

Statische und dynamische Strukturanalyse unter Verwendung des COSAR-Stabschalenelements

Johannes Altenbach, Michael Zwicke

1. Einleitung

Ein wichtiges Ziel der weiteren Ausgestaltung des Finite-Elemente-Programmsystems COSAR besteht darin, effektive und problemadäquate Berechnungsmöglichkeiten für Maschinen-, Apparate- oder Stahlbaukonstruktionen bzw. deren Bauteile anzubieten. Unter diesem Gesichtspunkt erfolgte in den vergangenen Jahren eine umfassende Erweiterung des Elementkataloges von COSAR ([1] bis [4]). Gleichzeitig sind Möglichkeiten geschaffen worden, um auch auf unterschiedlichen Berechnungsmodellen beruhende finite Elemente miteinander zu verknüpfen ([5], [6]). Die Grundlage für diese Koppelung von zueinander nicht paßfähigen Elementen bildet die Penalty-Funktion-Methode.

Damit sind nun z. B. auch kompliziert gestaltete dünnwandige Konstruktionen bei nur geringfügigen Idealisierungen, d. h. bei besonders guter Übereinstimmung von realem Objekt und Berechnungsmodell, mit dem Programmsystem COSAR berechenbar. Trotz des kombinierten Einsatzes von dünnwandigen Schalen-, Scheiben- sowie Plattenelementen mit Zug-/Druckstab- oder Balkenelementen ist aber, um genügend genaue Ergebnisse zu erhalten, im allgemeinen eine feine Diskretisierung erforderlich. Bedingt dadurch kann bei komplexen Konstruktionen ein verhältnismäßig hoher Vernetzungs- und Berechnungsaufwand entstehen. Deshalb ist dieser Weg in erster Linie für die genaue, detaillierte Nachrechnung, d. h. den lokalen Spannungs-, Verformungs- und Stabilitätsnachweis, von Teilen oder der gesamten Konstruktion geeignet.

Für globale mechanische Strukturanalysen sind demnach andere, einfachere Berechnungsmethoden zu bevorzugen. Dies ist vor allem dann zu empfehlen, wenn im Rahmen von Variantenuntersuchungen zur Optimierung der geometrischen Gestalt die Analyse mehrfach erfolgen muß. Insbesondere für dünnwandige prismatische oder schwach nichtprismatische, d. h. im weitesten Sinne faltwerksähnliche, Konstruktionen (z. B. Schiffe, Vollwand- oder Kastenträgerbrücken), bietet sich hier das neuentwickelte COSAR-Stabschalenelement [7] an.

2. Das COSAR-Stabschalenelement

Diesem Element liegt ein eindimensionales mechanisches Modell zugrunde, welches eine Erweiterung der halbmomentenfreien Schalentheorie von Vlasov darstellt. Gegenüber der vollständigen linearen Elastizitätstheorie dünnwandiger prismatischer Schalen (Faltwerke) sind im Stabschalenmodell nur die Längskrümmungen der Schalenmittelfläche und die dazugehörigen Platten-

biegemomente vernachlässigt. Durch die im Vergleich zu den klassischen Stabtheorien zusätzliche Berücksichtigung von Schubverzerrungen, Querschnittskonturdeformationen und des Effektes der mittragenden Breite läßt sich mit dem Stabschalenelement bei globalen Strukturanalysen eine relativ gute Aussagequalität erreichen (vgl. [8], [9]).

Da sich das COSAR-Stabschalenelement gleichermaßen für offene, geschlossene sowie offen-geschlossene Querschnitte eignet, ist es für alle aus geraden Profillinienabschnitten bestehenden dünnwandigen Querschnitte anwendbar (Bild 1). Vom Nutzer wird der jeweilige Querschnitt durch eine topologische Beschreibung (2 Profilhaupt- und 1 Profilnebenknoten je Profillinienabschnitt), die x - und y -Koordinaten der Profilhauptknoten sowie die Wanddicken t_i eindeutig festgelegt (Bild 2). Dabei sei erwähnt, daß es sich bei den x - y -Koordinaten nicht um das Querschnittshauptachsensystem handeln muß und daß keine weiteren Querschnittskenngößen (z. B. A , I_b , I_t , I_w u. a. m.) anzugeben sind.

