

# Kinematik und Dynamik von Koppelgetrieben nach dem Gliedergruppenkonzept

## Teil 2: Dynamik

Thomas Thümmel, Thomas Bartke

### 1. Parameter zur Kraftanalyse

Die kinetostatische Analyse baut auf der kinematischen Analyse [2] und deren Ergebnissen auf. Zusätzlich werden in die Analyse folgende geometrische Größen und Masseparameter jedes Gliedes  $i$  mit einbezogen:

- die gliedfesten Schwerpunktkoordinaten  $\xi_{si}$  und  $\eta_{si}$
  - die Masse  $m_i$
  - auf den Schwerpunkt bezogenes Massenträgheitsmoment  $J_{si}$  bzw. Trägheitsradius  $r_{si} = \sqrt{J_{si}/m_i}$
- Soll in den Gelenken Coulombsche Reibung berücksichtigt werden, sind weitere Parameter erforderlich:
- bei Schubgelenken die Länge  $L$  und Höhe  $H$  des Schiebers
  - bei Drehgelenken der Zapfenradius  $r_z$
  - die Gleitzahl  $\mu$ .

Auf jedes Glied der Dyade  $k$  können folgende Kraftgrößen wirken, die nach der vorausgegangenen kompletten kinematischen Analyse und der dynamischen Analyse der Dyaden  $1 > k$  bekannt sind:

- Trägheitskräfte, die am Schwerpunkt des jeweiligen Gliedes  $i$  wirken
- Trägheitskraftmomente
- äußere, eingeprägte Kräfte und Momente
- Momente und Kräfte in Gelenken  $D_k, E_k, F_k, G_k$  zu Dyaden  $1 > k$ .

### 2. Kinetostatische Analyse eines Koppelgetriebes

Zur Berechnung einzelner Gelenkkräfte bieten sich für Dyadenmechanismen die Gleichgewichtsbedingungen nach d'Alembert an. Auf Grund der Strukturbesonderheiten entkoppelt sich dabei das große lineare Gleichungssystem für den gesamten Mechanismus mit  $3 \cdot (NGL - 1)$  Gleichungen in  $NK = NGL/2$  Gleichungssysteme. Das heißt für jede Dyade ein Gleichungssystem mit 6 Gleichungen. Eine Ausnahme bildet die Dyade  $k = 1$  aus Antrieb und Gestell mit nur 3 Gleichungen. Für die paarweise auftretenden Reaktionskräfte in den Gelenken muß eine Vorzeichenregel festgelegt werden. Die Gelenkkraftkomponenten bzw. Momente werden für das Gelenkelement, das zum Glied mit dem höheren Index gehört, in  $x$ - und  $y$ -Richtung bzw. in mathematisch positivem Sinne positiv angesetzt. Bei Schubgelenken wird die Normalkraft positiv in  $\xi$ -Richtung angesetzt.

Die sechs Gleichungen für jede Dyade können explizit nach den gesuchten Kraftkomponenten in den Gelenken A, B und C aufgelöst werden, wenn die Gelenkkräfte in den Gelenken (Folgepunkten) D, E, F und G

(falls vorhanden) bekannt sind. Das wird erreicht, indem die Gleichungen schrittweise auf die Dyaden  $k = NK, \dots, 3, 2$  angewendet werden. Das heißt, die Reihenfolge der kinetostatischen Analyse ist entgegengesetzt der kinematischen Analyse. Für die Dyaden  $k = 1$  ergeben sich 2 Kraftkomponenten im Gelenk (1,2) und das Antriebsmoment aus den 3 Gleichgewichtsbedingungen am Glied 2.

