Zuverlässigkeit von Baukonstruktionen bei Verschleiß durch Korrosion

V. D. Raizer

Modelle der langandauernden Verschleißprozesse werden in Form von Zufallsprozessen angegeben. Für verschiedene korrosive Medien werden Methoden zur Berücksichtigung des gleichmäßigen Verschleißes der Konstruktionsoberfläche sowie zur Ermittlung der Auswirkung auf die Tragfähigkeit der Konstruktion vorgestellt. Im Falle des gleichmäßigen Verschleißes werden als Modell determinierte Zufallsprozesse mit funktionaler Abhängigkeit von der Zeit verwendet. Der ungleichmäßige Verschleiß äußert sich in örtlichen Korrosionskavernen (pittings), die über die Konstruktionsoberfläche zufällig verteilt sind.

Reliability of structures subject to corrosive wear

Models of long lasting wearing processes are presented by way of stochastic processes. Methods allowing to consider uniform wear of the structural surface as well as to determine the effect on the carrying capacity of the structure are presented for various corrosive media. In the case of uniform wear, determinate stochastic processes functionally varying with time are used as models. dNon-uniform wear occurs as local pittings randomly distributed over the surface of the structure.

Korrosion ist eine der wichtigen Ursachen für die Verminderung der Zuverlässigkeit und Dauerhaftigkeit von Maschinen und Baukonstruktionen. Weltweit gehen jährlich 10 – 12 % des produzierten und technisch eingesetzten Metalls durch Korrosion verloren. Trotz großangelegter Maßnahmen des Korrosionsschutzes wächst die Menge des durch Korrosion zerstörten Metalls fast proportional zum akkumulierten Metallfonds. Im Durchschnitt betragen die Korrosionsverluste 2 bis 4 % des Nationaleinkommens in einem jeden Land. Dabei sind 30 % aller Metallkonstruktionen des Bauwesens der atmosphärischen Korrosion und 75 % aller Baukonstruktionen der zerstörenden Wirkung atmosphärischer und aggressiver Medien ausgesetzt.



Bild 1

Typen der Korrosionsschädigung von Stahl

a – gleichmäßige Korrosion; b – ungleichmäßige Korrosion; c – Korrosionsflecken; d – Korrosionsgeschwüre; e – punktförmige Korrosion; f – Rißbildung infolge Korrosion Die Berechnung von Konstruktionen unter Berücksichtigung des Korrosionsverschleißes wird dadurch kompliziert, daß die Verschleißcharakteristiken stochastischen Charakter besitzen. Das erfordert das Heranziehen von Wahrscheinlichkeitsmethoden.

Unter Korrosionseinwirkung verlieren die Konstruktionselemente an ursprünglicher Querschnittsfläche und demzufolge auch an Tragfähigkeit. Bild 1 zeigt die Typen der Korrosionsschädigung von Baustahl. In Abhängigkeit vom Grad der Medienaggressivität liegt die Korrosionsgeschwindigkeit im Bereich 0,05 bis 1,6 mm/Jahr.

Bild 2 zeigt die Abhängigkeit der mittleren Korrosionstiefe bei Aufenthalt im Boden von der Dauer der Prüfung (in Jahren). Ahnliche Abhängigkeiten bei atmosphärischer Korrosion sind im Bild 3 dargestellt.

Bild 4 zeigt die Verteilung der Korrosionsgeschwindigkeit an der inneren Wandfläche eines Tanks über die Tankhöhe für verschiedene aggressive Medien. Die Korrosionsforschung kennt eine Reihe von mathematischen Modellen, die es ermöglichen, die zeitliche Veränderung



Bild 2

Korrosion eines kohlenstoffarmen Stahls in Abhängigkeit von der Aufenthaltsdauer im Boden (gemittelt über 16 Bodenarten)



Bild 3 Korrosion kohlenstoffarmer Stähle an der Luft



Bild 4

Verteilung der Korrosionsgeschwindigkeit an der Innenwand von Behältern über die Wandhöhe bei 1 – Benzin; 2 – Kerosin; 3 – Dieselkraftstoff.

der Korrosionsgeschwindigkeit (v) und der Korrosionstiefe (δ) in Abhängigkeit von der Aggressivität des Mediums, der Temperatur, der Feuchtigkeit und anderer Einflüsse zu beschreiben. In Tabelle 1 sind einige der Literatur entnommene lineare, potentielle, logarithmische, exponentielle, gebrochen rationale Modelle des Korrosionsverschleißes dargestellt.