Wie in jedem Stabmodell wird auch im Stabschalenelement die Verformungskinematik des Querschnitts, d. h. eines differentiellen Stabelementes der Länge dz , auf eine Linearkombination endlich vieler linear unabhängiger Teilzustände eingeschränkt. Dabei erfolgt die Darstellung der möglichen Verschiebungs- bzw. Deformationszustände des Querschnitts in Form von Funktionen der Profilkordinate s_i .

Diese Funktionen bezeichnet man als verallgemeinerte Querschnittskordinaten. Ihre Definition wird im Stab-

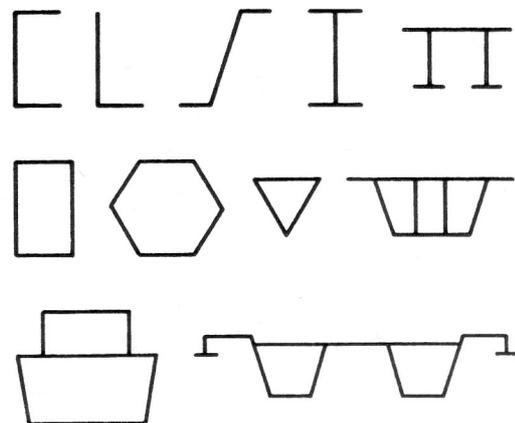
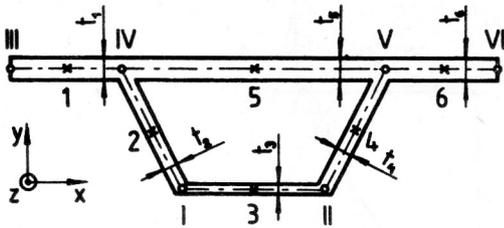


Bild 1
Ausgewählte Beispiele für die mit dem COSAR-Stabschalenelement erfaßbaren Querschnittsformen



- Profilhauptknoten (I, II, ...)
- * Profilinebenknoten (1, 2, ...)

Bild 2
Beispiel für die Querschnittsbeschreibung im Stabschalenelement

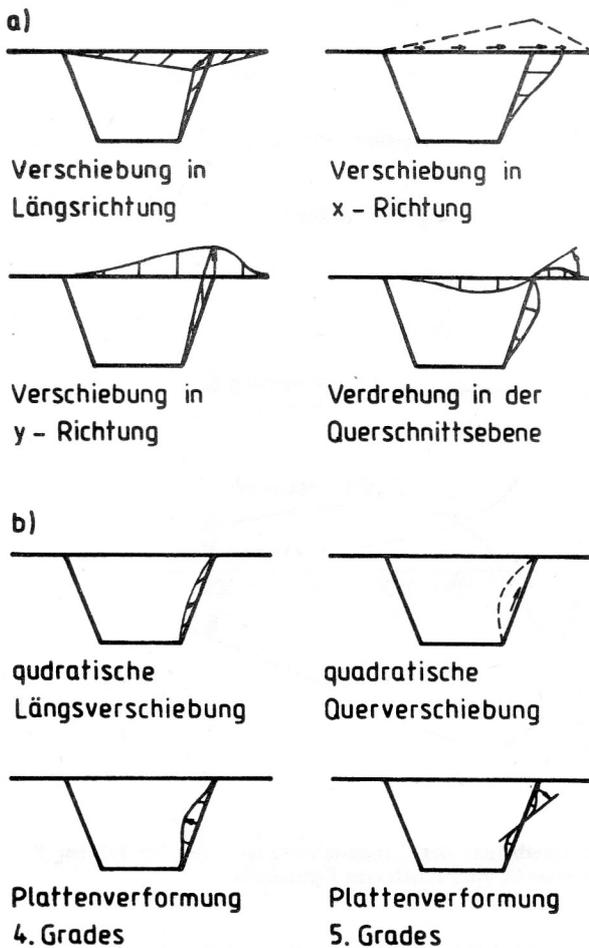


Bild 3
Im Stabschalenelement realisierbare Deformationszustände des Querschnitts

- a) Beispiel für die Profilhauptknotenansätze
- b) Beispiel für die Profilinebenknotenansätze

schalenelement automatisch vorgenommen. Die Grundlage dafür bilden solche Deformationszustände, bei denen jeweils nur ein Profilhauptknoten in eine der drei Raumrichtungen verschoben oder in der Querschnittsebene verdreht wird (Bild 3 a). Die Anzahl der auf diese Art und Weise berücksichtigten Deformationszustände entspricht somit dem Vierfachen der Anzahl der Profilhauptknoten des jeweiligen Querschnitts. Mit diesen