### 3. Kinetostatische Analyse der Dyaden (ohne Reibung)

Zur kinetostatischen Analyse der Dyade  $k$  werden alle bekannten Kraftgrößen für die Dyadenglieder  $i$  und  $j$  auf den Ursprung der Gliedkoordinatensysteme in  $A_k$  und  $C_k$  transformiert. In die Momentensumme um  $A_k$  bzw.  $C_k$  gehen dabei die Versetzungsmomente der Einzelkräfte ein. Die 3 resultierenden Kraftgrößen lauten z. B. für Glied  $i$ :

- SFX <sub>$i$</sub>  ... Summe der bekannten Kräfte mit Wirkungslinie durch  $A_k$  in  $x$ -Richtung
- SFY <sub>$i$</sub>  ... Summe der bekannten Kräfte mit Wirkungslinie durch  $A_k$  in  $y$ -Richtung
- SM <sub>$i$</sub>  ... Summe der bekannten Momente und Versetzungsmomente der bekannten Kräfte um den Punkt  $A_k$  in mathematisch positiver Richtung.

In den Tabellen 1 bis 5 sind die Beziehungen zur Bestimmung der Gelenkreaktion ohne Einbeziehung der Reibung für alle 5 Dyadenarten zusammengestellt.

Auffällig ist, daß nur bei Dyaden mit Schubgelenk im Koppelpunkt B (Dyaden 3. und 5. Art) die Montagevariante (M bzw. L) in die Gleichungen zur Bestimmung der Gelenkreaktionen eingeht.

In den Tabellen wurde eine Darstellung gewählt, welche den Zusammenhang zwischen Schieber und Führung in den Schubgelenken möglichst einfach zum Ausdruck bringt. Für den verwendeten Algorithmus ist es aber unerheblich, welches Glied der Gelenkpaarung als Schieber und welches als Führung ausgebildet ist, so daß Schieber und Führung in den Schubgelenken auch vertauscht möglich sind.