Ganz allgemein werden die korrosiven Abnutzungsprozesse durch nichtstationäre zufällige Zeitfunktionen beschrieben. Die Nutzungsbedingungen (zum Beispiel atmosphärische, Boden- oder Unterwasserkorrosion), die physikalisch-chemische Struktur der Konstruktionsmaterialien und die Technologie der Konstruktionsherstellung haben Einfluß auf die Art der Realisierung des Abnutzungsprozesses.

In dem betrachteten Problem kann das Modell des langzeitigen Abnutzungsprozesses als Zufallsprozeß mit funktionaler Zeitabhängigkeit dargestellt werden, dessen zufälliger Charakter durch zeitunabhängige Zufallsparameter bestimmt wird. Solche Prozesse werden in der Nachrichtentheorie als determinierte Zufallsprozesse bezeichnet [1]. Nimmt man noch an, daß die Belastungen q₁ unabhängige Zufallsgrößen sind, dann kann man die Wahrscheinlichkeit des Versagens nach [2], [3] in der Form

$$Q_{i} = Q[r_{1} < q_{1} \Omega r_{2} < q_{2} \dots \Omega r_{n} < q_{n}], \qquad (1)$$

darstellen, wobei n – Nutzungsdauer in Jahren, ri- laufender Wert der Tragfähigkeit, der dargestellt werden kann als

$$\mathbf{r}_{i} = \mathbf{R}_{i} \mathbf{A}_{i}(\delta). \tag{2}$$

Tabelle 1

Korrosionsmodell	Art der Abhängigkeit
a) $\delta = v_0 \alpha t/m$; b) $\delta = v_0 t$	linear
a) $v_t = Kt^{-n}$; b) $v_t = K(t+t_0)^{-n}$ a) $\delta = K^3 \sqrt{t}$; b) $\delta = {}^3 \sqrt{t}$ $\delta = Kt^n$ $\delta^n = Kt$	potentiell
$\delta = \ln(Kt)$ $\delta = A + B - Igt$	logarithmisch
a) $v_t = v_0 \exp(-\alpha t)$ b) $v_t = v_0 \exp(-\beta t) + K_3$ $v_t = M_1 t^2 \exp(-t/\tau)$ $\delta = \delta_K [1 - \exp(-t/\tau)]$ $\delta = b[1 + \exp(-K_4 bt)]^{-1}$	exponentiell
a) $\delta = \delta_{K} \frac{t}{t+n}$; b) $\delta = \frac{At}{1+bt}$ c) $v_{t} = \frac{K_{6}t}{t+n}$ $v_{t} = t/(At^{2} + Bt + C)$	gebrochen rational

Hier sind

$R_i = R_o \varkappa (i)$	 laufender Wert der Festigkeit; 		
ж (і)	abnehmende Zeitfunktion;		
$A_i(\delta) = a_o \varphi(i)$	 laufender Wert der geometrischen Querschnittscharakteristik; 		
φ(i)	andere abnehmende Zeitfunktion;		
R。	 Anfangswert der Festigkeit (Zufalls- größe); 		
a _o	 ursprünglicher Wert der geometri- schen Querschnittscharakteristik (Fläche, Trägheitsmoment, Wand- stärke). 		

Die Funktionen x (i) und $\varphi(i)$ genügen den Bedingungen

$$\begin{aligned} x(0) &= \varphi(0) = 1; \quad x(\infty) = \varphi(\infty) = 0 \\ x'(n) < 0; \quad \omega'(n) < 0 \end{aligned}$$

Zu beachten ist die Eigenschaft der Addivität der Funktionen \varkappa (n) und φ (n), das heißt die Unabhängigkeit des Abnutzungsprozesses für die Zeitspanne t_i von dem vorhergehenden Wert für t_{i-1}.

