

# Die Anwendung von stufenförmigen Basisfunktionen auf die Plattenberechnung

A. A. Sotov

Die betrachtete rechteckige Platte ist mit beliebig verteilten Querkräften belastet. Sie kann auf den Rändern verschiedene Randbedingungen erfüllen und diskrete Verstärkungen besitzen.

Die Steifigkeitsverteilung ist in beiden Richtungen beliebig. Der Berechnung liegt die lineare Plattentheorie unter Benutzung stufenförmiger Basisfunktionen zugrunde. Die zu betrachtende Platte wird in beliebige nichtüberdeckende Abschnitte in beiden Richtungen unterteilt.

Längs der Abschnitte werden diese stufenförmigen Funktionen eingeführt, die aus der Differenz der Heavisidefunktionen an den Grenzen entstehen. Diese Funktionen werden für die Bestimmung der höchsten Ableitungen der Steifigkeits- und Durchbiegungsfunktionen der Grundgleichungen der Plattentheorie benutzt. Berechnungsbeispiele werden mit bekannten Lösungen verglichen.

A rectangular plate is subjected to arbitrary transverse loads. It is possible to investigate various types of boundary conditions and arbitrary discrete reinforcements in both directions. The present analysis is based upon the utilization of specially formed functions. The plate is provided with a rectangular grid pattern. Along the grid lines were introduced the special functions, which are the difference of Heaviside functions on this lines. From this functions we obtain by differentiation the equations of theory of plates. A comparison was made with known solutions and own numerical examples.

## 1. Aufgabenstellung

Wir betrachten eine rechteckige Platte, die durch beliebig verteilte Querkräfte belastet ist. Sie kann unterschiedliche Randbedingungen auf allen Rändern aufweisen. Die Steifigkeitsänderung ist in beiden Richtungen beliebig (Bild 1).

Wie bekannt, kann man den Verformungszustand der Platte durch folgende Differentialgleichung beschreiben [1]:

$$D_{xx}(w_{xx} + \mu w_{yy}) + D_{yy}(w_{yy} + \mu w_{xx}) + 2D_x(w_{xxx} + w_{xyy}) + 2D_y(w_{yyy} + w_{xxy}) + 2(1 - \mu)D_{xy}w_{xy} + D(w_{xxxx} + 2w_{xxyy} + w_{yyyy}) = q(x, y); \quad (1.1)$$

wobei gilt:

$D(x, y)$  – Steifigkeit,  $w(x, y)$  – Durchbiegung,  
 $q(x, y)$  – äußere Belastung.

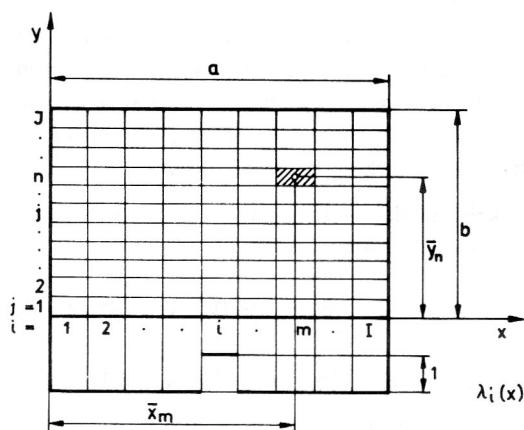


Bild 1

Für die Berechnung der Platten mit komplizierten Steifigkeitsänderungen schlagen wir ein Verfahren vor, bei dem stufenförmige Funktionen benutzt werden.

Wir legen über die Plattenmittelfläche ein Gitternetz in beiden Richtungen unter Berücksichtigung der Steifigkeits- und Belastungsveränderungen.

Um die äußere Belastung, die Steifigkeit und die Durchbiegung zu beschreiben, führen wir den Begriff „stufenförmige Funktion“ ein:

$$\lambda_i(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{bei } \alpha \leq \alpha_i \\ 1 & \text{bei } \alpha_i < \alpha \leq \alpha_{i+1} \\ 0 & \text{bei } \alpha > \alpha_{i+1} \end{cases} \quad (1.2)$$

mit

$i$  – der Nummer der Strecke und  
 $\alpha$  – der Koordinate ( $x$  oder  $y$ ).

