

Bewertungskriterien für Eigenschwingformen*

Ulrich Deierlein

1. Einleitung

Bei der Entwicklung von Verarbeitungsmaschinen werden zunehmend maschinendynamische Untersuchungen einbezogen, wodurch sich neue Wege zur Produktivitätssteigerung begründen lassen. Ein Beispiel dafür sind Kettenwirkmaschinen der Textilindustrie. Die Analyse [1; Abschn. 5.3.7.] der erzwungenen Schwingungen des Nadelbarren-Antriebssystems einer Kettenwirkmaschine zeigt, daß im Bereich der Betriebsdrehzahlen $n = 1000 \dots 2000$ 1/min im wesentlichen nur eine Eigenform stört. Zur Erklärung derartiger Phänomene können die von Gasch und Knothe [2; S. 232ff.] angegebenen Kriterien für das Weglassen von modalen Freiheitsgraden oder die von Müller und Lückel [3] bzw. die von Freund [4; Abschn. 5.] vorgeschlagenen modalen Maßzahlen zur Beurteilung der Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit [5] mechanischer Systeme herangezogen werden.

Im folgenden werden für lineare zeitinvariante Schwingungssysteme mit Proportionaldämpfung [2] Eigenform-Kennwerte als Bewertungskriterien der beliebig normierbaren Eigenformen angegeben. Sie ermöglichen, den unterschiedlichen Einfluß der Eigenformen auf die Systemantwort bei gegebener Erregung quantitativ zu ermitteln und gestatten, in [6] für Kettenwirkmaschinen die Barren-Eigenformen schwingungsgünstig zu beeinflussen.

2. Eigenform-Kennwerte für krafterregte Systeme

Ausgegangen wird vom Schwingungssystem

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}(t) \quad (1)$$

vom Freiheitsgrad n (mit dem Vektor \mathbf{q} der verallgemeinerten Koordinaten, den konstanten Matrizen $\mathbf{M} = \mathbf{M}^T > 0$, $\mathbf{C} = \mathbf{C}^T$ (Masse- und Steifigkeitsmatrix) und dem Vektor $\mathbf{F}(t)$ der zeitabhängigen Erregerkräfte). Der Koordinatenvektor $\mathbf{q}^T = (q_1, \dots, q_n)$ kann in bekannter Weise nach den Eigenschwingungsformen $\mathbf{v}_i^T = (v_{1i}, \dots, v_{ni})$ entwickelt werden:

$$q_j(t) = \sum_{i=1}^n v_{ji} p_i(t).$$

Die Zeitfunktionen $p_i(t)$ entsprechen hierbei den Normalschwingungen der Hauptkoordinaten. Durch das Einführen der Abklingkonstanten δ_i in die modal entkoppelten Bewegungsgleichungen des Systems (1) wird zum geschwindigkeitsproportional gedämpften Schwingungssystem übergegangen, so daß nach wie vor jede Positionskoordinate q_j als Summe

$$q_j = \sum_{i=1}^n q_{ji}$$

der Eigenform-Schwingungen $q_{ji} = v_{ji} p_i$ betrachtet werden kann. Die modalen Positionskoordinaten q_{ji} können im Gegensatz zu den beliebig normierbaren Hauptkoordinaten p_i als physikalische Größen interpretiert werden.

Beschränkt man sich auf den Sonderfall, daß sich die Komponenten F_j des Kraftvektors \mathbf{F} nur durch konstante Faktoren a'_j unterscheiden,

$$F_j(t) = a'_j F(t), \quad (a'_j = \text{konst.}, j = 1, \dots, n), \quad (2)$$

erhält man an Hand des Duhamel-Integrals als Partikulärlösung der modalen Koordinaten q_{ji} :

$$q_{ji} = v_{ji} \frac{(\sum_{r=1}^n a'_r v_{ri})}{m_i^{\text{red}} \omega_i} \int_0^t F(t') e^{-\delta_i(t-t')} \sin \omega_i(t-t') dt' \quad (3)$$

