

# Traglastberechnungen für ebene Böden im Behälter- und Apparatebau

Norbert Kiesewetter

## 1. Einleitung

Die Tragfähigkeit von Konstruktionen aus zähen Werkstoffen und bei statischer Belastung wird durch die Traglast bestimmt. Diese Erkenntnis setzt sich immer mehr auch in den internationalen Vorschriften und Standards für den Behälter- und Apparatebau durch.

Im Richtlinienkatalog Festigkeitsberechnungen des VEB Komplett Chemieranlagen Dresden [1], in den Standards des RGW für die Festigkeitsberechnung von Behältern und Apparaten und in der daraus resultierenden TGL 32903 [2] war die Traglast von Anfang an Grundlage des Tragfähigkeitsnachweises. Da selbst zähe Werkstoffe nicht unbegrenzt große, plastische Dehnungen aufnehmen können, insbesondere nicht, wenn diese zyklisch auftreten, ist außer dem Tragfähigkeitsnachweis auch ein Ermüdungsfestigkeitsnachweis erforderlich. Der Ermüdungsfestigkeitsnachweis liefert im einfachsten Fall in Abhängigkeit von der Spannungs- oder Dehnungsamplitude die zulässige Zyklenanzahl.

Die TGL 32903/02 fordert für Behälter und Apparate den Ermüdungsfestigkeitsnachweis erst für Zyklenanzahlen größer 1000. Dies ist eine Konzession an den Aufwand in der Berechnungspraxis, da unterhalb dieser Grenze für die meisten Konstruktionen bei schwelender Innendruckbelastung keine Ermüdungsgefährdung vorliegt.

Natürlich gibt es hierfür auch Ausnahmen, wo bei ungünstiger Konstruktion hohe, örtliche Dehnungskonzentrationen auftreten. Solche Konstruktionen sind entweder ganz zu verwerfen, durch konstruktive Detailgestaltung zu verbessern oder durch Herabsetzen der zulässigen Belastung nur so weit auszulasten, daß sie mindestens 1000 Lastzyklen ertragen.

Ein typisches Beispiel dafür sind ebene, kreisförmige Böden, an die eine Zylinderschale anschließt.

## 2. Demonstrationsbeispiel

Um das eben Gesagte zu demonstrieren, wurden anhand einer Standard-Ausführung eines ebenen Bodens mit Zylinderschale, siehe Bild 1, die entsprechenden Berechnungen durchgeführt. Die Hauptabmessungen sind:  $D = 1000$  mm Zylinderschalen-Innendurchmesser,  $s = 12$  mm Zylinderschalen-Wanddicke und  $h = 60$  mm Boden- bzw. Plattendicke.

Die zulässige Spannung für die Tragfähigkeit des Stahls H 52-3 ist:  $[\sigma] = 225$  MPa (Fließspannung/Sicherheitsbeiwert).

Nach TGL 32903/09 erhält man für den ebenen Boden (Typ 5) den zulässigen Druck:

$$[p] = \left(\frac{h}{K \cdot D}\right)^2 \cdot [\sigma] = 4,0 \text{ MPa mit } K = 0,45 \text{ für Typ 5}$$

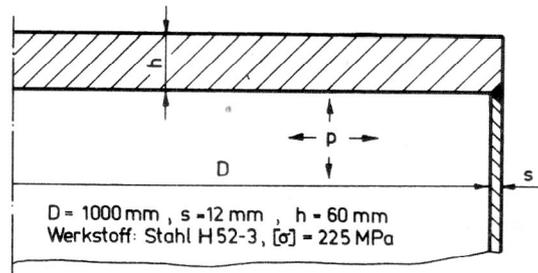


Bild 1  
Ebener Boden nach TGL 32903/09, Typ 5

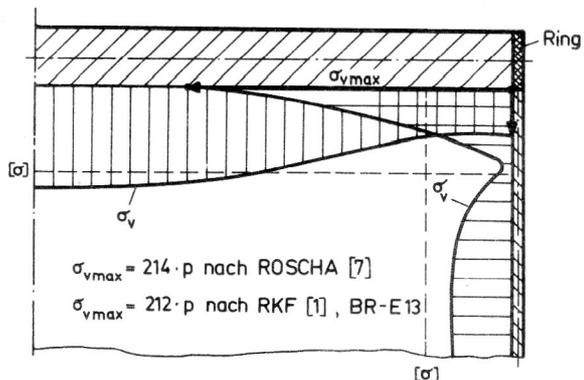


Bild 2  
Berechnungsmodell für Spannungsberechnung nach Programm ROSCHA [7] und Verlauf der Vergleichsspannung an Innenwand für  $p = 4$  MPa ( $[\sigma]$ -zulässige Spannung für Traglast)

Dieser zulässige Druck ist auf Grund eines erhöhten K-Wertes geringer als er sich, nach Traglast ermittelt, ergeben würde.

Aus der Traglast der gelenkig gelagerten Platte, wofür  $K = 0,41$  beträgt, erhält man:

$$[p] = 6 \left(\frac{h}{D}\right)^2 \cdot [\sigma] = 4,9 \text{ MPa}$$

und bei Berücksichtigung der stützenden Wirkung der Zylinderschale durch Randmoment und -querkraft ergibt sich

$$[p] = 6 \cdot \left(\frac{h}{D}\right)^2 \cdot [\sigma] \cdot \frac{1 + 0,9 \left(\frac{s}{h}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{4h}{\sqrt{2 \cdot D \cdot s}}\right)}{1 + \frac{21}{16} \cdot \frac{s}{D}} = 5,2 \text{ MPa}$$

Dabei wurde den Traglastberechnungen die Tresca-Fließbedingung zugrunde gelegt.

