

Zur Theorie des Kontaktverlustes in spielbehafteten Drehgelenken

H. Dresig, U. Stelzmann

1. Einleitung

Bei der Berechnung der Gelenkkräfte in Mechanismen wird im allgemeinen davon ausgegangen, daß die kinematischen Paare sich relativ zueinander spielfrei bewegen. Bei Gleitlagern ist jedoch das Vorhandensein von Lagerspiel unvermeidlich. Infolge des Lagerspiels können Kontaktverlust und Anlagewechsel zwischen den Gelenkelementen auftreten. Der dabei entstehende Stoß führt zu erhöhten Beanspruchungen, Schwingungen und Lärm. Belastbarkeit, Lebensdauer und Laufruhe der Mechanismen, die für ihren technischen Einsatz maßgebliche Kriterien sind, werden durch die Größe des Lagerspiels in den Gelenken der Koppelgetriebe beeinflusst. Ein größeres Lagerspiel ermöglicht gröbere Fertigungstoleranzen und damit eine wirtschaftlichere Fertigung, so daß letzten Endes ein Kompromiß bei der Festlegung des optimalen Lagerspiels unter Beachtung der realen Auswirkungen getroffen werden muß.

In [1] wurden von Haines 62 Literaturstellen über die Erfassung der Wirkungen von Spiel in Gelenken angegeben und ausgewertet. In Anlehnung an die Feststellung von Fawcett und Burdett [2], daß sich zur Bestimmung der Punkte, wo Kontaktverlust auftritt, der für „Nullspiel“ berechnete Kraftverlauf eignet, entwickelte Haines [3] eine Theorie zur Vorausbestimmung des Kontaktverlustes in ebenen Drehgelenken.

Hier soll unter ähnlichen Voraussetzungen ein theoretischer Ansatz zur Ermittlung der dynamischen Auswirkungen von Gelenkspiel vorgestellt werden. Damit sind Schwingungen und Zusatzkräfte in Drehgelenken erklärbar, die schon bei ideal starren Getriebegliedern nur infolge hochfrequenter Relativbewegungen zwischen Bolzen und Lagerschale auftreten. Wechselwirkungen spielbehafteter Gelenke untereinander werden vernachlässigt.

2. Aufstellen der Bewegungsgleichung

Das im Bild 1 dargestellte Berechnungsmodell beschreibt ein Drehgelenk zwischen den Gliedern i und k innerhalb eines beliebigen Mechanismus, bei dem der Bolzendurchmesser d sich vom Lagerdurchmesser D unterscheidet. Das Lagerspiel beträgt $s = 2r - D - d$.

Infolge dieses Lagerspiels besitzt der Bolzen eine zusätzliche Bewegungsmöglichkeit in der Lagerschale. Bei ständigem Kontakt bewegt sich der Mittelpunkt des Bolzens mit den Koordinaten x_{ki}, y_{ki} auf einem Kreisbogen mit dem Radius $r = s/2$ relativ zum Mittelpunkt der Lagerschale mit den Koordinaten x_{ik}, y_{ik} . Die Stellung auf diesem Kreisbogen wird durch den Winkel β beschrieben. Die Bewegungsgleichung für die Relativbewegung des Bolzens in der Lagerschale läßt sich nach

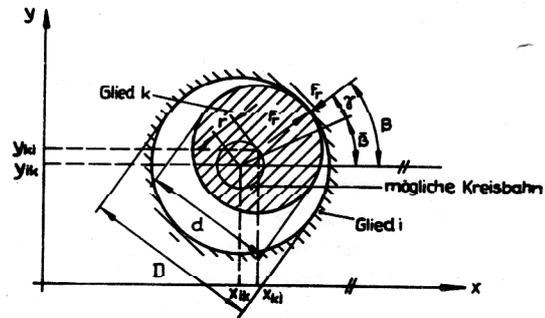


Bild 1
Spielbehaftetes Drehgelenk

[4; Abschn. 3.4.2.] oder [5; Abschn. 4.2.5.] aufstellen, wobei der Anlagewinkel β und der Antriebswinkel φ die Rolle von unabhängigen Koordinaten spielen:

$$m_{\beta\beta} \ddot{\beta} + m_{\beta\beta,\varphi} \dot{\varphi} \dot{\beta} + \frac{1}{2} m_{\beta\beta,\beta} \dot{\beta}^2 + m_{\beta\varphi} \ddot{\varphi} + (m_{\varphi\beta,\varphi} - \frac{1}{2} m_{\varphi\varphi,\beta}) \dot{\varphi}^2 = Q_{\beta} \quad (1)$$

