

# Anwendungen des Programmsystems COSAR im Pumpen- und Verdichterbau

Manfred Krämer, Ingo Raecke

## 1. Einleitung

Die genaue Kenntnis des Spannungs- und Verformungszustandes stellt eine wesentliche Voraussetzung für die effektive und materialsparende Auslegung von hochbeanspruchten Bauteilen im Maschinenbau dar. Durch die Anwendung numerischer Verfahren für die Festigkeitsanalyse kann eine höhere Sicherheit und Zuverlässigkeit der Aggregate erreicht und die Zahl der notwendigen Modellversuche gesenkt werden. In der Reihe der derzeit verwendeten numerischen Verfahren nimmt die Methode der finiten Elemente zweifelsohne eine Sonderstellung ein. Insbesondere dann, wenn der Festigkeitsberechnung noch die Berechnung der Temperaturverteilung im Bauteil vorgeschaltet wird, ist die Anwendung der FEM besonders vorteilhaft.

Um den Forderungen der Konstrukteure nach leistungsfähigen Berechnungsalgorithmen zu entsprechen, wurde Ende der 70er Jahre im Wissenschaftlich-Technischen Zentrum des Kombines Pumpen und Verdichter Halle damit begonnen, FEM-Programme für Aufgaben der Elastostatik bei ebenen und axialsymmetrischen Körpern einzusetzen [1]. Obwohl es für die meisten realen Bauteile im Pumpen- und Verdichterbau gelingt, sinnvolle zweidimensionale Modelle zu erzeugen, ist für die Analyse komplizierter räumlicher Strukturen die Anwendung dreidimensionaler Berechnungsverfahren unabdingbar. Für derartige Aufgaben wird im Kombinat Pumpen und Verdichter Halle das Programmsystem COSAR [2] der Technischen Universität Magdeburg eingesetzt. Zum Aufbau und zu der Leistungsfähigkeit dieses FEM-Programmsystems wurde an anderer Stelle umfassend berichtet [3], [4], so daß hier nur auf die Anwendungsaspekte eingegangen werden soll.

## 2. Elastostatische Untersuchungen an Pumpen- und Verdichterbauteilen

Die Berechnung der Spannungen und Verformungen unter statischen Belastungen auf der Grundlage der linearen Elastizitätstheorie haben für praktische Anwendungen besondere Bedeutung. Die liegt einerseits am vertretbaren numerischen Aufwand für derartige Analysen und andererseits an der Vielzahl vorhandener und praktisch erprobter Rechenmodelle. Einige Problemstellungen werden nachfolgend näher vorgestellt.

### 2.1. Zweidimensionale Festigkeitsrechnungen an Verdichterlaufrädern

Die möglichst genaue Kenntnis des Spannungs- und Verformungszustandes in den Laufrädern ist eine wichtige Voraussetzung für die Leistungssteigerung von Verdich-

tern. Die Laufräder rotieren mit sehr hohen Winkelgeschwindigkeiten, so daß die Fliehkraft eindeutig die dominierende statische Belastung darstellt. Besondere Beachtung muß auch dem Kontaktverhalten von Nabe und Welle geschenkt werden, da Schrumpferverbindungen als typische Befestigungsverfahren der Laufräder auf der Welle benutzt werden.

Verdichterlaufräder bestehen aus der rotationssymmetrischen Trag- und Deckscheibe sowie gleichmäßig über den Umfang verteilten räumlich gekrümmten Schaufeln, die ungünstigerweise die Rotationssymmetrie des Laufrades zerstören. Es gibt auch Bauformen, bei denen die Schaufeln nur einfach gekrümmt oder eben sind; außerdem kann die Deckscheibe fehlen. In jedem Fall sind die Räder echt räumliche Bauteile mit komplizierter Geometrie und Belastung. Grundsatzuntersuchungen an einem räumlichen Laufradsegment [5] bestätigen die Anwendbarkeit dreidimensionaler finiter Elemente auf derartige Probleme und zeigen gute Übereinstimmung der Rechenergebnisse mit Dehnungsmessungen am realen Objekt. Es wurde dabei jedoch auch deutlich, daß die

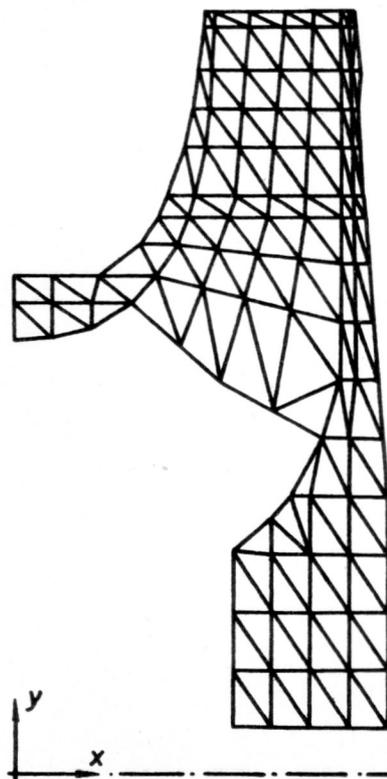


Bild 1  
Zweidimensionales Laufradmodell mit tangentialspannungsfreien Schaufelelementen

Verwendung räumlicher Modelle für Routinerechnungen aus ökonomischen Gründen nicht zu rechtfertigen ist.

