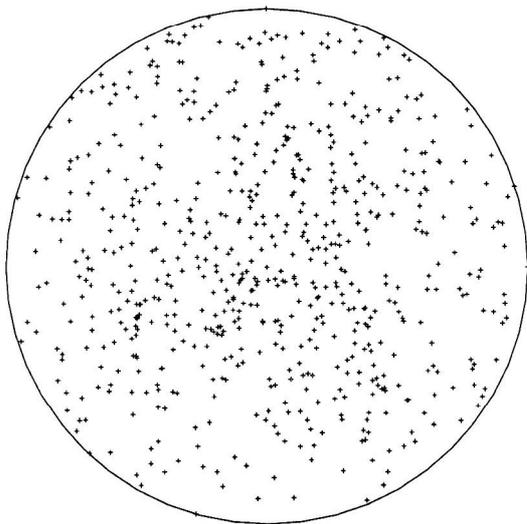


Bild 1. (100)-Polfigur

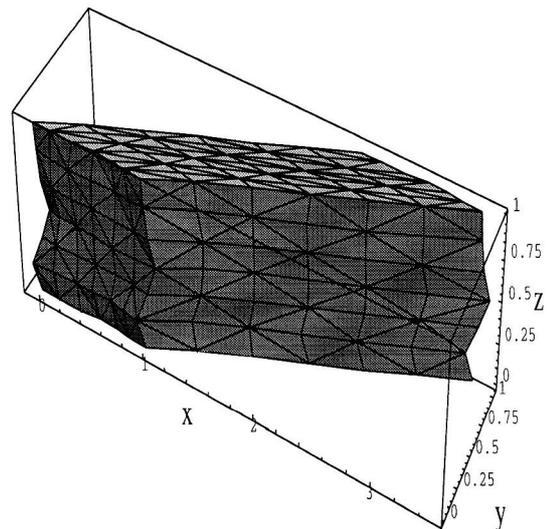


Bild 2. FE-Netz des gescherten RVEs

*Materialparameter der Simulation.* Die Körner der polykristallinen Aluminiumprobe werden durch kubisch-flächenzentrierte Einkristalle modelliert, deren rein elastisches Materialverhalten durch eine physikalisch lineare Spannungs-Dehnungs-Relation wiedergegeben wird. Ein linear-elastisches Verhalten mit kubischer Symmetrie wird durch drei unabhängige Konstanten beschrieben. Bei der Simulation wurden die folgenden Werte verwendet (Weißmantel u.a., 1979)

$$\begin{aligned}
 E &= 63 \text{ GPa (Elastizitätsmodul),} \\
 G &= 28 \text{ GPa (Gleitmodul),} \\
 \nu &= 0.36 \text{ (Querkontraktionszahl).}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

In Aluminium finden inelastische Deformationen bei Raumtemperatur in oktaedrischen Gleitsystemen statt und sind nahezu geschwindigkeitsunabhängig. Es sind also 12 Gleitsysteme – vier Gleitebenen mit je drei Gleitrichtungen – durch die Gittervektoren  $\mathbf{g}_i$  zu formulieren (siehe Havner, 1992). Mit einer Viskosität von  $\eta = 25 \text{ GPa s}$  und quasistatischer Prozeßführung ergibt die Fließregel (7) ein schwach geschwindigkeitsabhängiges, visko-plastisches Verhalten.

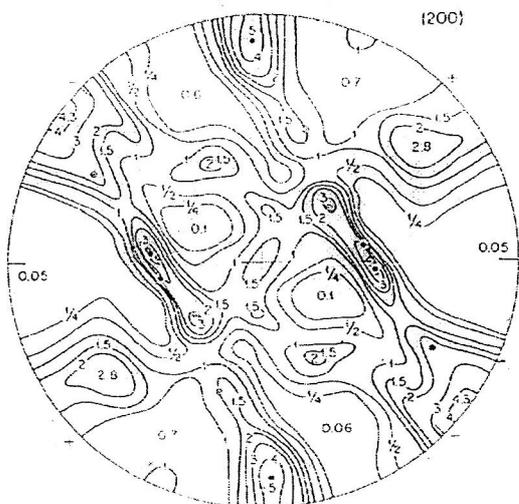


Bild 3. (100)-Polfigur (Williams 1962)