## 2. Grundlagen des Verfahrens

Die Belastung wird in allen Netzzellen als gemittelter Wert angenommen, und die Belastungsfunktion hat jetzt die Form

$$q(x, y) = \sum_i \sum_j \bar{q}_{ij} \lambda_i(x) \lambda_j(y) \quad (2.1)$$

mit

$i, j$  – den Streckenindizes in Richtung  $x$  bzw.  $y$ ,  
 $\bar{q}_{ij}$  – dem Mittelwert der Belastung in dem Feld mit dem Indexpaar  $i, j$ .

Um die Steifigkeitsfunktion anzugeben, müssen wir eine Zusatzaufgabe lösen. Da die Gleichung (1.1) die zweiten Ableitungen der Steifigkeitsfunktion enthält, ist es zweckmäßig, um die Differentiation der unstetigen Funktionen zu vermeiden,  $D(x, y)$  in folgender Form anzugeben:

$$\frac{\partial^4 D(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} = \sum_i \sum_j \bar{D}_{ij} \lambda_i(x) \lambda_j(y). \quad (2.2)$$

Es bedeuten:

$$D(x,y) = \sum_i \sum_j \bar{D}_{ij} t_{2i}(x) t_{2j}(y) + x \left[ \sum_j F_{1j} t_{2j}(y) + \bar{F}_1 y + \bar{F}_1 \right] + \left[ \sum_j F_{2j} t_{2j}(y) + \bar{F}_2 y + \bar{F}_2 \right] + y \left[ \sum_i G_{1i} t_{2i}(x) + \bar{G}_1 x + \bar{G}_1 \right] + \left[ \sum_i G_{2i} t_{2i}(x) + \bar{G}_2 x + \bar{G}_2 \right], \quad (2.3)$$

mit

$\bar{D}_{ij}$  – den gesuchten konstanten Koeffizienten,

$F_{1j}, F_{2j}, G_{1i}, G_{2i}$  – den Konstanten, die mit Hilfe der Randbedingungen bestimmt sind,  $\bar{F}_1, \bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_2, \bar{G}_1, \bar{G}_1, \bar{G}_2, \bar{G}_2$

$$t_{1i}(x) = \int_x \lambda_i(x) dx,$$

$$t_{2i}(x) = \int_x t_{1i}(x) dx.$$

Die Steifigkeitsfunktion hat, wenn  $D(x,y)$  an den Rändern gleich Null ist, folgende Form:

$$D(x,y) = \sum_i \sum_j \bar{D}_{ij} \left[ t_{2i}(x) - \frac{x}{a} t_{2i}(a) \right] \left[ t_{2j}(y) - \frac{y}{b} t_{2j}(b) \right]. \quad (2.4)$$

Um die Koeffizienten  $\bar{D}_{ij}$  zu bestimmen, geben wir die Steifigkeitswerte in der Mitte eines jeden Feldes an (Bild 2) und lösen folgendes Gleichungssystem:

$$\sum_i \sum_j \bar{D}_{ij} \left[ t_{2i}(\bar{x}_m) - \frac{\bar{x}_m}{a} t_{2i}(a) \right] \left[ t_{2j}(\bar{y}_n) - \frac{\bar{y}_n}{b} t_{2j}(b) \right] = D(\bar{x}_m, \bar{y}_n) = D_{mn}, \quad (2.5)$$

