Manuskripteingang: 04. 05. 1989

Mathematisches Modell des komplexen Wärmeaustausches - Konvektion und Strahlung - im Brennraum des Dieselmotors [1)]

R. Kawtaradse

0. Problemstellung

Das Problem des komplexen Wärmeaustausches unter Berücksichtigung von Konvektion und Strahlung im Brennraum eines Dieselmotors wurde bisher nicht untersucht. Der Strahlungsanteil der ausgetauschten Wärme blieb unberücksichtigt.

Es war Aufgabe einer durchgeführten Untersuchung, den Anteil der durch Strahlung übertragenen Wärme zu erfassen und ein mathematisches Modell zu entwickeln, welches den Strahlungsanteil berücksichtigt.

Das mathematische Modell zur Erfassung des konvektiven Wärmeaustausches im Brennraum eines Dieselmotors wird in den Arbeiten [1], [2] beschrieben und Ergebnisse dargestellt.

Die einfachste Form zur Erfassung des komplexen Wärmeaustausches wäre die Addition der durch Konvektion und Strahlung übertragenen Wärme, wobei die Unabhängigkeit zwischen Konvektion und Strahlung notwendige Voraussetzung ist.

1. Mathematische Basis

Betrachtet wird der Verlauf eines turbulenten halbbegrenzten Strahles an der räumlich gekrümmten Oberfläche des Brennraumes mit dem Krümmungsradius (R (x)) und der Längskoordinate x in Richtung des Strahles. Dabei wird der Strahlungsverlauf in einem orthogonalem Koordinatensystem erfaßt, Bild 1.

Das den Verlauf des turbulenten halbbegrenzten Strahles auf der konkaven Oberfläche (z. B. bei Wirbelbewegung des Gases in der Brennkammer) beschreibende DGL-System wird in der von Tollmien [3] vorgeschlagenen Form benutzt.

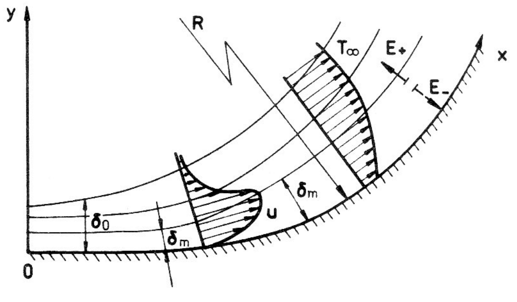

Bild 1
Schema des turbulenten, halbbegrenzten Strahles an einer gekrümmten Oberfläche

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial}{\partial y}[1-\frac{y}{R})u] = -\frac{\partial p}{\partial x} + (1-\frac{y}{R})\frac{\partial \tau}{\partial y} - \frac{2\tau}{R} \qquad (1)$$

$$\frac{\rho u^2}{R(1-y/R)} = -\frac{\partial p}{\partial y} \qquad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}[v(1-\frac{y}{R})] = 0 \qquad (3)$$

Die Grenzschicht wird aus zwei Schichten $0 \leqslant y \leqslant \delta_m$ und $\delta_m \leqslant y \leqslant \delta_o$, entsprechend [1], [2], bestehend angenommen, wobei gleiche Grenzbedingungen berücksichtigt werden.

Das zweischichtige Modell erlaubt es, den unterschiedlichen Charakter der turbulenten Spannung im Wandbereich und im Bereich des Strahles zu berücksichtigen.

Es besteht hierbei allerdings die Notwendigkeit, die Aufgabe auf der Basis einer Kopplung der einzelnen Bereiche zu lösen. Zu bemerken ist, daß entsprechend den Bedingungen in der Grenzschicht des Brennraumes im realen Motor bedingt durch die Existenz von Konvektion, Konduktion und Strahlung sich das grundlegende Gleichungssystem erweitert und eine Lösung erschwert wird.

Im Grunde bewirkt die Strahlung einen Strahlungsdruck und führt demzufolge zu einer zusätzlichen Erweiterung der Impulsgleichung (1).