Würde man den ebenen Boden mit dem aus der Traglast ermittelten zulässigen Druck betreiben, erhielte man

entsprechend Bild 2 aus dem Ermüdungsfestigkeitsnachweis nach TGL 32903/31 nur folgende zulässige Zyklenanzahl [N]:

$$\sigma_A = \frac{K_\sigma}{2} \cdot \sigma_{vmax} = \frac{1,5}{2} \cdot 214 \cdot 5,2 = 835 \text{ MPa}$$

$K_\sigma = 1.5$  Kerbwirkungszahl der Schweißnaht nach TGL 32903/31

$$[N] = \frac{1}{n_N} \left[ \frac{A}{\sigma_A - B/n_\sigma} \cdot \frac{2300^\circ\text{C} - t}{2300^\circ\text{C}} \right]^2$$

$A = 60\,000 \text{ MPa}$ ;  $B = 236 \text{ MPa}$ ;  $n_N = 10$ ;  $n_\sigma = 2$

nach TGL 32903/31

$$[N] = 680 < 1000$$

Für den zulässigen Druck nach TGL 32903/09, der nur  $[p] = 4 \text{ MPa}$  beträgt, erhält man dagegen auf gleiche Weise die zulässige Zyklenanzahl:

$$[N] = 1280 > 1000$$

Die Berechnung zeigt, daß für den zulässigen Druck nach TGL 32903/09 über 1000 Zyklen zulässig sind, während für den Druck nach der Traglast 1000 Zyklen nicht erreicht werden. Damit soll jedoch auf keinen Fall zum Ausdruck kommen, daß die Traglast als Festigkeitsbedingung nicht geeignet wäre, sondern nur, daß in bestimmten Fällen zusätzliche Forderungen erfüllt werden müssen. Nebenbei bemerkt, ergäbe eine Auslegung des ebenen Bodens nach der für zähe Werkstoffe ungeeigneten, aber leider noch manchmal verwendeten Bedingung (z. B. in [4] und teilweise in [5]), daß die elastizitätstheoretisch berechnete Spannung nicht größer sein darf als die zulässige Spannung, einen zulässigen Druck von nur  $[p] = 1,05 \text{ MPa}$ .

Wie aus dem Spannungsverlauf in Bild 2 zu erkennen ist, übersteigt der Maximalwert der Spannung beim zulässigen Druck nach TGL 32903/09 die zulässige Spannung um das Vierfache.

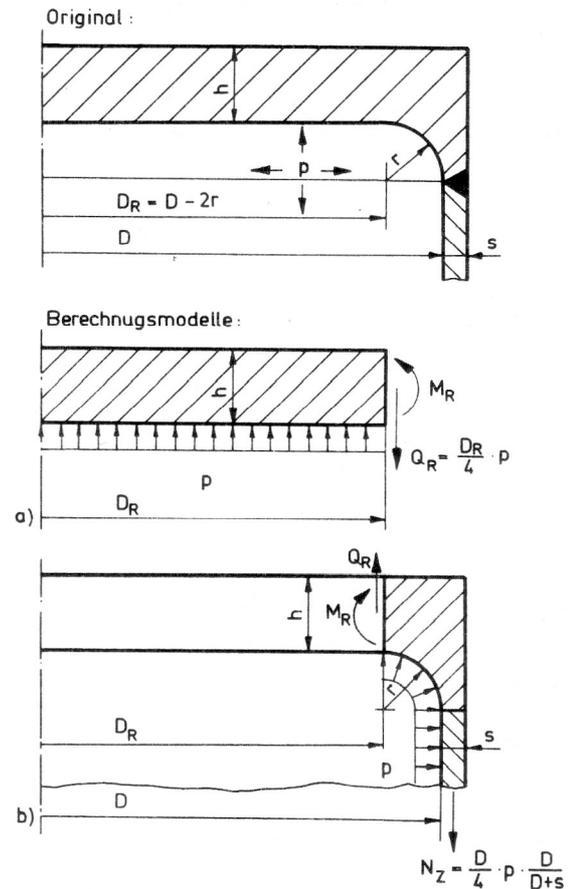
### 3. Ebene Böden mit Übergangsradius oder Entlastungsnut

Um ebene Böden mit anschließender Zylinderschale mit dem aus der Traglast ermittelten zulässigen Druck betreiben zu können, ohne in Kollision mit der 1000 Zyklen-Forderung zu geraten, werden sie mit Übergangsradius oder Entlastungsnut ausgeführt. Dadurch werden Spannungsspitzen abgebaut, und die Ermüdungsfestigkeit erhöht sich.

Gleichzeitig erhöht sich aber die Traglast beim Übergangsradius durch die Querschnittsverstärkung, und sie verringert sich bei der Entlastungsnut durch die Querschnittsverwächung. Der Berechnung der Traglasten für diese beiden Bodenformen widmet sich der folgende Beitrag. Eine Berechnung der Traglast mit dem Rechenprogramm ROTRAG [8] ist nur in Einzelfällen und mit grober Modellierung möglich.

#### 3.1. Berechnungsmodelle

In Bild 3 ist die Konstruktion eines ebenen Bodens mit Übergangsradius dargestellt und die beiden Berechnungs-



**Bild 3**  
Ebener Boden mit Übergangsradius  
Original und Berechnungsmodelle  
a) Kreisplatte  
b) Zylinderschale mit Übergang

modelle, die durch einen Schnitt durch den Boden am Auslauf des Übergangsradius entstehen. Durch das Schnittmoment  $M_R$  und die statisch bestimmte Querkraft  $Q_R$  sind beide Modelle miteinander gekoppelt. Die Radialschnittkraft geht explizit nicht in die Berechnung ein. Das erste Berechnungsmodell ist eine Kreisplatte konstanter Dicke mit konstanter Druckbelastung und stützendem Randmoment. Das zweite Berechnungsmodell ist eine Zylinderschale mit Übergang, die durch Innendruck, Axialkraft infolge Innendruck und zusätzlichem Randmoment belastet wird. Die Konstruktion für ebene Böden mit Entlastungsnut und die beiden Berechnungsmodelle, die durch einen Schnitt im Grund der Entlastungsnut entstehen, sind in Bild 4 gezeigt. Das Berechnungsmodell für die Zylinderschale mit Übergang ist das gleiche wie beim Boden mit Übergangsradius. Innerhalb des Nutgrundes wird als Berechnungsmodell eine außen abgeschrägte Kreisplatte unter konstanter Druckbelastung und mit stützendem Randmoment gewählt. Die Abschrägung wurde symmetrisch zur Schalenmittelfläche festgelegt und ihr Innendurchmesser so bestimmt, daß Flächengleichheit im Radialquerschnitt herrscht.

