

Steifigkeit der geschlitzten Halbebene unter Momentenbelastung

Klaus Ullmann

1. Einleitung

Praktischer Anlaß für die vorliegende Untersuchung war ein Problem in der Motorenkonstruktion: das Spannen von Gegengewichten an den Wangen einer Kurbelwelle. Die Gegengewichte werden in Schwalbenschwanznuten formschlüssig aufgenommen und mittels Schrauben verspannt, siehe auch [1]. Um einen möglichst großen Anteil der Schraubenkraft als Spannkraft nutzen zu können, muß die Steifigkeit des Gewichtes klein gehalten werden. Dies wird durch eingefräste Schlitzte, die zwecks Begrenzung der Kerbwirkung in Kreisbögen enden, realisiert. Das praktische Problem läßt sich somit idealisieren als eine geschlitzte Halbebene unter Momentenbelastung.

Neben der Deformation wird auch die Kerbspannung in Abhängigkeit vom Rundungsradius untersucht und damit eine spezielle Aufgabe der ebenen Elastizität umfassend gelöst. Das mechanische Modell einer geschlitzten Halbebene kann natürlich auch als Berechnungsgrundlage für andere Bauteile dienen, beispielsweise für die Dimensionierung von Klemmverbindungen mit geschlitzter Nabe, welche im Maschinen-, Geräte- und Fahrzeugbau in vielfältiger Ausführung verwendet werden.

2. Versuchstechnik

Aus verschiedenen Gründen erwies es sich als effektiv, die Aufgabe mit modellstatistischen Mitteln zu lösen. Als Modell der Halbebene wird eine endlich große Rechteckscheibe benutzt, deren äußere Abmessungen $B/a = 4,31$ und $H/a = 2,59$ betragen, vgl. Bild 1.

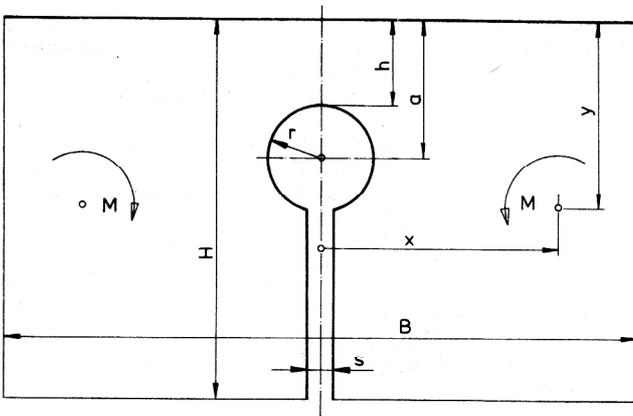


Bild 1
Modell einer geschlitzten Halbebene unter Momentenbelastung. Abmessungen $B = 250$, $H = 150$, $a = 58$, $s = 10$, $d = 9,7$ (Dicke) in mm

Der Rundungsradius des Schlitzes variiert im Bereich $r/a = 0,086$ bis $0,865$.

Das Deformationsfeld der Halbebene ist normalerweise von den Angriffspunkten der Momente abhängig. Da sich die Beanspruchung der Scheibe jedoch im wesentlichen auf das Gebiet zwischen Bohrung und Rand beschränkt, kann die Verformung näherungsweise als von den Koordinaten x , y unabhängig betrachtet werden, wenn x , $y > a$ gilt. Die Modellwerte betragen $x/a = 1,64$ und $y/a = 1,26$.

Die Messungen werden an ein und demselben Modell ausgeführt, indem die Bohrung sukzessive vergrößert wird. Das ist einerseits versuchstechnisch gesehen effektiv. Andererseits lassen sich einige zufällige Fehlerquellen ausschalten. Das Modell wird aus einer Platte, die aus dem heißhärtenden Epoxidharz EPILOX EG 1 gegossen ist, mechanisch gefertigt. Somit können die Kerbspannungen polarisationsoptisch untersucht werden. Die Aufweitung des Schlitzes wird mechanisch mittels eines Innenfeinzeigers gemessen.