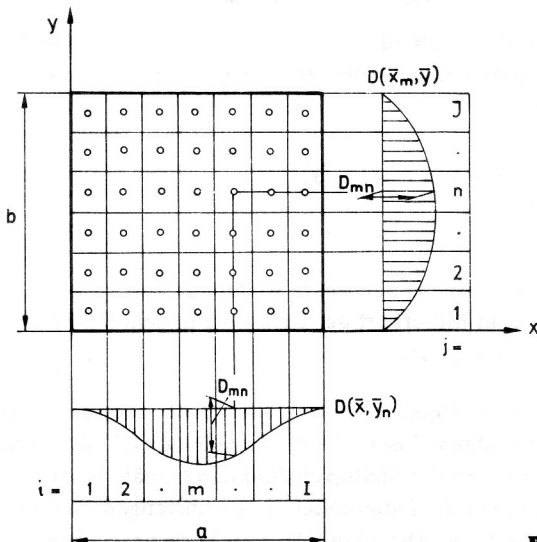


Bild 2

mit

$$\bar{x}_m = \frac{x_m + x_{m+1}}{2}; \quad \bar{y}_n = \frac{y_n + y_{n+1}}{2}$$

$$m = 1, 2, \dots, I; \quad n = 1, 2, \dots, J.$$

Jetzt müssen wir die Funktion  $w(x,y)$  bestimmen. Wir benutzen dabei eine ähnliche Prozedur, wie zur Berechnung der Steifigkeitsfunktionen. Wir geben hier gleich die vierte Ableitung der Durchbiegungsfunktion in beiden Richtungen an:

$$\frac{\partial^8 w}{\partial x^4 \partial y^4} = \sum_i \sum_j A_{ij} \lambda_i(x) \lambda_j(y). \quad (2.6)$$

Nach der Integration bekommen wir:

$$w = \sum_i \sum_j A_{ij} t_{4i}(x) t_{4j}(y) + \frac{x^3}{6} \left[ \sum_j C_{1j} t_{4j}(y) + \bar{C}_1 \frac{y^3}{6} + \bar{C}_1 \frac{y^2}{2} + \bar{C}_{1y} + \bar{C}_1 \right] + \frac{x^2}{2} \left[ \sum_j C_{2j} t_{4j}(y) + \bar{C}_2 \frac{y^3}{6} + \bar{C}_2 \frac{y^2}{2} + \bar{C}_2 y + \bar{C}_2 \right] + x \left[ \sum_j C_{3j} t_{4j}(y) + \bar{C}_3 \frac{y^3}{6} + \bar{C}_3 \frac{y^2}{2} + \bar{C}_3 y + \bar{C}_3 \right] + \left[ \sum_j C_{4j} t_{4j}(y) + \bar{C}_4 \frac{y^3}{6} + \bar{C}_4 \frac{y^2}{2} + \bar{C}_4 y + \bar{C}_4 \right] + \frac{y^3}{6} \left[ \sum_i B_{1i} t_{4i}(x) + \bar{B}_1 \frac{x^3}{6} + \bar{B}_1 \frac{x^2}{2} + \bar{B}_1 x + \bar{B}_1 \right] + \frac{x^2}{2} \left[ \sum_i B_{2i} t_{4i}(x) + \bar{B}_2 \frac{x^3}{6} + \bar{B}_2 \frac{x^2}{2} + \bar{B}_2 x + \bar{B}_2 \right] + x \left[ \sum_i B_{3i} t_{4i}(x) + \bar{B}_3 \frac{x^3}{6} + \bar{B}_3 \frac{x^2}{2} + \bar{B}_3 x + \bar{B}_3 \right] + \left[ \sum_i B_{4i} t_{4i}(x) + \bar{B}_4 \frac{x^3}{6} + \bar{B}_4 \frac{x^2}{2} + \bar{B}_4 x + \bar{B}_4 \right]. \quad (2.7)$$

Wenn die Ränder der Platte gelenkig gelagert oder eingespannt sind, kann man die Integrationskonstanten im voraus Null setzen. Die Tabelle 1 enthält die Durchbiegungsfunktionen bei verschiedenen Randbedingungen. Man kann die Randbedingungen auch in Form diskreter Randpunkte im gesamten Gleichungssystem einführen.