Für die drei unterschiedlichen Berechnungsmodelle: Zylinderschale mit Übergang, Kreisplatte mit konstanter Dicke und Kreisplatte mit Abschrägung wird nun ge-

### 3.2. Traglastberechnungen für Einzelteile

#### 3.2.1. Traglast für Zylinderschale mit Übergang

Als Traglastmethode wurde hierfür die kinematische Methode gewählt, da sie für zylinderschalenähnliche Schalen gute Ergebnisse liefert und die Querschnittsform des Übergangs mit ihr erfaßt werden kann [10]. In [10] wurden die Grundlagen für die kinematische Methode bei Rotationsschalen hergeleitet. Das Versagensmodell, das durch die Hauptbelastung – dem Moment infolge der Axialkraft des Innendruckes am Hebelarm ( $r + \frac{s}{2}$ ) und dem gleichgerichteten Randmoment – entsteht, ist in Bild 5 dargestellt. Das Gelenk am Innenrand ist dadurch gerechtfertigt, daß die Starrkörperverschiebung in Axialrichtung verhindert sein muß und daß die innen anschließende Platte die Radialverschiebung nahezu verhindert. Jedoch ist die dazu benötigte Radialkraft so klein, daß sie für die anschließende Berechnung der Platte vernachlässigbar ist.

Die Lage der beiden Fließgelenke im Übergang und in der Zylinderschale ist variabel und wird erst durch die bei der kinematischen Methode erforderliche Minimumsuche bestimmt. Die Kinematik und Verformungen sind durch folgende Gleichungen beschrieben:

Kinematik:

$$w_0 = \psi_R \cdot e \quad (1)$$

$$u_0 = \psi_R \cdot k = \psi_Z \cdot l \quad (2)$$

Verformungen:

Ring:

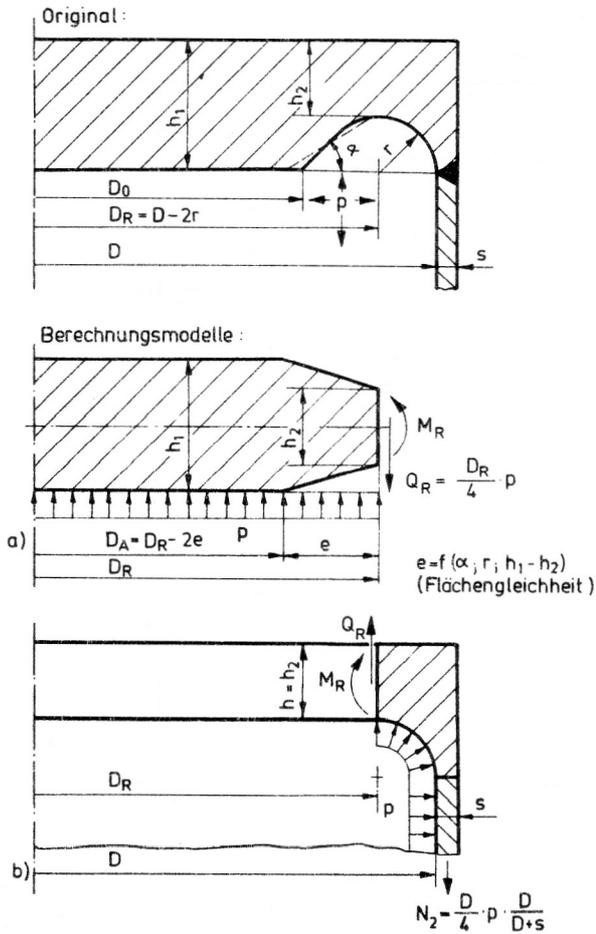
$$w = \psi_R \cdot x \quad (0 \leq x \leq r + s) \quad (3)$$

$$u = \psi_R \cdot y \quad \left(-\frac{h}{2} \leq y \leq r\right) \quad (4)$$

Zwischenstück:

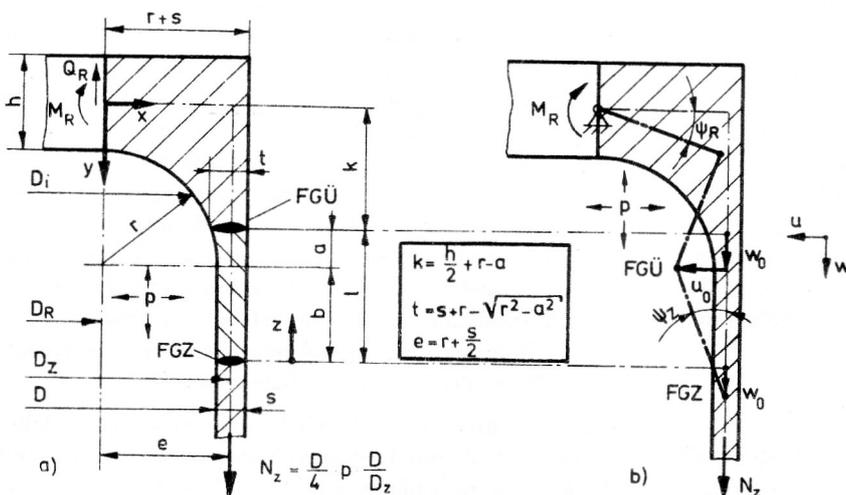
$$w = w_0 = \psi_R \cdot e \quad (5)$$

$$w = \psi_Z \cdot z = \psi_R \cdot \frac{k}{l} \cdot z \quad (0 \leq z \leq l) \quad (6)$$



**Bild 4**  
Ebener Boden mit Entlastungsnut  
Original und Berechnungsmodelle  
a) abgeschrägte Kreisplatte  
b) Zylinderschale mit Übergang

trennt die Traglast ermittelt und anschließend über die Schnittgrößen zur Gesamttraglast der jeweiligen Konstruktionsform zusammengefügt. Der Vorteil dieser Verfahrensweise besteht darin, daß für die Teillösungen eine reduzierte Anzahl geometrischer Parameter vorliegt.