Tabelle 1  
Dynamik der Dyade 1. Art ohne Reibung

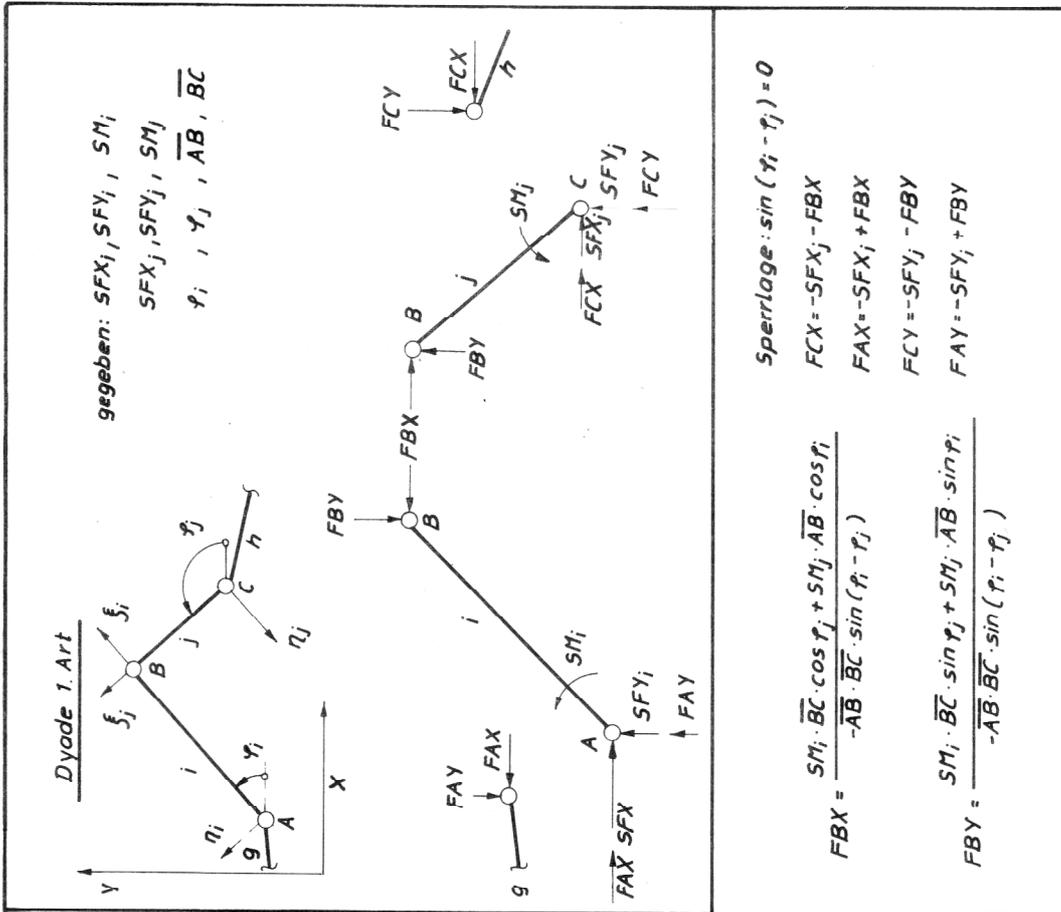


Tabelle 2  
Dynamik der Dyade 2. Art ohne Reibung

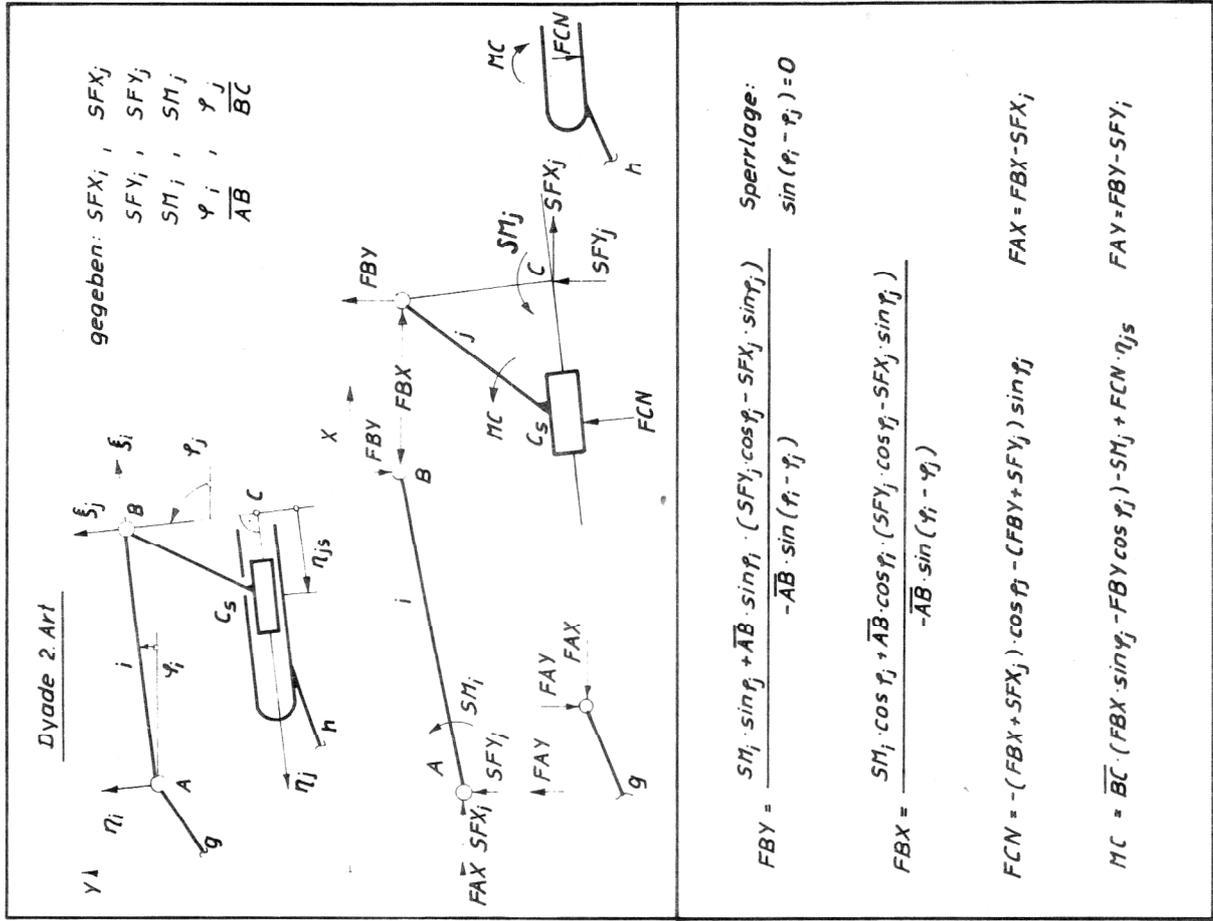




Tabelle 5  
Dynamik der Dyade 5. Art ohne Reibung

Dyade 5 Art

gegeben:  $SFX_j, SFY_j, SFX_i, SFY_i, SM_j, SM_i, \varphi_j, \varphi_i, \xi_j, \xi_i, \eta_{js}, \eta_{is}, \zeta_{js}, \zeta_{is}, L = \text{sign}(\sin \beta_{jj})$

$MA = -SM_j - SM_i - L \cdot FBN \cdot \zeta_{js} + FAN \cdot \eta_{is}$   
 $MB = -SM_j + FBN \cdot \eta_{js}$   
 $FAN = \frac{-SFX_i \sin \varphi_i + SFY_i \cos \varphi_i}{-\sin(\varphi_i - \varphi_j)}$   
 $FBN = \frac{-SFX_i \sin \varphi_i + SFY_i \cos \varphi_i}{-\sin(\varphi_i - \varphi_j)}$

$Sperrlage \sin(\varphi_i - \varphi_j) = 0$   
 $FCX = -SFX_j - FBN \cdot \cos \varphi_j$   
 $FCY = -SFY_j - FBN \cdot \sin \varphi_j$

Tabelle 6  
Dynamik der Dyade 3. Art mit Einbeziehung der Reibung

