

Datengeneratoren universeller Finite-Elemente-Programmsysteme für Standard- und Übergangsstrukturen

J. Altenbach, H. Horeschi, E. Scholz

1. Aufbau des Datengenerators im Rahmen universeller FEM-Programmsysteme

Eine Analyse der Systemarchitektur universeller FE-Programmsysteme zeigt, daß diese im allgemeinen eindeutig in die Systemteile Preprocessing, Analyseprocessing und Postprocessing untergliedert werden können.

Unter dem Oberbegriff Datengenerator wird hier eine große Zahl von Programmen und Routinen des Preprocessing zusammengefaßt, mit deren Hilfe aus den Eingabedaten der Aufgabenstellung eine solche Datenstruktur im Rechner erzeugt wird, die eine korrekte Weiterverarbeitung im FEM-Analyseschnitt zuläßt. Für die Beschreibung des Finite-Elemente-Modelles von praxisrelevanten Aufgaben werden Daten in einem Umfang von 10^4 und 10^5 Werten benötigt. Um eine solche Modellbeschreibung bei vertretbarem Aufwand im Rechner fehlerfrei aufzubauen, ist das Vorhandensein und die Anwendung eines effektiven Datengenerierungsprogrammes eine unabdingbare Notwendigkeit. Ein solcher Datengenerator sollte die Zahl der Eingabedaten auf eine Größenordnung von 10^2 bis 10^3 Werte reduzieren. Aus diesen Eingabedaten ist mittels entsprechender Routinen ein vollständiges, widerspruchsfreies und physikalisch sinnvolles rechnerinternes FE-Modell zu generieren.

Damit stellen sich für den Datengenerator die nachstehenden Aufgaben:

- Lesen und Beurteilen der Eingabedaten vom Bildschirm oder einem anderen Eingabemedium.
- Generierung der Datenfelder, die für den FEM-Schritt benötigt werden. Dazu gehören die Beschreibung der Topologie (Zuordnung der Knotennummern zu den Elementnummern), der Geometrie (Zuordnung der Koordinatenwerte zu den Knotennummern), der Randbedingungen (Zuordnung der vorgeschriebenen bzw. verhinderten Verschiebungen zu den Knotennummern), der Belastungen (Zuordnung der äußeren Kräfte zu den Knoten).
- Kontrolle und Weitergabe des rechnerinternen Modells zur Durchführung der FEM-Berechnung.

Ausgehend von diesen Zielstellungen, von denen hier nur die wesentlichsten aufgelistet wurden, können für die Erarbeitung eines effizienten Datengenerators für große FE-Programmsysteme bedeutsame Regeln abgeleitet werden [1]. Diese lauten:

- Der Anwender interessiert sich nur für selektive Ergebnisse, wie z. B. Deformationen, Temperaturen oder Spannungen. Die Steuerung des Programmes zu diesen Ergebnissen hat selbständig zu erfolgen.

- Die Zahl der Eingabedaten soll so gering wie möglich sein. Eine mehrmalige Eingabe der gleichen Werte ist zu vermeiden.
- Die am häufigsten vorkommenden Anwendungsfälle sind bei der Datengenerierung vorrangig zu unterstützen.
- Die im Analyseprozessor implementierten Möglichkeiten, zum Beispiel die Substrukturtechnik, sind zur Vereinfachung der Datengenerierung zu nutzen.
- Das Hauptaugenmerk der Entwicklungsarbeiten ist auf die zeit- und arbeitsaufwendigsten Teilaufgaben zu richten. Es gilt besonders, die Generierung der topologischen und geometrischen Daten dem Rechner zu übertragen.
- Es ist ein Standardstrukturkatalog mit solchen Bauteilformen zu erarbeiten, die häufig zu vernetzen sind und sich mit einem Minimum an Eingabedaten beschreiben lassen.
- Der Strukturkatalog ist so zu gestalten, daß er vom Anwender problemorientiert ergänzt und erweitert werden kann, ohne Kenntnisse der Programmlogik des gesamten Datengenerators zu erfordern.
- Der Datengenerator soll vorrangig mit anwenderspezifischen Daten arbeiten und nur wenige Daten benötigen, die mit der Lösungsmethode verknüpft sind.

Ein auf dieser Basis entwickelter Datengenerator steht damit gleichberechtigt neben den anderen Hauptprozessoren der Systemteile des Programmsystems. Er ist im wesentlichen ein Geradeausprogramm ohne logische Verzweigungen. Dieser Aufbau erleichtert den Wiederanlauf ganz erheblich, wenn dafür gesorgt wird, daß die bis dahin erzeugten Daten auf einem externen Speichermedium aufbewahrt werden. Es hat sich ebenfalls als sehr zweckmäßig erwiesen, für die Abarbeitung des Datengenerators Standardsteuervarianten und einen Verfolgungsdruck (Tracing) vorzusehen, die die Handbarkeit und Kontrolle der Datengenerierung dem Nutzer erleichtern.

2. Aufbau von Strukturkatalogen zur rationellen Datengenerierung von 2D- und 3D-Modellen der Festkörpermechanik

2.1. Standardstrukturkataloge für 2D- und 3D-Modelle

Um den Anwender von Finite-Elemente-Programmen von der aufwendigen und fehleranfälligen Arbeit der Bereitstellung der topologischen und geometrischen Beschreibung des zu analysierenden Bauteils zu entlasten, wurden schon mehrfach Versuche unternommen,

Netzgeneratoren zu entwickeln, die diese Aufgabe übernehmen ([2] bis [9]). Diese Generatoren erweisen sich bei geometrisch und topologisch einfach beschreibbaren Strukturen als recht effektiv, bei komplizierterer berandeten Strukturen zeigen sie sich als schwer handhabbar. Die generierten Netze sind von unterschiedlicher Güte, bei den meisten macht sich eine Nachbehandlung erforderlich, um die Bandbreite zu verringern und zu stark verzerrte Elemente zu eliminieren. Infolge der genannten Mängel konnten sich diese Routinen nicht allgemein durchsetzen, und es mußten andere Lösungen gefunden werden. Diese Lösungen sollten so beschaffen sein, daß

die Zahl der Eingabedaten minimal und das generierte Netz hinsichtlich der Geometrie und der Topologie optimal gestaltet ist. Mit der Entwicklung von FE-Programmsystemen mit implementierter Substrukturtechnik lag der Gedanke nahe, das zu berechnende Bauteil in solche Substrukturen zu zerlegen, für die sich optimale Netze angeben und effektive Netzgeneratoren entwickeln lassen. Diese ausgewählten Substrukturen sollen im folgenden als Standardstrukturen bezeichnet werden und in ihrer Gesamtheit in einem Katalog zur Anwendung bereit stehen. Aus ihnen sollen sich die gebräuchlichsten Bauteile bequem modellieren lassen, gegebenenfalls unter Zuhilfenahme von wenigen Einzelementen für Übergänge und kleinere Abweichungen. Die Minimalanforderungen an einen Standardstrukturkatalog lassen sich damit wie folgt zusammenfassen:

- topologische und geometrische Beschreibung der Struktur mit der geringstmöglichen Zahl von Eingabedaten,
- automatische Generierung eines Netzes für jede Standardstruktur mit einer minimalen Bandbreite,
- verallgemeinerte Beschreibung der Lage der externen Knoten, der Lastangriffspunkte und der Knoten mit Randbedingungen,
- vereinfachte Beschreibung von Flächen und Linien mit Koppelknoten, mit Flächen- und Linienlasten.