Diese Gleichung gilt, solange die radiale Berührungskraft zwischen Bolzen und Lagerschale F_r positiv bleibt. Wird F_r negativ, so bedeutet das Kontaktverlust. Die Formel für die radiale Berührungskraft ergibt sich nach [5; Abschnitt 2.2.2.] zu

$$F_r = -m_{\varphi r} \ddot{\varphi} - (m_{\varphi r,\varphi} - \frac{1}{2} m_{\varphi\varphi,r}) \dot{\varphi}^2 - m_{\beta r} \ddot{\beta} - (m_{\beta r,\varphi} + m_{\varphi r,\beta} - m_{\beta\varphi,r}) \dot{\varphi} \dot{\beta} - (m_{\beta r,\beta} - \frac{1}{2} m_{\beta\beta,r}) \dot{\beta}^2 \quad (2)$$

Die verallgemeinerten Massen $m_{\varphi r}$, $m_{\varphi\varphi}$, $m_{\beta r}$, $m_{\beta\varphi}$, $m_{\beta\beta}$ und deren partielle Ableitungen nach r , φ und β ergeben sich ebenfalls aus [4; Abschn. 3.4.2.]:

$$m_{kl} = \sum_i [m_i (x_{si,k} \cdot x_{si,l} + y_{si,k} \cdot y_{si,l}) + J_{si} \cdot \varphi_{i,k} \cdot \varphi_{i,l}] \quad (3)$$

$k, l = \varphi, \beta, r$

Q_{β} umfaßt alle auf die Koordinate β reduzierten eingepreßten Kräfte, wie z. B. technologische Kräfte, Eigengewicht der Getriebeglieder und Reibung im Gelenk:

$$Q_{\beta} = Q_t + g \cdot \sum_i m_i \cdot y_{si,\beta} + F_r \cdot r [\mu + f(v_{rel})] \text{sign}(v_{rel}) \quad (4)$$

$$m_{\varphi r} = m_3 l_2 \sin(\beta - \varphi) - m_4 (l_2 \sin \varphi + l_2 \lambda \sin \varphi \cos \varphi + r \lambda \cos \varphi \sin \beta) (\cos \beta - \lambda \sin \varphi \sin \beta) \quad (16)$$

$$m_{\beta \beta} = [m_3 + m_4 (\sin \beta + \lambda \sin \varphi \cos \beta)^2] \cdot r^2 \quad (17)$$

$$m_{\beta r} = m_4 r (-\sin \beta \cos \beta - \lambda \sin \varphi \cos 2\beta) \quad (18)$$

Zur Vereinfachung wurde die Tatsache ausgenutzt, daß für das Kurbelverhältnis $\lambda = l_2/l_3 \ll 1$ gilt und $\rho = r/l_2 \ll \lambda$ ist.

Der Anlagewinkel $\bar{\beta}$ der kinetostatischen Gelenkkraft ergibt sich aus den beiden Kraftkomponenten (vgl. [5; Abschn. 2.4.1.]), wobei das Eigengewicht der Getriebeglieder vernachlässigt wurde.

$$F_{x23} = (m_3 + m_4 + m_4 \lambda \cos \varphi) l_2 \sin \varphi \cdot \ddot{\varphi} + [(m_3 + m_4) \cos \varphi + m_4 \lambda \cos 2\varphi] l_2 \dot{\varphi}^2 \quad (19)$$

$$F_{y23} = -(m_3 \cos \varphi + m_4 \lambda \sin^2 \varphi) l_2 \ddot{\varphi} + [m_3 \sin \varphi - (m_4/2) \lambda \sin 2\varphi] l_2 \dot{\varphi}^2 \quad (20)$$

$$\sin \beta = \frac{F_{y23}}{\bar{F}}, \quad \cos \beta = \frac{F_{x23}}{\bar{F}},$$

$$\bar{F} = \sqrt{F_{x23}^2 + F_{y23}^2} \quad (21)$$

Bild 3a zeigt das Polardiagramm der kinetostatischen Gelenkkraft (2, 3), und die Bilder 3b und 3c zeigen die Verläufe der Koeffizienten der linearisierten DGL (9) für die speziellen Parameter: $\lambda = l_2/l_3 = 0,1$, $m_3/m_4 = 0,2$, $\rho = r/l_2 = 0,001$, $\dot{\varphi} = \Omega$.