**Bild 5**  
Traglast für Zylinderschale mit Übergang  
a) Berechnungsmodell  
b) Versagensmodell  
(FGÜ, FGZ-Fließgelenke im Übergang bzw. in Zylinderschale)

Die Arbeit  $W_a$  der äußeren Kräfte setzt sich zusammen aus:

der Verdrehung  $\psi_R$  des Randmoments  $M_R$ , der Axialverschiebung  $w_0$  der Axialkraft infolge des Druckes  $N_Z$  und der Volumenverdrängung  $V_p$ , der der Druck  $p$  entgegenwirkt.

$$W_a = \pi \cdot D_R \cdot M_R \cdot \psi_R + \pi \cdot D_Z \cdot N_Z \cdot w_0 - p \cdot V_p \quad (7)$$

$$V_p = \int_0^l u(z) \cdot \pi \cdot D_i(z) dz + \int_{h/2}^k u(y) \cdot \pi \cdot D_i(y) dy + \int_0^r w(x) \cdot \pi \cdot D_i(x) dy \quad (8)$$

Die Formel für die Volumenverdrängung berücksichtigt genau, daß der Druck auf der Innenkontur wirkt. Die Integrationen sind geschlossen möglich; auf die Angabe der Ergebnisse wurde hier verzichtet.

Die Dissipations- bzw. innere Arbeit  $W_i$  resultiert aus den Umfangsdehnungen des Überganges und des Meridianstückes zwischen den Fließgelenken sowie der Verdrehungen in den Fließgelenken.

$$W_i = W_{iRing} + W_{iZyl} + W_{FGÜ} + W_{FGZ} \quad (9)$$

$$W_{iRing} = \int_V \sigma_F \cdot \epsilon_V^{pl} \cdot dV = 2\pi \cdot \sigma_F \cdot \psi_R \cdot \int_A |y| dA \quad (10)$$

$$W_{iZyl} = 2\pi \cdot \sigma_F \cdot \psi_Z \left[ s \int_0^b z dz + \int_b^1 (s+r - \sqrt{r^2 - (z-b)^2}) z dz \right] \quad (11)$$

$$W_{FGZ} = \pi \cdot D_Z \cdot \sigma_F \cdot \frac{s^2}{4} \cdot \Phi_Z \cdot \psi_Z \quad (12)$$

$$W_{FGÜ} = \pi \cdot D_Z \cdot \sigma_F \cdot \frac{t^2}{4} \cdot \Phi_{Ü} (\psi_Z + \psi_R) \quad (13)$$

$$\Phi_Z = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{p \cdot D}{2 \sigma_F \cdot s} \right)^2; \quad \Phi_{Ü} = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{p \cdot D}{2 \sigma_F \cdot t} \right)^2 \quad (14)$$

Auch hier sind die Integrale elementar. Die Traglast-Schnittmomente der Fließgelenke werden durch die zusätzlich aufzunehmenden Membranlängskräfte abgemindert, was mit Hilfe der Abminderungsfaktoren  $\Phi_{Ü}$  und  $\Phi_Z$  geschieht.

Die Bestimmungsgleichung für das resultierende Gesamtmoment  $M_G$  folgt aus der Gleichheit von innerer und äußerer Arbeit des kinematischen Modells nach Formel (15).

$$m_G = \frac{M_G}{M_T} = \frac{M_R}{M_T} + \frac{p}{\sigma_F} \left( \frac{D_R}{h} \right)^2 \cdot \left( \frac{D}{D_R} \right)^3 \cdot \left[ \frac{r + \frac{4}{3}s}{D} - \frac{r \cdot h + 2r}{D} \right] \leq m_W \quad (15)$$

mit:

$$M_T = \sigma_F \cdot \frac{h^2}{4} \quad (\text{Traglastmoment des Plattenquerschnitts})$$

$$m_W = m_W \quad (\text{l. a. p, Geometrie})$$

Das Gesamtmoment setzt sich aus Randmoment und Innendruckwirkung zusammen und wird durch das Widerstandsmoment  $m_W$ , das von den Freiparametern  $l$  und  $a$ , dem Druck  $p$  und der Geometrie abhängt, begrenzt. Der Freiparameter  $l$  (Abstand der Fließgelenke)

hat in  $m_W$  eine so einfache Abhängigkeit, daß er analytisch bestimmt werden konnte durch die Minimumbedingung  $m_{W,l} = 0$ .

$$l = \sqrt{\frac{D_Z}{4 \cdot s} \cdot \frac{s^2 \cdot \Phi_Z + t^2 \cdot \Phi_{Ü}}{1 + \frac{p \cdot D}{2 \sigma_F \cdot s}}} \quad (16)$$

Der Freiparameter  $a$  (Lage des Fließgelenkes im Übergang) ist dagegen so kompliziert in  $m_W$  verflochten, daß seine Bestimmung numerisch im praktisch auftretenden Bereich der geometrischen Parameter  $s/D$ ,  $s/h$  und  $r/h$  erfolgte.

Die Berechnungen ergaben für  $a/r$  die im Diagramm des Bildes 6 angegebenen Streubereiche, wobei auf Grund des sehr flachen Verlaufs des Minimums die genauen Werte von  $a/r$  nicht benötigt werden und schon die in Formel (17) dafür angegebenen groben Näherungen für das Moment selbst sehr gute Ergebnisse liefern.