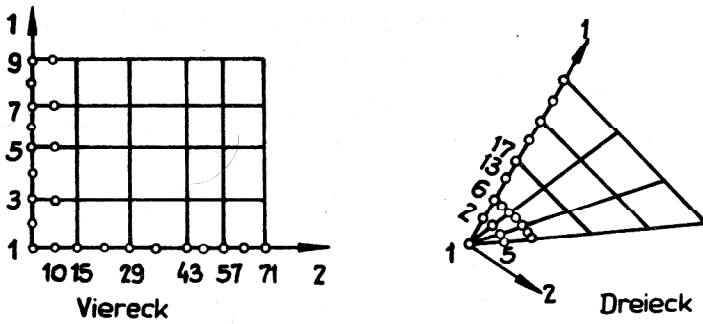


Bild 2.1 Ebene Standardtopologien

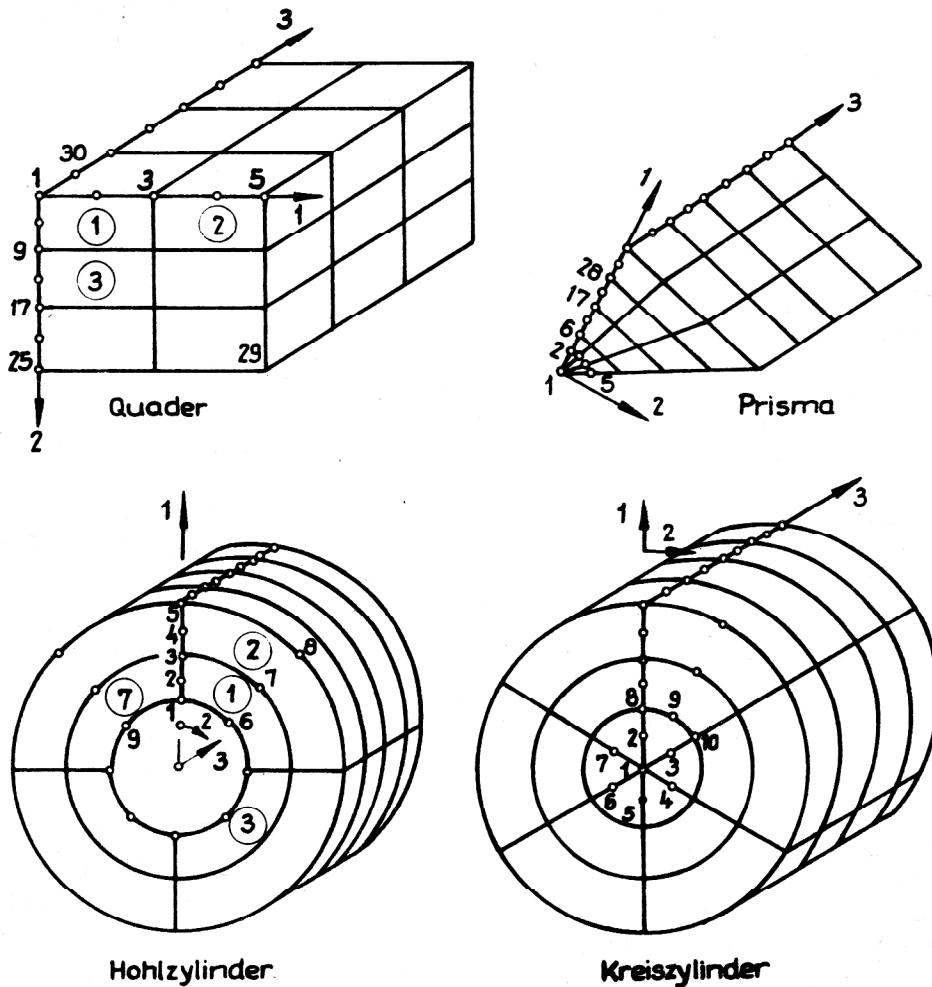


Bild 2.2 Dreidimensionale Standardtopologien

Für die ebene Aufgabe wurden einfach zusammenhängende Bereiche mit 3 und 4 Eckpunkten als Standardtopologien (Bild 2.1.) und für die 3-D-Aufgabe vier Standardtopologien als Grundbestand des Kataloges (Bild 2.2.) ausgewählt.

Für die dargestellten Grundfiguren lassen sich Numerierungsalgorithmen finden. Mit den Bezeichnungen

$$\left. \begin{aligned} i_j & - \text{Nummer des Elementes in Richtung } j \\ n_j & - \text{Anzahl der Elemente in Richtung } j \end{aligned} \right\} j = 1, 2, 3$$

$$k_l - \text{Knotennummer} \quad 1 \leq l \leq n_{kn}$$

$$n_{el} - \text{Elementnummer}$$

ergeben sich die Elementnummern für den Quader

$$n_{el} = n_1 * n_2 * (i_3 - 1) + n_1 * (i_2 - 1) + i_1 \quad (2.1)$$

und für die Knotennummern entsprechend Bild 2.3 lauten die Formeln für die Knoten der vorderen Fläche

$$\left. \begin{aligned} n_{KU} &= 3 * n_1 * n_2 + 2 * (n_1 + n_2) + 1 \\ n_{KG} &= (n_1 + 1) * (n_2 + 1) \\ K_1 &= (i_3 - 1) * (n_{KU} + n_{KG}) \\ &+ (i_2 - 1) * (3 * n_1 + 2) + 2 * i_1 - 1 \\ K_8 &= K_1 + 2 * (n_1 + 1) - i_1 \\ K_7 &= K_4 + n_1 + i_1 - 1 \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

wobei n_{KU} bzw. n_{KG} die Anzahl der Knoten auf einer Vorder- bzw. auf einer Mittelebene ist. Die Nummern der übrigen Knoten können durch Addition von 1 bzw. 2 in der Vorderebene sowie n_{KU} in der Mittelebene und $(n_{KU} + n_{KG})$ in der Hinterebene bestimmt werden.

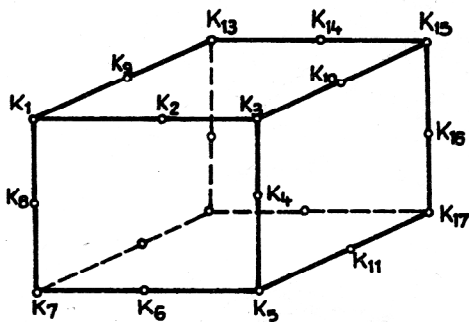


Bild 2.3
Standardnumerierung am Element HK60

Für die weiteren Strukturen kann man einen ähnlichen Formelapparat ableiten, wobei infolge der komplizierten Geometrie mehrere Fallunterscheidungen hinsichtlich der Lage des Elementes und der daraus resultierenden Knotennummernvergabe beachtet werden müssen.

Die mit diesem Formelsatz berechneten Knotennummern berücksichtigen bisher noch nicht die besondere Anforderung, die sich aus der Substrukturtechnik ergibt. Diese ist:

- Die Gleichungen, die sich für die Knoten ergeben, die Kontakt zu Nachbarstrukturen haben, müssen als letzte in der Substruktursteifigkeitsmatrix stehen.

Das kann am natürlichsten erreicht werden, wenn diese Knoten von vornherein die höchsten Knotennummern der Substruktur erhalten. Daraus folgt, daß eine Umnumerierung erforderlich wird. Zur Kennzeichnung der Lage von Externknoten wird die Knotenebene (Bild 2.4) eingeführt. Durch einen Zahlentripel (m_1, m_2, m_3) läßt sich jeder Knoten der Struktur eindeutig angeben, ohne daß eine fehleranfällige Numerierung der Struktur durch den Nutzer erfolgen muß.

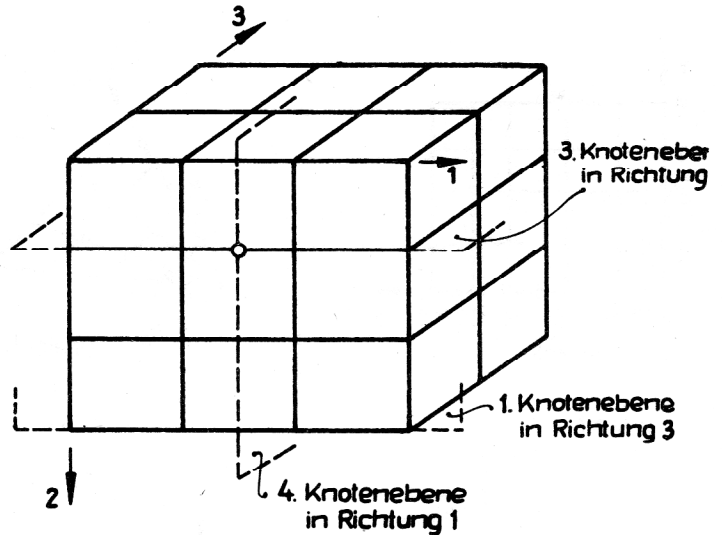


Bild 2.4
Identifizierung von Knoten über die Knotenebenenbeschreibung

Für den markierten Knoten in Bild 2.4 lautet der Zahlentripel $(m_1 = 4; m_2 = 3; m_3 = 1)$. Mit den bereits genannten Abkürzungen kann die Nummer dieses Knotens n_K nach

$$n_K = \frac{m_3}{2} n_{KU} + \frac{m_3 - 1}{2} n_{KG} + \frac{m_2}{2} (2n_1 + 1) + \frac{m_2 \cdot 1}{2} (n_1 + 1) + \frac{m_1 + 1}{2} \quad (2.3.1)$$

$$n_K = \frac{m_3}{2} n_{KU} + \frac{m_3 - 1}{2} n_{KG} + \frac{m_2 - 1}{2} (3n_1 + 2) + m_1 \quad (2.3.2)$$

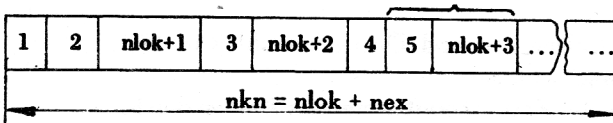
$$n_K = \frac{m_3}{2} n_{KU} + \frac{m_3 - 1}{2} n_{KG} + \frac{m_2 - 1}{2} (n_1 + 1) + \frac{m_1 - 1}{2} + 1 \quad (2.3.3)$$

berechnet werden. Dabei sind die Fallunterscheidungen

- m_2 gerade, m_3 ungerade Formel (2.3.1)
- m_2 ungerade, m_3 ungerade Formel (2.3.2)
- m_2 ungerade, m_3 gerade Formel (2.3.3)

zu beachten und alle Divisionen als 'integer'-Operationen durchzuführen. Zweckmäßig spaltet man die Nummer der Knotenebene jeweils in m_{iu} und m_{io} auf, wobei der Index 'u' die untere, der Index 'o' die obere Knoten-

ebene in der Richtung 'i' bedeutet. Damit können auf einfachste Weise Linien und Flächen beschrieben werden. Die nunmehr berechneten Externknoten werden für die Umnummerierung der Elementknoten in ein spezielles Feld (Bild 2.5) eingespeichert.



nkn – Gesamtzahl der Knoten der Struktur
nlok – Anzahl der lokalen Knoten
nex – Anzahl der externen Knoten

Bild 2.5
Abspeicherung der Knotennummern unter Berücksichtigung der Externknoten

Die endgültige Knotennummer und damit die reale Zeile in der Struktursteifigkeitsmatrix wird auf der Position der ursprünglichen Knotennummer in dem aufgebauten Vektor gefunden. Mit dieser Lösungsvariante für die Generierung der Topologie ist es gelungen, mit einer Minimalzahl von Eingabewerten auszukommen. Es müssen, unabhängig von der Anzahl der Knoten und Elemente, die Werte (n_1, n_2, n_3) und die Externknotenbeschreibungen ($m_{1U}, m_{10}, m_{2U}, m_{20}, m_{3U}, m_{30}$) für die Kontaktflächen bereitgestellt werden. In der Regel sind das 9 bis 15 Werte. Ohne Datengenerator wären für jedes Element 20 Knotennummern einzugeben, deren Bereitstellung in der richtigen Reihenfolge, einschließlich der Berücksichtigung der Externknoten äußerst fehleranfällig und zeitaufwendig ist.