Aus diesen Bildern ist ersichtlich, daß zum Zeitpunkt minimaler kinetostatischer Gelenkkraft die Koeffizienten m_γ und c_γ jeweils Extremwerte annehmen und die Eigenfrequenz $f = \omega/2\pi$ des Schwingers minimal wird. Insgesamt ist diese Eigenfrequenz jedoch um zwei Zehnerpotenzen höher als die Antriebswinkelgeschwindigkeit Ω , so daß sie im akustischen Frequenzbereich liegt. Der Schwinger Bolzen – Lagerschale ist vergleichbar mit einem Pendel der kleinen Pendellänge r . Die starken Schwankungen der Koeffizienten m_γ und c_γ stellen eine Parametererregung dar, die gemeinsam mit der schroffen Änderung im Verlauf von Q_γ hochfrequente Pendelschwingungen des Bolzens in der Lagerschale um die kinetostatische Krafttrichtung $\bar{\beta}(\varphi)$ hervorrufen.

In Bild 4a wurden diese Schwingungen durch numerische Integration von (1) unter Berücksichtigung von (8) für die oben angegebenen speziellen Parameter dargestellt. Dabei wurde vorausgesetzt, daß die während des vorangegangenen Umlaufs entstandenen Schwingungen abgeklungen sind, d. h. die Integration wurde bei $\varphi = 0$ begonnen mit den Anfangsbedingungen $\gamma(0) = 0$, $\dot{\gamma}(0) = 0$. Es zeigt sich, daß bei $\varphi < 70^\circ$ der Winkel γ Null bleibt. Der Anlagewinkel β des Bolzens auf der Lagerschale stimmt mit der Richtung $\bar{\beta}$ der kinetostatischen Gelenkkraft überein, und die radiale Berührungskraft F_r entspricht der spielfrei berechneten Gelenkkraft F . Bei $\varphi = 80^\circ$ durchläuft die kinetostatische Gelenkkraft ein Minimum und wechselt dabei ihre Richtung sehr schnell. In diesem Moment weicht der Anlagewinkel β von der spielfrei berechneten Krafttrichtung $\bar{\beta}$ ab, und es entstehen hochfrequente Pendelschwingungen $\gamma(t)$ des Bolzens in der Lagerschale um die kinetostatische Krafttrichtung $\bar{\beta}(\varphi)$. Diese Schwingungen rufen zusätzliche Massenkräfte hervor.

Die Berührungskraft F_r ist die Summe aus diesen Massenkräften und der kinetostatischen Gelenkkraft F . Die Amplituden dieser Schwingung nehmen erwartungsgemäß mit größer werdendem Spiel zu. Bei $\rho = r/l_2 = 0,001$ (Bild 4a) sind die Ausschläge bei $\varphi > 93^\circ$ schon $\gamma_{\max} = 0,45$, so daß die in Abschnitt 3 vorgenommene Linearisierung unzulässig ist. Bei $\rho = 0,004$ ist die Schwingung so stark, daß F_r im zweiten Minimum negativ wird (Bild 4b). Von diesem Moment an ist die weitere Rechnung ungültig. Der Kontakt zwischen Bolzen und Lagerschale ist aufgehoben, und bei Kontaktwiederkehr entstehen Stöße, die für das Lager unerwünscht sind.