In Abhängigkeit von der Gestalt der Laufradschaufeln werden im Kombinat Pumpen und Verdichter Halle zwei unterschiedliche zweidimensionale Modelle für Standard-FE-Rechnungen verwendet. Bei Laufrädern mit radialen oder schwach gekrümmten Schaufeln wird der gesamte Laufradschnitt (vgl. Bild 1) mit finiten Elementen überzogen; für die Schaufelelemente allerdings ein ebener Spannungszustand vorausgesetzt, d. h. es werden im Schaufelraum keine Tangentialspannungen übertragen. Die Güte dieses Modells wächst mit der Anzahl der Schaufeln und läßt bei radialen Schaufeln auch Aussagen zur Spannungsverteilung in den Schaufeln zu. Es sei hier bemerkt, daß die gleiche Modellvorstellung auch zur Berücksichtigung radialer Versteifungsrippen, z. B. bei Flanschen, verwendet werden kann.

Bei stark gekrümmten Schaufeln stimmt dieses Modell nicht mehr, da der versteifende Einfluß der Schaufeln in tangentialer Richtung nicht erfaßt wird. Für derartige Bauformen werden die Schaufeln durch zwei rotations-symmetrische Ringe ersetzt, die so bemessen werden, daß sie die gleiche Fliehkraftwirkung wie die Schaufeln aufweisen. Vergleiche von Messungen und Rechnungen zeigten eine erstaunlich gute Übereinstimmung der Spannungsverläufe in Trag- und Deckscheibe. Aussagen zur Spannungsverteilung in den Schaufeln sind hier natürlich nicht möglich. Das Bild 2 zeigt das Ausgangsnetz und die Verformungen unter Betriebsbedingungen für ein Lauf-rad dieses Modelltyps.

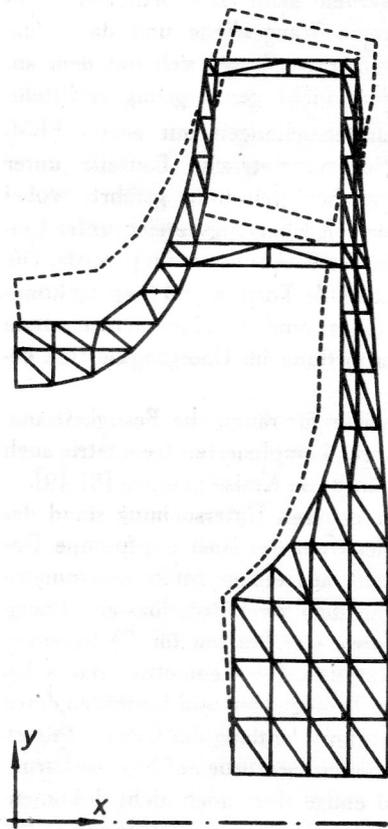


Bild 2  
Zwei-Stege-Modell für Laufradschaufeln und Verformungsdarstellung

## 2.2. Räumliche Probleme

Für sehr komplexe Bauteile bzw. zur Bestätigung der Ergebnisse vereinfachter Modelle kann oftmals auf den Einsatz dreidimensionaler Berechnungsverfahren trotz des hohen numerischen und manuellen Aufwandes nicht verzichtet werden. Aus diesem Grund wurden im Kombinat Pumpen und Verdichter Halle in Zusammenarbeit mit dem Wissenschaftsbereich Festkörpermechanik der Technischen Universität Magdeburg eine Reihe von dreidimensionalen Grundsatzuntersuchungen durchgeführt. Dabei hat sich das bereits erwähnte 3D-FEM-Programmsystem COSAR als äußerst leistungsfähig erwiesen. Für das im Bild 3 dargestellte räumliche Laufradsegment unter Fliehkraftbelastung wurden Festigkeitsrechnung und Dehnungsmessung ausgeführt und verglichen [5]. Dabei konnte für die Trag- und Deckscheibe eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse festgestellt werden. Die numerische Lösung für die Schaufel ist noch nicht befriedigend. Der Grund hierfür liegt in der zu geringen Netzfeinheit und dem damit verbundenen Genauigkeitsverlust bei Biegebeanspruchung. An Verbesserungen des Schaufelmodells wird gegenwärtig gearbeitet.

Zylinderköpfe von Kolbenverdichtern sind geometrisch sehr komplizierte Bauteile und waren in der Vergangenheit einer numerischen Festigkeitsanalyse nicht zugänglich. Erst der Einsatz räumlicher finiter Elemente schafft die Voraussetzung, die Zahl der notwendigen Messungen und Versuche am realen Bauteil auf ein Minimum zu reduzieren. Durch die Ausnutzung vorhandener Symmetrien und eine sinnvolle Zerlegung des Zylinderkopfsegmentes (Bild 4) in Substrukturen konnte die Datengenerierung weitestgehend automatisiert und der manuelle Aufwand deutlich gesenkt werden. Die Ergebnisse der FE-Berechnungen lieferten die Spannungsverteilung im Bauteil, die Orte der maximalen Beanspruchung und erbrachten den Nachweis für eine ausreichende Dimensionierung des Zylinderkopfes [6].