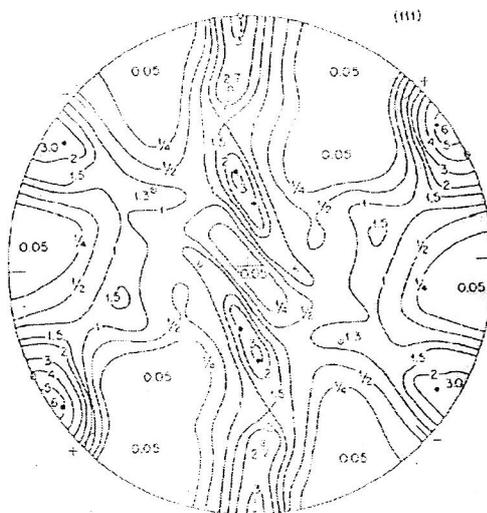


Bild 4. (111)-Polfigur (Williams 1962)

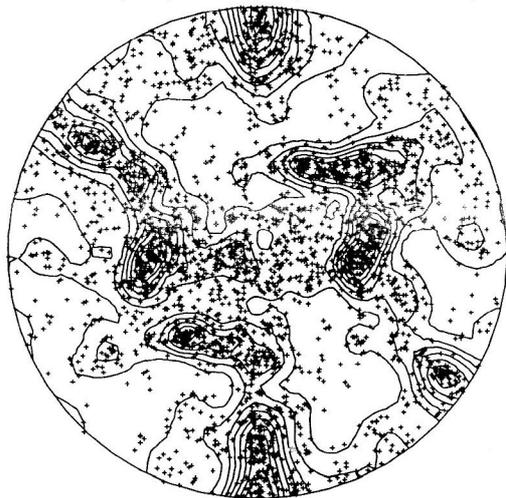


Bild 5. (100)-Polfigur (Simulation)

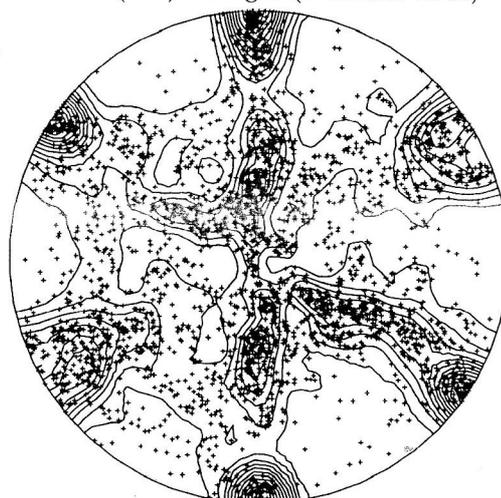


Bild 6. (111)-Polfigur (Simulation)

Die Konstanten im Verfestigungsgesetz (8) werden so gewählt, daß ein von Becker (1990) auf experimenteller Grundlage bestimmtes Exponentialgesetz approximiert wird. Die in dem dortigen Gesetz

verwendeten Konstanten wurden durch einachsige Zugversuche an Aluminiumblechen identifiziert. Die Identifikation basierte auf einem Taylor-Modell mit 800 Orientierungen. Die Zugrichtung lag bei den Versuchen senkrecht zur Walzrichtung der Bleche. Die Parameter lauten

$$\begin{aligned}\tau_{c0} &= 0.1 \text{ GPa}, \\ \tau_{\text{sat}} &= 0.164 \text{ GPa}, \\ h_0 &= 0.08 \text{ GPa}.\end{aligned}\tag{11}$$

*RVE-Spezifikation.* Für das numerische Beispiel wird ein Netz mit  $7 \times 7 \times 7$  Knoten verwendet. Die Randbedingungen sind periodisch. Das RVE besteht aus 1080 Tetraederelementen und hat 645 Freiheitsgrade. Im Anfangszustand werden jeweils fünf benachbarte Tetraederelemente mit der gleichen Gitterorientierung versehen, so daß vor der Scherung 216 unabhängige Orientierungen im RVE vorliegen. Dieser Satz von Orientierungen besteht aus einer im Sinne eines makroskopisch isotropen Verhaltens optimierten Zufallsverteilung (Bild 1).