mit $\omega_i = \sqrt{\omega_{i0}^2 - \delta_i^2}$ (ω_{i0} : Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems) und $m_i^{\text{red}} = \mathbf{v}_i^T \mathbf{M} \mathbf{v}_i$ (reduzierte Masse). Man sieht, daß trotz vorhandener Erregerfunktion $F(t)$ alle gedämpften Partikulärlösungen q_{ji} ($j = 1, \dots, n$) der Gl. (3) identisch verschwinden, falls

$$\sum_{r=1}^n a'_r v_{ri} = 0 \quad (\omega_i \neq 0)$$

ist, d. h. falls beim Sonderfall (2) die Summe der mit a'_j gewichteten Amplitudenverhältnisse v_{ji} verschwindet, wird die i -te Eigenform v_i nicht erregt und kann bei der Schwingungsberechnung unberücksichtigt bleiben.

Zur Erfassung des Einflusses der Eigenformen des durch (2) erregten Schwingungssystems können die vom Erreger-Zeitverlauf $F(t)$ unabhängigen Größen

$$K'_{ji} = v_{ji} \frac{\sum_{r=1}^n a'_r v_{ri}}{m_i^{\text{red}} \omega_{i0}^2} \quad (4)$$

*) Dieser Beitrag entstand während meines Forschungsstudiums an der TU Karl-Marx-Stadt, Sektion Maschinen-Bauelemente, unter der Betreuung des Herrn Prof. Dr. sc. techn. H. Dresig, dem ich für die fachliche Unterstützung danke.

mit

$$\bar{\omega}_{i0}^2 = \omega_{i0}^2 \frac{m_0}{c_0}, \quad \bar{m}_i^{\text{red}} = m_i^{\text{red}} / m_0$$

($c_0, m_0 \dots$ Bezugsgrößen) benutzt werden.

Bei T-periodischem Zeitverlauf $F(t)$ der Erregerkräfte (2),

$$F(t) = \sum_k \hat{F}_k \sin(k \Omega t + \alpha_k), \quad (5)$$

$$0 \leq t \leq T; \quad k = 1, 2, 3, \dots; \quad \Omega = 2\pi/T,$$

(wobei zunächst konstante, nicht von der Erregerkreisfrequenz Ω abhängige Kraftamplituden \hat{F}_k angenommen werden) erhält man unter Verwendung der Größen K'_{ji} der Gl. (4), der Dämpfungsgrade $\vartheta_i = \delta_i / \omega_{i0}$ sowie der Abstimmungsverhältnisse $\eta_i = \Omega / \omega_{i0}$ für die erzwungenen Schwingungen q_{ji} :

$$q_{ji} = \sum_k C_{jik} \sin(k \Omega t + \alpha_k - \beta_{ik}) \quad (6)$$

$$= K'_{ji} \sum_k \frac{(\hat{F}_k / c_0) \sin(k \Omega t + \alpha_k - \beta_{ik})}{\sqrt{(1 - k^2 \eta_i^2)^2 + 4 \vartheta_i^2 k^2 \eta_i^2}};$$

$$k = 1, 2, 3, \dots$$

mit den Nacheilwinkeln β_{ik} infolge der Proportionaldämpfung. Im Resonanzfall $k \Omega \approx \omega_i$ ($k \eta_i \approx 1$) ist die Amplitude C_{jik} (vgl. Gl. (6)) besonders von Interesse. Die Resonanzamplitude $C_{jik} (k \eta_i = 1) = \hat{q}_{jik}$ an der Stelle j beträgt dann:

$$\hat{q}_{jik} = \frac{K'_{ji}}{2 \vartheta_i} \hat{F}_k / c_0 = \bar{K}'_{ji} \hat{F}_k / c_0. \quad (7)$$

Eine wichtige Frage ist, wie die Wirkung der Resonanz (i,k) auf das Verhalten des Gesamtsystems beschrieben werden kann. Als repräsentativ für das Resonanz-Verhalten, u. a. von Antriebssystemen, kann in vielen Fällen der Maximalwert

$$\hat{q}_{ik} = \hat{q}_{ik \text{ max}} = \max_j |\hat{q}_{jik}| \quad (8a)$$

oder das gewichtete quadratische Mittel

$$\hat{q}_{ik} = \hat{q}_{ik \text{ mittel}} = \sqrt{\frac{1}{n^*} \sum_j h_j^2 \hat{q}_{jik}^2}; \quad n^* = \sum_j h_j^2 \quad (8b)$$

der an den Stellen $j = 1, \dots, n$ mit h_j bewerteten Resonanzamplituden \hat{q}_{jik} angesehen werden.