Dem Aufbau der topologischen Beschreibung schließt sich die Berechnung der Knotenkoordinaten unmittelbar an. Zu jeder Standardtopologie lassen sich mehrere

in ihrer geometrischen Form unterschiedliche Körper finden. Als Beispiele seien angeführt:

zur Quadertopologie:

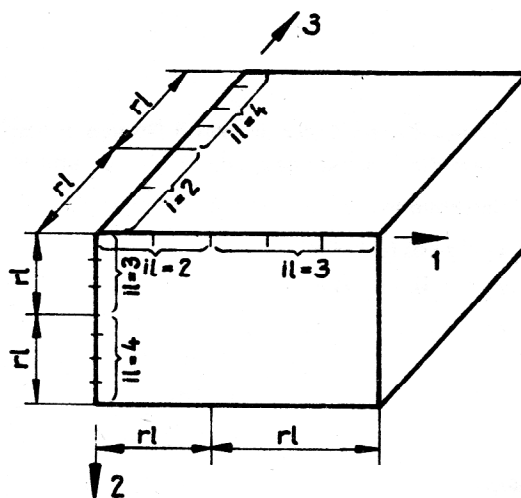
- regelmäßiger Quader,
- der beliebig verzerrte Quader, der durch die Koordinaten der 8 Ecken beschrieben wird,
- der Quader mit einer zylindrisch gekrümmten Fläche,
- der Hohlzylinderausschnitt,
- der tordierte Hohlzylinderausschnitt.

zur Hohlzylindertopologie:

- regelmäßiger Hohlzylinder,
- Hohlkegelstumpf mit veränderlicher Wanddicke,
- Hohlkugelsegment,
- Hohlzylinder mit nicht parallelen Stirnflächen,
- Hohlkegelstumpf mit nicht parallelen Stirnflächen,
- Torusabschnitt,
- Quader mit kreisförmiger Bohrung.

Die Berechnung der Koordinaten erfolgt für die Standardstrukturen ebenfalls aus einer möglichst kleinen Zahl von Eingabewerten. In Anlehnung an die Nummerierungsrichtungen werden die Kantenlängen der Elemente entlang dieser Achsen beschrieben. (Bild 2.6) Diese Strategie, Eingabe der Elementkantenlängen bzw. Winkel in 3 bevorzugten Richtungen, wurde auch bei allen anderen Standardstrukturen beibehalten. Die Eingabedaten wurden nur durch wenige geometriespezifische Werte bei den einzelnen Körpern ergänzt. Eine Auswahl ist in Bild 2.7 zu sehen.

Zur Berechnung der Knotenkoordinaten von Körpern mit einer Hohlzylindertopologie wird man immer von Zylinderkoordinaten ausgehen. Die Anpassung an die reale Form erfolgt mit relativ einfachen Formeln, wie sie in Bild 2.8 für ausgewählte Beispiele darstellt ist.



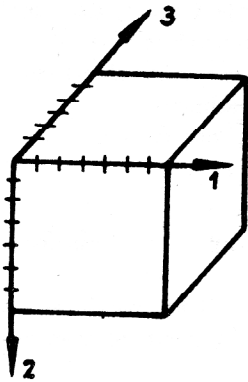
il – Anzahl der Elemente gleicher Kantenlänge
rl – Gesamtkantenlänge der il – Elemente.

Bild 2.6
Geometriebeschreibung über Quaderkanten

Strukturtyp

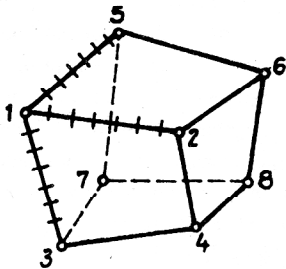
Eingabedaten

Regelquader



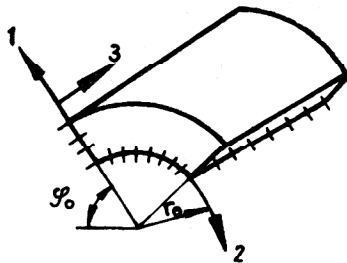
Elementkantenlängen r_l und Elementanzahl i_l in den 3 Numerierungsrichtungen.
Bestimmung der Knotenkoordinaten aller Knoten durch Zuordnung.

verzerrter Quader



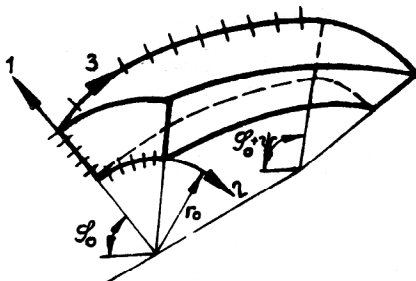
Elementkantenlängen auf den Kanten $\bar{12}$, $\bar{13}$ und $\bar{15}$ und Koordinaten der Punkte 1 – 8.
Bestimmung der Knotenkoordinaten mittels einer Abbildungsfunktion.

Hohlzylinderausschnitt



Elementkantenlängen in den 3 Numerierungsrichtungen sowie des Innenradius r_0 und des Anfangswinkels φ_0 .
Berechnung der Knotenkoordinaten aus Polarkoordinaten.

tordierter Hohlzylinderausschnitt



Elementkantenlängen in den 3 Numerierungsrichtungen sowie der Innenradius r_0 , die Winkel φ_0 und Ψ .
Berechnung der Knotenkoordinaten nach

$$x_1 = r \cos(\varphi + \Delta\Psi)$$

$$x_2 = r \sin(\varphi + \Delta\Psi)$$

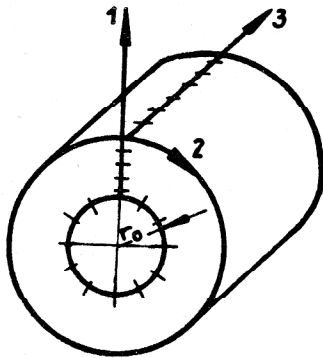
$$x_3 = x_3$$

Bild 2.7
Katalog der Strukturtypen mit Quadertopologie

Strukturtyp

Eingabedaten

Hohlzylinder



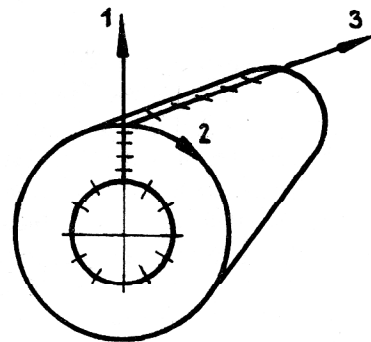
Elementkantenlängen in den 3 Numerierungsrichtungen und des Innenradius.

Berechnung der Knotenkoordinaten aus Zylinderkoordinaten.

$$x_1 = r \cos \varphi; x_2 = r \sin \varphi$$

$$x_3 = x_3$$

Hohlkegelstumpf



Elementkantenlängen für die 3 Numerierungsrichtungen. Innen- und Außenradien von Grund- und Deckfläche.