*Prozeßführung.* In der spannungsfreien, undeformierten Ausgangslage des RVEs werden die makroskopischen elastischen Eigenschaften, d.h. die Steifigkeitstetrade, und die globalen inelastischen Eigenschaften bezüglich des elastisch-inelastischen Übergangsverhaltens in Form von Fließortkurven bestimmt. Dann wird dem RVE ein zeitlich konstanter, isochorer Geschwindigkeitsgradient aufgeprägt, bis der makroskopische Deformationsgradient  $\tilde{\mathbf{F}}$  den Wert des Experiments erreicht (Bild 2). Nach einer Entlastung und einem simulierten Spannungsarmglühen werden wieder die globalen elastischen und inelastischen Eigenschaften bezüglich des Fließbeginns berechnet und die resultierende Orientierungsverteilung ausgewertet.

*Textur.* Mit den resultierenden Gittervektoren  $\mathbf{g}_i$  der Simulation werden die zur Messung äquivalenten Polebenenprojektionen konstruiert. Während der Simulation steigt die Zahl der unabhängigen Orientierungen wegen der Inhomogenität des Deformationsprozesses an. Es sei angemerkt, daß die Darstellung der Textur durch Polebenenfiguren nicht eindeutig ist (siehe Bertam u.a., 1996). Die Bilder 3 bis 6 zeigen die Ergebnisse des Experiments und der Simulation im Vergleich. Obwohl im Experiment anfänglich eine Walztextur vorliegt und in der Simulation von einer isotropen Anfangsverteilung der Gitterorientierungen ausgegangen wurde, ist die Übereinstimmung in der Lage und im Wert der größten Verteilungsdichten gut.

*Elastisches Verhalten.* Die Bestimmung der globalen Steifigkeit vor und nach der Scherung erfolgt durch Aufprägung von sechs linear unabhängigen elastischen Deformationen. Von der sich ergebenden Steifigkeitstetrade werden nach Cowin (1990) die Eigenwerte und Eigenrichtungen berechnet. Die Eigenwerte lauten vor und nach der Scherung 5 mal 52GPa und 1 mal 225GPa. Das elastische Verhalten ist in beiden Fällen in guter Näherung gleich und isotrop. Eine elastische Anisotropie wird aufgrund der geringen Anisotropie der Einkristalle nicht induziert. Das makroskopische elastische Verhalten wird nicht von Eigenspannungen im Gefüge beeinflusst. Die Lamé Konstanten lassen sich aus den Eigenwerten zu  $\lambda = 57.7 \text{ GPa}$  and  $\mu = 28.8 \text{ GPa}$  abschätzen.

*Elastisch-inelastisches Übergangsverhalten.* Zur Bestimmung der Anfangsfließortkurven werden dem RVE isochore makroskopische Verzerrungsgeschwindigkeitstensoren mit konstanter Frobenius-Norm aufgeprägt. Durch eine geeignete Wahl der Hauptverzerrungsgeschwindigkeiten läßt sich die Deviatorebene gleichmäßig abtasten. Auf den Lastpfaden werden unterschiedliche Fließkriterien ausgewertet. In Experimenten kann der Fließbeginn einer Probe durch unterschiedliche Fließkriterien quantifiziert werden, z.B. durch die Abweichung der Steifigkeit vom elastischen Wert oder durch die bleibende Dehnung nach der Entlastung der Probe.