Aus (1) und (2) erkennt man, daß infolge der Korrosionsabnutzung die Wahrscheinlichkeit der Zerstörung in jedem Jahr der Nutzung unterschiedlich ist. Obwohl der Abnutzungsprozeß stetig in der Zeit ist, werden die Funktionen κ (n) und ϕ (n) als Funktionen eines diskreten Arguments eingeführt. Die durch diese Annahme verursachten Rechnungsfehler können unberücksichtigt bleiben.

Die Bedingung (1) lautet für jedes Jahr:

$$i = 1, \quad q \leq \gamma_{d} a_{o} R_{o} \times (1) \varphi (1);$$

$$i = 2, \quad q \leq \gamma_{d} a_{o} R_{o} \times (2) \varphi (2); \quad (3)$$

$$\label{eq:generalized_states} \begin{split} i \ = \ n, \qquad q \leqslant \gamma_d \, a_o \, R_o \, \varkappa \, (n) \, \phi(n). \end{split}$$

Hier ist γ_d ein unbekannter Zuverlässigkeitskoeffizient.

Der Ausdruck für die Zuverlässigkeitsfunktion lautet

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_{\mathsf{R}_{o}}(x) \left\{ \prod_{i=1}^{n} \varphi_{\mathsf{q}}[x \cdot \gamma_{\mathsf{d}} \cdot \mathbf{a}_{\mathsf{o}} \times (i) \varphi(i)] \right\} \mathsf{d}x. \tag{4}$$

Hier sind:

 $p_{R_0}(x)$ – Dichteverteilung der Festigkeit; $\varphi_{R_0}(x)$ – Verteilungsfunktion der Belastung mit der

$$\phi_q(x)$$
 – verteilungstuftkilon der Belastung mit der
Trägfähigkeit als Argument.

Der Ausdruck für die Zuverlässigkeitsfunktion der Konstruktion ohne Verschleiß lautet:

$$\phi(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{\mathsf{R}_{o}}(\mathbf{x}) \, \phi_{\mathsf{q}}^{\mathsf{n}}(\mathbf{x}) \, \mathsf{d}\mathbf{x}, \tag{5}$$

Hier ist $\phi_q^n(x)$ die Verteilungsfunktion der unabhängigen jährlichen Maxima des Belastungsprozesses.

Die Gleichung für die Bestimmung der unbekannten Größe γ_d kann aus dem Prinzip der gleichen Zuverlässigkeit durch Gleichsetzen von (4) und (5) gewonnen werden:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^{n} \phi_{q}[x \cdot \gamma_{d} \cdot a_{o} \times (i) \phi(i)] d\phi_{R_{o}}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{q}^{n}(x) d\phi_{R_{o}}(x).$$
(6)

Als Beispiel betrachten wir eine dünne Metallblechmembran, die über elliptischem Grundriß an den Rändern gelenkig gelagert ist und eine gleichmäßig verteilte Belastung trägt, mit Berücksichtigung der Abnutzung. Zu berücksichtigen ist der zufällige Charakter der Belastung und der Fließgrenze des Materials.

Die Spannungen ergeben sich aus

$$\sigma_x = \frac{q a^2}{4 fh}; \qquad \sigma_y = \frac{q b^2}{4 fh}; \qquad \tau_{xy} = 0, \tag{7}$$

wobei a und b – die Halbachsen der Ellipse, f – der maximale Durchhang und h – die Membrandicke sind.