Für das Strahlungsfeld des absolut schwarzen Körpers im Gas mit der Temperatur T ergibt sich der mittlere Strahlungsdruck p^r nach [4]

$$p^r = \frac{4\pi}{3c}\sigma T^4 \qquad (4)$$

Zur Bewertung des Einflusses des Strahlungsdruckes auf die Anteile in Gleichung (1) wird der Parameter des Strahlungsdruckes

$$R^p = p^r / D$$

benutzt. Dieser Parameter ist abhängig vom Druck p und der Temperatur T des Gases.

In den Untersuchungen nach [4] wird gezeigt, daß entsprechend den Werten von p und T im realen Arbeitsprozeß des Verbrennungsmotors sich $R \rightarrow 0$ und damit $p >> p^r$ ergibt. Daraus folgt, daß der Einfluß des Strahlungsdruckes verschwindend klein ist und in der Praxis in Gl. (1) vernachlässigt werden kann. Gleiches kann auch für die Gl. (3) geschlußfolgert werden.

1) Deutsche Bearbeitung: Dr.-Ing. H. Kreye, Dipl.-Ing. Ines Rodegast

Die Kontinuitätsgleichung bleibt ebenfalls unverändert, da eine Änderung der Masse bedingt durch den Strahlungsdruck unbedeutend ist.

Somit ist festzustellen, daß die hydrodynamische Gleichung für das strahlende Arbeitsmedium im Zylinder des Motors unverändert bleibt und der Gleichung für das nichtstrahlende Medium entspricht.

In der Energiegleichung ist der Anteil der Strahlung jedoch zu berücksichtigen und läßt sich in der nachstehenden Form darstellen:

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+(1-\frac{y}{R})v\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{1}{\rho c_p}[(1-\frac{y}{R})\frac{\partial q}{\partial y}+\Phi(E_+,E_-)] \quad (5)$$

In der Gl. (5) ist $\Phi(E_+, E_-)$ der Anteil, welcher die Intensität der übertragenden Strahlungswärme in Richtung der y-Achse sowie entgegengesetzt berücksichtigt.

Ist die Oberfläche konvex gekrümmt, ändert sich in allen Gliedern der Gl. (1 . . . 5), die R enthalten das Vorzeichen.

Betrachtet man den heißen Gasstrahl an der ebenen Brennraumwand des Zylinderkopfes, so ist in dem Gl.-System (1 . . . 5) $R \to \infty$ zu berücksichtigen. Die Lösung dieser Aufgabe ist in [1] ohne Berücksichtigung der Strahlung ($\Phi = 0$) angegeben. Will man die Wärmestrahlung erfassen, so sind in dem mathematischen Modell (1) . . . (5) zwei Gleichungen für den Wärmeübergang durch Strahlung zu ergänzen. Auf dieser Grundlage kann dann die funktionale Abhängigkeit $E_+ = E_x$ (r) und $E_- = E_-$ (y) bestimmt werden. Das Glied der Gl. (5), welches die Größe des resultierenden Strahlungsverlaufes berücksichtigt, stellt sich dann in der Form dar

$$\Phi=\frac{\partial}{\partial y}(E_+-E_-) \quad (6)$$

wobei:

$$\frac{\partial E_+}{\partial y}=\alpha_o\beta(\sigma u^2T^4-E_+) \quad (7)$$

$$-\frac{\partial E_-}{\partial y}=\alpha_o\beta(\sigma u^2T^4-E_-) \quad (8)$$

und β ein Koeffizient ist, der von der Bugerzahl [5] abhängt.

Die zuletzt dargestellten Ausdrücke ergeben mit den Gleichungen der Hydrodynamik und des energetischen Gleichgewichtes das mathematische Modell für den komplexen Wärmeaustausch durch Konvektion und Strahlung im Brennraum eines Dieselmotors.