Im RVE Modell kann der Fließbeginn direkt durch die physikalisch relevante Information über die Gleitsystemaktivität bestimmt werden. Das Verhältnis  $p$  der Dissipationsrate  $p_{\text{diss}}$  zur globalen Spannungsleistung  $p_{\text{tot}}$  kann als dimensionsloser Parameter der Gleitsystemaktivität angesehen werden

$$p := \frac{p_{\text{diss}}}{p_{\text{tot}}}, \quad p_{\text{diss}} := \frac{1}{V_t} \int_{V_t} \sum_i \tau_i \dot{\mu}_i dV, \quad p_{\text{tot}} := \text{sp}(\tilde{\mathbf{T}}\tilde{\mathbf{D}}).\tag{12}$$

Während elastischer Prozesse ist  $p$  gleich null, während stationärer inelastischer Prozesse ist  $p$  gleich eins.

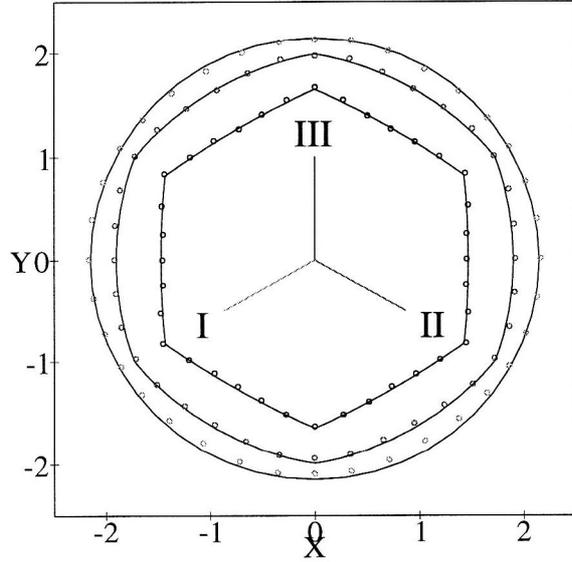


Bild 7. Approximation der Anfangsfließortkurven nach Gleichung (14)  
( $p = 0.1\%$ ,  $50\%$ ,  $85\%$ )

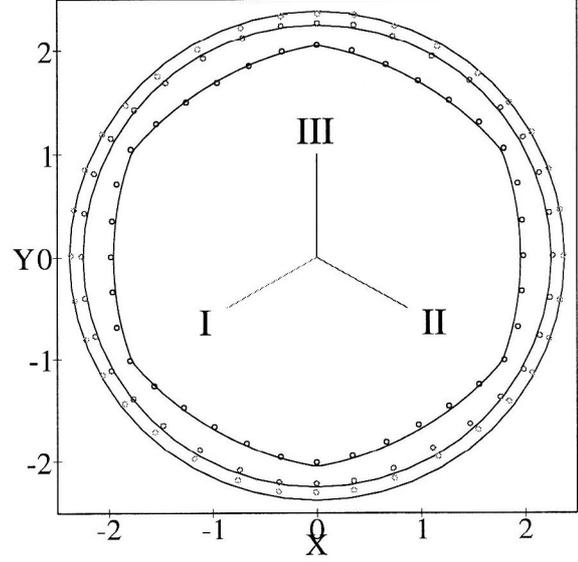


Bild 8. Approximation der Anfangsfließortkurven nach Gleichung (14)  
( $d = 0.01\%$ ,  $0.1\%$ ,  $0.2\%$ )

Als weiteres Fließkriterium soll die bleibende Dehnung nach Entlastung der Probe untersucht werden. Da das makroskopische elastische Verhalten durch die inelastischen Deformationen nicht verändert wird, existiert ein Isomorphismus  $\tilde{\mathbf{P}}$ , der das makroskopische inelastische Verhalten beschreibt. Wegen der Isotropie des elastischen Verhaltens ist nach Gleichung (5) nur der symmetrisch positiv-definite Anteil  $\tilde{\mathbf{V}}^P$  von  $\tilde{\mathbf{P}}$  für das inelastische Verhalten relevant.  $\tilde{\mathbf{V}}^P$  lässt sich bei gegebenen  $\tilde{\mathbf{S}}$ ,  $\tilde{\mathbf{C}}$  und  $\tilde{h}_0$  numerisch aus der Gleichung (5) bestimmen. Die Ordnung der Gleichung (5) in der Unbekannten  $\tilde{\mathbf{V}}^P$  lässt sich im isotropen linear-elastischen Fall durch eine Variablentransformation von 4 auf 2 reduzieren. Wegen der Verwendung einer visko-plastischen Fließregel stellt  $\tilde{\mathbf{V}}^P$  eine Abschätzung der plastischen Streckung dar. Als Fließkriterium wird die Frobenius-Norm  $d$  der inelastischen Verzerrung  $\tilde{\mathbf{E}}^P$  gewählt