Profilhauptknotenansätzen lassen sich u. a. auch die Starrkörperbewegungen und die lineare Einheitsverwölbung des Querschnitts darstellen

Für viele Aufgaben sind die Profilhauptknotenansätze allerdings noch nicht ausreichend. Deshalb besteht für den Nutzer die Möglichkeit, wahlweise noch weitere Deformationszustände einzubeziehen. Diese Profilinebenknotenansätze (Bild 3 b) sind hierarchisch aufgebaut und bewirken eine Erhöhung des Polynomgrades der verallgemeinerten Koordinaten. Eine Besonderheit des COSAR-Stabschalenelements ist also der variable Freiheitsgrad, durch den nicht nur die Realisierung beliebiger dünnwandiger Querschnitte, sondern auch eine vom Nutzer gesteuerte Beeinflussung der Verformungskinematik ermöglicht wird.

Analog zu anderen finiten Stab- und Balkenelementen repräsentiert auch beim eindimensionalen Stabschalenelement jeder Elementknoten einen vollständigen Querschnitt. Demnach verfügen die Elementknoten über umfangreiche Knotenverschiebungsvektoren, in denen die zu den Profilhaupt- und -nebenknotenansätzen gehörenden Freiwerte zusammengefaßt sind. Mit Hilfe des Näherungsansatzes der Finite-Elemente-Methode werden durch diese Knotenverschiebungsvektoren die Deformationszustände für alle Querschnitte der Stabschale eindeutig beschrieben. Dabei fanden als Ansatzfunktionen quadratische Lagrangesche Interpolationspolynome Verwendung, so daß das COSAR-Stabschalenelement drei Knoten besitzt (Bild 4).

Um auch eine näherungsweise Berechnung von schwach nichtprismatischen Stabschalen zu ermöglichen, wurden die gleichen Funktionen außerdem noch zur Interpolation von veränderlichen Querschnittskennwerten benutzt.

Weiterführende und detaillierte Erläuterungen zum COSAR-Stabschalenelement befinden sich in [7].

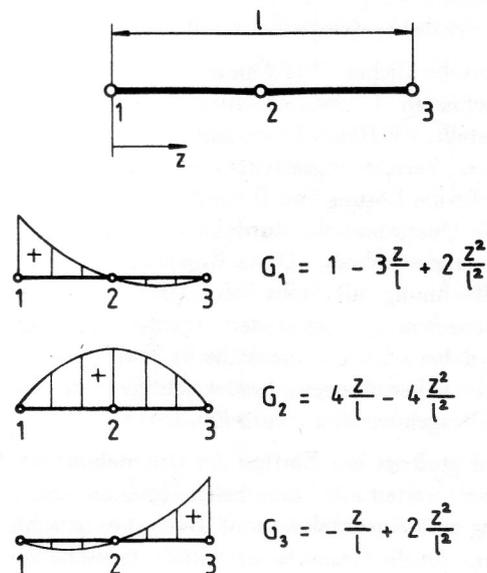
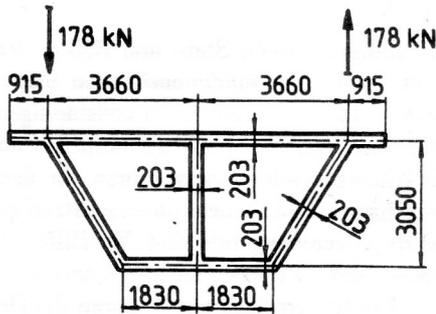


Bild 4
Ansatzfunktionen des Stabschalenelements

3. Numerische Beispiele

3.1. Zweizellige Kastenträgerbrücke

Im folgenden sollen Funktionstüchtigkeit und Leistungsfähigkeit des neuen Elements demonstriert werden. Als Beispiel dient eine von Boswell und Zhang [10] berechnete Brücke mit einem zweizelligen offen-geschlossenen Trapezquerschnitt (Bild 5). Diese Brücke hat eine Spannweite von 61 m und ist in Feldmitte durch zwei gegenläufige Kräfte belastet. An den beiden gabelgelagerten Enden befinden sich dehnstarre, aber biegeschlaffe Schotte.