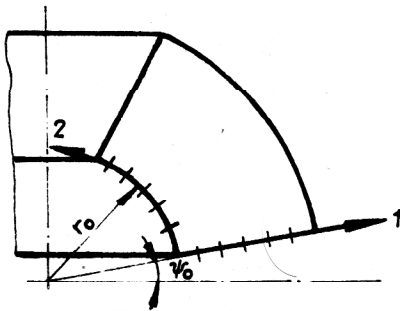
$$r_2, r_1, r_4, r_3$$

$$r_0 = \frac{r_4 - r_3}{h} h_K + r_3; r_K = r - x_3 \frac{r - r_0}{h_K}$$

$$x_1 = r_K \cos \varphi; x_2 = r_K \sin \varphi$$

$$x_3 = x_3$$

Hohlkugelsegment



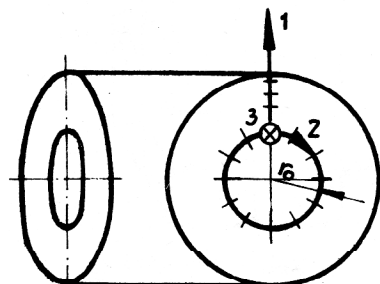
Elementkantenlängen in den 3 Numerierungsrichtungen in Kugelkoordinaten, Innenradius r_0 und Winkel Ψ_0 .

$$x_1 = r \cos \Psi \cos \varphi$$

$$x_2 = r \cos \Psi \sin \varphi$$

$$x_3 = r \sin \Psi$$

Torusabschnitt



Elementkantenlängen in den 3 Numerierungsrichtungen in Kugelkoordinaten Innenradius r_0 , Torusradius R , Winkel Ψ_0 .

$$r = R + \bar{r} \sin \varphi$$

$$x_1 = \bar{r} \cos \varphi \quad x_2 = r \cos \Psi$$

$$x_3 = r \sin \Psi$$

Bild 2.8
Katalog der Strukturtypen mit Hohlzylindertopologie

Damit läßt sich eine Abschätzung für die Anzahl der bereitzustellenden Eingabewerte geben. Das Minimum wird bei Gleichteilung, das Maximum bei unterschiedlichen Kantenlängen der Elemente erreicht.

$$9 + n_{\text{zus}} \leq n_{\text{Eing.}} \leq 2 * (n_1 + n_2 + n_3) + 3 n_{\text{zus}} \quad (2.4)$$

Dabei bedeuten

- $n_{\text{Eing.}}$ – Anzahl der Eingabewerte
- $n_{\text{zus.}}$ – Anzahl der Zusatzinformationen (siehe Tabelle)
- n_1, n_2, n_3 – Anzahl der Elemente in den 3 Numerierungsrichtungen

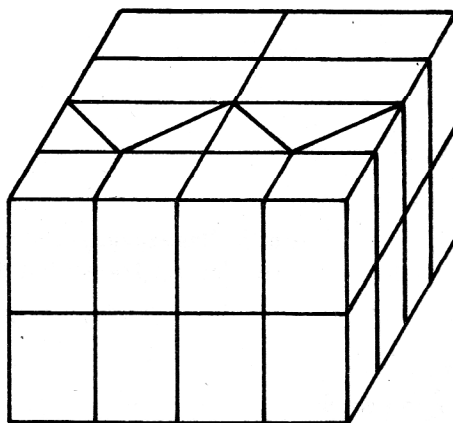
Eine Anpassung der Standardstruktur an das reale Bauteil kann im Bedarfsfall durch nachträgliche Änderung einzelner Knotenkoordinaten erfolgen. Die Beschreibung des Knotens erfolgt auch in diesem Fall mittels der vorn definierten Knotenflächen.

2.2. Spezielle Übergangsstrukturen zur Erzielung starker lokaler Netzverfeinerungen

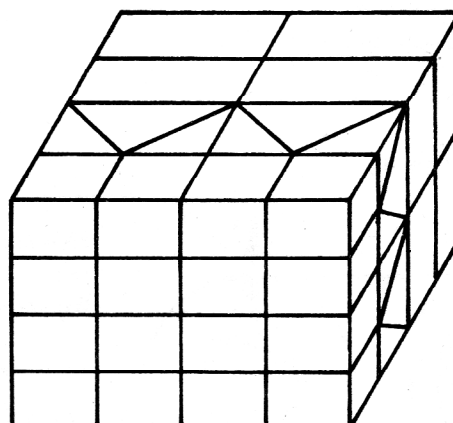
Da das Lösungsverhalten eines FE-Modells in hohem Maße davon abhängt, ob das gewählte Elementnetz entsprechend seiner Geometrie und den Elementabmessungen in der Lage ist, sich dem realen Bauteilverhalten anzupassen, kommt der Netzverfeinerung lokaler Teilbereiche besondere Bedeutung zu. Lokale Netzverfeinerungen bei 2D-Modellen lassen sich mit konventionellen Dreiecks- und Rechteckelementen noch relativ problemlos realisieren. Bei dreidimensionalen Modellen entstehen bei ausschließlicher Verwendung konventioneller Elementformen erheblicher Aufwand und stark verzerrte Elemente, die das Lösungsverhalten verfälschen. In jedem Fall wird jedoch mit der Notwendigkeit lokaler Netzverfeinerungen die Anwendung der im Abschnitt 2.1 vorgestellten Standardstrukturkataloge stark erschwert, und meist wird ein hoher zusätzlicher manu-

eller Datenaufbereitungsaufwand notwendig. In Bild 2.9 sind zwei Möglichkeiten der Netzverfeinerung unter Verwendung konventioneller Elementformen dargestellt. Die dargestellten Strukturen mit Quadertopologie ermöglichen unter Verwendung von Standardelementen eine Netzverfeinerung innerhalb einer Standardstruktur. Dabei kommt die relative Unübersichtlichkeit einer derartigen Netzverfeinerung zum Ausdruck. Eine Alternative zu Netzverfeinerungen entsprechend Bild 2.9 ermöglichen Vernetzungstechniken, die eine Verknüpfung von einer mit mehreren Elementkanten bzw. -flächen bei 3D-Modellen gestatten. Bild 2.10 zeigt solche Verknüpfungen, die aufwandsarme und verzerrungsfreie hohe Diskretisierungsverdichtungen ermöglichen.

Verwendet man für derartige Verknüpfungen Standardelemente, so muß für die Erhaltung der Kompatibilität die Erfüllung kinematischer Zwangsbedingungen gefordert werden, die sich zum Beispiel über die Penalty-Funktion-Methode realisieren lassen [10]. Dadurch kommt es aber in unmittelbarer Umgebung des Verknüpfungsgebietes zu schwer abschätzbaren Beeinflussungen des Lösungsverhaltens [11] und [12]. Eine lokal günstigere Verknüpfungsmöglichkeit ergibt sich durch die Entwicklung kompatibler Übergangselemente auf der Basis der gemischten Interpolation [11] bis [16]. Dabei wird die Kompatibilität zu den Nachbarelementen über stückweise differenzierbare Randverschiebungsansätze erzielt. Auf der Grundlage dieser Interpolationstechnik wurden im Rahmen des Programmsystems COSAR kompatible Übergangselemente für die mechanischen Modelle Scheibe, Rotationskörper, dicke Platte, dicke Schale und Vollkörper entwickelt. Diese Übergangselemente sind zu den Standardelementen der Serendipity-Klasse mit quadratischen Randverschiebungsansätzen vollkompatibel und besitzen analoge Konvergenzeigenschaften. Über die verwendete stückweise quadratische Randinterpolation und unter Einbeziehung des isoparametrischen Konzepts eröffnet

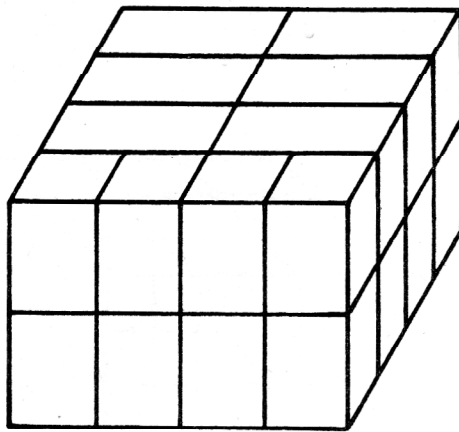


a) einachsige Netzverfeinerung

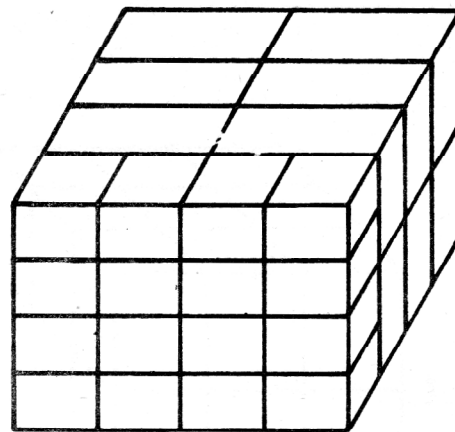


b) zweiachsige Netzverfeinerung

Bild 2.9
Netzverfeinerungen unter Verwendung konventioneller Elementformen

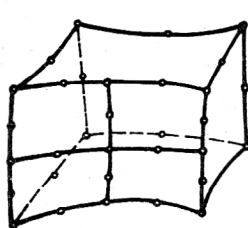


a) einachsige Netzverfeinerung

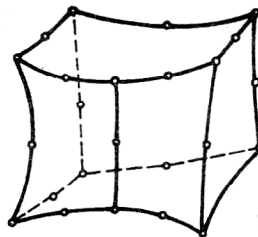


b) zweiachsige Netzverfeinerung

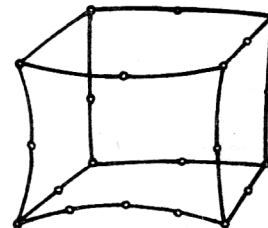
Bild 2.10
Unkonventionelle Elementverknüpfung zur Erzielung lokaler Netzverfeinerungen



HK 99



HK 75



HK 66

Bild 2.11
Übergangselemente zur Erzielung starker lokaler Netzverfeinerungen

sich die Möglichkeit, sowohl komplexe Makroelemente als auch beliebig gestaltete Übergangselemente mit variabler Knotenkonfiguration abzuleiten. Die Anwendung dieses Konzepts ermöglicht starke lokale Elementverdichtungen bei einem gleichzeitig übersichtlich und systematisch aufgebautem Netz. Um Netzverfeinerungen entsprechend Bild 2.10 innerhalb komplexer Strukturen zu ermöglichen, wird die Entwicklung der folgenden drei in Bild 2.11 dargestellten Übergangselementen notwendig.