$$d := \left| \tilde{\mathbf{E}}^P \right|, \quad (13)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}^P := \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{V}}^{P-2} - \mathbf{I}).$$

$d$  ist null bei global elastischen Prozessen und steigt monoton bei stationären inelastischen Prozessen.

Die Bilder 7 und 8 zeigen durch  $p$  und  $d$  definierte Fließorte in der Deviatorebene, wobei für die Koordinaten  $X$  und  $Y$  gilt:  $X = (\sigma'_{II} - \sigma'_I)/\sqrt{2}\tau_{c0}$ ,  $Y = \sqrt{2/3}\sigma'_{III}/\tau_{c0}$ . Die drei in die Deviatorebene projizierten Achsen der Cauchyschen Hauptspannungen  $\sigma_{I,II,III}$  sind Symmetrieachsen der Fließortkurven. Das Aggregat ist folglich isotrop bezüglich des Fließbeginns.

Die Fließortkurven der feineren Fließkriterien sind vom Tresca-Typ, die gröbereren sind vom v.Mises-Typ. Mit der folgenden Fließbedingung (in Dahl u.a., 1993) lassen sich die Fließortkurven in der isotropen Anfangsplazierung beschreiben

$$c(4J_2^3 - 27J_3^2) - k_f^2(k_f^2 - 3J_2)^2 \leq 0. \quad (14)$$

$J_2$  und  $J_3$  bezeichnen die zweite und dritte Hauptinvariante des Deviators der Cauchy-Spannung. Die Grenzfälle des Fließbeginns nach Tresca und v.Mises ergeben sich für die speziellen Setzungen  $c = 1$  bzw.  $c = 0$ . Die Bilder 7 und 8 zeigen die Approximationen der Anfangsfließorte durch Gleichung (14). Die verwendeten Parameter lauten

$p$	$k_f/\tau_{c0}$	$c$	$d$	$k_f/\tau_{c0}$	$c$
0.1%	2.02	0.575	0.01%	2.51	0.075
50%	2.44	0.069	0.1%	2.75	0
85%	2.63	0	0.2%	2.91	0

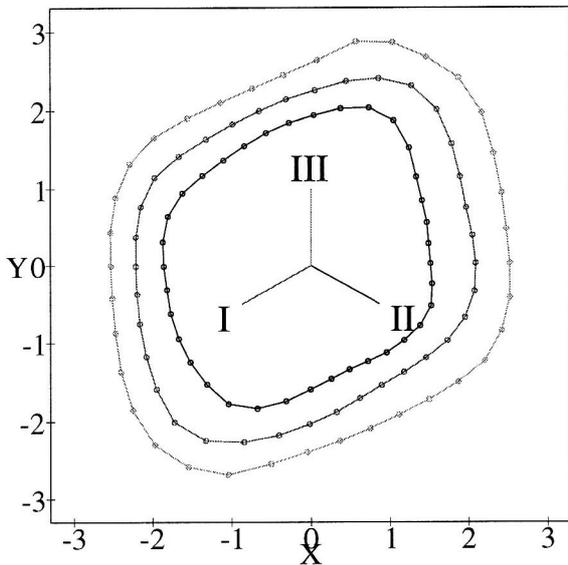


Bild 9. Fließortkurven nach der Scherung  
( $p = 35\%, 55\%, 75\%$ )