$$E = 20700 \text{ Nmm}^{-2}$$

$$G = 10350 \text{ Nmm}^{-2}$$

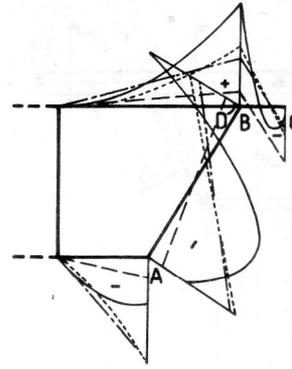
$$l = 61000 \text{ mm}$$

Bild 5
Brückenquerschnitt mit Belastung

Bei der Berechnung des Tragwerkes wurde die doppelte Symmetrie ausgenutzt und nur ein Viertel mit Hilfe von 16 Stabschalenelementen unterschiedlicher Länge vernetzt. Dabei ist das Element an der Lastangriffsstelle 25 mm lang. Außerdem wurde in Übereinstimmung mit den antimetrischen Randbedingungen die Plattensteifigkeit des Mittelsteges halbiert. Durch die Einbeziehung von quadratischen Längs- und Querverschiebungen (vgl. Bild 3 b) beträgt der Systemfreiheitsgrad 924.

Die mit unterschiedlichen Modellen im belasteten Querschnitt errechneten Längsnormalspannungen sind im Bild 6 dargestellt. An Hand dessen läßt sich die Wirkung von einzelnen Verformungseffekten veranschaulichen. So verdeutlicht die Lösung von Boswell und Zhang [10] die durch die Querschnittskonturdeformation hervorgerufene Spannungserhöhung. Diese Ergebnisse konnten durch eine Rechnung mit Stabschalenelementen, in denen die Querdehnungen verhindert wurden, bestätigt werden. Der dabei erhaltene parabolische Spannungsverlauf ist auf die näherungsweise Berücksichtigung des Effektes der mittragenden Breite zurückzuführen.

Überraschend groß ist der Einfluß der Querdehnungen, welcher in der zweiten mit Stabschalenelementen ermittelten Lösung zum Ausdruck kommt. Doch dies täuscht, weil hier keine für die Gesamtkonstruktion typische Erscheinung, sondern eine lokale, schnell abklingende Störung vorliegt (Bild 7). Das Ergebnis offenbart eigentlich nur, daß die von der Einzelkraft verursachte Störung durch die einfachen Modelle so gut wie gar nicht, aber



Stabmodell	Längsnormalspannung in Ncm^{-2}		
	σ_A	σ_B	σ_C
--- mit starrer Querschnittskontur	-6,2	+5,8	-17,4
--- Lösung von Boswell / Zhang	-33,5	+18,6	
--- Stabschalenelement bei verhinderten Querdehnungen	-35,5	+20,4	-8,3
— Stabschalenelement	-15,1	+35,2	-26

Bild 6
Längsnormalspannungen in Feldmitte

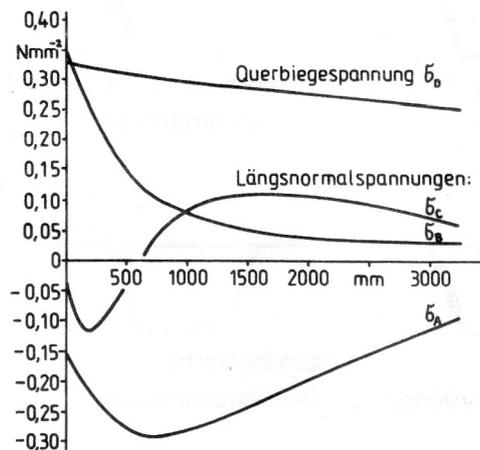
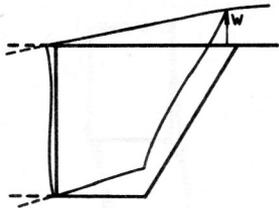


Bild 7
Abklingverhalten der Längsnormalspannungen im lokalen Bereich einer Störung durch eine Einzelkraft

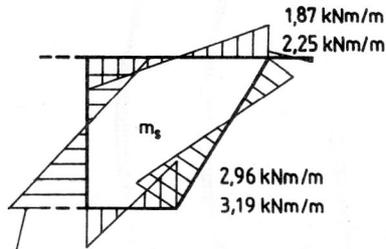
vom Stabschalenmodell teilweise erfaßt wird. Trotzdem erfolgte die Spannungsauswertung an dieser Stelle, um einen Vergleich mit den von Boswell und Zhang angegebenen Werten zu ermöglichen.