Die Spannungsintensität ist

$$\sigma_{i} = \sqrt{\sigma_{x}^{2} + \sigma_{y}^{2} - \sigma_{x} \sigma_{y}} = \frac{qc^{2}}{4fh}, \qquad (8)$$

wobei

 $c^2 = \sqrt{a^4 - a^2 b^2 b^4}.$ Damit ist

$$a_o = \frac{4 f h_o}{c^2}, \quad h = h_o \cdot \varphi(n).$$

Die Bedingung (6) erhält dann folgende Form

$$\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^{n} \varphi_{q} \left[\frac{4x \gamma_{d} fh_{o} \varphi(i) \quad (i)}{c^{2}} \right] d \varphi_{R_{o}}(x) =$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{q}^{n}(x) d \varphi_{R_{o}}(x).$$
(9)

Als Hauptbelastung auf die Dachkonstruktion kann die Schneebelastung betrachtet werden, die das Eigengewicht der Membrane bedeutend übertrifft. Für die Verteilung der jährlichen Maxima des Belastungsprozesses kann eine Grenzverteilung vom Typ II (Fischer-Tippet-Verteilung) mit der Verteilungsfunktion

$$\phi_{q}(x) = \exp\left[-(x/u)^{-v}\right]$$
(10)

angenommen werden, wobei u und ν Parameter der Verteilung sind.

Wir setzen (10) in (9) ein:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^{n} \exp\left[\frac{4x \gamma_{d} f h_{o} \varphi(i) \times (i)}{c^{2}}\right] d \varphi_{R_{o}}(x) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-n\left(\frac{4x f h_{o}}{uc^{2}}\right)^{-\nu}\right] d \varphi_{R_{o}}(x). \quad (11)$$

Der Ausdruck (11) ist gleichwertig der Gleichung

$$\exp\left\{-\left[\gamma_{d}^{-\nu} \cdot u^{n} \cdot x^{\nu} \left(\frac{4fh_{o}}{c^{2}}\right)^{-\nu} \sum_{i=1}^{n} \varphi^{-\nu}(i)^{-\nu}(i)\right]\right\} = \\ = \exp\left[-n u^{\nu} x^{\nu} \left(\frac{4fh_{o}}{c^{2}}\right)^{-\nu}\right].$$
(12)

Hieraus

$$\gamma_{d} = \left[\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \varphi^{-\nu}(i) \times {}^{-\nu}(i)\right]^{1/\nu}.$$
 (13)

Die Funktionen $\varphi(i)$ und $\kappa(i)$ werden für verschiedene Verschießmodelle konkretisiert. In den meisten Fällen ist $\kappa(i) = 1$, d. $h_i = h_o$, was bedeutet, daß die Korrosionsabnutzung durch die Funktion

$$\varphi(i) = \exp(-\frac{i}{k})$$
 $i = 1, 2, ... n$ (14)

charakterisiert wird; k - Parameter der Korrosionsintensität.

Durch Einsetzen von (14) in (13) ergibt sich nach Umformungen

$$\gamma_{d} = \left[\frac{\frac{n+1}{k}}{n(e^{\nu/k}-1)}\right]^{1/\nu}$$
(15)

Der Koeffizient γ_d ist hier Koeffizient der Verhaltensbedingungen (des Modells). Seine Werte hängen ab von der Betriebsdauer n, von der Korrosionsabnutzung (14) und von dem die Veränderlichkeit der Belastung charakterisierenden Parameter.

47

Berechnungsergebnisse des Koeffizienten γ_d für verschiedene Werte der in der Formel (15) enthaltenen Parameter sind in Tabelle 2 angegeben.

Tabelle 2

v	k n	100	150	200
10	10	1,0666	1,0461	1,0364
	20	1,1304	1,0828	1,0612
	30	1,2098	1,1288	1,0920
15	10	1,0657	1,0439	1,0337
	20	1,1374	1,0851	1,0618
	30	1,2263	1,1354	1,0958
20	10	1,0665	1,0433	1,0327
	20	1,1443	1,0881	1,0632
	30	1,2401	1,1424	1,0999

Von großer Bedeutung für die Gewährleistung der Zuverlässigkeit und Dauerhaftigkeit ist auch die Berücksichtigung lokaler Schädigungen. Lokale Schädigungen durch ungleichmäßige Korrosionsabnutzung äußern sich als auf der Konstruktionsoberfläche zufällig angeordnete Kavernen, Flecken, Pittings (Korrosionspunkte).