Nachdem alle Funktionen beschrieben sind, setzen wir die Funktionen  $q(x,y)$ ;  $D(x,y)$  und  $w(x,y)$  für die Koordinaten der jeweiligen Feldmitten in die Differentialgleichung (1.1) ein. Es entsteht ein lineares Gleichungssystem für die Bestimmung der unbekanntenen Koeffizienten  $A_{ij}$ .

Als Beispiel soll das Gleichungssystem für allseitig gelenkig gestützte Plattenränder dienen:

$$\sum_i \sum_j A_{ij} \left\{ D_{xx}(\bar{x}_m, \bar{y}_n) \left[ \beta_{2i}(\bar{x}_m) \beta_{4j}(\bar{y}_n) + \mu \beta_{4i}(\bar{x}_m) \beta_{2j}(\bar{y}_n) \right] + D_{yy}(\bar{x}_m, \bar{y}_n) \left[ \beta_{4i}(\bar{x}_m) \beta_{2j}(\bar{y}_n) + \mu \beta_{2i}(\bar{x}_m) \beta_{4j}(\bar{y}_n) \right] + 2D_x(\bar{x}_m, \bar{y}_n) \left[ \beta_{1i}(\bar{x}_m) \beta_{4j}(\bar{y}_n) + \beta_{3i}(\bar{x}_m) \beta_{2j}(\bar{y}_n) \right] + 2D_y(\bar{x}_m, \bar{y}_n) \left[ \beta_{4i}(\bar{x}_m) \beta_{1j}(\bar{y}_n) + \beta_{2i}(\bar{x}_m) \beta_{3j}(\bar{y}_n) \right] \right\}$$

$$\begin{aligned}
& + 2(1-\mu)D_{xy}(\bar{x}_m, \bar{y}_n) \beta_{3i}(\bar{x}_m) \beta_{3j}(\bar{y}_n) \\
& + \bar{D}(\bar{x}_m, \bar{y}_n) \left[ \lambda_i(\bar{x}_m) \beta_{4j}(\bar{y}_n) + 2\beta_{2i}(\bar{x}_m)\beta_{2j}(\bar{y}_n) \right. \\
& \left. + \beta_{4i}(\bar{x}_m) \lambda_j(\bar{y}_n) \right] \} \\
& = \sum_i \sum_j \bar{q}_{ij} \lambda_i(\bar{x}_m) \lambda_j(\bar{y}_n) \quad (2.8)
\end{aligned}$$

wobei gilt:

$$m = 1, 2, \dots, I; \quad n = 1, 2, \dots, J;$$

$$\begin{aligned}
\beta_{4i}(\bar{x}_m) = & \left[ t_{4i}(\bar{x}_m) - \frac{\bar{x}_m^3}{6a} t_{2i}(a) - \frac{\bar{x}_m}{a} t_{4i}(a) \right. \\
& \left. + \frac{\bar{x}_m a}{6} t_{2i}(a); \right]
\end{aligned}$$

$$\beta_{3i}(\bar{x}_m) = \left[ t_{3i}(\bar{x}_m) - \frac{\bar{x}_m^2}{2a} t_{2i}(a) - \frac{1}{a} t_{4i}(a) + \frac{a}{6} t_{2i}(a) \right];$$

$$\beta_{2i}(\bar{x}_m) = \left[ t_{2i}(\bar{x}_m) - \frac{\bar{x}_m}{a} t_{2i}(a) \right];$$

$$\beta_{1i}(\bar{x}_m) = \left[ t_{1i}(\bar{x}_m) - \frac{1}{a} t_{2i}(a) \right].$$

Mit der Lösung dieser Gleichungen bekommen wir die Werte der  $\bar{D}_{ij}$ -Koeffizienten und können die Funktionen  $w(x,y)$ ;  $M_x(x,y)$ ;  $M_y(x,y)$ ;  $Q_x(x,y)$ ;  $Q_y(x,y)$ ;  $M_{xy}(x,y)$  in analytischer Form für beliebige Steifigkeiten und Belastungen für verschiedene Randbedingungen angeben.