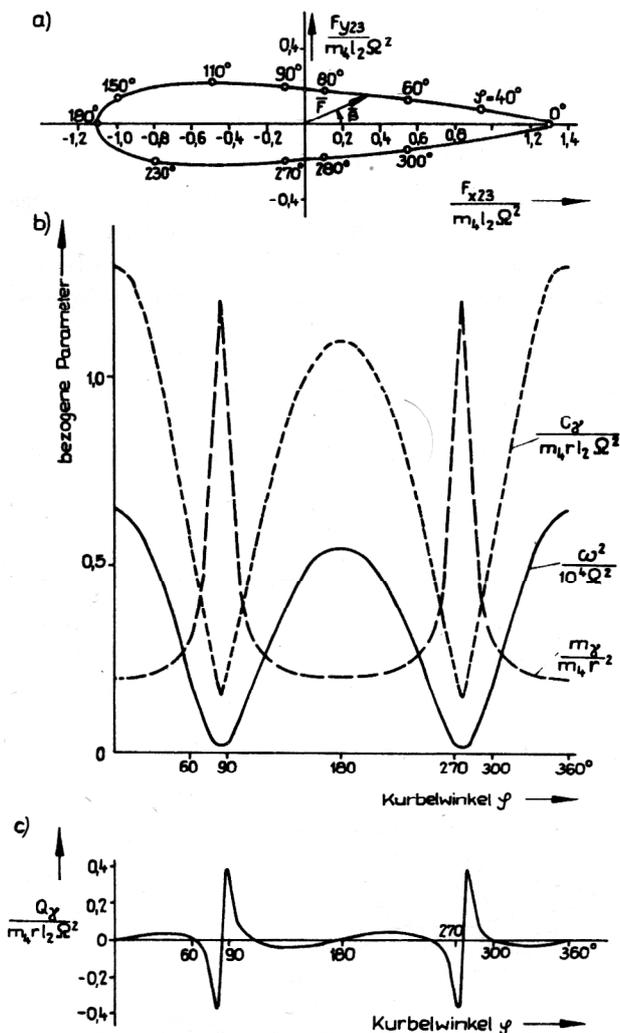


Bild 3
Parameter des Schubkurbelgetriebes

4.2. Einfluß der Reibung

Die Verläufe in den Bildern 4a und 4b stimmen sehr gut mit den Ergebnissen der Theorie von Haines [3] überein. Diese Theorie wurde in [8] bzw. [9] ausführlich behandelt. Haines geht dabei von einer Reihe von Annahmen und Vereinfachungen aus, die in diesem speziellen einfachen Beispiel für das Schubkurbelgetriebe recht gut erfüllt sind. Bei kinetostatischen Gelenkkraftverläufen, die nicht so regelmäßig sind wie z. B. in Bild 3a, gelten dessen Voraussetzungen jedoch nur in schlechter Näherung. Ein weiterer Nachteil der Theorie von Haines besteht darin, daß infolge der Vereinfachungen eine Berechnung über eine volle Periode (360°) nicht möglich ist und somit die angenommenen Anfangsbedingungen nicht überprüft werden können. Sowohl bei Haines als auch in den Bildern 4a und 4b wurde zwar die Reibung im Gelenk vernachlässigt, bei der Festlegung der Anfangsbedingungen wurde jedoch vorausgesetzt, daß die im vorangegangenen Umlauf entstandenen Schwingungen abgeklungen sind. Eine Einbeziehung von Reibung entsprechend (4) bei der numerischen Integration der DGl. (1) zeigt, daß diese Annahme nicht berechtigt ist. Wenn ein konstanter Reibungsfaktor μ angenommen wird, zeigen sich folgende Effekte:

Die Gleichung für die Relativgeschwindigkeit zwischen den Oberflächen des Bolzens und der Lagerschale lautet entsprechend (5) für das Schubkurbelgetriebe:

$$v_{\text{rel}} = \frac{d}{2} \dot{\psi} - \frac{D}{2} \dot{\varphi} + r (\ddot{\beta} + \dot{\gamma}) \quad (22)$$