Die Amplituden \hat{q}_{ik} können analog der Gl. (7) aufgeschrieben werden:

$$\hat{q}_{ik} = \frac{K'_i}{2 \vartheta_i} \hat{F}_k / c_0 = \bar{K}'_i \hat{F}_k / c_0. \quad (9a)$$

Mit den Gln. (4) und (7) ergeben sich die die Eigenform v_i kennzeichnenden Größen K'_i für den Maximalwert $\hat{q}_{ik} = \hat{q}_{ik \text{ max}}$ aus

$$K'_i = K'_{i \text{ max}} = \max_j |K'_{ji}| = v_{i \text{ max}} \frac{|\sum_r a'_r v_{ri}|}{\bar{\omega}_{i0}^2 \bar{m}_i^{\text{red}}} \quad (9b)$$

$$(v_{i \text{ max}} = \max_j |v_{ji}|); \quad r, j = 1, \dots, n$$

und für die mittlere Amplitude $\hat{q}_{ik} = \hat{q}_{ik \text{ mittel}}$ gilt:

$$K'_i = K'_{i \text{ mittel}} = \sqrt{\frac{1}{n^*} \sum_j h_j^2 K'_{ji}{}^2} = \sqrt{\frac{1}{n^*} \sum_j h_j^2 v_{ji}^2} \frac{|\sum_r a'_r v_{ri}|}{\bar{\omega}_{i0}^2 \bar{m}_i^{\text{red}}}; \quad (9c)$$

($r, j = 1, \dots, n$).

Wird mit Eigenvektoren v_i der Normierungsbedingung $v_i^T v_i = n$ gearbeitet und wählt man $h_j = 1$ ($j = 1, \dots, n$), ist

$$K'_{i \text{ max}} = v_{i \text{ max}} K'_{i \text{ mittel}},$$

$$K'_{i \text{ mittel}} = \frac{|\sum_{r=1}^n a'_r v_{ri}|}{\bar{\omega}_{i0}^2 \bar{m}_i^{\text{red}}}.$$

Anhand der Größen K'_i können die beliebig normierbaren Eigenformen v_i hinsichtlich der Schwingungsanregung bewertet werden, wobei nicht notwendigerweise der Resonanzfall $k \Omega = \omega_i$ vorausgesetzt werden muß; vgl. Gl. (6). Falls Resonanzschwingungen zu erwarten sind, wird ebenfalls die Dämpfung der Eigenform wesentlich. Bei bekannten Dämpfungsgraden ϑ_i kann dann mit $\bar{K}'_i = K'_i / (2 \vartheta_i)$ gearbeitet werden.

3. Eigenform-Kennwerte für wegerregte Systeme

Für das lineare zeitinvariante Schwingungssystem (vgl. Bild 1), das an den Stellen $j = 1, \dots, n$ über die Stützfeder c_j (Translations- oder Torsionsfedern) durch die vorgegebenen Lagefunktionen $U_j(t)$ (Wege oder Winkel) erregt werde, lassen sich analog wie beim krafterregten System Bewertungskriterien für Eigenformen angeben.