Man muß bemerken, daß das vorstehend beschriebene Verfahren auch diskrete Verstärkungen bei Platten zu berücksichtigen erlaubt. Dafür führen wir in der Ansatzfunktion (2.6) zusätzlich die Glieder, die von den Verstärkungsrippen herrühren, ein:

$$\sum_{i=1}^I \lambda_i(x) \sum_{k=1}^K R_{ki} \delta_k(y). \quad (2.9)$$

NN	Randbedingungen	Glieder beim $A_{ij}$
1		$\sum_i \sum_j A_{ij} \left\{ t_{4i}(x) - \frac{x^2}{2a} t_{3i}(a) + \frac{6}{a^3} \left( \frac{x^3}{3} - \frac{x^2 a}{2} \right) \left[ t_{4i}(a) - \frac{a}{2} t_{3i}(a) \right] \right. \\ \left. \cdot \left\{ t_{4j}(y) - \frac{y^2}{2b} t_{3j}(b) + \frac{6}{b^3} \left( \frac{y^3}{3} - \frac{y^2 b}{2} \right) \left[ t_{4j}(b) - \frac{b}{2} t_{3j}(b) \right] \right\} \right\}$
2		$\sum_i \sum_j A_{ij} \left\{ t_{4i}(x) - \frac{x^3}{6a} t_{2i}(a) - \frac{x}{a} t_{4i}(a) + \frac{x a}{6} t_{2i}(a) \right. \\ \left. \cdot \left\{ t_{4j}(y) - \frac{y^3}{6b} t_{2j}(b) - \frac{y}{b} t_{4j}(b) + \frac{y b}{6} t_{2j}(b) \right\} \right\}$
3		$\sum_i \sum_j A_{ij} \left\{ t_{4i}(x) - \frac{x^3}{6a} t_{3i}(a) - \frac{x}{a} t_{4i}(a) + \frac{x a}{6} t_{2i}(a) \right. \\ \left. \cdot \left\{ t_{4j}(y) - \frac{y^2}{2b} t_{3j}(b) + \frac{6}{b^3} \left( \frac{y^3}{3} - \frac{y^2 b}{2} \right) \left[ t_{4j}(b) - \frac{b}{2} t_{3j}(b) \right] \right\} \right\}$
4		$\sum_i \sum_j A_{ij} \left\{ t_{4i}(x) - \frac{x^2}{2} t_{2i}(a) + \frac{3}{2a^3} \left( \frac{x^3}{3} - a x^2 \right) \left[ t_{4i}(a) - \frac{a^2}{2} t_{2i}(a) \right] \right. \\ \left. \cdot \left\{ t_{4j}(y) - \frac{y^2}{2} t_{2j}(b) + \frac{3}{2b^3} \left( \frac{y^3}{3} - b y^2 \right) \left[ t_{4j}(b) - \frac{b^2}{2} t_{2j}(b) \right] \right\} \right\}$
5		$\sum_i \sum_j A_{ij} \left\{ t_{4i}(x) - \frac{x^2}{2a} t_{3i}(a) + \frac{6}{a^3} \left( \frac{x^3}{3} - \frac{x^2 a}{2} \right) \left[ t_{4i}(a) - \frac{a}{2} t_{3i}(a) \right] \right. \\ \left. \cdot \left\{ t_{4j}(y) - \frac{y^2}{2} t_{2j}(b) + \frac{3}{2b^3} \left( \frac{y^3}{3} - b y^2 \right) \left[ t_{4j}(b) - \frac{b^2}{2} t_{2j}(b) \right] \right\} \right\}$
6		$\sum_i \sum_j A_{ij} \left\{ t_{4i}(x) - \frac{x^3}{6a} t_{2i}(a) - \frac{x}{a} t_{4i}(a) + \frac{x a}{6} t_{2i}(a) \right. \\ \left. \cdot \left\{ t_{4j}(y) - \frac{y^2}{2} t_{2j}(b) + \frac{3}{2b^3} \left( \frac{y^3}{3} - b y^2 \right) \left[ t_{4j}(b) - \frac{b^2}{2} t_{2j}(b) \right] \right\} \right\}$