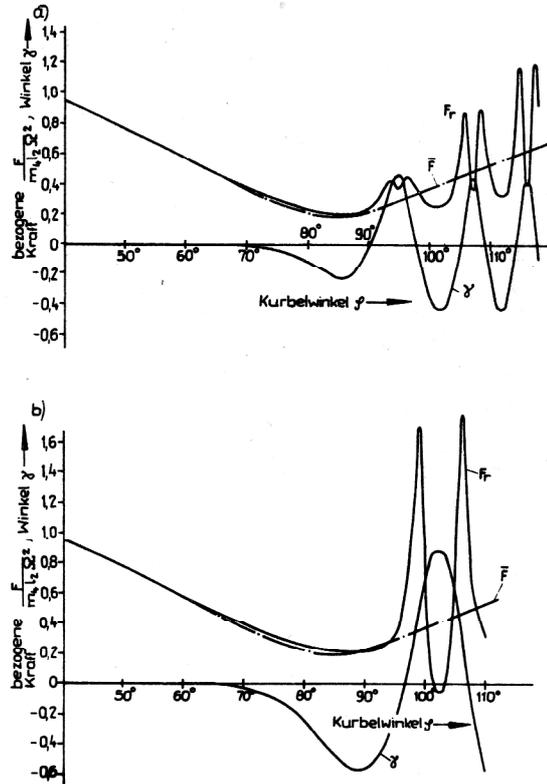
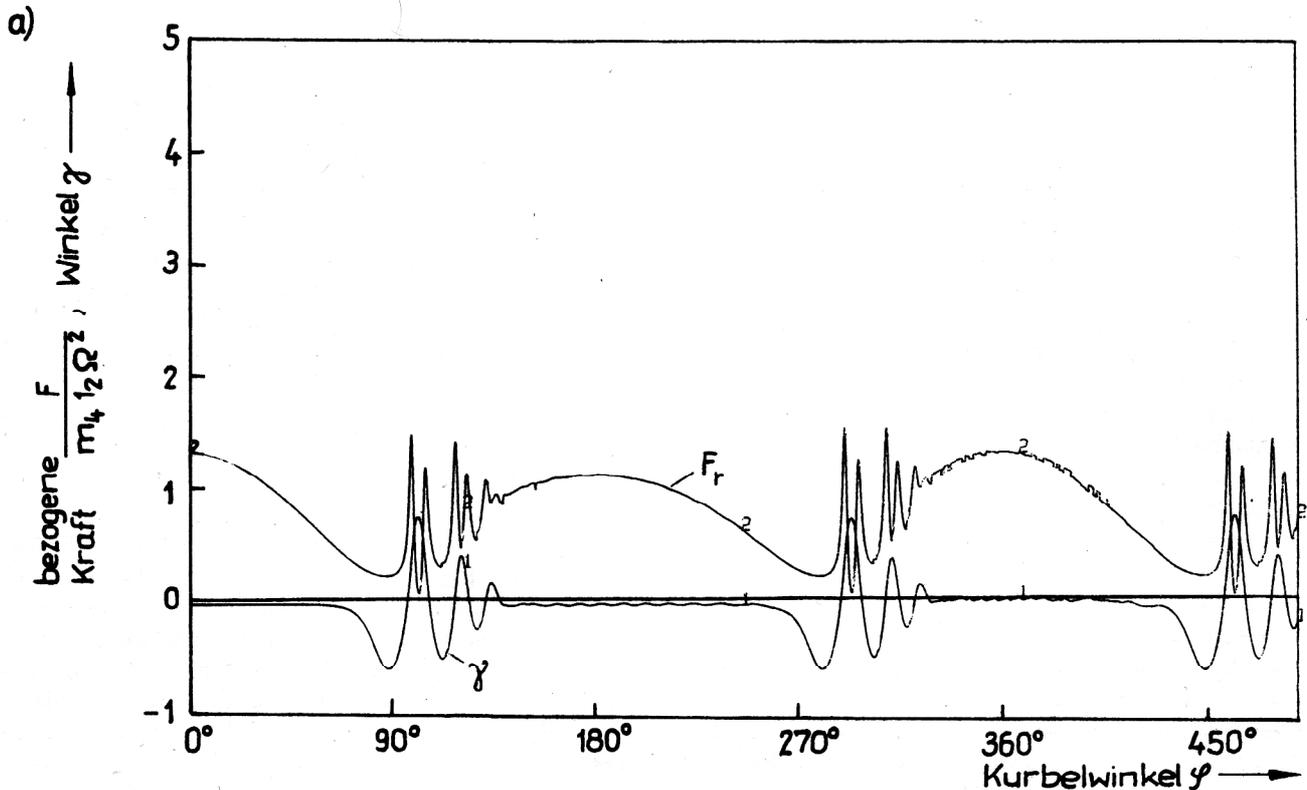


Bild 4
Verlauf von Schwingwinkel γ und Berührungskraft F
a) bei $\rho = 0,001$
b) bei $\rho = 0,004$