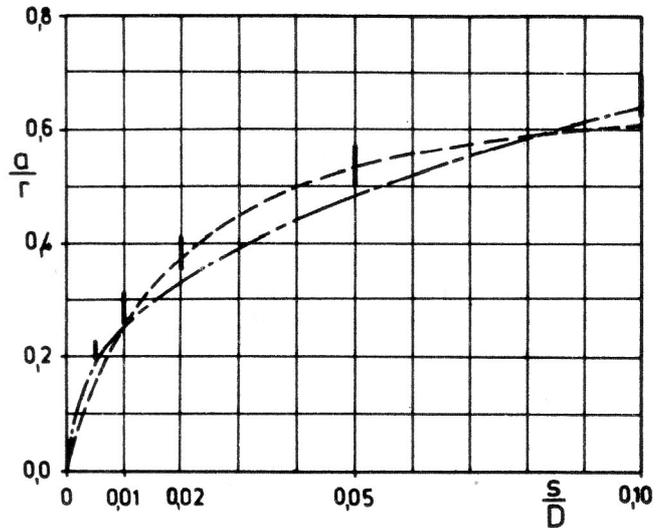


Bild 6

Ergebnisse für Optimierungsparameter  $a/r$  (Lage des Fließgelenkes im Übergang nach Bild 5)

Legende:

— — — Näherung nach Formel (17a)

- - - - - Näherung nach Formel (19b)

▮ Streubereich der numerischen Ergebnisse im Parameterbereich:

$$0.1 \leq s/h \leq 1.0; \quad 0.0 \leq r/h \leq 1.0$$

$$0.0 \leq \frac{p \cdot D}{2 \cdot s \cdot \sigma_F} \leq 1.0$$

$$\frac{a}{r} \approx \sqrt{\frac{2s}{D}} \cdot \left( 1 + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{D}{s}} \right) \quad \text{Näherung für Berechnung von } t \quad (17a)$$

$$\frac{a}{r} \approx \frac{40 \cdot s/D}{1 + 55 \cdot s/D} \quad \text{Näherung für Berechnung von } k \quad (17b)$$

Die Abhängigkeit der rechten Seite von Formel (15) bzgl. des Innendruckes innerhalb der durch die Zylinderschale bestimmten Grenze ( $0 \leq p \leq \frac{2 \cdot s}{D} \cdot \sigma_F$ ) er-

wies sich bei der numerischen Berechnung als so gering, daß sie im Sinne der Tresca-Fließbedingung vernachlässigt werden konnte.

Damit erhält man nach einigen Umformungen und geringfügigen Vereinfachungen die Traglast-Bedingung für die Zylinderschale mit Übergang unter Belastung durch Innendruck und Randmoment

$$m_R + q \cdot K_p \leq K_M \quad (18)$$

$$m_R = \frac{M_R}{M_T}; \quad q = \frac{p \cdot D_R^2}{24 \cdot M_T}; \quad M_T = \sigma_F \cdot \frac{h^2}{4} \quad (19)$$

$$K_p = 6 \cdot \left( \frac{D}{D_R} \right)^3 \cdot \left[ \frac{r + 0,75 \cdot s}{D} - \frac{r}{D} \cdot \frac{h + 2r}{D} \right]$$

$$K_M = \frac{D}{D_R} \left[ \frac{DZ}{D} \cdot \left( \frac{t}{h} \right)^2 + 4 \frac{s}{h} \left( \frac{k}{h} \right)^2 + \frac{r}{D} \left( 1 + \frac{r}{2h} \right)^2 + 4 \frac{s}{h} \cdot \frac{k}{h} \sqrt{\frac{s}{D} \cdot \frac{DZ}{D} \left( 1 + \left( \frac{t}{s} \right)^2 \right)} \right] \quad (20)$$

$$t = s \left( 1 + \frac{r}{D} \left( 1 + \frac{4}{3} \sqrt{\frac{D}{s}} \right)^2 \right); \quad k = \frac{h}{2} + r \cdot \frac{1 + 15 \cdot s/D}{1 + 15 \cdot s/D}$$

Die Gültigkeitsgrenzen für die Formeln (18) sind:

$$s \leq 0,1 \cdot D; \quad s \leq h; \quad r \leq h; \quad h \leq D/3$$

Das prinzipielle Traglastdiagramm in Bild 7 zeigt, daß zusätzliche Grenzen für die Traglast durch die anschließende Zylinderschale und das Moment im Plattenschnitt bestehen können.

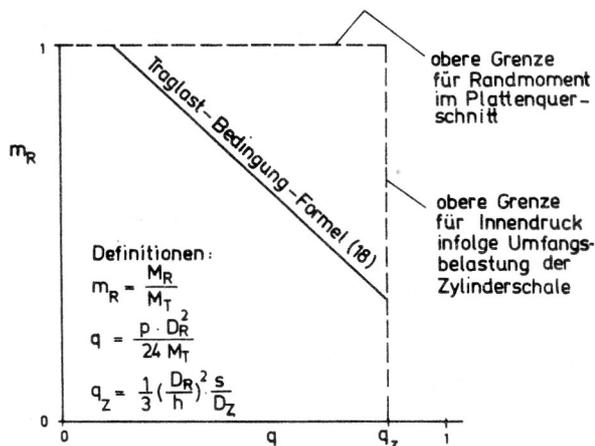


Bild 7  
Traglastdiagramm für Zylinderschale mit Übergang (Prinzipbild)

### 3.2.2. Traglast für Kreisplatte konstanter Dicke mit stützendem Randmoment

Die Traglast wurde mit der statischen Methode aus den Gleichgewichtsbedingungen nach Formel (21) und der Tresca-Fließbedingung nach Bild 8 ermittelt. Der Lösungsweg ist aus der Literatur bekannt [3]. Die unter diesen Voraussetzungen exakte Lösung ergibt die Gleichung

(22), deren Linearisierung durch die gute Näherung nach Formel (23) angegeben werden kann.