Dyade 3 Art (Reibung)

gegeben:  $\mu_A, \mu_C, r_{ZA}, r_{ZC}, \mu_B$   
 $M = \text{sign}(\sin \beta_{jj})$   
 $L = \text{sign}(\sin \beta_{jj})$

$FBN = -M \cdot \frac{SM_i + SM_j + RMA + RMC - FBR \left( \overline{BC} - \frac{1}{H} \overline{AP}_{ij} \right)}{S_{ij}}$   
 $MB = -SM_j - RMC + FBN \cdot \eta_{js} + FBR \left( \overline{BC} - \frac{H}{2} \text{sign} FBN \right)$   
 $FAX = -SFX_j + FBN \cdot \cos \varphi_j + FBR \sin \varphi_j$   
 $FAY = -SFY_j + FBN \cdot \sin \varphi_j - FBR \cos \varphi_j$   
 $FCX = -SFX_j - FBN \cos \varphi_j - FBR \sin \varphi_j$   
 $FCY = -SFY_j - FBN \cdot \sin \varphi_j + FBR \cos \varphi_j$   
 $FBR = |FBN| \cdot \mu_B \cdot \text{sign} S_{ij} \cdot M$   
 $RMA = \sqrt{FAX^2 + FAY^2} \cdot \mu_A \cdot \text{sign}(\varphi_g - \varphi_i) \cdot r_{ZA}$   
 $RMC = \sqrt{FCX^2 + FCY^2} \cdot \mu_C \cdot \text{sign}(\varphi_h - \varphi_j) \cdot r_{ZC}$