Im Bild 7 ist auch die Querbiegespannung σ_D eingetragen. Ihr langsames Abklingverhalten ist ein anschaulicher Beweis für die Bedeutung der Querschnittskonturdeformationen bei der globalen Strukturanalyse.

Als weitere Ergebnisse sind im Bild 8 die für die Lastangriffsstelle errechneten Verschiebungen und Querbiegemomente dargestellt.



$w = 0,555 \text{ mm}$ starre Querschnittskontur
 $w = 0,758 \text{ mm}$ Boswell / Zhang
 $w = 0,794 \text{ mm}$ Stabschalenelement



$4,56 \text{ kNm/m}$ Boswell / Zhang
 $5,29 \text{ kNm/m}$ Stabschalenelement

Bild 8
Verschiebungen und Querbiegemomente an der Lastangriffsstelle

3.2. Eigenschwingungsanalyse eines idealisierten Containerschiffs

Ein zweites Beispiel soll die Einsatzmöglichkeiten des COSAR-Stabschalenelements verdeutlichen. Angelehnt an ein praktisches Problem der Schiffbaumechanik, werden die globalen Eigenschwingungen eines idealisierten Containerschiffs (Bild 9) untersucht. Dabei geht es kon-

kret darum, den Einfluß von Torsionszellen auf die Eigenkreisfrequenzen der Biegedrillschwingungen abzuschätzen.

Auf Grund der doppelten Symmetrie erfolgte die Berechnung wiederum nur für ein Viertel der Gesamtkonstruktion, also auch nach antimetrischen und symmetrischen Schwingformen getrennt. Durch die Benutzung aller Profilhaupt- und -nebenknotenansätze (vgl. Bild 3) hat das aus 8 Stabschalenelementen bestehende System den Freiheitsgrad 888.

Die notwendige Verbindung von verschiedenen Querschnitten bereitete keine Schwierigkeiten, denn im Unterschied zu anderen eindimensionalen Modellen erfordert dies beim Stabschalenelement keine speziellen Übergangsbedingungen. Da außerdem für jeden Profillinienabschnitt eine separate Eingabe von Längsdehn-, Querdehn-, Schub-, Torsions- und Querbiegesteifigkeit möglich ist, konnten der doppelwandige Schiffsrumpf sowie die Queraussteifungen des Decks und der Torsionszellen näherungsweise erfaßt werden.

Die bei unterschiedlich großen Torsionszellen für die Biegedrillschwingungen ermittelten Eigenkreisfrequenzen sind im Bild 10 dargestellt. Mit diesen Ergebnissen kann die Einschätzung des Schwingungsverhaltens erleichtert und somit eine Entscheidungshilfe bei der Projektierung gegeben werden.

4. Zusammenfassung

Entsprechend dem erreichten Entwicklungsstand besteht die Möglichkeit, mit dem im Finite-Elemente-Programmsystem COSAR implementierten Stabschalenele-