Einzelheiten zu den Elementansatzfunktionen und deren Ableitung können [11] entnommen werden. Aufbauend auf die z. B. in Bild 2.4 dargestellte Standardstruktur mit Quadertopologie können jetzt Erweiterungen des Strukturkataloges realisiert werden. So entsteht die Standardstruktur für eine zweiachsige Netzverfeinerung (Bild 2.12b) aus der Quaderstruktur in Bild 2.12a, indem die letzte Elementschicht des Quaders durch Elemente des Typs HK99 ersetzt wird. Analog ergibt sich die Struktur zur Realisierung einer einachsigen Netzverfeinerung (Bild 2.12c) durch Verwendung von Elementen des Typs HK75. Die Struktur aus Bild 2.12d entsteht, indem die letzte Elementreihe in Numerierungsrichtung 2 und 3 durch Elemente des Typs HK66 ersetzt wird.

Eine solche Struktur wird notwendig, um die Kompatibilität der Strukturen für eine Netzverfeinerung mit den benachbarten Strukturen zu erzielen.

Geometrisch lassen sich diese speziellen Strukturtypen vollständig analog zu den in Bild 2.7 dargestellten Standardstrukturtypen mit Quadertopologie beschreiben. Weitere Hinweise zur Ableitung spezieller Übergangselemente auf der Grundlage der gemischten Interpolation findet man in [17]. Für zweidimensionale und axial-symmetrische Modelle (Scheibe, Rotationskörper, dicke Platte, dicke Schale) bietet sich die Entwicklung eines flexiblen Elementes an. Damit eröffnet sich die Möglichkeit, zweidimensionale Strukturen mit Vierecktopologie (vgl. Bild 2.1) an beliebigen Rändern so zu gestalten, daß Strukturen mit doppelt feiner Vernetzungsdichte angeschlossen werden können. Ein solches flexibles Viereckselement ist in Bild 2.13 dargestellt. Die Besonderheit dieses Elementes besteht in der Tatsache, daß die mit x gekennzeichneten Knoten an jeder Elementkante wahlfrei vorhanden sein können. Die Verwendung dieses Übergangselementes bietet die Möglichkeit, Strukturen mit Vierecktopologien unterschiedlicher Knotenkonfigurationen zu erzeugen.

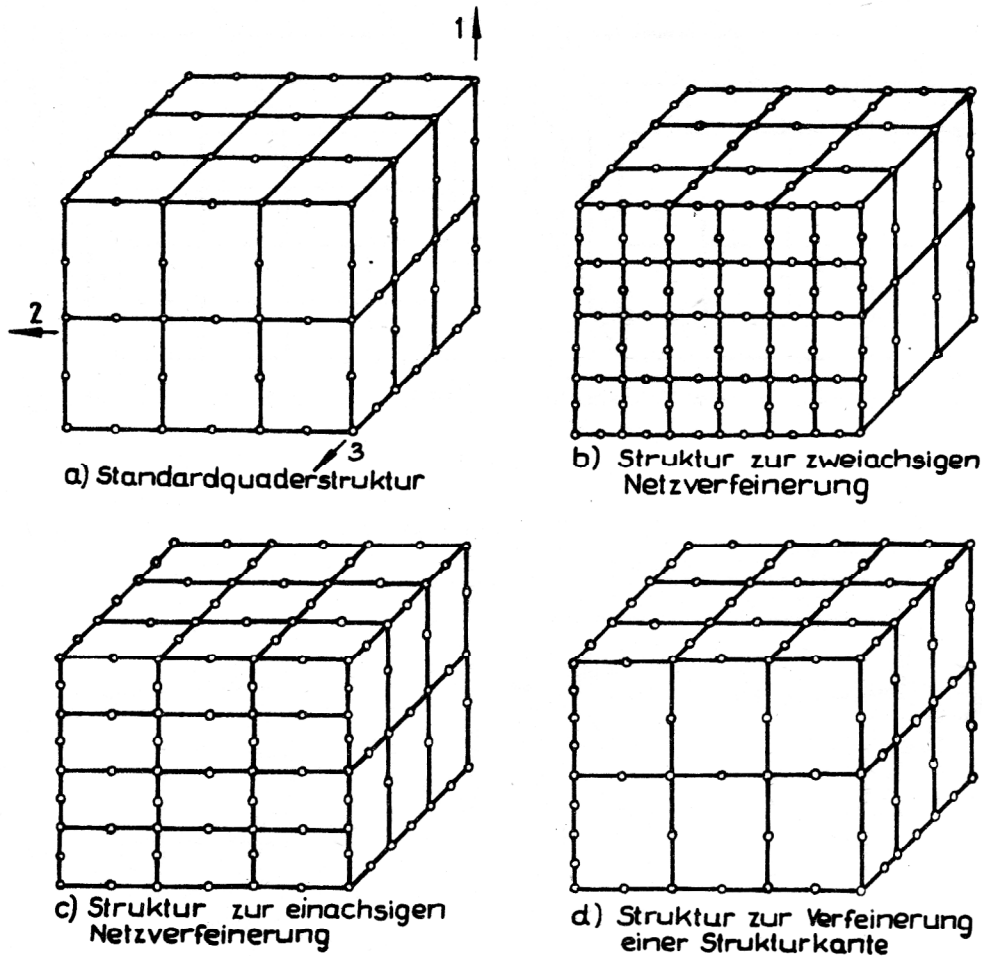


Bild 2.12
Standardquader- und spezielle Übergangsstrukturen mit Quader-
topologie

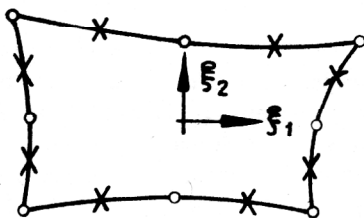


Bild 2.13
Flexibles zweidimensionales Übergangselement

Bild 2.14 zeigt die möglichen Übergangsstrukturen, die sich aus den Verfeinerungsmöglichkeiten der Elementkanten ergeben. Mit Hilfe dieser Standardstrukturen mit Vierecktopologie lassen sich jetzt flexibel Strukturen unterschiedlicher Vernetzungsdichte regelmäßig anordnen. Gegenüber alternativen Netzverfeinerungen mit herkömmlichen Elementformen kommt es zu einer starken Reduzierung sowohl des manuellen Vorbereitungsaufwandes als auch des numerischen Aufwandes, da eine Vernetzung mit Übergangselementen bei glei-

cher Netzqualität mit weniger Elementen und kleineren Freiheitsgraden auskommt. Da die Netzverfeinerung ohne kinematische Zwangsbedingungen auskommt, kann auf eine gesonderte Untersuchung des Übergangsbereiches verzichtet werden, der im Gegensatz dazu sowohl bei einer Zwangsbedingungskopplung als auch bei einer Vernetzung mit verzerrten Standardelementen als Problembereich angesehen werden muß.

2.3. Problemorientierte Strukturkataloge

Der Einsatz der unter Punkt 2.1 und 2.2 vorgestellten Standardstrukturkataloge hat sich als sehr effektives Mittel erwiesen, um die Anzahl der Eingabedaten und damit den Zeitaufwand für die Vorbereitung einer FEM-Analyse zu senken. Da der entwickelte Standardstrukturkatalog keinen Anspruch darauf erhebt, alle möglichen Bauteile mit wenig Aufwand nachbilden zu können, müssen Schnittstellen vorgesehen werden, die es ermöglichen, weitere Strukturen einzugliedern. Dazu sind im rechenfähigen Modul Unterprogrammaufrufe vorgesehen, die ein Nachladen der neu hinzukommenden Strukturen realisieren. Diese Nachladestrategie entbindet den

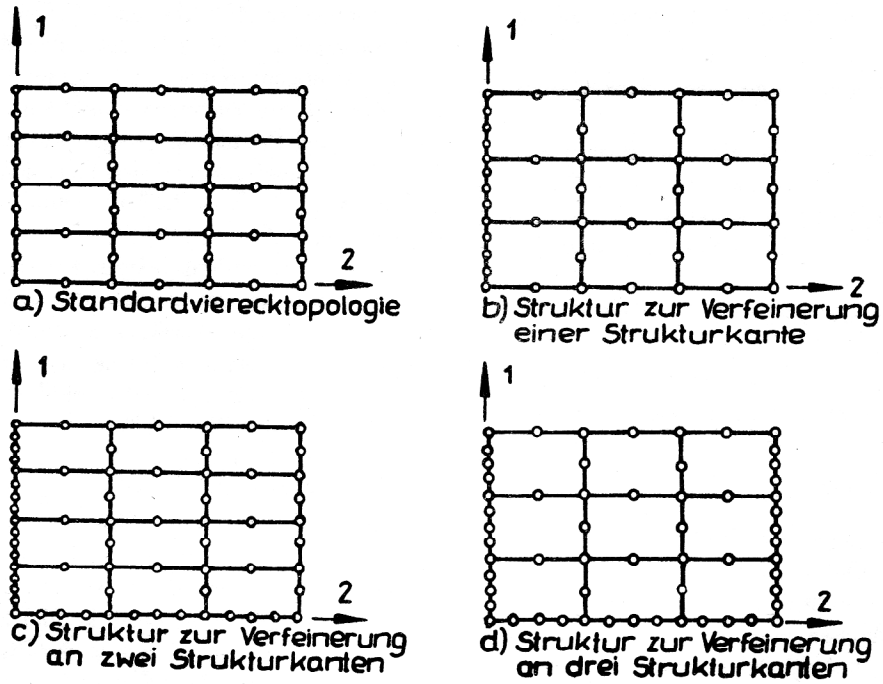
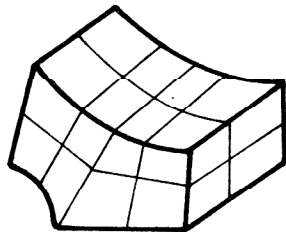
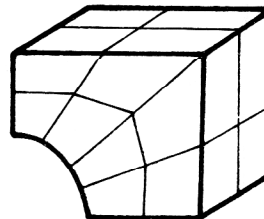