Tabelle 1

NN	Randbedingungen	Glieder beim $B_{ik}$
1		$\sum_i \sum_k B_{ik} \left\{ t_{4i}(x) - \frac{x^2}{2a} t_{3i}(a) + \frac{6}{a^3} \left( \frac{x^3}{3} - \frac{x^2 a}{2} \right) \left[ t_{4i}(a) - \frac{a}{2} t_{3i}(a) \right] \right. \\ \left. \cdot \left\{ h_{3k}(y) - \frac{y^2}{2b} h_{2k}(b) - \frac{6}{b^3} \left[ h_{3k}(b) - \frac{b h_{2k}(b)}{2} \right] \left( \frac{y^3}{3} - \frac{y^2 b}{2} \right) \right\} \right\}$
2		$\sum_i \sum_k B_{ik} \left\{ t_{4i}(x) - \frac{x^3}{6a} t_{2i}(a) - \frac{x}{a} t_{4i}(a) + \frac{x a}{6} t_{2i}(a) \right. \\ \left. \cdot \left\{ h_{3k}(y) - \frac{y^3}{6b} h_{1k}(b) - \frac{y}{b} h_{3k}(b) + \frac{y b}{6} h_{1k}(b) \right\} \right\}$
3		$\sum_i \sum_k B_{ik} \left\{ t_{4i}(x) - \frac{x^3}{6a} t_{2i}(a) - \frac{x}{a} t_{4i}(a) + \frac{x a}{6} t_{2i}(a) \right. \\ \left. \cdot \left\{ h_{3k}(y) - \frac{y^2}{2b} h_{2k}(b) - \frac{6}{b^3} \left[ h_{3k}(b) - \frac{b h_{2k}(b)}{2} \right] \left( \frac{y^3}{3} - \frac{y^2 b}{2} \right) \right\} \right\}$
4		$\sum_i \sum_k B_{ik} \left\{ t_{4i}(x) - \frac{x^2}{2} t_{2i}(a) + \frac{3}{2a^3} \left( \frac{x^3}{3} - a x^2 \right) \left[ t_{4i}(a) - \frac{a^2}{2} t_{2i}(a) \right] \right. \\ \left. \cdot \left\{ h_{3k}(y) - \frac{y^2}{2} h_{1k}(b) + \frac{3}{2b^3} \left( \frac{y^3}{3} - b y^2 \right) \left[ h_{3k}(b) - \frac{b^2}{2} h_{1k}(b) \right] \right\} \right\}$
5		$\sum_i \sum_k B_{ik} \left\{ t_{4i}(x) - \frac{x^2}{2a} t_{3i}(a) + \frac{6}{a^3} \left( \frac{x^3}{3} - \frac{x^2 a}{2} \right) \left[ t_{4i}(a) - \frac{a}{2} t_{3i}(a) \right] \right. \\ \left. \cdot \left\{ h_{3k}(y) - \frac{y^2}{2} h_{1k}(b) + \frac{3}{2b^3} \left( \frac{y^3}{3} - b y^2 \right) \left[ h_{3k}(b) - \frac{b^2}{2} h_{1k}(b) \right] \right\} \right\}$
6		$\sum_i \sum_k B_{ik} \left\{ t_{4i}(x) - \frac{x^3}{6a} t_{2i}(a) - \frac{x}{a} t_{4i}(a) + \frac{x a}{6} t_{2i}(a) \right. \\ \left. \cdot \left\{ h_{3k}(y) - \frac{y^2}{2} h_{1k}(b) + \frac{3}{2b^3} \left( \frac{y^3}{3} - b y^2 \right) \left[ h_{3k}(b) - \frac{b^2}{2} h_{1k}(b) \right] \right\} \right\}$

Tabelle 2

Dabei ist:

- $k$  - Nummer der Rippe,
- $\bar{R}_{ki}$  - unbekannte Koeffizienten,
- $\delta_k(y)$  - Dirac-Funktion,
- $\delta_k(y) = \begin{cases} 0 & \text{bei } y \neq y_k \\ \infty & \text{bei } y = y_k \end{cases}$  (2.10)

Die nach der Integration erhaltenen Glieder in  $w(x,y)$  für verschiedene Kombinationen von gelenkigen und eingespannten Rändern sind in Tabelle 2 dargestellt.