#### 4. Kinetostatische Analyse der Dyaden mit Einbeziehung der Reibung

Wird in den Gelenken  $A_k, B_k, C_k$  einer Dyade  $k$  Coulombsche Reibung berücksichtigt, dann kommen je Gelenk eine Reibkraftgröße (Reibmoment bei Drehgelenken, Reibkraft bei Schubgelenken) und eine nicht-lineare Gleichung für die Reibkraftgröße hinzu, z. B. im Gelenk  $C_k$ , das die Glieder  $j$  und  $h$  verbindet:

$$\text{RMC} = -\mu * r_z * \text{sign}(\dot{\varphi}_j - \dot{\varphi}_h) * \sqrt{\text{FCX}^2 + \text{FCY}^2}$$

oder

$$\text{FR} = -\mu * \text{sign} \dot{s}_{jh} * \text{FCN}.$$

Für die Ermittlung der 9 unbekanntenen Gelenk- und Reibkraftgrößen in den Gelenken  $A_k, B_k$  und  $C_k$  stehen damit für jede Dyade  $k > 1$  neun Gleichungen zur Verfügung. Die 9 Gleichungen unterscheiden sich bei den 5 Dyadenarten. Aber prinzipiell wird für die Lösung folgender iterativer Weg beschritten:

1. Ermittlung der Gelenkreaktionen ohne Berücksichtigung der Reibung (s. Tabellen 1 bis 5)
2. Bestimmung der Reibkraftgrößen aus den ermittelten Gelenkreaktionen
3. Erneute Berechnung der Gelenkreaktionen mit Einbeziehung der unter 2. bestimmten Reibkraftgrößen
4. Schrittweise Verbesserung der Lösung durch Wiederholung von 2. und 3.
5. Abbruch der Iteration nach einer bestimmten Anzahl von Iterationsschritten oder bei Erreichen einer gewählten relativen Abbruchgrenze.

Da die Gleichungen für die Gelenkreaktionen unter Einbeziehung der Reibung sehr umfangreich werden, wird sich im Rahmen dieser Veröffentlichung auf die Dyade 3. Art als Beispiel für die Einbeziehung der Reibung beschränkt.

Tabelle 6 gibt die Gleichungen für die Dyade 3. Art unter Einbeziehung der Reibung an. Die Montagevariante geht über  $L$  bzw.  $M$  in die Gleichungen ein.

An dieser Stelle muß auf die Gefahr der Selbsthemmung in Schubgelenken hingewiesen werden. Dieser Fall tritt bei schnellaufenden Koppelgetrieben zwar praktisch nicht auf, muß aber beim Entwurf berücksichtigt werden.

#### 5. Selbsthemmung

Für das Problem der Selbsthemmung wurde eine einfache Testbedingung gesucht, mit der festgestellt werden kann, ob der Schieber in der Führung klemmt oder nicht. Die Testbedingung muß überprüfen, ob die Kraft  $F_\eta$  in Schubrichtung größer ist als die durch das Moment und die Reibung hervorgerufenen „Widerstandskräfte“. Ausgehend von der Gleichung von Gumpert [3]

$$m \ddot{x} = F_x - (\text{FR} + 2 \text{FWR})$$

kann folgende Testbedingung zur Ausschließung der Selbsthemmung formuliert werden:

$$|F_\eta| > (|FN| + 3 |M + 0,5 FN H \mu \text{sign} \dot{s}|/L) \mu.$$

Für die Testung auf Selbsthemmung kann von den Beträgen der Kräfte ausgegangen werden, da nur der Fall interessiert, daß die Reibkräfte entgegen der Kraft  $F_\eta$  in Schubrichtung wirken, d. h. der Fall der Abbremsung des sich in Bewegung befindenden Schiebers interessiert bei dem Problem der Selbsthemmung nicht. Die Kraft in Schubrichtung  $F_\eta$  wird aus den am Glied (Schieber) wirkenden Trägheits- und Gelenkkraften (außer den Reaktionskräften im Schubgelenk selbst) sowie äußeren Belastungen (z. B. Federn oder technologische Kräfte) bestimmt.