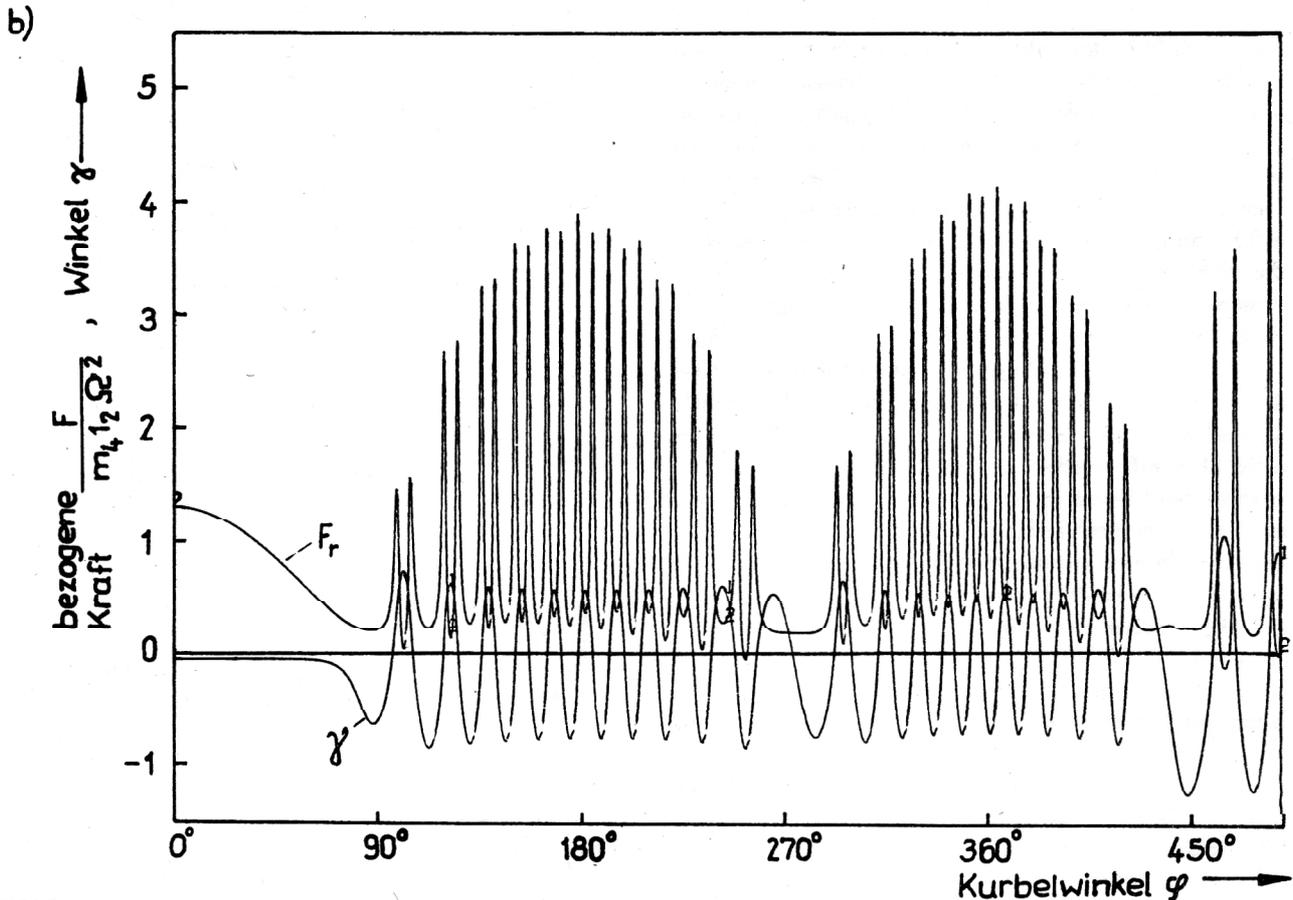


Bild 5
Schwingwinkel γ und Berührungskraft F_r bei $\rho = 0,004$, $\mu = 0,05$
a) Rotation des Bolzens vernachlässigt
b) Bolzen dreht sich mit Ω um eigene Achse

Eine Dämpfung der Schwingungsamplituden infolge der Reibung ist nur dann gegeben, wenn in (22) v_{rel} sein Vorzeichen synchron mit $\dot{\gamma}$ ändert. Wenn das der Fall ist, dann klingt z. B. bei einem Reibungsfaktor $\mu = 0,05$ die Pendelschwingung $\gamma(t)$ schon nach wenigen Perioden ab, so daß im vorangegangenen Umlauf entstandene Schwingungen nicht berücksichtigt zu werden brauchen (Bild 5a). Diese Reibungsdämpfung bewirkt, daß die erste γ -Amplitude zunimmt und die weiteren abnehmen, wodurch sich auch die Kraftminima entsprechend verschieben. So wird z. B. im Bild 5a ($\mu = 0,05$) die Berührungskraft F_r im Gegensatz zu Bild 4b ($\mu = 0$) nicht mehr negativ. Bei anderen Parameterkombinationen ist es möglich, daß infolge Reibung das erste Kraftminimum so stark absinkt, daß Kontaktverlust auftritt.