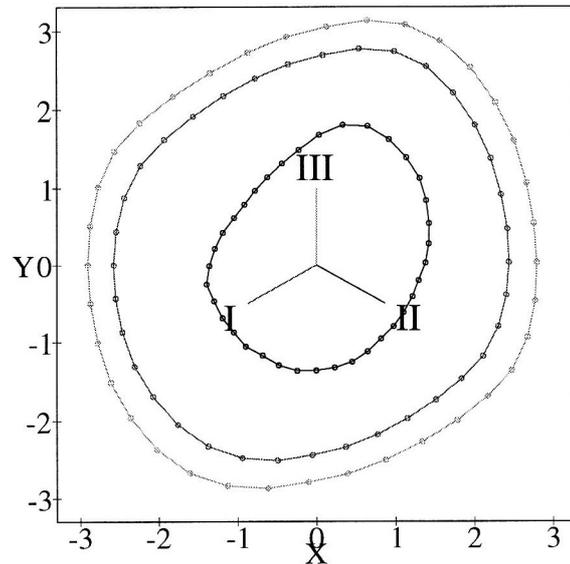


Bild 10. Fließortkurven nach der Scherung  
( $d = 0.01\%, 0.1\%, 0.2\%$ )

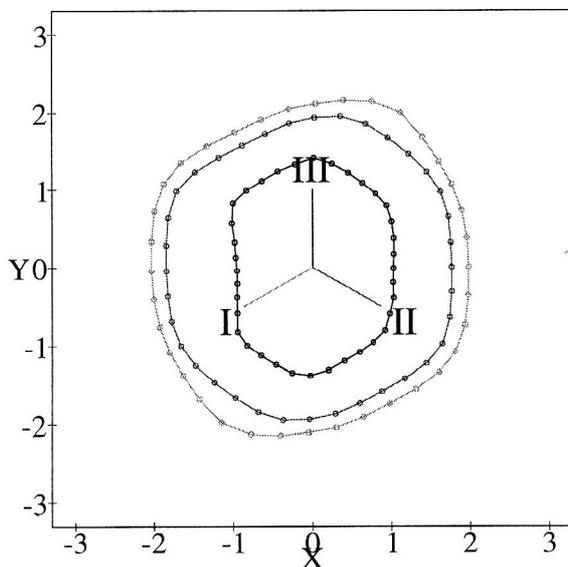


Bild 11. Fließortkurven des relaxierten RVEs  
nach der Scherung  
( $p = 0.1\%, 50\%, 85\%$ )

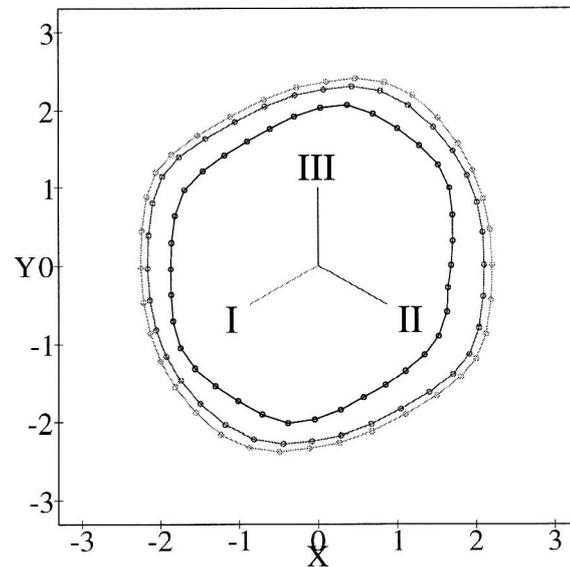


Bild 12. Fließortkurven des relaxierten RVEs  
nach der Scherung  
( $d = 0.01\%, 0.1\%, 0.2\%$ )