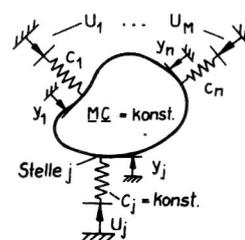


Bild 1
Wegerregtes Schwingungssystem

Für den Vektor $\mathbf{q}^T = (q_1, \dots, q_n)$ der Relativkoordinaten $q_j = y_j - s_j$ (wobei s_j der Grundbewegung von y_j (Absolutkoordinate) entspricht, welche sich ohne Berücksichtigung der Massenkräfte in Abhängigkeit von den vorgegebenen Verschiebungen $\mathbf{U}^T = (U_1, \dots, U_n)$ ergibt, gilt die Bewegungsgleichung (vgl. [7])

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}(t)$$

mit

$$\mathbf{F}(t) = -\mathbf{M} \mathbf{D} \mathbf{C}_1 \dot{\mathbf{U}}(t), \quad \mathbf{C}_1 = \text{diag}(c_j), \quad \mathbf{D} = \mathbf{C}^{-1}. \quad (10)$$

Mit den Elementen der (n,n) -Matrizen $\mathbf{M} = (m_{jr})$ und $\mathbf{D} = (d_{jr})$ lauten die Komponenten F_f des Erregervektors $\mathbf{F}^T = (F_1, \dots, F_n)$ der Bewegungsgleichung (10):

$$F_j = -\sum_{p,f} m_{jp} d_{pf} c_f \dot{U}_f(t); \quad p, f = 1, \dots, n. \quad (11)$$

Für den Sonderfall

$$U_j(t) = a_j U(t); \quad j = 1, \dots, n \quad (12)$$

können die kinetostatischen Kraftkomponenten (11) auf die Form der Gl. (2) gebracht werden:

$$F_j(t) = a_j' F(t),$$

wobei

$$F(t) = -m_0 \ddot{U}(t), \quad a_j' = \sum_{p,f} \frac{m_{jp}}{m_0} d_{pf} c_f a_f; \quad p, f = 1, \dots, n \quad (13)$$

ist.

Mit (13) können die Partikulärlösungen für die Relativkoordinaten q_j des hier durch (12) stützerregten Systems unter Berücksichtigung von Proportionaldämpfung anhand der Lösung (3) gewonnen werden. Werden periodische Stützen-Bewegungen

$$U(t) = \sum_k \hat{U}_k \sin(k\Omega t + \alpha_k) \quad (14)$$

vorgegeben, folgt für die Fourierkoeffizienten \hat{F}_k der Erregerkraft (5):

$$\hat{F}_k = m_0 k^2 \Omega^2 \hat{U}_k.$$

Damit kann für die Größen \hat{q}_{ik} der Gl. (8) bzw. (9) geschrieben werden:

$$\hat{q}_{ik} = \frac{K_i'}{2\vartheta_i} \frac{\hat{F}_k}{c_0} = \frac{K_i}{2\vartheta_i} \hat{U}_k, \quad (15)$$

wobei $K_i = \bar{\omega}_{i0}^2 K_i'$ gilt.

Im Unterschied zu den Größen K_i' des krafterregten Systems fehlen bei den Eigenform-Kennwerten K_i des wegerregten Systems im Nenner die Quadrate der bezogenen Eigenkreisfrequenzen $\bar{\omega}_{i0}$, womit zum Ausdruck kommt, daß die kinetostatischen Kräfte (13) infolge der Wegerregung (12), (14) mit dem Quadrat der Erregerkreisfrequenz Ω wachsen und daß im allgemeinen die Eigenformen der höheren Eigenfrequenzen bei der Wegerregung wesentlicher als bei der Krafterregung (5) sind.

Die in [7] betrachteten wegerregten Berechnungsmodelle für Barren von Kettenwirkmaschinen sowie für Antriebswellen von Baumwoll-Kämmmaschinen des Kombimates Textima können dem Sonderfall

$$\mathbf{M} = \text{diag}(m_j), \quad \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_i = n, \quad h_j = 1,$$

$$\left. \begin{aligned} s_j &= U_j \\ a_j &= 1 \end{aligned} \right\} \text{ falls } c_j \neq 0, \quad (i, j = 1, \dots, n)$$

zugeordnet werden, so daß sich die Eigenform-Kennwerte K_i aus

$$K_{i\text{max}} = v_{i\text{max}} K_{i\text{mittel}}, \quad K_{i\text{mittel}} = \frac{|\sum_{r=1}^n m_r v_{ri}|}{\sum_{r=1}^n m_r v_{ri}^2}$$