$$\left. \begin{aligned} \frac{d(rM_r)}{dr} &= M_\varphi + r \cdot Q_r \\ \frac{d(r \cdot Q_r)}{dr} &= -p \cdot r \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$$q = 1 + (2m_R + \ln q)/3 \quad (22)$$

Näherung:

$$q = 1 + 0,9 m_R \quad (23)$$

q und  $m_R$  nach Formel (19)

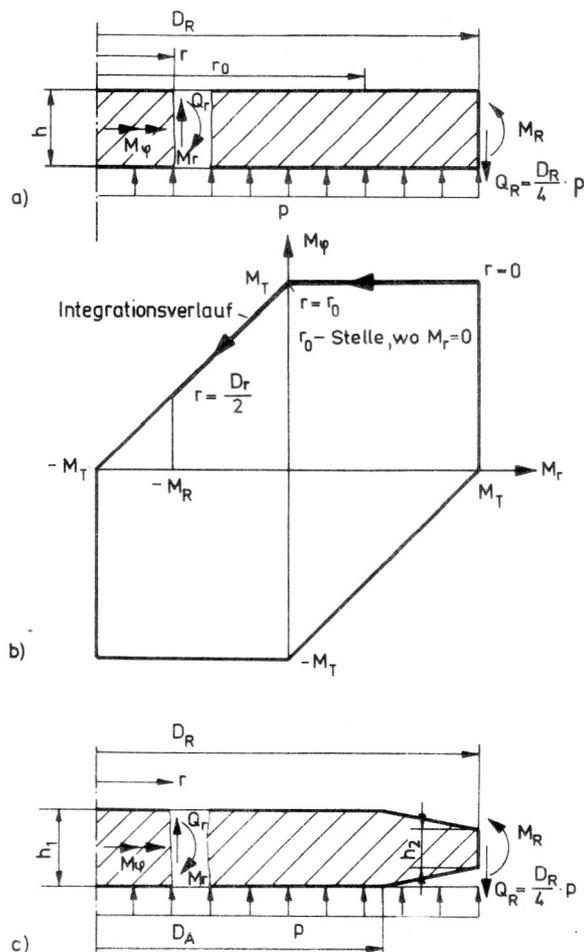


Bild 8  
Traglast für Kreisplatten  
a) Kreisplatte konstanter Dicke  
b) Tresca-Fließbedingung mit Integrationsverlauf  
c) abgeschrägte Kreisplatte

### 3.2.3. Traglast für abgeschrägte Kreisplatte mit stützendem Randmoment

Die Ermittlung der Traglast für die abgeschrägte Kreisplatte erfolgt auf analoge Weise. Die Abschrägung wird entsprechend Formel (24) und (25) berücksichtigt.

$$h(r) = \begin{cases} h_1 & \text{für } 0 \leq 2r \leq D_A \\ h_1 - (h_1 - h_2) \frac{D_R - 2r}{D_R - D_A} & \text{für } D_A \leq 2r \leq D_R \end{cases} \quad (24)$$

$$M_T(r) = \sigma_F \cdot \frac{h^2(r)}{4} \quad (25)$$

Für verschwindendes Randmoment ist die Lösung sogar geschlossen möglich; sie ist in Formel (26) angegeben.

$M_R = 0$  (exakte Lösung):

$$q = \rho + (1 - \rho) \cdot \frac{1}{3} (1 + \delta + \delta^2) \quad (26)$$

$q, \rho$  und  $\delta$  nach Formel (28)

Für die Fälle mit Randmoment erhält man die Lösung auf numerischem Wege (2 nichtlineare Gleichungen mit 2 Unbekannten). Die Näherungsgleichung nach Formel (27) hat Fehler kleiner 1%. Die Gültigkeitsbedingungen nach Formel (29) schließt den Fall aus, daß in der Abschragung ein Fließgelenk auftritt. Diese Grenze berührt nicht die hier praktisch benötigten Fälle.

$M_R > 0$  (Näherung)

$$q = \rho + (1 - \rho) \cdot \frac{1}{3} (1 + \delta + \delta^2) + 0,9 \cdot m_R \cdot \delta^2 \quad (27)$$

mit:

$$q = \frac{P \cdot D_R^2}{6 \cdot \sigma_F \cdot h_1^2}; m_R = \frac{M_R \cdot 4}{\sigma_F \cdot h_2^2}; \rho = \frac{D_A}{D_R}; \delta = \frac{h_2}{h_1} \quad (28)$$

Geltungsbereich (Näherung):

$$\rho \geq (1 - \delta)^{(3+m_R)/2} \quad (29)$$

### 3.3. Traglast für ebenen Boden mit Übergangsradius (Bild 3)

Aus den Traglastbedingungen für die Kreisplatte konstanten Dicke nach Formel (23) und für die Zylinderschale mit Übergang nach Formel (18) erhält man durch Eliminieren des Randmomentes die gesuchte Traglast nach Formel (30).

Eine zusätzliche Forderung ist jedoch, daß das Randmoment  $M_R$  nicht größer als das Traglastmoment  $M_T$  sein darf (Bild 7). Drittens darf der Druck entsprechend Bild 7 die Traglast der glatten Zylinderschale nicht überschreiten, so daß sich die Traglast der Gesamtkonstruktion als Minimum dreier Größen nach Formel (31) ergibt.

$$q_R = \frac{1 + 0,9 K_M}{1 + 0,9 \cdot K_p} \quad (30)$$

$K_M, K_p$  nach Formel (20)

$$q = \frac{P_T \cdot D_R^2}{6 \cdot \sigma_F \cdot h^2} = \min \left\{ q_R; 1,9; q_Z \right\} \quad (31)$$

$q_Z$  nach Bild 7

### 3.4. Traglast für ebenen Boden mit Entlastungsnut (Bild 4)

Auch hier erhält man die gesuchte Lösung nach Formel (32) aus den Traglastbedingungen der Einzelteile durch Eliminieren von  $m_R$  aus Formel (18) und (27).