Die Berechnung von Kurbelwellen nach klassischen Verfahren wirft bei gedrungener Bauweise mit sich überschneidenden Kurbel- und Wellenzapfen eine Reihe von Problemen auf [7]. So gelten die bekannten Formeln für Formzahlen nur für spezielle Geometrieverhältnisse, Spannungsvorhersagen im Bereich der Wange sind aufgrund des komplexen Spannungszustandes kaum möglich und die Ermittlung der reduzierten Längen wird durch die ungenügende Erfassung der Steifigkeiten ungenau. Eine teilweise Lösung dieser Probleme kann die

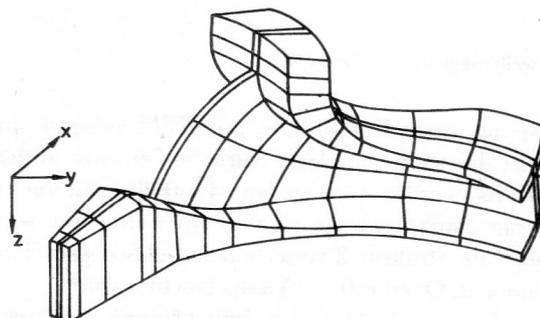
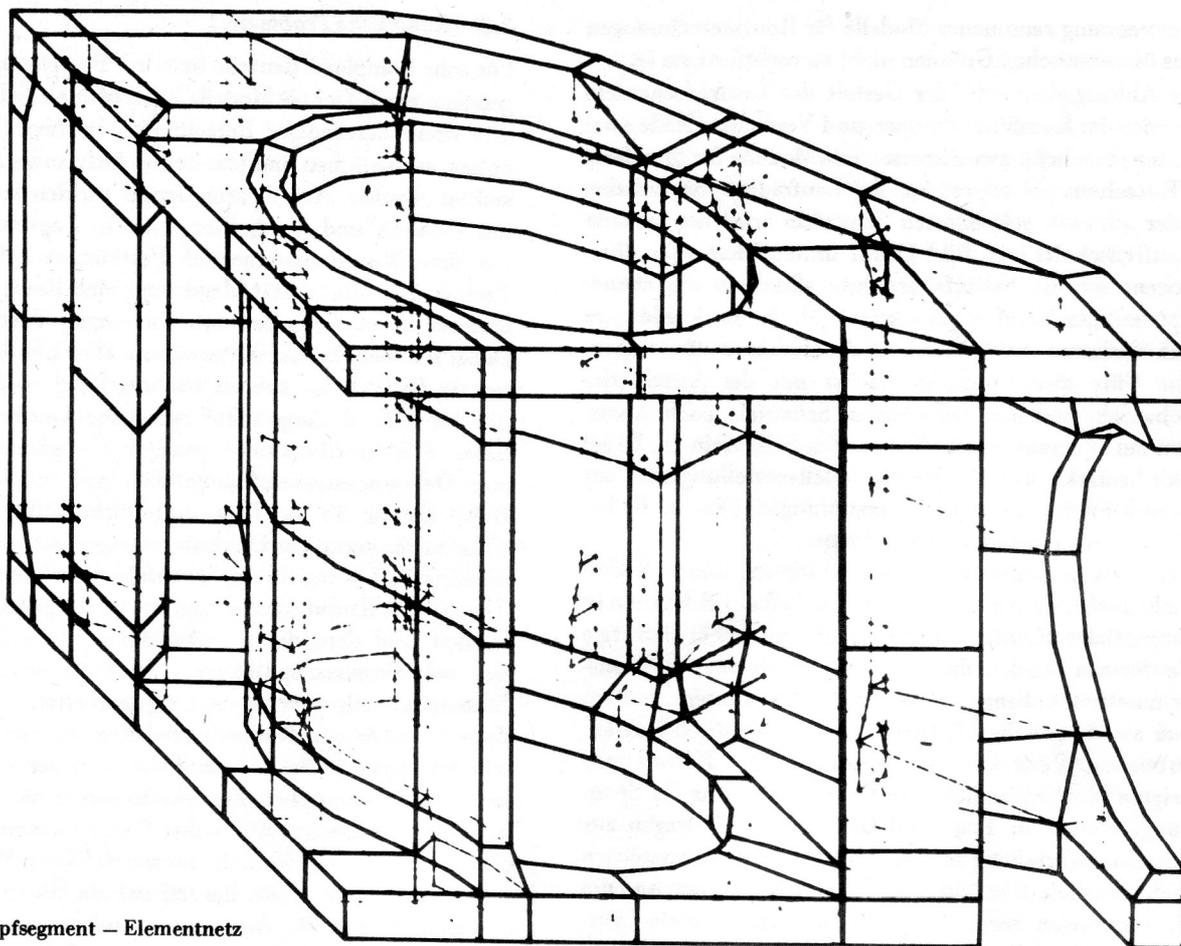
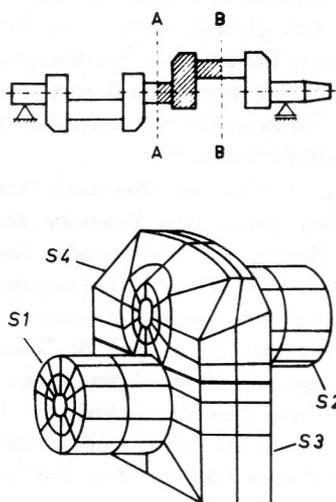