Bild 2.14
Strukturen mit Vierecktopologie

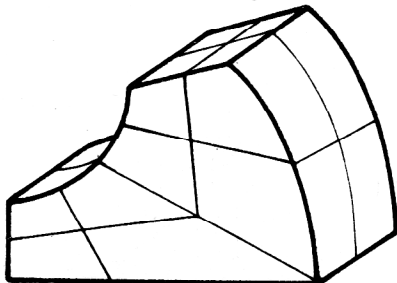
verzerrter Quader
mit zwei konkaven
Zylinderflächen



Regelquader mit
ausgeschnittenem
Viertelzylinder



Quader mit konvexer
und konkaver Zylinderfläche



Hohlzylinderausschnitt
mit Bohrung

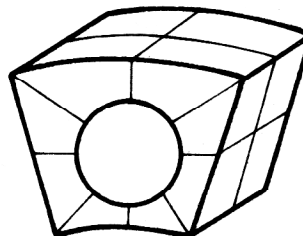


Bild 2.15
Standardstrukturen des problemorientierten Strukturkataloges
Dieselmotor

Anwender von der Aufgabe des Zusammenladens des Gesamtprogramms. Die Anwendung dieses Konzeptes erfordert vom Nutzer keine Kenntnisse des Gesamtsystems [18]. Er hat nur wenige Bedingungen zu beachten:

- die Subroutinen müssen vorgegebene Namen erhalten,
- die berechnete Topologie und die Koordinaten sind mit Nutzung eines vorgegebenen Datenverwaltungssystems auf Externspeicher auszulagern,
- die COMMON-Blöcke des Preprocessors sind zu benutzen.

Ein Beispiel eines solchen problemorientierten Kataloges ist der Strukturkatalog Dieselmotor. Er enthält über 20 Standardstrukturen, die sich speziell zur Vernetzung von Bauteilen von Dieselmotoren eignen. (Bild 2.15)

3. Anwendungsbeispiele

Der in den vorangegangenen Abschnitten beschriebene Datengenerator mit seinen Standardstrukturen wurde im Rahmen des FE-Programmsystems COSAR realisiert. Eine Reihe von praktischen Beispielen bei Anwendungen u. a. im Motoren- bzw. Rohrleitungsbau bestätigen die Wirtschaftlichkeit und Überschaubarkeit der vorliegenden Konzeption. Zwei ausgewählte Beispiele sollen

veranschaulichen, wie sich durch den Einsatz des vorgestellten Datengenerators der Datenaufbereitungsaufwand einer komplexeren FE-Modellaufbereitung sehr stark reduzieren läßt. Das erste Beispiel ist ein Kurbelwellenabschnitt. Bild 2.16 zeigt die Modellierung des Kurbelwellenabschnittes und seine Unterteilung in 8 Substrukturen aus zwei Ansichten. Dabei wird die Zerlegung des Bauteils in geometrisch einfach beschreibbare Geometriebausteine deutlich sichtbar. Das Elementnetz ist in Bild 2.17 als räumliches Glaskörpermodell dargestellt.

Das zweite Anwendungsbeispiel aus dem Rohrleitungsbau demonstriert den Einsatz der vorgestellten Übergangsstrukturen zur Realisierung lokaler Netzverfeinerungen. Es handelt sich hierbei um eine Rohrverzweigung, von der aus Symmetriegründen nur ein Achtel modelliert wurde (Bild 2.18). Die Zerlegung in 7 Substrukturen wird in Bild 2.19 sichtbar. Bild 2.20 zeigt das im Ergebnis der Modellierung entstehende Elementnetz als räumliches Glaskörpermodell. Um den sinkenden Datenaufbereitungsaufwand quantitativ zu erfassen, ist die Anzahl der zu erstellenden Eingabedaten für die beiden Beispiele in Bild 2.21 tabellarisch zusammengestellt. Dabei wurde der Aufwand an Eingabedaten mit und ohne Verwendung des Datengenerators gegenübergestellt. In der Spalte Reduktion ist die

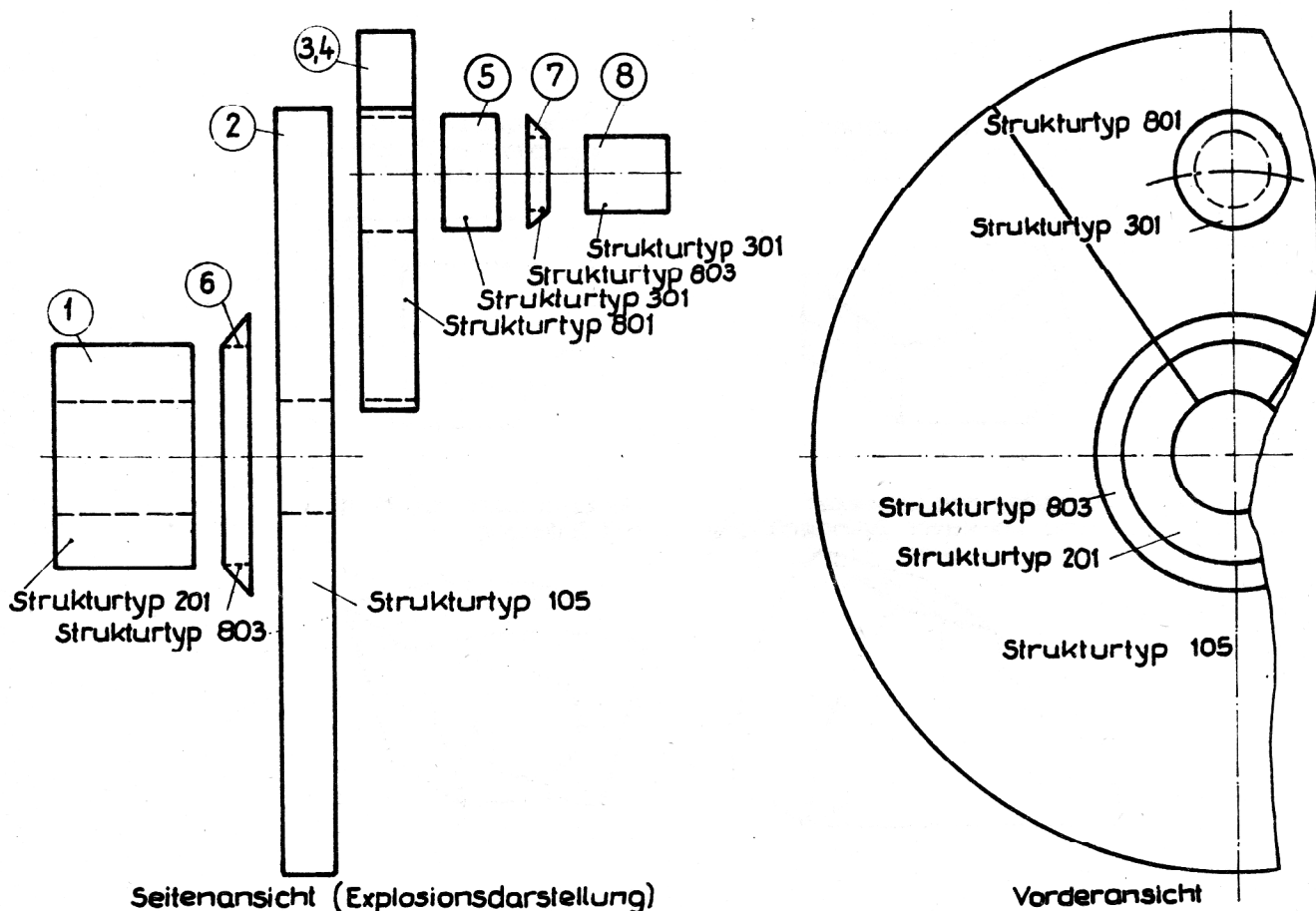
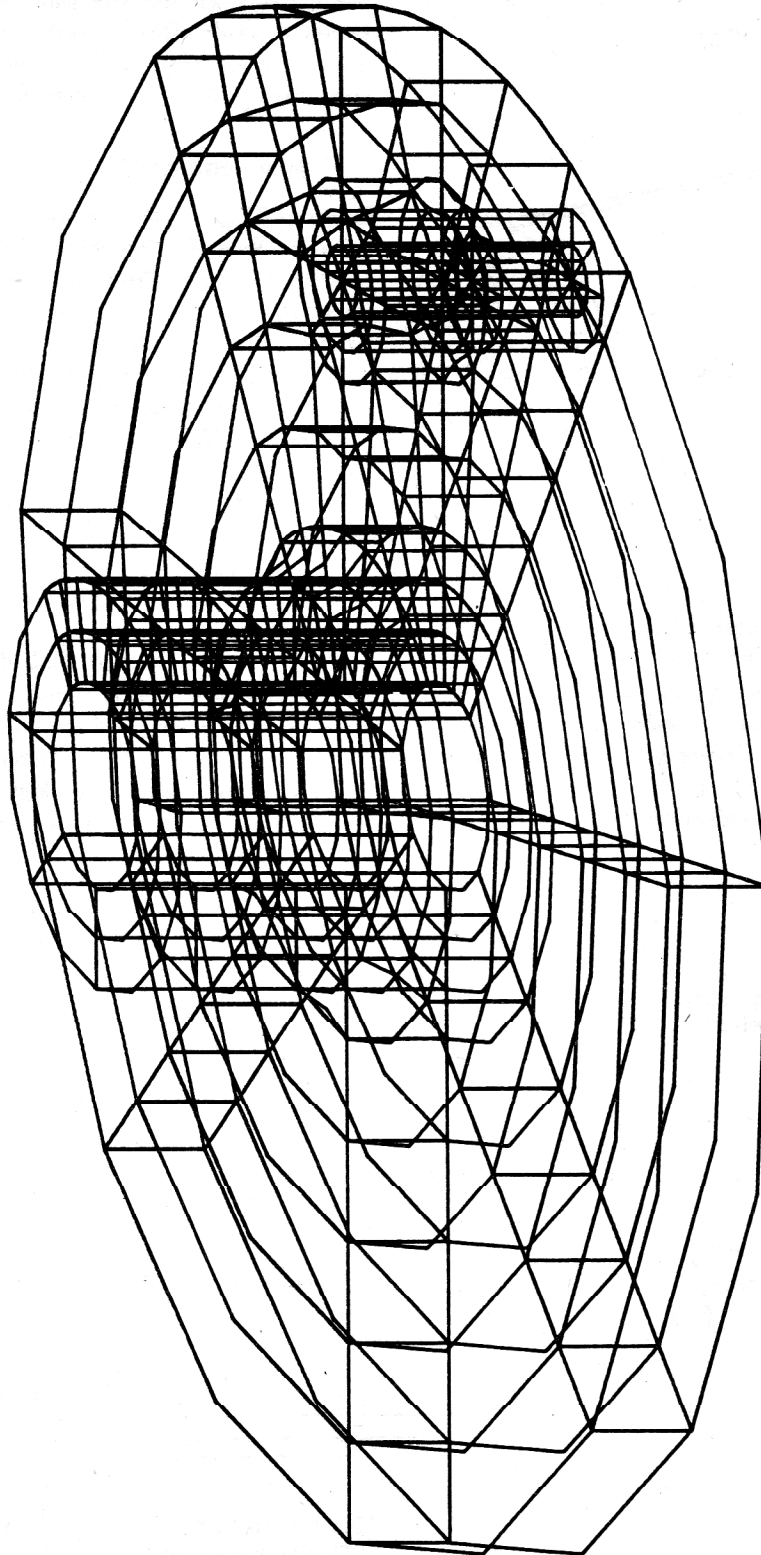