ergeben. Wird zusätzlich noch angenommen, daß das Schwingungssystem mit n Punktmassen (bzw. Massenträgheitsmomenten) gleicher Größe diskretisiert wurde, können unter Ausnutzung der Eigenschaft (vgl. [7; S. 23])

$$\sum_r c_r v_{ri} = \omega_{i0}^2 \sum_{j,r} m_{jr} v_{ri}; \quad r, j = 1, \dots, n$$

der Eigenformen des Systems (vgl. Bild 1) die Werte $K_i = K_{i\text{mittel}}$ im allgemeinen schneller mit

$$K_{i\text{mittel}} = \frac{1}{n} \frac{|\sum_{r=1}^n \bar{c}_r v_{ri}|}{\bar{\omega}_{i0}^2}, \quad (\bar{c}_r = c_r/c_0) \quad (16)$$

berechnet werden.

4. Beispiel: Stützerregter Balken

Betrachtet wird der gemäß dem Bild 2 über die Stützfedern c wegerregte Euler-Bernoulli-Balken (der Masse m , der Biegesteifigkeit EI und der Länge l), wobei mit den dimensionslosen Größen

$$\bar{\omega}_i = \omega_i \sqrt{\frac{m l^3}{EI}}, \quad \bar{c} = \frac{c l^3}{EI} = 8000$$

gearbeitet wird.

Das Bild 3 zeigt für diesen Balken die in [8] u. a. ermittelte Abhängigkeit der bezogenen Eigenkreisfrequenzen $\bar{\omega}_{i\text{symm.}}$ und $\bar{\omega}_{i\text{antim.}}$ der ersten zwei symmetrischen und der ersten zwei antisymmetrischen Eigenformen vom Abstand z der symmetrisch angeordneten Stützen. Im

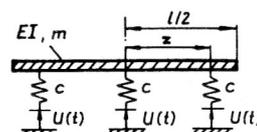


Bild 2
Stützerregter Kontinuum-Balken

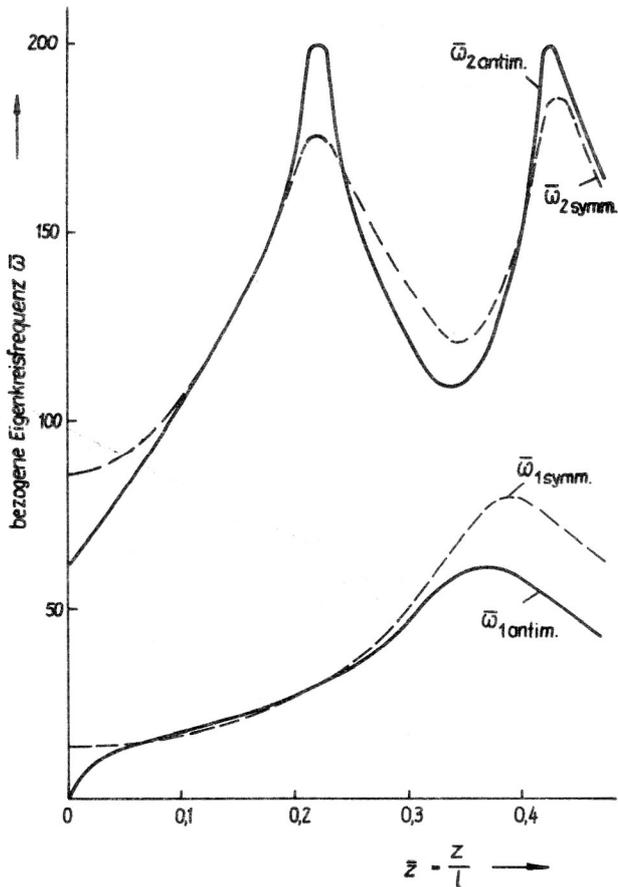


Bild 3
Bezogene Eigenkreisfrequenzen in Abhängigkeit von der Stützweite des symmetrischen Balkens aus [8]