Bild 3  
Räumliches Laufradsegment



**Bild 4**  
Zylinderkopfsegment – Elementnetz



**Bild 5**  
Kurbelwellensegment – Elementnetz

Berechnung einer Kurbelwelle mit FEM bringen. Im Bild 5 ist das zugrundegelegte Kurbelwellensegment dargestellt. Es wurden verschiedene Lastfälle untersucht, wobei die Struktur 1 als eingespannt betrachtet wird und über die Struktur 2 verschiedene Belastungen (Torsionsmoment, Querkraft, ...) aufgebracht werden. Die Ergebnisse erlauben eine Einschätzung des Spannungszustandes in der Wange und des Verformungsverhaltens, woraus auf die Steifigkeit des Kurbelwellenseg-

ments geschlossen werden kann. Die örtlichen Spannungsspitzen im Bereich Wange-Welle und damit die Formzahlen für den Übergang lassen sich mit dem angegebenen groben Netz nicht genau genug ermitteln. Hier wurden Zusatzuntersuchungen mit einem FEM-Programm für rotationssymmetrische Bauteile unter nichtrotationssymmetrischer Belastung geführt, wobei ein feines FE-Netz für den Übergangsbereich unter Einbeziehung eines Teiles der Wange verwendet wurde. Die Formzahlen für die Lastfälle Torsion und Biegung konnten unmittelbar bestimmt und zu einer gemeinsamen Vergleichsspannungsermittlung im Übergangsbereich benutzt werden.

Häufige Anwendungsfälle für räumliche Festigkeitsanalysen sind aufgrund ihrer komplizierten Geometrie auch Druckdeckel und Gehäuse von Kreiselpumpen [8], [9]. Im Mittelpunkt einer neueren Untersuchung stand das Festigkeitsverhalten des Gehäuses einer Topfpumpe. Das Pumpengehäuse besteht aus einem rotationssymmetrischen Grundkörper, an dem zwei Rohrabzweige (Saug- und Druckstutzen) sowie vier Pratten für die Lagerung des Gehäuses angesetzt sind. Die Geometrie erlaubt bei den vorliegenden Randbedingungen und Lastfällen einen vertikalen Symmetrieschnitt entlang der Gehäusemittellinie. Bei der Datengenerierung wurde auf Standardstrukturen gemäß [2] und einige dort noch nicht dokumentierte neue Möglichkeiten der Netzgenerierung (Sonder-elemente, Copy-Spiegelstrukturen) zurückgegriffen, wodurch sich der Generierungsaufwand spürbar reduzierte. Als Lastfälle wurden der Prüfdruck und der Betriebs-

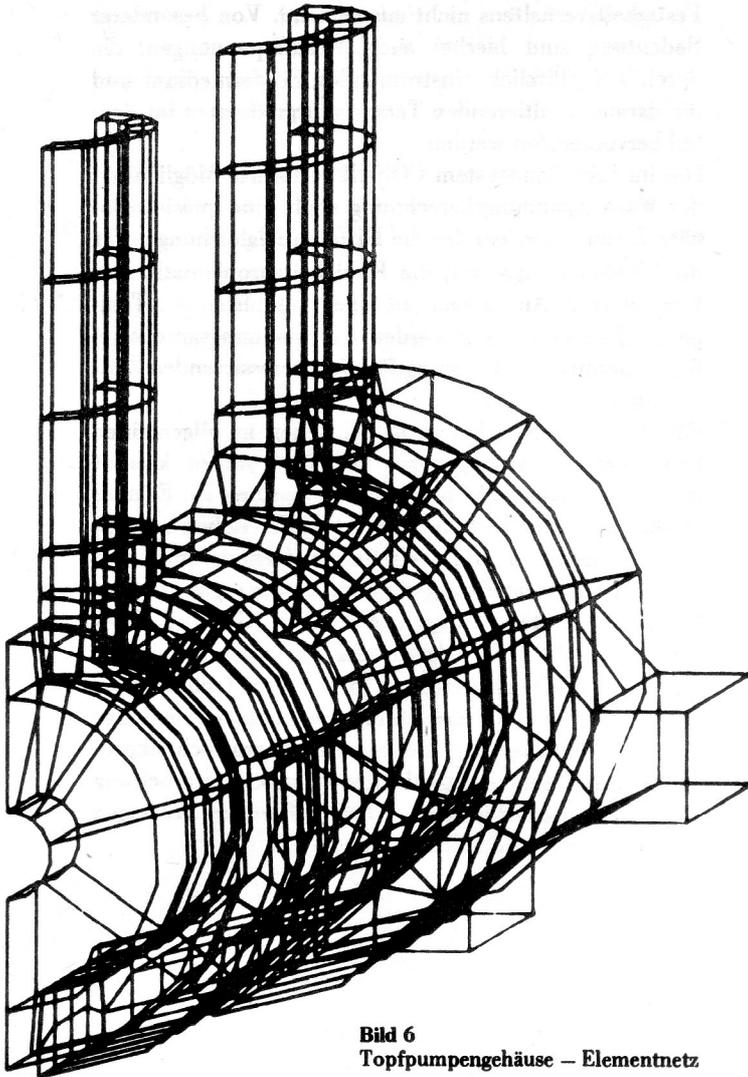


Bild 6  
Topfpumpengehäuse – Elementnetz

druck jeweils bei Berücksichtigung der Eigenmasse des Gehäuses sowie vorgegebene Rohrkräfte untersucht (vgl. Bild 6).