$$q_R = \frac{K_0 + 0,9 \cdot \delta^2 \cdot (K_M - 1)}{1 + 0,9 \cdot K_p} \quad (32)$$

mit:

$$K_0 = \rho + (1 - \rho) \cdot \frac{1}{3} (1 + \delta + \delta^2) + 0,9 \cdot \delta^2 \quad (33)$$

$K_M, K_p$  nach Formel (20) mit  $h = h_2$

Da der Querschnitt im Nutgrund sehr verschwächt sein kann, ist es erforderlich, die Querkraft  $Q_R$  zu berücksichtigen. Das geschieht durch die Abminderung des Traglastmomentes  $m_R$  über die Fließbedingung des Nutquerschnittes nach Formel (34), woraus die zusätzliche Traglastgrenze nach Formel (35) folgt.

$$m_R \leq 1 - 3 \cdot \left( \frac{Q_R}{\sigma_F \cdot h_2} \right)^2 \quad (34)$$

$$q_Q = \frac{2 \cdot K_0}{1 + \sqrt{1 + 24 \left( \frac{h_1}{D_R} \right)^2 \cdot K_0}} \quad (35)$$

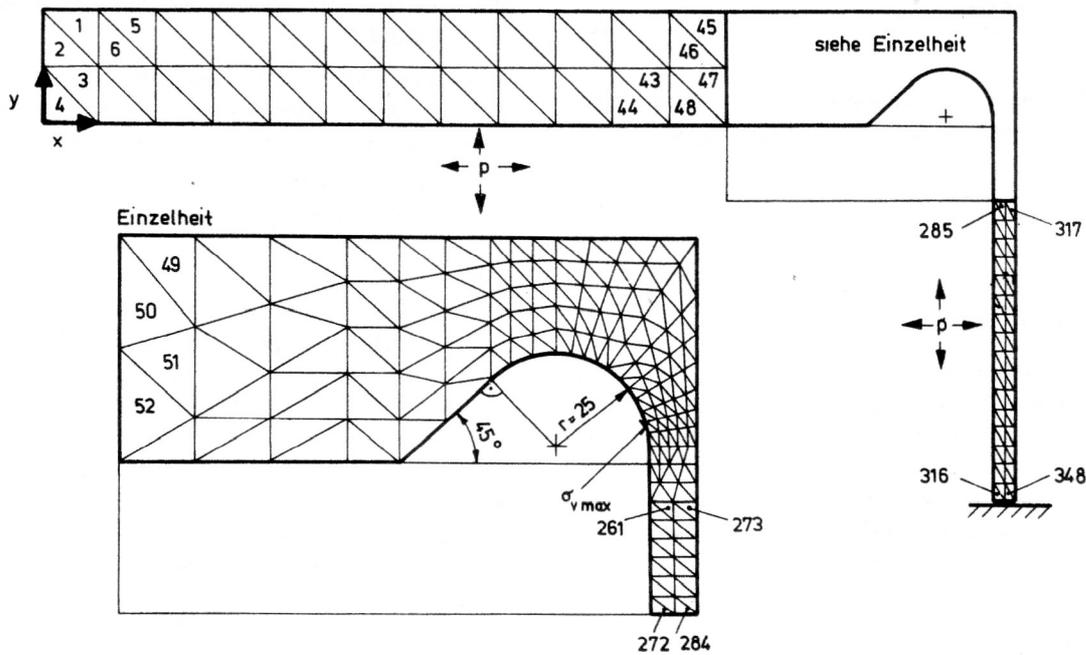
Da auch hier die glatte Zylinderschale nicht überlastet sein darf, ergibt sich die Traglast der Gesamtkonstruktion ebenfalls als Minimum dreier Werte nach Formel (36).

$$q = \frac{P_T \cdot D_R^2}{6 \cdot \sigma_F \cdot h_1^2} = \min \left\{ q_R; q_Q; q_Z \right\} \quad (36)$$

$q_Z$  nach Bild 7

## 4. Vergleich der Traglast und zulässigen Zyklenanzahlen dreier Bodenausführungen

Um eine Vorstellung über den Einfluß der Entlastungsnut und des Übergangsradius zu vermitteln, wird das bereits verwendete Beispiel von Bild 1 auf die beiden Ausführungsarten erweitert. Die Hauptabmessungen und der Werkstoff sind in allen Fällen gleich. Als Übergangsradius und Radius der Entlastungsnut wurde  $r = 25$  mm gewählt. Die Entlastungsnut hat eine Dicke im Nutgrund von  $h_2 = 30$  mm und einen Flankenwinkel von  $\alpha = 45^\circ$ . Die Traglast sinkt beim Boden mit Entlastungsnut gegenüber der Normalausführung um 6% auf  $[p] = 4,9$  MPa ab, während sie durch den Übergangsradius um 2% auf  $[p] = 5,3$  MPa steigt, wobei dieser Wert bereits durch die Zylinderschale bestimmt wird. Der Einfluß auf die Traglast ist also gering. Gegenüber der Normalausführung haben die beiden anderen Ausführungen eine erhöhte Ermüdungsfestigkeit, die durch eine reduzierte maximale Spannung und die fehlende Kerbwirkung ( $K_\sigma = 1,0$ ) infolge einer Schweißnaht erzielt wird. Die Spannungsberechnung für den Boden mit Entlastungsnut wurde



**Bild 9**  
Ebener Boden mit Entlastungsnut (Beispiel)  
Vernetzung für Spannungsberechnung mittels FEM

mit dem FEM-Programm A 79 [9] bei Vernetzung mit 348 Dreieckselementen durchgeführt (Bild 9).

Um die Wirksamkeit der Entlastungsnut richtig zu erfassen, wurde der gesamte Boden als Rotationschale berechnet und nicht nur die örtlichen Effekte untersucht, wodurch in [6] unzutreffende Schlussfolgerungen gezogen wurden.