Auch die Zeit des Auftretens der Korrosionserscheinungen hat zufälligen Charakter. Es werden folgende Annahmen getroffen:

- Ereignisse, die mit dem Auftreten einer unterschiedlichen Anzahl von Kavernen in sich nicht überschneidenden Zeitintervallen verbunden sind, gelten als unabhängig;
- die Wahrscheinlichkeitsdichte des Auftretens von Korrosionskavernen in einem beliebigen Zeitintervall t ist proportional der Länge dieses Intervalls mit einem Proportionalitätskoeffizienten μ;
- die Wahrscheinlichkeit des Auftretens von zwei oder mehreren Ereignissen in einer unendlich kleinen zeitspanne ist ein unendlich kleiner Wert von höherer Ordnung als die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines dieser Ereignisse.

Die gleichzeitige Erfüllung dieser Annahmen gilt für den einfachsten Ereignisstrom, der als homogener Poisson-Prozeß bezeichnet wird. Dieser wird mathematisch durch folgendes System von Differentialgleichungen beschrieben

$$\frac{d P_o(t)}{dt} = \mu P_o(t)$$

$$\frac{d P_n(t)}{dt} = \mu \left[P_{n-1}(t) - P_n(t) \right]$$
(16)

Hier ist $P_n(t)$ die Wahrscheinlichkeit des Auftretens von n Korrosionskavernen bis zum Zeitpunkt t. Die Anfangsbedingungen für das System (16) sind

$$P_{n}(t) = \begin{cases} 1 & bei \ n = 0 \\ 0 & bei \ n = 1, 2 \end{cases}$$
(17)

Hierfür lautet die Lösung des Systems

$$P_{n}(t) = \frac{\left[\mu(-t_{o})\right]^{n!}}{n!} e^{-\mu(t-t_{o})}$$
(18)

Der Ausdruck (18) ist eine Poisson-Verteilung. Er gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, daß sich das System im Moment $t \ge t_o$ im Zustand n (n = 1, 2, 3 . . .) befindet. Es ist bekannt, daß, wenn die Anzahl der in einer gewissen Zeitspanne auftretenden Kavernen der Poisson-Verteilung gehorcht, die Zeit bis zum Erscheinen der nächsten Kaverne eine Exponentialverteilung hat:

$$P(t) = e^{-\mu t}$$
 (19)

Die Zunahme der Anzahl von Korrosionskavernen in der Zeit folgt den Voraussetzungen für den einfachsten Ereignisstrom. Experimentelle Untersuchungen hierzu sind in der Literatur nur selten anzutreffen. Man kann hier auf die Arbeit [4] verweisen, in der für umhüllende Konstruktionen aus Aluminium und Alu-Legierungen in aggressiven Medien diese Abhängigkeit in folgender Form ermittelt wurde

$$\mu = \mu_{gr}(1 - e^{-\beta t}) \tag{20}$$

wobei μ_{gr} und β empirische Koeffiziente sind. Der Wert μ_{gr} ändert sich in weiten Grenzen abhängig vom Korrosionsschutz, von der Aggressivität des Mediums, der Legierungsmarke u. ä. So gilt für Aluminiumlegierungen im Gebäudeinnern $\mu_{gr} = 0, 8 \dots 29$ Stück/m² und außerhalb des Gebäudes $\mu_{gr} = 0, 7 \dots 20$ Stück/m². Für die Pittingkorrosion sind maximale Eindringtiefe, Durchmesser und Fläche der Kaverne im Elementquerschnitt die wichtigsten Charakteristika. Diese sind zufällige Größen, für deren Beschreibung die Theorie der Extremwerte [5] anwendbar ist.