In den Bildern 9 und 10 sind die Indikatoren nach Aufbringung der Scherung dargestellt. Wegen der im Gefüge angehäuften Eigenspannungen hat der Leistungsparameter  $p$  erst ab dem Wert von ca. 35% einen monoton steigenden Verlauf. Der Parameter  $p$  ist somit zur Quantifizierung des Fließbeginns in eigenspannungsbehafteten Plazierungen weniger geeignet als der Parameter  $d$ . Keine der drei in die Deviatorebene projizierten Achsen der Hauptspannungen ist eine Symmetrieachse der Fließortkurve. Das Aggregat ist wegen der Texturbildung und der Eigenspannungen im Gefüge anisotrop bezüglich des Fließbeginns. Die Bilder 11 und 12 zeigen die Fließortkurven nach einem simulierten Spannungsarmglühen. Während des Spannungsarmglühens werden die im Gefüge akkumulierten Eigenspannungen abgebaut, so daß die Bilder 11 und 12 den reinen Textureinfluß bei der induzierten Anisotropie des Fließbeginns zeigen.

## 5 Zusammenfassung

Es wird das mechanische Verhalten einer polykristallinen Aluminiumprobe bei einer reinen Scherung mittels eines repräsentativen Volumenelements numerisch simuliert. Die makroskopischen elastischen Eigenschaften werden durch die Scherdeformation nicht beeinflusst und sind vor und nach der Scherung

isotrop. Das elastisch-inelastische Übergangsverhalten ist im Ausgangszustand isotrop. Feine Fließkriterien sind vom Tresca-Typ, größere werden durch das v.Mises-Kriterium wiedergegeben. Die Isotropie des Übergangsverhaltens im Ausgangszustand geht während der Scherung durch die Akkumulation von Eigenspannungen und durch die Texturbildung verloren. Beide Einflüsse werden durch ein simuliertes Spannungsarmglühen getrennt. Zur Quantifizierung makroskopisch inelastischer Prozesse werden sowohl Dissipations- als auch Dehnungskriterien formuliert und angewendet. Die durch die Scherverformung im Werkstoff induzierte Textur wird mit experimentellen Ergebnissen von Williams (1962) verglichen.

**Danksagung.** Die Autoren danken Dipl.-Ing. Frank Duderstadt für die programmtechnische Zuarbeit und wertvollen Diskussionen zu Aspekten dieser Arbeit.

## Literatur

1. A. Bertram: Beschreibung finiter inelastischer Deformationen mittels materieller Isomorphismen. Z. angew. Math. Mech. 74, 4, (1994), T314–T316
2. A. Bertram, T. Böhlke, M. Kraska: Numerical Simulation of Texture Development of Polycrystals Undergoing Large Plastic Deformations. Computational Plasticity. Fundamentals and Applications. D.R.J. Owen, E. Oñate and E. Hinton (Eds.), CIMNE, Barcelona (1997)
3. R. Becker: An analysis of shear localization during bending of a polycrystalline sheet. Microstructural Evolution in Metal Processing, ASME, (1990), 35–46
4. S. C. Cowin: Eigentensors of linear anisotropic elastic materials. Q. J. Mech. appl. Math., (1990), 15–41
5. W. Dahl, R. Kopp u.a. (Hrsg.), Umformtechnik, Plastomechanik und Werkstoffkunde, Verlag Stahleisen u. Springer Verlag, 1993
6. K. S. Havner: Finite plastic deformations of crystalline solids. Cambridge University Press, (1992)
7. M. Kraska, A. Bertram: Simulation of polycrystals using an FEM-based representative volume element. Technische Mechanik, 16(1), (1996), 51–62
8. A. Krawietz: Materialtheorie. Springer-Verlag, (1986)
9. C. Weißmantel, C. Hamann, u.a.: Grundlagen der Festkörperphysik. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, (1979)
10. O. W. Williams: Shear textures in copper, brass, aluminum, iron and zirconium. Trans. Met. Soc. AIME, 224,(1992), 129–139

---

*Anschrift:* Dipl.-Ing. Thomas Böhlke, Prof. Albrecht Bertram, Institut für Mechanik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Postfach 4120, D–39016 Magdeburg; Dipl.-Ing. Martin Kraska, Institut für Mechanik, Technische Universität Berlin, Straße des 17.Juni 135, Sekretariat C8, D–10623 Berlin