Durch das Nichtberücksichtigen der zeitlichen Abhängigkeit in den untersuchten Gleichungen vereinfacht sich das Problem. Die Zulässigkeit der Verfahrensweise wird nachstehend begründet:

1. Die Struhalzahl, welche sich aus der mittleren Kolbengeschwindigkeit, der Zeit für einen Arbeitszyklus als auch durch die Geschwindigkeit des Überströmens des Gases über den Kolben und durch die Brenndauer bestimmt, liegt wertmäßig in der Größenordnung 0,1. In [7] wurden stationäre und instationäre Strömungsprobleme an einer Platte mit verschiedenen Struhalzahlen berechnet. Eine Auswertung der Ergebnisse zeigte für Sh = 0.1, daß der Unterschied des Wärmeaustausches an der Wand für den stationären bzw. instationären Fall den Wert von 1 % nicht überschreitet.

2. Die Vernachlässigung der zeitlichen Abhängigkeit der Dichteänderung des Arbeitsmediums $\partial\rho/\partial t$ im betrachteten Punkt x, y des Raumes vereinfacht die Kontinuitätsgleichung. Das Arbeitsmedium wird somit als inkompressibel betrachtet. Eine Änderung der Dichte des Arbeitsgases erfolgt nur durch eine Volumenänderung, bedingt durch die Kolbenbewegung im Zylinderraum. Da die Machzahl für das Arbeitsmedium $M \ll 1$ ist, ist diese Annahme berechtigt. Die im Zylinderraum örtlichen mittleren tatsächlichen Geschwindigkeiten verletzten die getroffenen Annahmen nicht, da sie wesentlich kleiner als die Schallgeschwindigkeit, die durch die Temperatur im Zylinder bestimmt wird, sind.

2. Lösungsmethode

Das DGL-Gleichungssystem (1), (2), (3), (5), (7) und (8) mit den aufgestellten Grenzbedingungen stellt ein mathematisches Modell für den komplexen Wärmeasutausch im Zylinder eines Verbrennungsmotors dar.

Zur Lösung des Systems wird die halbempirische Theorie von Prandtl-Karmann verwendet. Diese Theorie stimmt gut mit den integralen Lösungsmethoden [8] überein. Die Methode gestattet, die partiellen DGL durch Integral DGL zu ersetzen. Letztere ergeben mit Anwendung halbempirischer Gesetzmäßigkeiten für die Geschwindigkeits- und Temperaturverteilung gewöhnliche Differentialgleichungen.

Die Anwendung der Integralmethode auf die hydrodynamischen Gleichungen (1) . . . (3) für $R \to \infty$ wurde in [1] untersucht. Es wird hier nicht näher darauf eingegangen.

Mit $R \to \infty$ ergibt sich aus Gl. 3 die nachstehende Form

$$\frac{\partial}{\partial x}[(T_\infty-T_w)u+\frac{\partial}{\partial y}[(T_\infty-T_w)v]] = u\frac{d}{dx}(T_\infty-T_w) \quad (9)$$

Für die Energiegleichung unter Berücksichtigung von Gl. (6) erhält man

$$\frac{\partial}{\partial x}[u(T-T_w)]+\frac{\partial}{\partial y}[v-(T-T_w)] = u\frac{d}{dx}(T_\infty-T_w)+\frac{1}{\rho c_p}[\frac{\partial q}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial y}(E_+-E_-) \quad (10)$$

Wird in den Grenzen der Wärmegrenzschicht (0 bis δ_T) nach y integriert, ergibt sich die gewöhnliche DGL, die den Satz von der Erhaltung der Energie ausdrückt.

$$\frac{d}{dx}[(T_{oo}-T_w)u_m\varphi] = \frac{1}{\rho c_p}[q_w-(E_x-E_-)|_o^{\delta_T}] \qquad (11)$$

wobei:

$$\varphi = \int_o^{\delta_T} \frac{u}{u_m}\left(1-\frac{T-T_w}{T_\infty-T_w}\right)dy$$