Die Kavernentiefe δ_k für ein Element mit der Dicke h_o verändert sich im Intervall [0, h_o]. Es wird angenommen, daß diese Zufallsgröße eine gleichmäßige Verteilung im Intervall [0, h_o] hat, das heißt

$$F_{d}(x) = \begin{cases} 0_{i} & x < 0 \\ x/h_{o}, & 0 \le x \le h_{o} \\ 1, & x > h_{o} \end{cases}$$
(21)

Die Verteilung des Maximums $\delta_n = \max \{x_1, x_2, x_3 \dots x_n\}$, d. h. der maximalen Tiefe für n Kavernen, hat eine Exponentialverteilung der Form

$$F_{\delta_{n}}(x) = \begin{cases} \exp[-n(h_{o} - x)], & 0 \le x \le h_{o} \\ 1, & x > h_{o} \end{cases}$$
(22)

Eine wichtige Charakteristik der Kaverne ist ihr Durchmesser d_k unter der Annahme, daß es sich um eine zylindrische Kaverne handelt. Wir betrachten ein Element mit Ringquerschnitt (Bild 5) und nehmen an, daß x die Tiefe der Kaverne bezeichnet. Dann ist der mögliche Änderungsbereich des Kavernendurchmessers die Sehne AB, deren Länge 2 $\sqrt{2rx - x^2}$ beträgt, wobei r der Außenradius ist.



Bild 5 Rohrelement mit Kaverne der Tiefe x

Wir nehmen an, daß der Zufallswert des Kavernendurchmessers y_i im Intervall gleichmäßig verteilt ist:

$$F_{d}(y) = \begin{cases} 0, & \text{wenn } y < 0 \\ y/2 \sqrt{2rx x^{2}}, & \text{wenn } 0 < y < 2 \sqrt{2rx - x^{2}} \\ 1, & \text{wenn } y > 2 \sqrt{2rx x^{2}} \end{cases}$$
(23)

Die Verteilung des Maximums $d_{\bar{n}} max \left\{ y_1, y_2, y_3 \ldots y_n \right\}$ hat folgende Form

$$F_{d_{h}}(y) = \begin{cases} exp[-n(2\sqrt{2rx - x^{2}} - y)], & 0 \le y \le 2\sqrt{2rx - x^{2}} \\ 1, & y > 2\sqrt{2rx - x^{2}} \end{cases}$$
(24)

Die dritte Charakteristik der Kaverne ist ihre Fläche im Elementquerschnitt S_k. Von Interesse ist der Maximalwert von S_k. Dieses Problem stößt auf Schwierigkeiten, die in der Theorie der Ordnungsstatistiken nicht völlig zu überwinden sind. Dem Maximalwert δ_n entspricht nicht unbedingt der Maximalwert d_n. Wird das angenommen, dann erfolgt die Rechnung mit einer gewissen Zuverlässigkeitsreserve, d. h., die für diesen Fall ermittelten Versagenswahrscheinlichkeiten werden kleiner sein als die wahren Werte.

Denkbar sind noch zwei Varianten. Bei der einen wird die Verteilung des Maximalwertes der Tiefe δ_n und die Verteilung der Größe d einer Kaverne und bei der anderen Variante die Verteilung für δ_n und der Maximalwert des Durchmessers d_n angenommen. Das Verteilungsgesetz $F_{S_k}(x)$ ergibt sich für diese drei Fälle wie folgt

$$\begin{aligned} & \textit{Fall 1:} \\ & F_{\delta_n}(x) \ = \ \exp(-n(h_o - x)), \quad x \in [0, h_o], \\ & F_{d_n}(y) \ = \ y/2\sqrt{2rx - x^2}, \quad 0 \le y \le 2\sqrt{2rx - x^2}, \end{aligned} \tag{25}$$

Ohne Zwischenrechnungen lautet der Ausdruck $S_{\rm k}$ in Abhängigkeit von der Tiefe der Kaverne x und vom Durchmesser y

$$S_k = r^2 \arcsin y/2r - y \sqrt{r^2 - y^2/2} + [x - 2 + \sqrt{r^2 - y^2/4}]y$$

(26)

Das Maximum der Kavernenfläche S, liegt bei $x = h_o$ und $y = 2\sqrt{2rh_o - h_o^2}$.