Bild 2.16
Strukturierung eines Kurbelwellenabschnittes



	PROGRAMMSYSTEM COSAR	STRUKTUR NR.	LASTFALL NR.	
	BEARBEITET 18.05.1985 H. HÖRESCHI	KURBELWELLENABSCHNITT		M
	TH MAGDEBURG SEKTION MASCHINENBAU	GLASKOERPERMODELL		2.

Bild 2.17
Glaskörpermodell des Kurbelwellenabschnittes

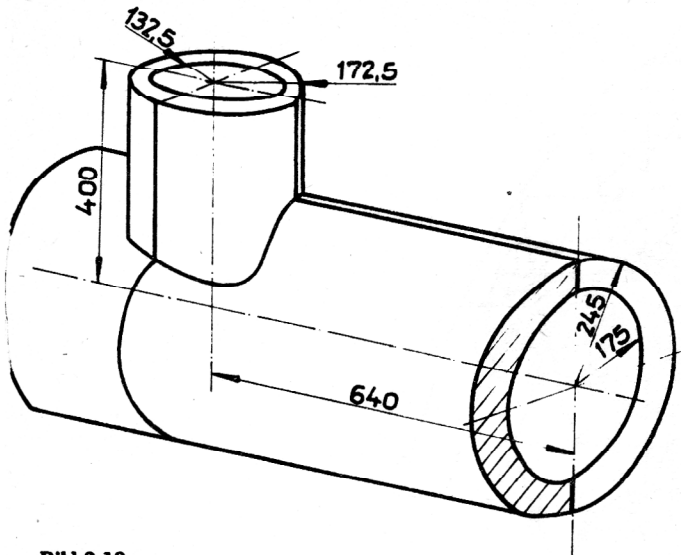


Bild 2.18
Modell einer Rohrverzweigung

Senkung der Zahl der Eingabedaten prozentual angegeben. Für das Beispiel Kurbelwellenabschnitt ist eine beinahe durchgängige Senkung des Datenaufwandes in der Regel um über 90 % zu verzeichnen. Beim Beispiel Rohrverzweigung ist der Aufwand für die Erstellung der Geometriedaten der ersten drei Strukturen mit und ohne Datengenerator identisch, da die kompli-

zierte Geometrie des Übergangsbereiches noch manuell vernetzt wurde. Der Gesamtaufwand bei Verwendung des Datengenerators liegt jedoch bei beiden Beispielen wesentlich unter einer manuellen Datenaufbereitung.

4. Zusammenfassung

Leistungsfähige Datengeneratoren bestimmen entscheidend die Nutzerfreundlichkeit und die Effizienz von FE-Programmen und -Programmsystemen und somit ihre Eignung für einen umfassenden Einsatz in der industriellen Praxis. Datengeneratoren können den Aufwand um Größenordnungen reduzieren.

FE-Programmsysteme ohne Datengeneratoren haben nur eine geringe Nutzerakzeptanz, und das Aufwand/Leistungsverhältnis der Finite-Elemente-Methoden wird völlig verfälscht. Dabei muß man noch beachten, daß der Begriff Datengenerator sehr vielschichtig verwendet wird. Er wird für ganz einfache 2D-Netzgeneratoren, aber auch für sehr komplexe Generatoren im Preprocessor verwendet.

Im vorliegenden Beitrag wird die Konzeption eines sehr universellen Datengenerators vorgestellt. Die theoretischen Grundlagen und die Lösungsstrategien werden nur kurz erläutert. Dieser Datengenerator wurde für FE-Programmsysteme entwickelt, die über eine leistungsfähige Substruktur/Superelementtechnik verfügen.

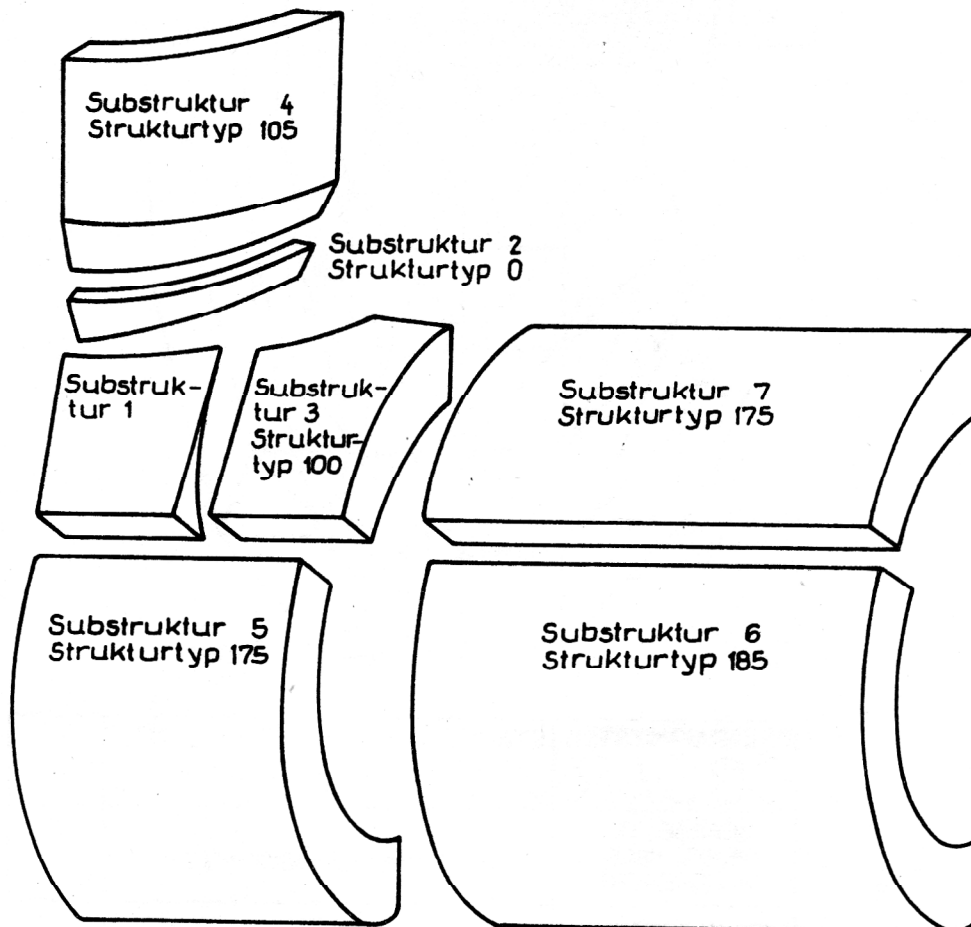
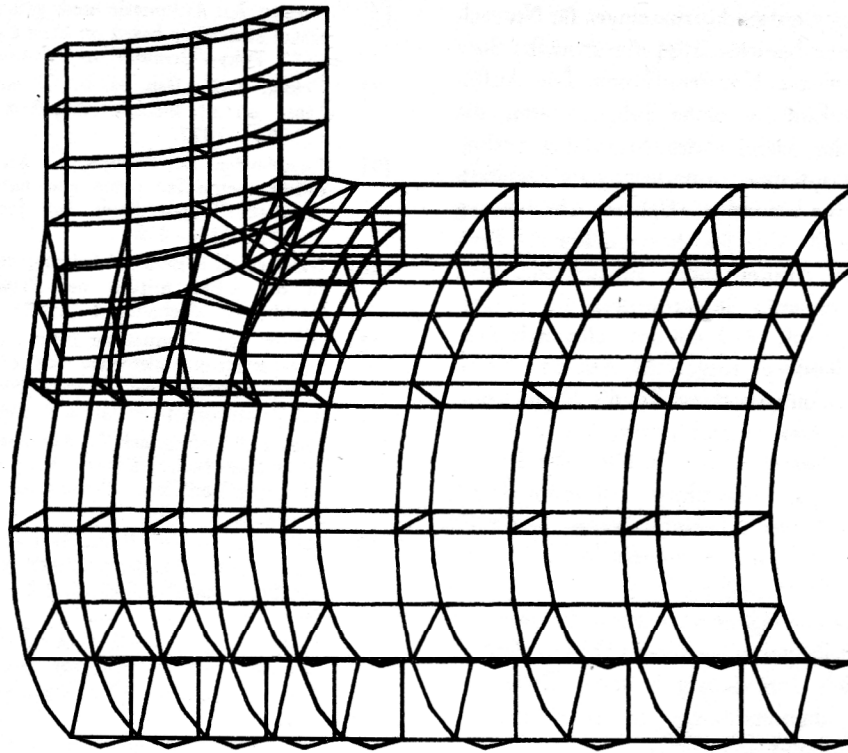