Bei der Messung wird jeweils eine ganzzahlige Isochromatenordnung n am Bohrungsrand eingestellt und das dabei wirkende Moment M sowie die Aufweitung des Schlitzes Δs gemessen. Für jeden Radius r wird eine Meßreihe entsprechend den Ordnungen $n = 5$ bis 12 statistisch mittels linearer Regression ausgewertet. Bei geringeren Belastungen, also $n < 5$ verhält sich das System nichtlinear, bedingt durch den Einfluß des Eigengewichts von Modell und Belastungsvorrichtung. Hinsichtlich höherer Bela-

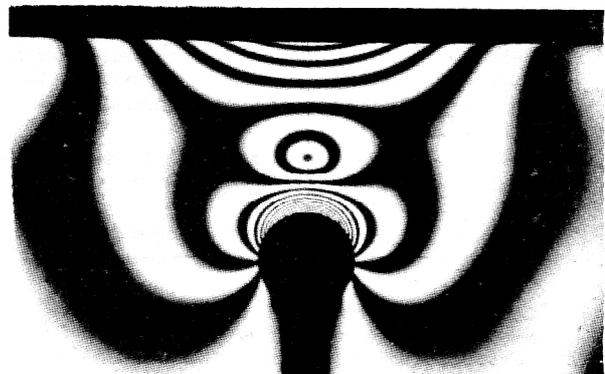


Bild 2
Isochromaten im Gebiet zwischen Schlitzauslauf und Rand der Halbebene. Materialkonstanten von EPILOX EG 1: $S = 12,45 \text{ N mm}^{-1} \pm 4,4 \text{ } \text{‰}$ bei $\lambda = 589 \text{ nm}$, $E = 3,467 \cdot 10^3 \text{ N mm}^{-2} \pm 2,5 \text{ } \text{‰}$; fotografische Daten: Praktica PLC2, Sonnar 3,5/135, ORWO NP15

stungen besteht bis $n = 19$ Linearität. Dieser Bereich wurde nicht ausgenutzt, um keinen vorzeitigen Bruch des Modells zu riskieren.

Bild 2 zeigt ein Isochromatenbild als Beispiel, bei dem der relative Radius $r/a = 0,213$ beträgt. Das Isochromatenfeld bestätigt die Prämisse, daß im wesentlichen das Gebiet zwischen Bohrung und Rand beansprucht wird. Die angegebenen Materialkonstanten sind an einem auf reine Biegung beanspruchten Balken ebenfalls aus einer Reihe von Laststufen statistisch ausgewertet worden.

3. Ergebnisse

Die Meßergebnisse sind auf den Bildern 3 und 4 dargestellt. Bild 3 zeigt in dimensionsfreier Darstellung die maximale Kerbspannung σ_{\max} (Formzahl α) und den Biegewinkel φ (Einflußzahl β) als Funktion des Rundungsradius r , der auf die Steghöhe h bezogen ist. Auf

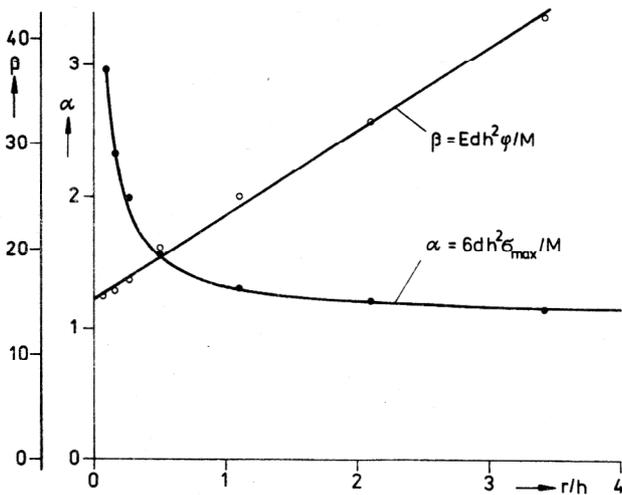


Bild 3
Formzahl α und Einflußzahl β als Funktion des Verhältnisses von Radius r zu Steghöhe h

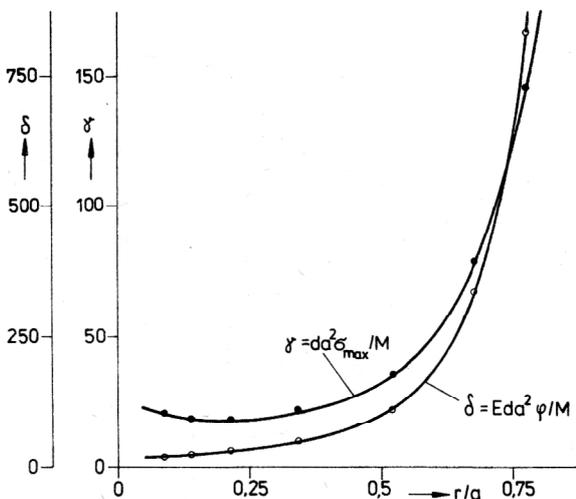


Bild 4
Normierte Kerbspannung γ und Neigung δ als Funktion des Verhältnisses von Radius r zu Randabstand a

Bild 4 ist nochmals der Verlauf von σ_{\max} (normierte Spannung γ) und φ (Nachgiebigkeit δ) dargestellt, wobei jedoch die Größen nicht auf h , sondern auf den Mittenabstand a des Rundungsradius vom Rand bezogen sind.