Im vorliegenden Beispiel ändert v_{rel} sein Vorzeichen nicht, da in (22) der konstante Anteil von $\dot{\varphi} = \Omega$ wesentlich größer ist als der wechselnde Anteil von $\dot{\gamma}$. Das hat zur Folge, daß die Reibkraft immer in eine Richtung wirkt. Bei positivem $\dot{\gamma}$ wird der Schwingung Energie entzogen, bei negativem $\dot{\gamma}$ Energie zugeführt. In diesem Fall klingen die Schwingungen nicht ab, und es kommt bei erneuter Erregung zu einer Überlagerung. Dabei entscheidet die Phasenlage der Schwingung, ob sich die Amplituden verstärken oder abschwächen. In Bild 5b kommt es bei $\varphi = 280^\circ$ und 440° zu derartigen Überlagerungen. Während bei $\varphi = 280^\circ$ die Amplituden trotz

erneuter Erregung nicht weiter ansteigen, tritt bei $\varphi = 440^\circ$ eine starke Vergrößerung der Ausschläge auf, was eine negative Berührungskraft zur Folge hat.

5. Bewertung von Drehgelenken in beliebigen Mechanismen

Es zeigt sich, daß der Verlauf der Berührungskraft von vielen unsicheren Parametern abhängt und damit eine Vorhersage von Kontaktverlust sehr schwierig ist. Da jedoch auch bei ständigem Kontakt der Gelenkelemente hochfrequente Schwingungen im Gelenkkraftverlauf auftreten, die zu erhöhten Beanspruchungen und Lärm führen, sollte der Konstrukteur auch die Minimierung der Pendelschwingungen anstreben, indem bei der kinetostatischen Analyse eines Mechanismus die Schwingungserregung vermindert wird. Bei kleinen Amplituden gilt die linearisierte DGL (9).

Die Koeffizienten dieser DGL lassen sich nach (10) bis (13) aus den Ergebnissen einer kinetostatischen Analyse ermitteln. Ausgehend vom Polardiagramm der Gelenkkraft wird der Winkel $\tilde{\beta}(\varphi)$ bestimmt, und anschließend können die verallgemeinerten Massen nach (3), z. B. mit Hilfe des Programms DAM [10] berechnet werden. Anhand der Verläufe von m_γ , c_γ , b_γ und Q_γ ist es möglich, das betrachtete Gelenk bezüglich Schwingungserregung zu bewerten und aufbauend darauf eine Optimierung des Getriebes vorzunehmen, z. B. durch Varia-

tion kinematischer Abmessungen oder Masseparameter der Getriebeglieder. Für die Optimierung ist ein möglichst einfaches Bewertungskriterium erforderlich. Hier kann die Tatsache ausgenutzt werden, daß die erzwungenen Schwingungen, hervorgerufen durch abrupte Wechsel im Q_γ -Verlauf gegenüber den parametererregten Schwingungen infolge der Veränderlichkeit von m_γ , b_γ und c_γ dominieren. Q_γ berechnet sich nach (13), wobei insbesondere die Größe $\dot{\beta}$ für einen schnellen Nulldurchgang von Q_γ verantwortlich ist. Ein solcher Verlauf von $\dot{\beta}(\varphi)$ stellt sich im allgemeinen dann ein, wenn die kinetostatische Gelenkkraft ein Minimum durchläuft und dabei ihre Richtung schnell ändert. Die Gestalt des Polardiagramms hat entscheidenden Einfluß auf die Schwingungserregung in einem Gelenk und muß hauptsächlich für eine entsprechende Bewertung des Gelenks herangezogen werden.