Es zeigte sich, daß die Lastfälle Prüf- bzw. Betriebsdruck nicht nur quantitative sondern auch qualitative Abweichungen liefern, wodurch sich die Frage stellt, ob der Prüfzustand als repräsentativ für die Qualitätskontrolle angesehen werden kann. Der Vergleich der berechneten Spannungen im Durchdringungsbereich mit den zulässigen Werten macht deutlich, daß die lokalen Spannungsspitzen für den Prüfdruck die Streckgrenze des Materials übersteigen. Wenngleich von diesen lokalen Spitzenwerten, die zudem zeitlich schnell abklingen, auch keine unmittelbare Gefährdung des Gehäuses ausgeht, sind sie doch Beweis für die Notwendigkeit gründlicher Festigkeitsuntersuchungen an derart hochbeanspruchten Bauteilen (Dehnungsmessungen, Thermospannungsanalysen u. a. m.).

### 3. Probleme der räumlichen Elastodynamik

Zur Absicherung der notwendigen Zuverlässigkeit und zur Steigerung der Leistungsparameter von Bauteilen des Pumpen- und Verdichterbaus wird die Kenntnis des dynamischen Verhaltens immer bedeutungsvoller. Viele räumliche Probleme der Elastodynamik blieben bisher auf Grund komplizierter geometrischer Formen einer Be-

rechnung unzugänglich. Mit dem PS COSAR [2] steht jetzt ein FEM-Algorithmus für 3D-Berechnungen zur Verfügung, der die Analyse geometrisch komplizierter Bauteile gestattet. Bei praktischen Aufgabenstellungen standen bisher Berechnungen stationärer Vorgänge im Vordergrund, da die Behandlung instationärer dynamischer Probleme noch recht zeitaufwendig ist. In jedem Fall sollten folgende Gesichtspunkte bei der Anwendung der FEM auf dynamische Aufgabenklassen beachtet werden.

- Räumliche dynamische Untersuchungen stellen rechenzeitintensive Probleme dar, die im allgemeinen aufwendiger als die entsprechenden statischen Berechnungen sind.
- Der Aufwand hängt wesentlich von der Vernetzung (Zahl der Freiheitsgrade), der Anzahl der gesuchten Eigenfrequenzen und der geforderten Genauigkeit ab.
- Die Ergebnisse können nur so genau sein wie das mechanische Modell.
- Die zweckmäßige Wahl aller Größen und Parameter, die das mechanische Modell beschreiben, setzt beim Anwender einige Erfahrung auf dem Gebiet dynamischer Analysen und bei der Anwendung der FEM voraus.

In enger Zusammenarbeit zwischen dem Kombinat Pumpen und Verdichter Halle und dem Wissenschaftsbereich Festkörpermechanik der TU Magdeburg wurden dynamische Berechnungen (Eigenkreisfrequenzen und zugehörige Eigenformen) und Messungen an unterschiedlichen Verdichterlaufrädern bzw. Laufradschaufeln durchgeführt (vgl. [10] und [11]). Als ein Beispiel dafür