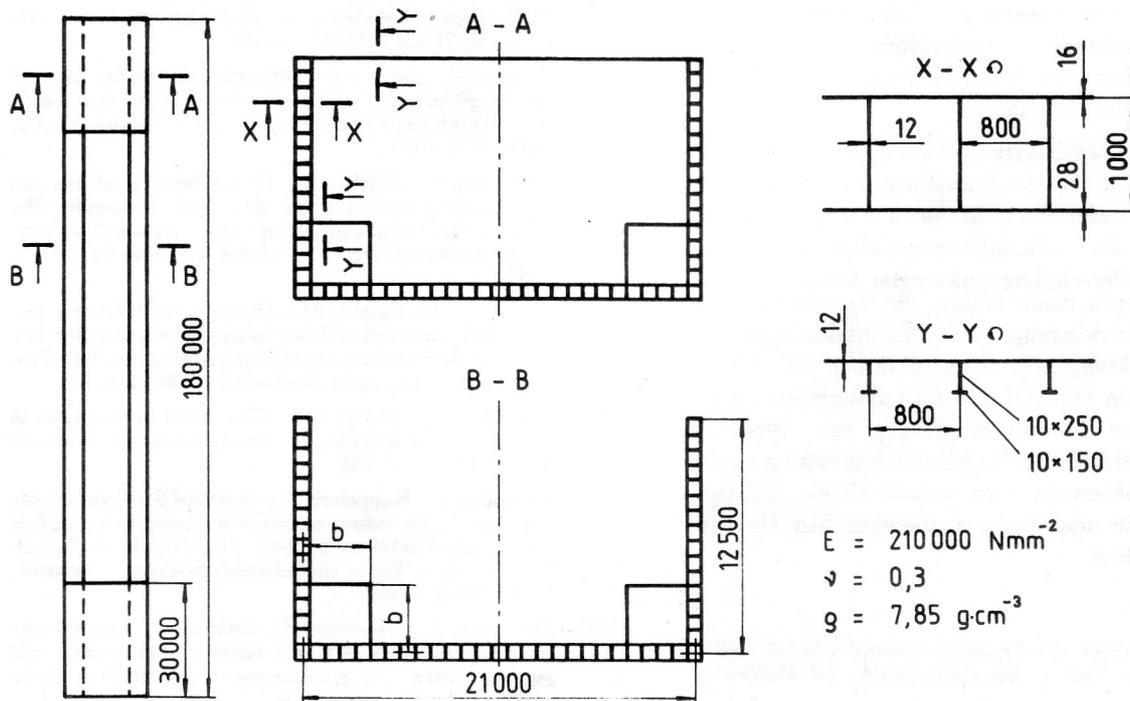
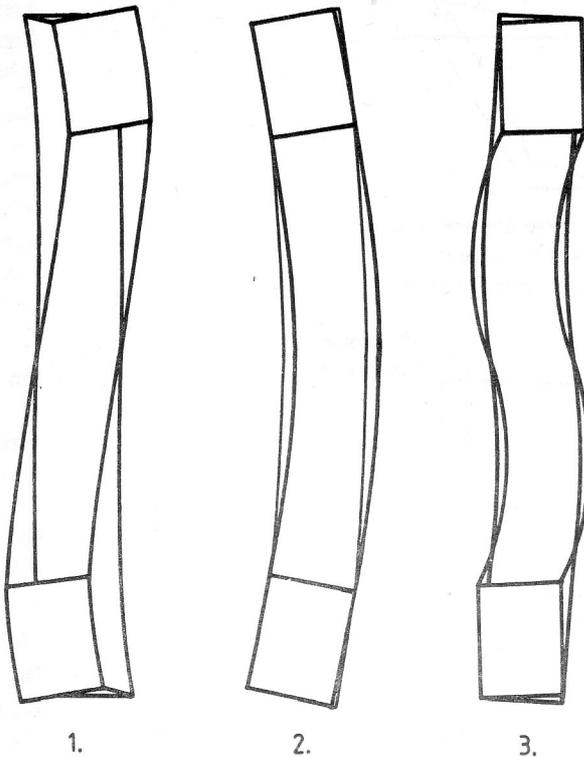
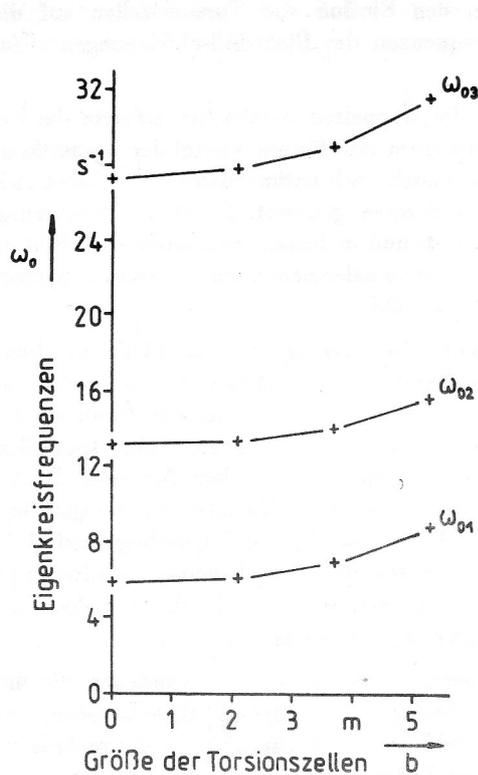