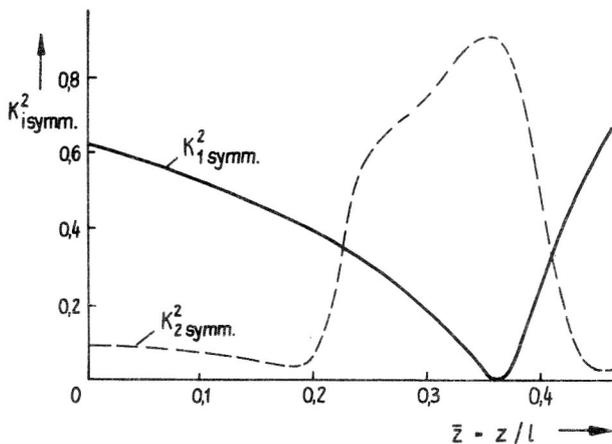


Bild 4
Eigenform-Kennwerte in Abhängigkeit von der Stützweite des symmetrischen Balkens aus [8]

Bild 4 sind die den Eigenkreisfrequenzen $\bar{\omega}_{i\text{symm.}}$ zuzuordnenden Verläufe der sich anhand der Gleichung (16) ergebenden Quadrate der Eigenform-Kennwerte $K_{i\text{symm.}}$ dargestellt. (Die entsprechenden Eigenform-Kennwerte für die antisymmetrischen Eigenformen verschwinden aus Symmetriegründen.) Erwartungsgemäß hängen die Eigenfrequenzen und die Eigenform-Kennwerte stark von der Stützstellenverteilung ab. Die Bilder

3 und 4 zeigen, daß bei maximalen Eigenfrequenzen minimale Eigenform-Kennwerte auftreten.

Die bezüglich der Eigenfrequenzen bzw. Eigenform-Kennwerte optimalen Stützstellenverteilungen des mehrfach elastisch gelagerten Kontinuum-Balkens – das zeitinvariante Berechnungsmodell für Barren mit parallelen Antriebsmechanismen von Kettenwirkmaschinen – werden in [7] untersucht.

5. Methode zur Verminderung der Resonanzamplituden bei gegebener Erregung

Die Mehrzahl der Textil- bzw. Verarbeitungsmaschinen arbeiten im stationären Betrieb. Um im gesamten Bereich der Betriebsdrehzahlen ohne störende Schwingungen arbeiten zu können, werden z. B. bei Baumwoll-Kämmaschinen die Erregerkräfte minimiert; s. [7; Abschnitt 5.1.3.]. Zur Vermeidung von Resonanzschwingungen bei gegebener Erregung können die Methoden (s. z. B. [9]) zur Lösung inverser Eigenwertprobleme beitragen. Es wird vorgeschlagen, hierbei ebenfalls die Eigenformen entsprechender Systeme anhand der Kriterien K_i schwingungsgünstig zu beeinflussen. Natürlich spielen auch die Werte der Eigenkreisfrequenzen ω_i im Zusammenhang mit dem Spektrum der Erregerfunktion $U(t)$ eine Rolle. Das kann beispielsweise zur Bestimmung der (u. a. beim Konzipieren neuer Kettenwirkmaschinen interessierenden) optimalen Stützstellenverteilung des Kontinuum-Balkens mit der folgenden Zielfunktion ZF berücksichtigt werden:

$$ZF = \max_{i,k} |\bar{K}_i \hat{U}_k f_{ik}| = \text{MIN.} \quad (17)$$

Damit wird unter Beachtung der Fourier-Koeffizienten \hat{U}_k der Erregerfunktion gefordert, daß der Maximalwert der Resonanzamplituden (15) minimal wird. Mit der Funktion f_{ik} wird der Bereich der Arbeitsdrehzahlen in den Grenzen Ω_1, Ω_2 bewertet,

$$f_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{für } \Omega_1 \leq \Omega_{ik} \leq \Omega_2 \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

wobei $\Omega_{ik} = \omega_i/k$ der Resonanz-„Drehzahl“ entspricht. Diese Methode zur Verminderung der Resonanzamplituden trägt dem Rechnung, daß im allgemeinen die Werte der Eigenfrequenzen des Antriebssystems nicht so verändert werden können, daß alle Resonanzdrehzahlen aus dem Bereich der Arbeitsdrehzahlen eliminiert sind.