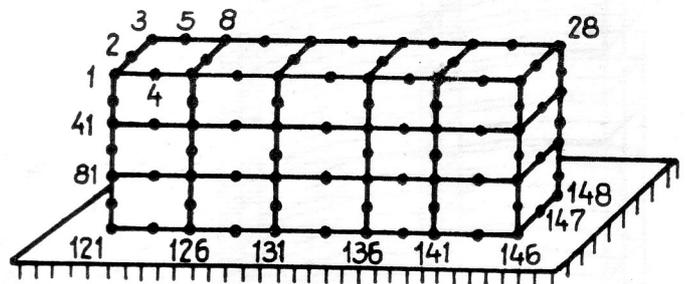


Bild 7  
Topologie einer Laufradschaufel

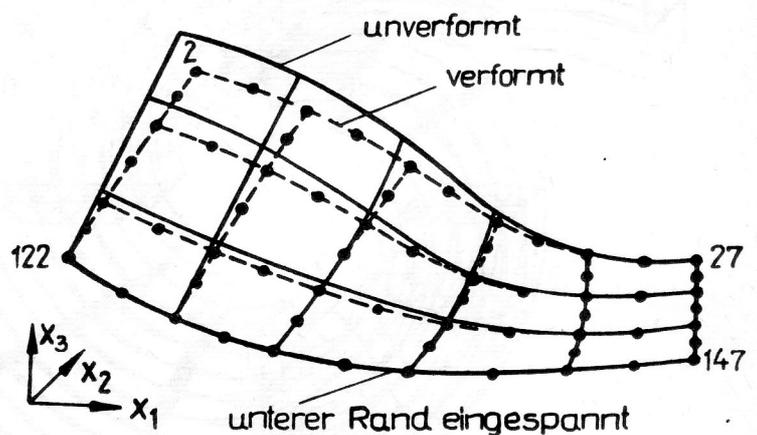


Bild 8  
Geometrie und Eigenform für die 1. Eigenkreisfrequenz

soll hier die Berechnung der Eigenkreisfrequenzen und Eigenschwingungsformen für eine Laufradschaufel, die frei auf einer Tragscheibe sitzt, vorgestellt werden. Die Verbindung zwischen Tragscheibe und Schaufel kann als Einspannung idealisiert werden. Bild 7 zeigt die Topologie der Laufradschaufel mit ihrer starren Lagerung auf der Tragscheibe. Bild 8 veranschaulicht die tatsächliche räumliche Geometrie und die Eigenform für die 1. Eigenkreisfrequenz der Schaufel (die ersten sechs Eigenkreisfrequenzen und Schwingungsformen wurden berechnet). Analoge Berechnungen wurden mit geometrischen Varianten bei unterschiedlicher Lagerung und Vernetzung durchgeführt. Vergleiche mit experimentellen Ergebnissen fielen recht unterschiedlich aus. Größere Abweichungen sind dabei im allgemeinen durch nicht exakte Erfassung der realen Bedingungen des Meßobjektes (Lagerung, Geometrie, Vernetzung ungünstig und damit ungünstige Masseverteilung, usw.) im mechanischen Modell bedingt. Deshalb sind bei dynamischen Untersuchungen auf der Basis der FEM die obigen Gesichtspunkte c) und d) besonders zu beachten.

#### 4. Thermodynamische Problemstellungen

Die Ermittlung des Verformungs- und Spannungszustandes infolge mechanischer Beanspruchung ist für zahlreiche Pumpenbauteile als Grundlage der Beurteilung des

Festigkeitsverhaltens nicht ausreichend. Von besonderer Bedeutung sind hierbei auch Wärmespannungen, die durch ein plötzlich einströmendes Fördermedium und die daraus resultierenden Temperaturgradienten im Bauteil hervorgerufen werden.

Die im Programmsystem COSAR realisierte Möglichkeit der Wärmespannungsberechnung stellt eine quasi-stationäre Lösung dar, bei der die Differentialgleichungen für die Wärmeleitungs- und die Festigkeitsproblematik entkoppelt sind. Aufbauend auf einer zeitabhängigen Temperaturfeldberechnung werden die Spannungsanteile infolge thermischer Belastung für die interessierenden Zeitschritte ermittelt [12].

Für Anwendungsrechnungen, bei denen im allgemeinen keine Vergleichslösungen zur Verfügung stehen, kommt der Schrittweitemwahl besondere Bedeutung zu. Es muß hierbei in jedem Fall ein Kompromiß zwischen erreichbarer Genauigkeit und vertretbarem Generierungs- und numerischem Berechnungsaufwand eingegangen werden. Praktische Untersuchungen an einem Gehäuse einer Topfpumpe (Bild 6) zeigten, daß Variantenrechnungen und Schrittweitensteuerung während der Rechnung ein geeignetes Mittel zur Erreichung brauchbarer Ergebnisse sind. Die Arbeiten zur Lösung des Thermoschockproblems waren zum Zeitpunkt der Manuskripterarbeitung noch nicht abgeschlossen, so daß auf weitere Aussagen hier verzichtet werden muß.

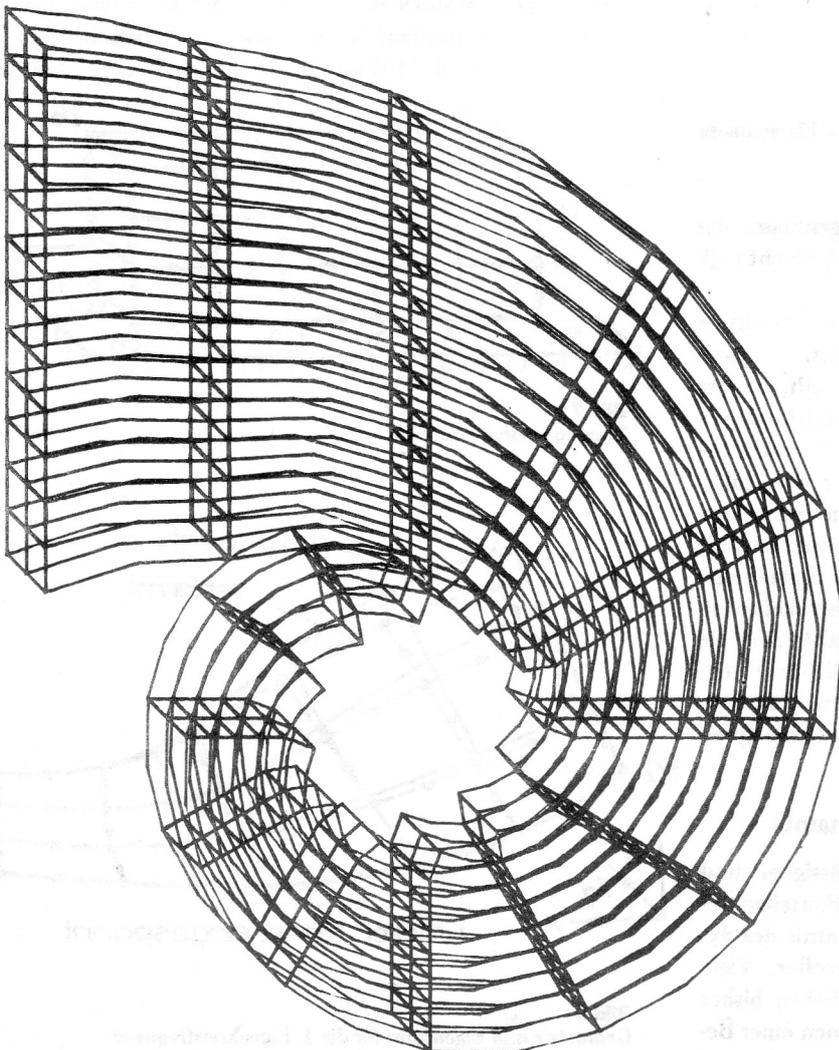


Bild 9  
Räumliche Potentialströmungsberechnung in  
einem Spiralgehäuse – Elementnetz