Für diese Tabelle 2 gilt:

$$\Theta_k(y) = \int_y \delta_k(y) dy \quad \text{Heavisidefunktion}$$

$$h_{1k}(y) = \int_y \Theta_k(y) dy, \quad h_{2k}(y) = \int_y h_{1k}(y) dy,$$

$$h_{3k}(y) = \int_y h_{2k}(y) dy.$$

Diese Terme fügt man in das Gleichungssystem (2.8) ein. Außerdem muß man die Übergangsbedingungen zwischen den Rippen und der Platte berücksichtigen.

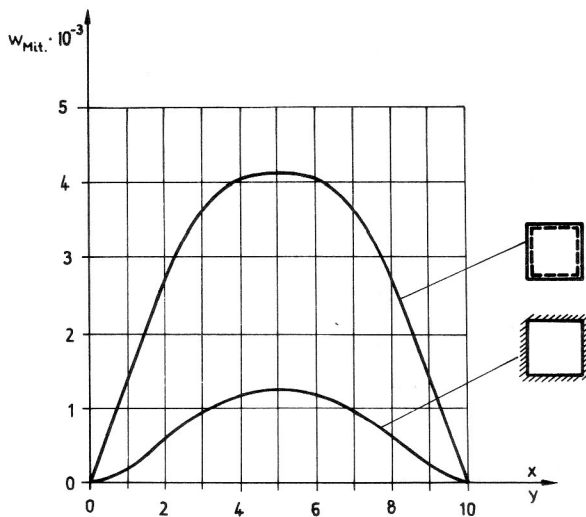


Bild 3

Wenn die Rippen nur Biegesteifigkeiten besitzen, haben die Kontaktbedingungen folgendes Aussehen:

$$(EI)_R w_{xxxx} = D [ w_{yy} + (2-\mu) w_{xx} ], \text{ bei } y = y_R. \quad (2.11)$$

Ähnlich kann man auch die Torsionssteifigkeit der Rippen berücksichtigen.

### 3. Beispiele

Um die Möglichkeiten des Verfahrens zu demonstrieren, wurden mit dem Rechenprogramm einige Beispiele gerechnet, zunächst eine quadratische Platte mit konstanter Belastung. Um die Konvergenz und die Genauigkeit zu bewerten, wurde mit verschiedenen Vernetzungen gerechnet. In dem Bild 3 wird die Durchbiegungsverteilung für gelenkige und eingespannte Ränder gezeigt.

Bild 4 demonstriert die Konvergenz der Lösung für die gelenkig gelagerte Platte bei variiertem Feldanzahl in beiden Richtungen. Diese Ergebnisse werden mit der exakten und mit FEM-Lösungen verglichen.

Das zweite Beispiel zeigt, wie man diesen Algorithmus zur Berechnung von Platten mit lokaler Belastung benutzen kann. Es handelt sich dabei um eine quadratische, gelenkig gestützte Platte mit konstanter Belastung in nur einem zentralen Feld. Die Feldanzahl wurde noch variiert. In Tabelle 3 sind die Durchbiegungswerte in den einzelnen Feldern der Platte angegeben.