In Zusammenarbeit mit der Sektion Mathematik (TU Karl-Marx-Stadt) wurde u. a. anhand der Zielfunktion (17) ein Fortran-77-Programm für den Großrechner ES 1056 zur Ermittlung der optimalen Stützen-Abstände von symmetrischen (periodisch stützerregten) Kontinuum-Balken erstellt. Für den Kleinrechner PC 1715 wurde ein entsprechendes Optimierungsprogramm (vgl. [6]) für Barren mit beliebigen Stützstellenverteilungen, denen Restriktionen auferlegt werden können, bereitgestellt.

6. Zusammenfassung

Für proportionalgedämpfte (weg- bzw. kraftherregte) Schwingungssysteme, dessen Erregerfunktionen sich nur durch konstante Faktoren unterscheiden, werden Kriterien (Eigenform-Kennwerte) zur Bewertung der Schwingungsanregung der Eigenformen angegeben. Als Beispiel werden für einen stützeerregten Kontinuum-Balken berechnete Eigenform-Kennwerte in Abhängigkeit der Stützweite dargestellt.

Zur Vermeidung unerwünschter Resonanzschwingungen (in vorgegebenen Drehzahlbereichen von Antriebssystemen) wird vorgeschlagen, neben den Eigenfrequenzen ebenfalls anhand der angegebenen Bewertungskriterien die Eigenformen zu beeinflussen.

Die auf dieser Methode basierenden Rechenprogramme gestatten, die Maximalamplituden des periodisch stützeerregten Balkens in einem vorgegebenen Drehzahlbereich zu minimieren, indem die optimalen Abstände der elastischen Stützen des mehrfach gelagerten Balkens berechnet werden.

LITERATUR

- [1] Dresig, H.; Vulfson, I. I.: Dynamik der Mechanismen. – Berlin, 1989.
- [2] Gasch, R.; Knothe, K.: Strukturdynamik Diskrete Systeme. – Berlin (W), 1987.
- [3] Müller, P. C.; Lückel, J.: Modale Maße für Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit und Störbarkeit dynamischer Systeme. – In: ZAMM. – Berlin 54 (1974) 4. – S. T57 – T58.

- [4] Freund, A.: Maschinendynamische Strukturuntersuchungen an Kernkraftanlagen – 1988. TU Dresden, Sektion Grundlagen des Maschinenwesens, Diss. A.
- [5] Kalman, R. E.: Topics in Mathematical System Theory. – New York, 1969.
- [6] Nestler, A.: Dynamische Analyse des Antriebs einer Kettenwirkmaschine – 1989. TU Karl-Marx-Stadt, Sektion Maschinen-Bauelemente, Diplomarbeit.
- [7] Deierlein, U.: Bewertungskriterien für Eigenschwingformen und deren Anwendung auf Textilmaschinen – 1989 TU Karl-Marx-Stadt, Sektion Maschinen-Bauelemente, Diss. A.
- [8] Vieweg, A.: Bestimmung von Eigenfrequenzen und Eigenschwingformen für einen an mehreren Stellen elastisch gelagerten Kontinuum-Balken – 1987. TU Karl-Marx-Stadt, Sektion Maschinen-Bauelemente, Diplomarbeit.
- [9] Luschnat, E.: Modifikation eines inversen Eigenwertproblems durch eine nichtlineare Optimierungsaufgabe – 1989. TU Karl-Marx-Stadt, Sektion Mathematik, Diss. A.

Anschrift des Verfassers:

Dr.-Ing. Ulrich Deierlein
Akademie der Wissenschaften der DDR
Institut für Mechanik
PSF 408
Karl-Marx-Stadt
9010