Bild 9
Idealisiertes Containerschiff



Eigenformen der Biegedrillschwingungen

Bild 10
Biegedrillschwingungen der Gesamtkonstruktion

ment effektive globale Festigkeits- und Eigenschwingungsanalysen dünnwandiger, abschnittsweise prismatischer oder schwach nichtprismatischer, Konstruktionen vorzunehmen. Insoweit kann das neue Element als nützliches Hilfsmittel bei der Projektierung von dünnwandigen Brücken, Schiffen oder ähnlichen Konstruktionen eingesetzt werden. Da es sich zwischen den auf klassischen Stabtheorien basierenden Balkenelementen und den zweidimensionalen Schalenelementen einordnet, stellt es außerdem eine sinnvolle Bereicherung des Elementkataloges von COSAR dar.

Durch die in [11] realisierte Zwangskoppelung von Stabschalen- mit Semiloof-Schalenelementen ist jetzt eine größere Klasse realer Konstruktionen erfaßbar. Dies betrifft vor allem die Einbeziehung von elastischen Schotten sowie die Berechnung verzweigter Strukturen. Die ersten Erfahrungen damit zeigen, daß insbesondere bei der globalen Schwingungs- und Stabilitätsanalyse von dünnwandigen komplexen Konstruktionen die richtige Einschätzung von Qualität und Anwendungsbereich der unterschiedlichen Modellvorstellungen bzw. Modellierungsmöglichkeiten ausschlaggebende Bedeutung besitzt [12]. Diese Problematik wird deshalb als ein wichtiger Schwerpunkt für die weiteren theoretischen Untersuchungen angesehen.

LITERATUR

- [1] Nutzerhandbuch des Programmsystems COSAR. Teil I: Grundlagen. Teil II: Eingabevorschrift. TH Magdeburg, 1985.
- [2] Fels, D.: Konzeptioneller Aufbau, Implementierung und Testung von Elementkatalogen für universelle Finite-Elemente-Programmsysteme. TH Magdeburg, Dissertation A, 1986.

- [3] Altenbach, J.; Scholz, E.: Ableitung von Formfunktionen für finite Standard- und Übergangselemente auf der Grundlage der gemischten Interpolation. Technische Mechanik 8 (1987) 2, S. 18.
- [4] Scholz, E.: Kompatible finite Rand-, Übergangs- und Standardstrukturelemente zur effektiven mechanischen Strukturanalyse von Rand- und Übergangsbereichen. TH Magdeburg, Dissertation A, 1986.
- [5] Gabbert, U.: Berücksichtigung von Zwangsbedingungen in der FEM mittels der Penalty-Funktion-Methode. Technische Mechanik 4 (1983) 2, S. 40.
- [6] Gabbert, U.: Zwangskoppelung von Schalen- und 3D-Finite-Elemente-Modellen mittels Penalty-Methode. Technische Mechanik 7 (1986) 3, S. 44.
- [7] Zwicke, M.: Ein quasi-eindimensionales finites Element für die globale mechanische Strukturanalyse dünnwandiger, stabähnlicher Konstruktionen. TU Magdeburg, Dissertation A, 1987.
- [8] Altenbach, J.; Zwicke, M.: Theoretische Ableitung und Bewertung unterschiedlicher quasi-eindimensionaler Modelle für die statische Strukturanalyse dünnwandiger komplexer Konstruktionen. Technische Mechanik 7 (1986) 3, S. 52.
- [9] Altenbach, J.; Zwicke, M.: Theoretische Ableitung und Bewertung unterschiedlicher quasi-eindimensionaler Modelle für die Eigenschwingungsanalyse dünnwandiger Konstruktionen. Technische Mechanik 7 (1986) 4, S. 5.
- [10] Boswell, L. F.; Zhang, S. H.: The effect of distortion in thin-walled box-spine beams. Int. J. Solids and Structures 20 (1984) 9/10, S. 845.
- [11] Schneider, F.: Koppelung der Semiloof-Schalenelemente mit den eindimensionalen Stabschalenelementen mittels der Penalty-Funktion-Methode. TH Magdeburg, Sektion Maschinenbau, Wissenschaftsbereich Festkörpermechanik, Großer Beleg, 1986.
- [12] Altenbach, J.; Schneider, F.; Zwicke, M.: Eigenschwingungsanalyse versteifter prismatischer Stabschalen mit gemischt offen und geschlossenen Querschnitten. Technische Mechanik 8 (1987) 4, S. 34.