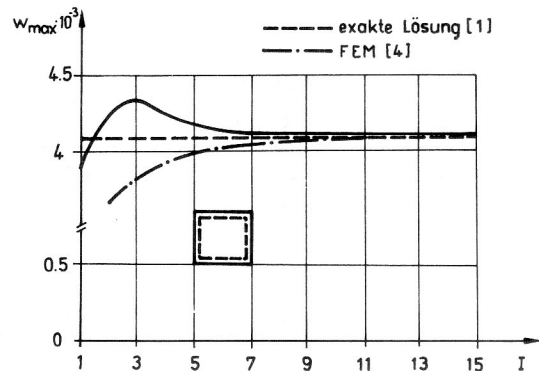


Bild 4

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	$7.813 \cdot 10^{-4}$										
3	$3.862 \cdot 10^{-5}$	$5.403 \cdot 10^{-4}$	$3.862 \cdot 10^{-5}$								
5	$1.664 \cdot 10^{-6}$	$8.446 \cdot 10^{-5}$	$2.101 \cdot 10^{-4}$	$8.446 \cdot 10^{-5}$	$1.664 \cdot 10^{-6}$						
7	$1.564 \cdot 10^{-7}$	$1.555 \cdot 10^{-5}$	$6.657 \cdot 10^{-5}$	$1.102 \cdot 10^{-4}$	$6.657 \cdot 10^{-5}$	$1.555 \cdot 10^{-5}$	$1.564 \cdot 10^{-7}$				
9	$1.964 \cdot 10^{-8}$	$3.930 \cdot 10^{-6}$	$2.084 \cdot 10^{-5}$	$4.854 \cdot 10^{-5}$	$6.751 \cdot 10^{-5}$	$4.854 \cdot 10^{-5}$	$2.084 \cdot 10^{-5}$	$3.930 \cdot 10^{-6}$	$1.964 \cdot 10^{-8}$		
11	$1.664 \cdot 10^{-9}$	$1.238 \cdot 10^{-6}$	$7.563 \cdot 10^{-6}$	$2.022 \cdot 10^{-5}$	$3.594 \cdot 10^{-5}$	$4.553 \cdot 10^{-5}$	$3.594 \cdot 10^{-5}$	$2.022 \cdot 10^{-5}$	$7.563 \cdot 10^{-6}$	$1.238 \cdot 10^{-6}$	$1.664 \cdot 10^{-9}$

Tabelle 3

#### 4. Schlußbemerkungen

Diese Arbeit zeigt nur einen Teil der Möglichkeiten der Verwendung von Stufenfunktionen, speziell die Beschreibung der Steifigkeits- und Zustandsparameter von einfachen Plattensystemen. Das Verfahren wurde aber auch mit guten Ergebnissen für die Festigkeits- und Stabilitätsberechnung von Konstruktionen mit diskreten Verstärkungen, veränderlichen Steifigkeitsparametern, sowie verschiedenen Rand- und Belastungsbedingungen verwendet. Dabei wird der Gesamtweg für die Berechnung der geometrischen Charakteristiken, der physikalischen Eigenschaften, sowie des Spannungs- und Verformungszustandes in [2], [3] beschrieben.

Natürlich kann man alle diese Konstruktionen auch mit der Methode der FEM berechnen. Eine Vergleichsanalyse zeigt jedoch, daß die vorgeschlagene Lösung meist weniger Unbekannte bei der gleichen Vernetzung und Genauigkeit erhält. Außerdem haben die Ergebnisse analytische Form, was die Berechnung nicht nur in den Knoten, sondern auch für beliebige andere Punkte erlaubt. Die analytischen Ergebnisse sind anschaulicher. Sie können weiter (z. B. bei Optimierungsberechnungen) differenziert und integriert werden.

#### LITERATUR

- [1] Timoshenko, S. T.: Theory of plates and shells, New York a. London, Mc Graw-Hill Book Comp., 1960.
- [2] Зотов А. А.: Расчет конструкций летательных аппаратов с использованием ступенчатых базисных функций. М. МАИ. 1985 г., стр. 76.
- [3] Зотов А. А.; Методы автоматизированного расчета авиационных конструкций. М. МАИ. 1986 г., стр. 54.
- [4] Zienkiewicz, O. C.: Methode der finiten Elemente, VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1987, 739 S.

#### **Anschrift des Verfassers:**

Doz. Dr. A. A. Sotov  
Technische Universität Dresden  
Sektion Grundlagen des Maschinenwesens  
MommSENstr. 13  
Dresden  
O - 8027