Bemerkenswert erscheint, daß sich für ein festes a ein r angeben läßt, für das die Kerbspannung minimal wird. Es ist $\gamma_{\min}(r/a = 0,197) = 18,4$. Der Verlauf von β kann durch eine Gerade, α und δ können durch Hyperbeln in der Form

$$\alpha = 1,0906 + 0,23775 \frac{h}{r} - 0,005923 \frac{h^2}{r^2} \quad (1)$$

$$\beta = 15,20 + 2,009 \frac{r}{h} \quad (2)$$

$$\delta = 68,17 - \frac{114,93}{1-r/a} + \frac{64,84}{1-r^2/a^2} \quad (3)$$

approximiert werden.

Der Ausgleich erfolgt unter der Bedingung, daß die Fehlerquadratsumme

$$F = \sum_{i=1}^n v_i^2 \quad (4)$$

ein Minimum ergibt. Dabei ist n die Anzahl der Werte, und v_i sind die Abweichungen der einzelnen Meßwerte von der Approximationsfunktion. Der mittlere Fehler der Einzelmessung (Standardabweichung) folgt dann aus

$$m_y = \sqrt{\frac{F}{n-k}} \quad (5)$$

wobei k die Anzahl der Koeffizienten der Ausgleichskurve ist, vgl. [2]. Für die angegebenen Funktionen (1) bis (3) berechnen sich die Standardabweichungen

$m_\alpha = 0,031$, $m_\beta = 0,84$, $m_\delta = 2,5$. Diese Werte sind recht gering, was in der präzisen Versuchstechnik und statistischen Auswertung begründet liegt. Die dimensionsbachteten Größen der Kerbspannung und des Biege winkels können entsprechend (1) bis (3) berechnet werden nach

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{6dh^2} (1,0906 + 0,23775 \frac{h}{r} - 0,05923 \frac{h^2}{r^2}) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{M}{Edh^2} (15,20 + 2,009 \frac{r}{h}) \\ &= \frac{M}{Eda^2} \left(68,17 - \frac{114,93}{1-r/a} + \frac{64,84}{1-r^2/a^2} \right) \quad (7) \end{aligned}$$

Die Formeln gelten im Wertebereich $0,08 < r/h < 4$ bzw. $0,05 < r/a < 0,8$.

Der Neigungswinkel φ ist auf die Mitte des Steges bezogen. Wenn im Rahmen der praktischen Anwendung die Öffnung des Spaltes Δs interessiert, so kann diese aus φ und der entsprechenden Bezugslänge einfach ermittelt werden. Dabei wird wiederum von dem Umstand ausgegangen, daß die Beanspruchung der Halbebene im wesentlichen nur im Bereich zwischen Bohrung und Rand erfolgt, d. h. die beiden Ränder des Schlitzes führen praktisch eine kinematische Drehung zueinander aus.

Wenn weiter im praktischen Fall statt des Momentes eine Kraft gegeben ist, dann läßt sich näherungsweise ein ideelles Moment bestimmen, indem ein Hebelarm als Abstand der Kraft von der Stegmitte angesetzt wird.

LITERATUR

- [1] Ullmann, K.: Spannungsanalyse einer Schwalbenschwanznut mit Querbohrung. Vortrag: 47. Problemseminar „Experimentelle Spannungs- und Verformungsermittlung II“, Weißig 5. 11. – 9. 11. 1984 Techn. Univ. Dresden, Weiterbildungszentrum Festkörpermechanik..., Heft 3/84
- [2] Ludwig, R.: Methoden der Fehler- und Ausgleichsrechnung. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften Berlin 1971, 2. Aufl. S. 80 – 96.

Anschrift des Verfassers:
Dr.-Ing. K. Ullmann
VEB Schwermaschinenbau „Karl Liebknecht“ Magdeburg
Alt-Salfer 6 – 10
Magdeburg
3011