Ein Vergleich mit der Spannungsberechnung nach RKF, BR – E 13 [1], wo die Berechnung mit Hilfe von Diagrammen, die mit dem Schalenprogramm ROSCHA [7] berechnet wurden, erfolgt, ergab erstaunlicherweise nur eine Abweichung von 3%. Als maximale Vergleichsspannung wurde ermittelt:

$$\sigma_{Vmax} = 165 \cdot p \text{ für Entlastungsnut mit FEM}$$

Für den ebenen Boden mit Übergangsradius wurde nach RKF, BR – E 13 [1] eine maximale Vergleichsspannung

$$\sigma_{Vmax} = 160 \cdot p \text{ für Übergangsradius mit RKF}$$

berechnet.

Die sich nach der TGL 32903/31 analog Pkt. 2 ergebenden zulässigen Zyklenanzahlen zeigen, daß sich die verbesserte Detailgestaltung deutlich auswirkt, denn die zulässigen Zyklenzahlen steigen auf etwa den 6fachen Wert (Tabelle 1). Da die zulässigen Zyklenanzahlen bei zyklischem Betrieb mit dem nach der Traglast ermittelten zulässigen Druck über 1000 liegen, ist keine Beschränkung dieser zulässigen Drücke erforderlich, wie es bei der Normalausführung notwendig war, um 1000 Zyklen gewährleisten zu können. Dadurch sind in den beiden Beispielen 20...30% höhere Drücke möglich als bei der Normalausführung.

**Tabelle 1**  
Vergleich der Konstruktionsformen (Beispiel)

Berechnungsgröße	Ebener Boden nach Bild 1	Ebener Boden mit Entlastungsnut	Ebener Boden mit Übergangsradius
[p] nach TGL	4,0 MPa	nicht ermittelt	nicht ermittelt
[p] nach Traglast	5,2 MPa	4,9 MPa	5,3 MPa
$\Delta \sigma_{Vmax}$	214 · Δp	165 · Δp	160 · Δp
$K_{\sigma}$ (Kerbwirkung)	1,5	1,0	1,0
[N] für Δp = [p] nach Traglast	680	4300	3700
[N] für Δp = 4 MPa	1280	7800	8600

## 5. Zusammenfassung

In dem Beitrag sollte bekräftigt werden, daß für Konstruktionen aus zähen Werkstoffen der Tragfähigkeitsnachweis nach der Traglast und der Ermüdungsfestigkeitsnachweis im Zusammenhang betrachtet werden müssen, da bei ungünstigen Konstruktionen eine zyklische Belastung in Höhe der Traglast nur mit beschränkter Zyklenanzahl möglich ist.

Für ebene, kreisförmige Böden an Zylinderschalen wurde für die Ausführung mit Übergangsradius und Entlastungsnut die Traglast auf analytischem Weg ermittelt. Damit steht ein geschlossener Formelsatz zur Verfügung, mit dem solche Böden genauer als nach TGL 32903/09 berechnet werden können.

Eine Überprüfung und Anpassung des Standards an die ermittelten Ergebnisse erfolgte bereits, jedoch verhinderte der Umfang des Formelsatzes bisher seine Übernahme in den Standard.

Für die Lösung weiterer Probleme im Behälter und Apparatbau wäre es wünschenswert, neben dem Traglastprogramm ROTRAG [8] der TU Dresden für Rotationsschalen, auch solche für kompliziertere Geometrien zur Verfügung zu haben. Im Vergleich zu den vielen Programmen im elastischen und elastisch-plastischen Bereich besteht da noch ein Nachholebedarf.

#### LITERATUR

- [ 1 ] Richtlinienkatalog Festigkeitsberechnungen (RKF), Behälter und Apparate, Teile 1 bis 6. VEB Komplette Chemieanlagen Dresden, 1979 – 1986.
- [ 2 ] TGL 32903 „Behälter und Apparate, Festigkeitsberechnung“. Blatt 02 Allgemeine Forderungen für Behälter und Apparate aus Stahl; 09 Ebene kreisförmige Böden und Deckel; 31 Ermüdung bei zyklischer Belastung.
- [ 3 ] Autorenkollektiv: Arbeitsbuch Höhere Festigkeitslehre, 1. Auflage, Abschnitt 2. Plastizitätstheorie, S. 295 – 298 und S. 313 – 319. VEB Fachbuchverlag Leipzig, 1978.
- [ 4 ] Wiedemann, G., Strohmeier, K.: Spannungsanalyse einer Stutzen-Kugel-Verbindung unter Innendruckbelastung. Z. Konstruktion 39 (1987) H. 1, S. 15 – 20.
- [ 5 ] Wiczorek, P.: Kritische Betrachtungen der Berechnung ebener Böden nach deutschen Regelwerken. Z. Konstruktion 35 (1983) H. 2, S. 57 – 60.
- [ 6 ] Radaj, D.: Wirksamkeit der Entlastungsnut in geschweißten Behälterböden. Z. Konstruktion 38 (1986) H. 6, S. 237 – 242.
- [ 7 ] Hellmann, V.: Rechenprogramm ROSCHA zur Berechnung von beliebig belasteten Rotationsschalen (Programmsystem AUTRA). Institut für Leichtbau Dresden 1985.
- [ 8 ] Oschatz, A.: Rechenprogramm ROTRAG zur Traglastberechnung von Rotationsschalen mit rotationssymmetrischer Belastung. Technische Universität Dresden, 1983.
- [ 9 ] Autorenkollektiv; Rechenprogramm A79 zur Berechnung des Spannungs- und Verschiebungszustandes axialsymmetrischer Randwertprobleme mit der Methode der Finiten Elemente. Bergakademie Freiberg, 1979.
- [ 10 ] Kieseewetter, N.: Traglastberechnungen für rotationssymmetrische Bauelemente von Behältern und Apparaten. Z. Maschinenbautechnik 33 (1984) H. 6, S. 263 – 267.

Anschrift des Verfassers:

Dr.-Ing. Norbert Kieseewetter  
 VEB Komplette Chemieanlagen Dresden  
 Abt. Festigkeit  
 PSF 184  
 Dresden  
 8012