Der Fall ohne Berücksichtigung der Strahlung ($E_+ - E_- = 0$) führt zur bekannten Integralbedingung von Krushilin [2] für die Wärmegrenzschicht.
Infolge der relativ geringen Dicke der Grenzschicht auf der Oberfläche des Brennraumes kann man annehmen, daß die Strahlung des Gases im Zylinder der Wärmestrahlung des isothermen Körpers mit der Temperatur T entspricht. Hierunter ist zu verstehen, daß die Temperatur des Gases T in Abhängigkeit vom Drehwinkel der Kurbelwelle bekannt ist.
Mit Berücksichtigung der Grenzbedingung $y = 0$, $E_+ = E_+(0)$, Bild 1 und mit Integration der Gleichung (7) und (8) erhält man auf der Basis der Verbindung zwischen eigenen und reflektierten Strahlungsströmen bei bekanntem Emissionsverhältnis ϵ der umströmten Oberfläche den Ausdruck für die resultierende Strahlung

$$(E_+-E_-)|_o^{\delta_T} = \epsilon\sigma u^2 (T_w^4 - T_\infty^4)\, e^{-\beta\alpha_o y} \qquad (12)$$

Man erkennt, daß sowohl die Energiegleichung (5) wie auch die hydrodynamischen Gleichungen (1) . . . (3) mit Anwendung der Integralmethode zu gewöhnlichen DGL führen. Die Lösung des aufgestellten mathematischen Modells erfolgt mittels numerischer Methoden unter Nutzung moderner Computertechnik in Abhängigkeit des Drehwinkels der Kurbelwelle, normalerweise mit 1 Grad Schrittweite. Ausgangswerte sind die thermodynamischen Parameter der Arbeitsprozeßrechnung in Abhängigkeit des Lastzustandes des Motors, die Oberflächentemperatur der Brennraumwand sowie die geometrischen Abmessungen des Brennraumes.

3. Zusammenfassung

Auf der Basis der Gesetzmäßigkeiten der Strömung in der turbulenten Grenzschicht wurde zur Erforschung des komplexen Wärmeüberganges (Konvektion und Strahlung) im Brennraum eines Verbrennungsmotors ein mathematisches Modell entwickelt und begründet. Mit Hilfe der Integralmethode wurde das partielle DGL-System in ein System gewöhnlicher DGL überführt und mittels numerischer Methoden unter Nutzung moderner Computertechnik ausgewertet.

LITERATUR

[1] Kawtaradse, R.: Pribisionnoe opredelenie lokalnogo koeffizienta teplootdasi w zilindre diselia s polurasdelionnoi kammeroi sgorania. Moskwa Maschinostroenie, Nr. 5, 1985, S. 86 – 91.

[2] Kruglow, M.; Iwasenko, N.; Kawtaradse, R.: Methodika issledowania lokalnogo teploowmena w diseliach. 5. Int. Symposium Motorsimpo, CSSR, 1986, Bd. 2, S. 529 – 539.

[3] Minkin, S.; Sawlin, M.: Issledowanie prozessa sgorania w zilindri diselia s kammeroi w porsne metodom skorostnogo fotografirowania: Moskau – Leningrad, Sbornik nausnich rabot po dwigatelian wnutrennego sgorania. Maschinostroenie-Verlag 1965, S. 287 – 300.

[4] Akatnow, N.: Rasprostranenie ploskoi turbulentnoi strui wdol twerdoi gladkoi i scherechowatoi powerchnosti; AdW UdSSR, Mechanika i Maschinostroenie, Moskwa 1960, Nr. 1, S. 27 – 32.

[5] Judajew, B. u. a.: Teploowmen pri wsaimodeistwji strui s pregradami: Maschinostroenie-Verlag, Moskwa 1977.

[6] Newman, B. G.: The Prediction of Turbulent Jets and Wall Jets. Canadian Aeronautics and Space Journal, 1969, Nr. 10, S. 288 – 305.

[7] Mandsgaladse, A.; Kawtaradse, R.; Apziauri, A.; Mgeladse, R.: Issledowanie prozessow gasoowmena i teploowmena w diseliach metodami matematitscheskogo i fisischeskogo modelirowania. Meznierewa-Verlag, Tbilissi 1986.

Anschrift des Verfassers:

R. Kawtaradse
Kand. der Techn. Wissenschaften
Moskauer Techn. Hochschule „N. E. Baumann"
Lehrstuhl für Verbrennungsmotoren
Moskau – UdSSR