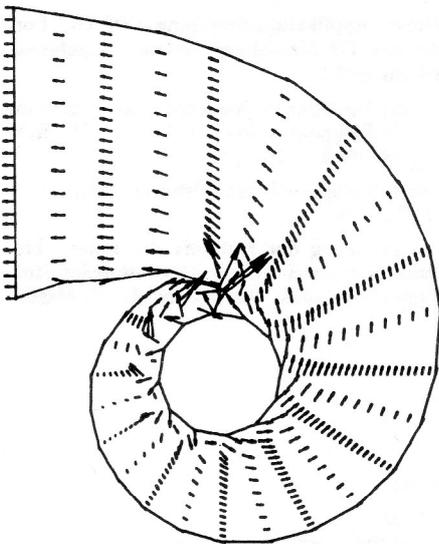
## 5. Strömungsberechnungen mit dem Programmsystem COSAR

Mit der Erweiterung des universellen PS COSAR durch die erste Version des Programmzweiges COSAR/FLUID wurde ein Schritt in Richtung der Entwicklung eines leistungsfähigen Programmsystems für Strömungsaufgaben getan. Die Anwendung der Methode der finiten Elemente auf die Berechnung reibungsfreier und reibungsbehafteter Strömungen liefert ein Verfahren, das ohne wesentliche Einschränkungen bezüglich der Geometrie und unabhängig von der konkreten Bauteilform eine Lösung der Probleme ermöglicht.

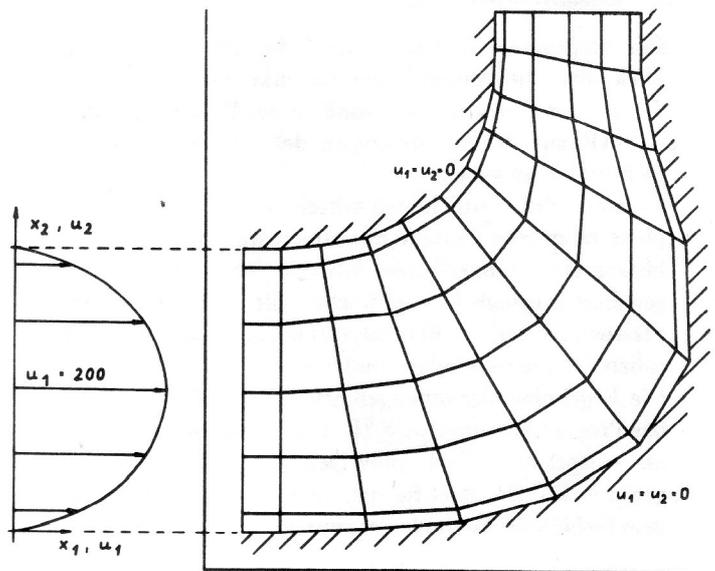
Die Berechnung reibungsfreier, inkompressibler Strömungen kann unmittelbar mit dem Programmzweig

COSAR/T für allgemeine Potentialprobleme erfolgen. Als Ergebnisse werden hier die skalare Feldgröße (Geschwindigkeitspotential) und das Gradientenfeld (Geschwindigkeitskomponenten) bereitgestellt.

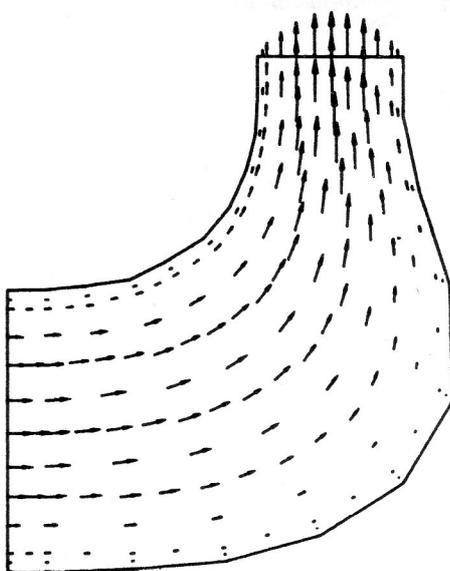
In Verbindung mit der Schaffung nutzerfreundlicher, bauteilbezogener Datengeneratoren als Ergänzung des Standardstrukturkonzeptes des PS COSAR konnte bereits eine Vielzahl von Strömungsaufgaben des Pumpenbaus erfolgreich gelöst werden [13]. Stellvertretend sei hier die Strömungsanalyse in Spiralgehäusen (vgl. Bild 9 und 10) genannt, deren Ergebnisse gezielt zur Geometrieoptimierung genutzt wurden.