Bild 2.19
Unterteilung der Rohrverzweigung in Substrukturen (Explosivdarstellung)



	PROGRAMMSYSTEM COSAR	STRUKTUR NR.	LASTFALL NR.
	BEARBEITET 1. 12. 1985 SCHOLZ	ROHRSTUTZEN	
	TH MAGDEBURG SEKTION MASCHINENBAU	HYPERSTRUKTUR	
			M 1.

Bild 2.20
Glaskörpermodell der Rohrverzweigung

Bild	Bezeichnung	Struktur		Anzahl der		Anzahl der Eingabedaten					
		Nr.	Typ	Elemente	Knoten	Topologische Beschreibung			Geometrische Beschreibung		
						ohne DG	mit DG	Reduktion	ohne DG	mit DG	Reduktion
2.16	Kurbelwellen- abschnitt	1	201	72	492	1512	15	99,00	1476	16	98,92
		2	105	48	409	1008	21	97,92	1227	16	98,70
		3	801	24	231	499	91	81,76	693	93	86,58
		4	Copy	24	231	499	2	99,60	693	1	99,86
		5	301	24	171	464	15	96,77	513	12	97,66
		6	803	12	114	192	28	85,42	342	23	93,27
		7	803	8	78	128	28	78,13	234	19	91,88
		8	301	32	181	632	15	97,63	543	12	97,79
1 - 8		-	244	1907	4934	215	95,64	5721	192	96,64	
2.19	Rohrverzweigung	1	100	8	81	165	33	80,00	243	243	0,00
		2	0	4	42	64	64	0,00	126	126	0,00
		3	100	16	141	325	33	89,85	423	423	0,00
		4	105	16	155	325	21	93,54	466	148	68,24
		5	175	16	169	347	15	95,68	508	13	97,44
		6	185	16	157	329	15	95,44	472	13	97,25
		7	175	16	169	347	15	95,68	508	13	97,44
1 - 7		-	92	914	1902	196	89,69	2746	979	64,34	

Bild 2.21
Aufwandsvergleich der zu erstellenden Eingabedaten mit und ohne Verwendung des Datengenerators

Der Aufbau eines Standardstrukturkataloges für Normal- und Übergangsbereiche berücksichtigt die sinnvolle Substrukturierung komplexer Konstruktionen. Die Auflösung der Gesamtstruktur in solche Substrukturen, die als Makroelemente im Standardstrukturkatalog enthalten sind, ermöglicht optimale Numerierung der Elementknoten und somit eine besonders effektive Abarbeitung des Analyseschrittes für jede Substruktur. Für die Festlegung der externen Knoten einer Substruktur, über die diese mit den anderen Substrukturen zur Hyperstruktur verbunden wird, wird ein sehr allgemeingültiges und wirksames Konzept vorgestellt. Auf eine Nachoptimierung des Gleichungssystems für die Hyperstruktur kann im allgemeinen verzichtet werden. Der hier gewählte Weg des hierarchischen Aufbaus der Hyperstruktur aus optimierten Teilstrukturen führt im Regelfall auch auf gut strukturierte Gleichungssysteme für die Hyperstruktur. Dies trifft in besonderem Maße für eine mehrstufige Substrukturtechnik zu.

Der hier vorgestellte Datengenerator wurde im Rahmen des universellen FE-Programmsystems COSAR vielfach erprobt und hat sich durchgängig bewährt. Zwei ausgewählte Beispiele demonstrieren die erreichte Leistungsfähigkeit im Rahmen von COSAR.

LITERATUR

[1] Horeschi, H.: Die Generierung des rechnerinternen Modells von Finite-Elemente-Programmsystemen. TH Magdeburg, Dissertation B, 1985.

[2] Mayr, R.: Automatisierte Netzgenerierung für Finite-Element-Verfahren. Carl Hanser Verlag München/Wien, 1983.

[3] Nguyen-van-Phai: Review of techniques for efficient network generation for finite element analysis. VDI-Düsseldorf, Forschung im Ingenieurwesen Bd. 48 (1982), Nr. 2, S. 33 – 64.

[4] Ghassemi, F.: Automatic meshgeneration scheme for a two or three dimensional triangular curved surface. computers & structures vol. 15, No. 6, S. 613 – 626.

[5] Nguyen-van-Phai: Automatische Netzgenerierung für dreidimensionale Festigkeitsberechnungen mit der Methode der Finiten Elemente. Fortschritt Berichte der VDI-Zeitschrift, Reihe 1 Nr. 65 Düsseldorf 1980.

[6] Kames, H.; Eisenstein, K.: Automatic mesh generation in two – and three – dimensional interconnected domains. Les congres et collegues de l'universite de Liege 1971.

[7] Sagawa, K.: Automatic mesh generation for three dimensional structures based on their three views. Proc. of the 1973 Tokyo Seminar on FE-Analysis University Press.

[8] Yeung, S. F.; Hsu, M. B.: A mesh generation method based on set theory. computers & structures, vol. 3, S. 1063 – 1077.

[9] Zienkiewicz, D.; Phillips, D.: An automatic mesh generation scheme for plane and curved surfaces by „isoparametric” coordinates. Int. Journ. Num. Meth. Eng. Vol. 3, S. 519 – 528.

[10] Gabbert, U.: Berücksichtigung von Zwangsbedingungen in der FEM mittels der Penalty-Funktion-Methode. Technische Mechanik 4 (1983) Heft 2, S. 40 – 46.

[11] Scholz, E.: Kompatible Finite Übergangs-, Rand- und Standardstrukturelemente zur effektiven mechanischen Strukturanalyse von Rand- und Übergangsbereichen. TH Magdeburg, Dissertation A, 1986.

[12] Scholz, E.; Altenbach, J.: Kompatible Übergangselemente für lokale Netzverfeinerungen bei 2D- und 3D-Finite-Elemente-Modellen. Technische Mechanik 6 (1985) Heft 2, S. 72 – 78.

[13] Röhr, U.: Lokale finite Elementnetzverfeinerungen bei Platten- und Scheibenaufgaben mittels gemischter Interpolation. Schiffbauforschung 24 (1985) Heft 1, S. 39 – 50.

[14] Cavendish, J. C.; Hall, C. A.: A new class of transitional blended finite elements for the analysis of solid structures. Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 20 (1984), S. 241 – 253.

[15] Cavendish, J. C.; Gordon, W. J.: Substructured macro elements based on a locally blended interpolation. Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 11 (1977), S. 1405 – 1421.

[16] Gupta, A. K.: A finite element for transition from a fine to a coarse grid. Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 12 (1978), S. 35 – 45.

[17] Scholz, E.; Altenbach, J.: Ableitung der Formfunktionen für finite Standard- und Übergangselemente auf der Grundlage der gemischten Interpolationstechnik. Technische Mechanik 8 (1987) H. 2

[18] Horeschi, H.; Widdecke, G.: Entwicklung und Anschluß spezieller Datengeneratoren im Programmsystem COSAR/E80. Publ. Techn. Univ. for Heavy Industry, Miskolc Series C. Machinery, Vol. 40 (1984), 109 – 122.