Von dieser Tatsache gehen auch Earles und Wu [7] in ihrem anhand von Versuchen aufgestellten empirischen Kriterium aus. Danach soll Kontaktverlust dann auftreten, wenn gilt:

$$\frac{\dot{\beta}}{F} > 1 \frac{\text{rad}}{\text{s N}} \quad (23)$$

Zwar ist mit der Festlegung auf den Wert 1 dieses Kriterium zur Vorhersage von Kontaktverlusten im allgemeinen Fall nicht zutreffend, doch ist leicht ersichtlich, daß das Verhältnis $\dot{\beta}/F$ bei Durchlaufen eines Kraftminimums und schneller Krafttrichtungsänderung maximale Werte annimmt und somit als ein sehr einfaches Maß für die Bewertung der Schwingungserregung herangezogen werden kann.

6. Zusammenfassung

Die hier angegebene Methode liefert einen systematischen Zugang zur Gewinnung der DGLn. für die Zusatzbewegung des Bolzens in einem Drehgelenk infolge von Lagerspiel und die dabei entstehende radiale Berührungskraft. Sie erlaubt, ausgehend von Ergebnissen der kinetostatischen Analyse des starren spielfreien Mechanismus, die dynamischen Wirkungen des Spiels zu beurteilen. Bei der Lösung der DGL. für ein einfaches Schubkurbelgetriebe zeigte sich, daß schon bei ideal starren Getriebegliedern hochfrequente Schwingungen im Gelenkkraftverlauf entstehen, die aus Relativbewegungen der Gelenkelemente zueinander resultieren. Diese Schwingungen können zu Kontaktverlust der Gelenkelemente führen, aber auch bei ständigem Kontakt die elastische Getriebestruktur zu Schwingungen anregen. Allgemein lassen sich aus dem Verlauf der kinetostatischen Gelenkkraft Aussagen über die Schwingungserregung in einem Gelenk treffen und Maßnahmen zur Schwingungsminimierung ableiten.

LITERATUR

- [1] Haines, R. S.: Survey: 2-dimensional motion and impact at revolute joints (Eine Übersicht über zweidimensionale Bewegung und Stoß in Drehgelenken). *Mechanism and Machine Theory* 15 (1980), H. 5, S. 361 – 370.
- [2] Fawcett, J. N.; Burdess, J. S.: Effects of bearing clearance in a four-bar linkage (Die Auswirkungen von Lagerspiel in einem Viergelenkgetriebe). *Proceedings 3. World Congress IFToMM, Newcastle upon Tyne 1976, Bd. 4, S. 1013 – 1018.*
- [3] Haines, R. S.: A theory of contact loss at revolute joints with clearance (Eine Theorie zum Kontaktverlust in spielbehafteten Drehgelenken). *Journal Mechanical Engineering Science, Bd. 22, Nr. 3 (1980), S. 129 – 136.*
- [4] Autorenkollektiv: *Getriebetechnik – Koppelgetriebe. 1. Auflage (Herausgeber: Volmer, J.), VEB Verlag Technik, Berlin 1979.*
- [5] Dresig, H.; Vulfson, J. I.: *Dynamik der Mechanismen. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften (im Druck).*
- [6] Hammerschmidt, C.; Göcke, H.: Berechnung von Getrieben unter Berücksichtigung des Spiels in den Gelenken. *Wiss. Zeitschrift der TH Karl-Marx-Stadt 12 (1976) 3, S. 321 – 330.*
- [7] Earles, S. W. E.; Wu, C. L. S.: Predicting the occurrence of contact loss and impact at a bearing from a zero-clearance analysis (Vorausbestimmung von Kontaktverlust und Stoß in einem Lager mittels einer spielfreien Analyse). *Proc. 4. World Cong. IFToMM, Newcastle 1975, Bd. 4, S. 1013 – 1018.*
- [8] Stelzmann, U.: *Einfluß der Gelenkkraftverläufe auf Lärm von Mechanismen. Großer Beleg, TH Karl-Marx-Stadt, Sektion Maschinen-Bauelemente 1984.*
- [9] Thümmel, Th.: *Algorithmen und Programme zum dynamischen Ausgleich von Mechanismen. Dissertation, TH Karl-Marx-Stadt 1985.*
- [10] Autorenkollektiv (Leitung: Dresig, H.): *Anwenderbeschreibung zum Programm DAM (Dynamische Analyse ebener Mechanismen). Teil 1, Studienleitung, TH Karl-Marx-Stadt, Sektion Maschinen-Bauelemente 1979.*