Wir betrachten die Aufgabe für Rohrleitungen und berücksichtigen, daß für ein Rohr mit großem Durchmesser $(x/r)^2$ und $(y/2r)^2$ sehr kleine Zahlen sind. Für S_k gilt dann

$$S_k = xy \tag{27}$$

und für FSk(S) ergibt sich

$$\begin{split} F_{S_{k}}(S) &= \int_{0}^{h_{p}} P\left\{ d < S/x \right\} d F_{\delta_{k}}(x) = \\ &= Sn/2 \sqrt{2r} \left[\int_{0}^{h_{p}} exp(-n(h_{o} - x)) x^{-\frac{3}{2}} dx \right]. \end{split}$$

Das bedeutet, daß S_k im Intervall [0, S_*] eine gleichmäßige Verteilung besitzt.

Fall 2:

$$\begin{aligned} F_{\delta(x)} &= x/h_o, & x \in [0, h_o] \\ F_{d_n}(y) &= \exp(-n(2\sqrt{2rx - x^2} - y)), \\ y \in [0, 2\sqrt{2rx - x^2}] \end{aligned} \tag{29}$$

In diesem Fall ist die Verteilung von Sk:

$$F_{S_k}(S) = \left[\int_{0}^{h_o} \exp(-n(2\sqrt{2rx - x^2} - S(x)) dx) \right] / h_o \quad (30)$$

Fall 3:

$$\begin{aligned} F_{\delta_n}(x) &= \exp(-n(h_o - x)), \quad x \in [0, h_o] \end{aligned} (31) \\ F_{d_n}(y) &= \exp(-n(2\sqrt{2rx - x^2} - y)), \quad y \in [0, 2\sqrt{2rx - x^2}] \end{aligned}$$

Hier ist

$$F_{S_{k}} = \int_{0}^{h_{o}} \exp(-2\sqrt{2rx - x^{2}} - S(x))d\left[\exp(-n(h_{o} - x))\right]$$
(32)

Dieser letzte Fall enthält eine Zuverlässigkeitsreserve. Die betrachteten Charakteristika des Korrosionsprozesses können bei verschiedenen Aufgaben der Zuverlässigkeit dünnwandiger Konstruktionen angewandt werden.

Beispiel 1

Analysiert wird die Zuverlässigkeit einer drucklosen rohrleitung bei einseitiger Kavernenkorrosion. Die Kavernenparameter (Durchmesser und Tiefe) vergrößern sich mit der Zeit, bis es im Endergebnis zur Zerstörung der Rohrleitung kommt, das heißt zur Herausbildung eines Loches, durch welches das zu transportierende Produkt reibungslos ausfließen kann.

Aus der Gesamtheit von n Kavernen korrodiert die Kaverne der Maximaltiefe δ_n mit der Geschwindigkeit v(t). Die Zeit bis zum Auftreten des Loches sei t_n , d. h.

$$\int_{0}^{t_{n}} v(t)dt = h_{o} - \delta_{k}.$$
(33)

Für die Korrosionsgeschwindigkeit v(t) wird das Modell einer exponentiellen Abhängigkeit angenommen

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0 \mathbf{e}^{-\alpha t}; \tag{34}$$

v_o ist die Anfangsgeschwindigkeit der Korrosion. Mit (34) erhält man aus (33):

$$t_n = \left\{ \ln[v_o/(h_o - \delta_n))] \right\} / \alpha \tag{35}$$

Die Wahrscheinlichkeit P $\{t_n < t\}$ ergibt das Verteilungsgesetz der Zeit bis zum Auftreten des Loches:

$$P_{n}(t) = P\left\{\delta_{n} \ge [L_{o} - v_{o}(t - \exp(-\alpha t))/\alpha]\right\}$$
$$= 1 - e^{-n\frac{V_{o}}{\alpha}(1 - e^{-t})}$$
(36)

Nach Mittelung über n ergibt sich als Zuverlässigkeitsfunktion:

$$\mathsf{P}(\mathsf{t}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mu \mathsf{t})^n}{n!} \exp(\mu \mathsf{t}) \left\{ 1 - \exp\left[1 - \exp\left(-\alpha \mathsf{t}\right)\right) \right\} \quad (37)$$

Beispiel 2

.