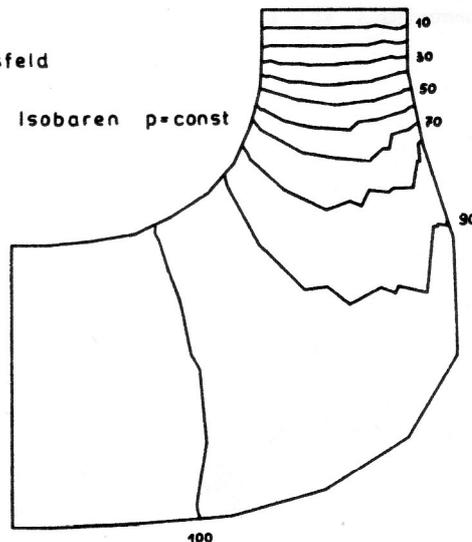
**Bild 10**  
Räumliche Potentialströmungsberechnung in einem Spiralgehäuse – Geschwindigkeitsverteilung



**Bild 11**  
Laminare Strömung im Beschleunigungskrümmern – Problembeschreibung



Geschwindigkeitsfeld



**Bild 12**  
Laminare Strömung im Beschleunigungskrümmern – Geschwindigkeits- und Druckverteilung

Die Strömungsberechnung für viskose Medien beruht auf der Navier-Stokes'schen Gleichungen, die mittels des Galerkin-Verfahrens in eine integrale Form gebracht und über die gemischte Geschwindigkeit-Druck-Formulierung diskretisiert werden. Dabei ist die erste Version von COSAR/F auf laminare Strömungen ohne Trägheits-einfluß und ohne Temperaturabhängigkeiten beschränkt, so daß die weiterführenden Arbeiten an dieser Programmstrecke vorzugsweise der genauen Berücksichtigung der Trägheitskräfte und damit der Erweiterung auf nichtlineare Probleme gewidmet werden müssen. Ein kleines Testbeispiel soll an dieser Stelle den Nachweis der Funktionsfähigkeit des zugrundegelegten Algorithmus erbringen (Bild 11 und 12).

## 6. Zusammenfassung

Der vorliegende Beitrag verfolgt das Ziel, einen Überblick über die Anwendungsmöglichkeiten der Methode der finiten Elemente, insbesondere das Programmsystem COSAR, auf Problemstellungen des Pumpen- und Verdichterbaus zu geben.

Es wird dabei deutlich, daß mittels des PS COSAR komplexe räumliche Bauteile untersucht werden können, die bislang einer numerischen Analyse nicht oder nur stark genähert zugänglich waren. Dies gilt für Probleme der Elastostatik und der Elastodynamik genauso wie für Aufgaben der Thermo- oder Fluidodynamik.

Die Ergebnisse der durchgeführten Arbeiten zeigen, daß das Programmsystem COSAR den Forderungen der Praxis entspricht und als universelles Softwaresystem ein geeignetes Hilfsmittel für die Applikationsforschung auf dem Gebiet der Methode der finiten Elemente darstellt.

## LITERATUR

- [ 1 ] Gabbert, U.: Anwendung der Methode der finiten Elemente im Pumpen- und Verdichterbau. Pumpen und Verdichter Information 1/1987, S. 23 – 29.
- [ 2 ] Autorenkollektiv: Nutzerhandbuch COSAR – Teil 1 und 2. Technische Hochschule Magdeburg, MDZ „Finite Elemente“ 1985.
- [ 3 ] Autorenkollektiv: Die Methode der finiten Elemente in der Festkörpermechanik. VEB Fachbuchverlag Leipzig 1982.

- [ 4 ] Gabbert, U. u. a.: COSAR – A general purpose finite element system. Plzen 1986, Proceedings.
- [ 5 ] Gabbert, U., Obst, R.: Festigkeitsberechnungen von Verdichteraufrädern. PVI 1/1980, S. 39 – 45.
- [ 6 ] Krämer, M., Raecke, I.: Zylinderkopfberechnung mit dem Programmsystem COSAR. PVI 1/1984, S. 16 – 20.
- [ 7 ] Krämer, M., Raecke, I.: Ermittlung von Formzahlen für Kurbelwellen mit zwei- und dreidimensionalen Finite-Elemente-Algorithmen. X. IKM Weimar 1984, Berichte 2, S. 19 – 22.
- [ 8 ] Krämer, M.: Berechnung der Spannungen und Verformungen in einem Gehäuse nach der Methode der finiten Elemente. Arbeitsbericht, VEB KPV 1987 (unveröffentl.).
- [ 9 ] Baumgarten, H., Krämer, M., Raecke, I.: Thermodynamische und Festigkeitsuntersuchungen an einem Pumpengehäuse mit dem PS COSAR. XI. IKM Weimar 1987, Berichte 2, S. 5 – 8.
- [ 10 ] v. Mandelsloh, E.: Untersuchung des dynamischen Verhaltens von Laufradschaufeln. TH Magdeburg, Sektion Maschinenbau, Diplomarbeit, 1984.
- [ 11 ] Autorenkollektiv: Applikationsforschung COSAR. Forschungsbericht der TH Magdeburg, Sektion Maschinenbau 1986 (unveröffentl.).
- [ 12 ] Gabbert, U. u. a.: Nichtlineare Berechnungsstrategien im universellen FEM-Programmsystem COSAR. XI. IKM Weimar 1987, Berichte 2, S. 16 – 21.
- [ 13 ] Krämer, M.: Berechnung der Potentialströmung mit FEM. PVI 2/1983, S. 32 – 36.
- [ 14 ] Krämer, M.: Anwendung der Methode der finiten Elemente zur Berechnung zwei- und dreidimensionaler Strömungen in Pumpenbauteilen. Dissertation A, TU Magdeburg, 1987.