Wir betrachten ein mittig auf Zug beanspruchtes Element mit Ringquerschnitt, dessen Querschnittfläche eine Zufallsgröße darstellt. Als Versagenkriterium wird das Erreichen der Fließgrenze angenommen:

$$[N/(A_o - S_k)] < \sigma_F \tag{38}$$

 $N-Zugkraft; A_o - ursprüngliche Querschnittfläche; S_k - zufälliger Wert der Kavernenfläche. Da das Verteilungsgesetz der Kavernenfläche <math display="inline">F_{S_k}(S)$ bekannt ist, können wir die Größe (A_o - N/\sigma_F) als Argument einführen, über n und σ_F mitteln, und bekommen dann für die Wahrscheinlichkeit des versagensfreien Verhaltens:

$$P(t) = e^{-\mu t} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mu t)^n}{n!} \int_{0}^{\infty} F_{S_k}(A_o - N/\sigma_F) f(\sigma_F) d\sigma_F$$
(39)

Hier ist $f(\sigma)$ die Dichteverteilung der Fließgrenze.

In einem Zahlenbeispiel wurde angenommen: Außendurchmesser D = 15,9 cm; ursprüngliche Rohr-



Bild 6

Zeitliche Veränderung der Zufallsfunktion (bei Poisson-Verteilung der Korrosionskavernen)



Bild 7

Änderung der Zuverlässigkeitsfunktion in Abhängigkeit von der Anzahl der Korrosionskavernen: P(5) = 0.945; P(10) = 0.85; P(25) = 0.67.

dicke $h_o = 6$ mm; $\overline{\sigma}_F = 290$ MPa, $\hat{\sigma}_F = 25$ MPa; $\mu = \mu_{gr} \cdot (1 - e^{-\beta t}); \beta = 0,05$. Die mathematischen Erwartungen der Kavernentiefe und des Durchmessers werden gleich angenommen $\overline{d}_k = \overline{\delta}_k = 0,2$ mm.

Für die normalverteilte Kavernenfläche sind die Zuverlässigkeitsfunktionen in Bild 6 dargestellt. Diese Ergebnisse zeigen den wesentlichen Einfluß der Zunahme der Anzahl von Korrosionskavernen auf die Werte der Zuverlässigkeitsfunktion.

Unbedeutende Veränderung der Zuverlässigkeitsniveaus in der Anfangsperiode des Betriebes kann man vielleicht durch Vorhandensein einer "Inkubationsperiode" erklären.

Weiter oben wurde bemerkt, daß der Koeffizient μ den Grad der Aggressivität des Mediums für ungleichmäßig abgenutzte Konstruktionen charakterisiert. Dadurch ist die Tatsache zu erklären, daß bei kleinem μ sich das Zuverlässigkeitsniveau über die ganze Betriebszeit nur wenig vermindert. Bei großen Werten ($\mu = 10, 20, 29$) dagegen vermindert sich das Zuverlässigkeitsniveau bedeutend.

Die erhaltenen Ergebnisse lassen eine Beurteilung des Einflusses der Kavernenzahl auf die Zuverlässigkeitsfunktion zu. Das ist anschaulich in Bild 7 dargestellt.

LITERATUR

- [1] Миддлтон, Д.: Введение в статистическую теорию связи. М.: Советское радио. 1961.- Ч. I. - 782 с.
- [2] Райзер, В. Д.: Вопросы оценки надежности строительных конструкций при износе. Труды ин-та ЦНИИСК им. Кучеренко. – 1985. – Исследования по строительной механике. – С. 61 – 66.
- [3] Райзер, В. Д., Магомедов, Р. М.: Надежность и долговечность пространственных конструкций при износе. Труды Конгресса ИАСС. – М. –, 1985. – С. 653 – 666.
- [4] Заславский, И. Н., Флакс, В. Я., Чернявский, В. Л.: Долговечность зданий и сооружений предприятий черной металлургии. М., Стройиздат, 1979, 72 с.
- [5] Галамбош, Я.: Асимптотическая теория экстремальных порядковых статистик – М. Наука, 1984, 304 с.

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. sc. techn. V. D. Raizer CNIISK im. Kučerenko 2. Institutskaja 109 389 Moskva, UdSSR