#### 6. Ausblick

Das verwendete Gliedergruppenkonzept überzeugt durch seine Einfachheit, die guten Erweiterungsmöglichkeiten und die dem Entwurfsprozeß ähnliche Vorgehensweise des schrittweisen Zusammenbaues eines Koppelgetriebes.

An dieser Stelle ist noch eine Bemerkung zur Anwendung des Modells starrer spielfreier Mechanismus notwendig. In den Deck- bzw. Strecklagen der Dyaden ist der Übertragungswinkel Null oder 180 Grad. Die damit berechneten Gelenkkraften werden unendlich groß. Das entspricht aber nicht der Realität, da immer Spiel und Elastizität vorhanden sind. Für die Deck- und Strecklagen darf deshalb das Modell des starren spielfreien Mechanismus nicht angewendet werden.

Auf Grund der oben angeführten Vorteile ist das Dyadenkonzept gut für den Entwurf von Koppelgetrieben geeignet.

Die im Beitrag erläuterten Algorithmen werden im Programm DYADE für Büro- und Personalcomputer umgesetzt. Die ab 1/87 vertriebene Ausbaustufe besitzt folgenden Leistungsumfang [4]:

Es können 16gliedrige ebene Koppelgetriebe kinematisch analysiert werden. Die maximale Anzahl der Schubgelenke ist auf sechs begrenzt. Voraussetzung hierfür ist, daß sich die zu berechnenden Getriebe in Dyaden zerlegen lassen und einen Antrieb mit konstanter Drehzahl besitzen. Am Antrieb können bis zu fünf Glieder angekoppelt werden.

Mit der kinematischen Analyse werden Winkel, Winkelgeschwindigkeiten und Winkelbeschleunigungen der Glieder berechnet. Weiterhin erfolgt die Ermittlung der Lage (x-y-Koordinaten), der Geschwindigkeit und der Beschleunigung von allen Gelenkpunkten.

Treten Schubgelenke auf, werden der Schubweg und die Geschwindigkeit sowie die Beschleunigung des Schubgelenkes berechnet.

Zusätzlich können pro Glied für maximal zwei Gliedpunkte Lage, Geschwindigkeit und Beschleunigung im raumfesten x-y-Koordinatensystem bestimmt werden. Die Eingabe der Getriebestruktur erfolgt im Bildschirm-dialog entsprechend der Montagereihenfolge.

Das FORTRAN-Programm DYADE läuft unter dem Betriebssystem SCP bzw. CP/M.

**LITERATUR**

- [ 1 ] Kriese, K.: Ein Beitrag zur Analyse von Pressenantrieben. Dissertation, TH Karl-Marx-Stadt, 1983.
- [ 2 ] Thümmel, T.: Kinematik und Dynamik von Koppelgetrieben nach dem Gliedergruppenkonzept. (Teil 1: Kinematik). Z. Technische Mechanik 8 (1987) H. 1, S. 64 – 69.
- [ 3 ] Gumpert, W.: Einsatz von Ad-hoc-Modellen in der Maschinendynamik. Dissertation B, TH Karl-Marx-Stadt, 1984, S. 16 – 21.
- [ 4 ] Kretzschmar, D., Thümmel, Th.: Anwenderbeschreibung zum Programm DYADE-Analyse ebener Koppelgetriebe Version 11/86. VEB TISORA Karl-Marx-Stadt, Abt. OTK

*Anschließen der Verfasser:*

Dr.-Ing. Thomas Thümmel  
 VEB TISORA Karl-Marx-Stadt  
 Rationalisierung Textilmaschinenbau  
 Abt. OTK  
 PSF 818  
 Karl-Marx-Stadt  
 9010

Thomas Bartke  
 TU Karl-Marx-Stadt  
 Sektion Maschinen-Bauelemente  
 01 BMA 03  
 PSF 904  
 Karl-Marx-Stadt  
 9010

*Fortsetzung von Seite 51*

R. Feynman, R. Leighton, M. Sands: Vorlesungen über Physik. Band 1: Mechanik, Strahlung, Wärme. R. Oldenbourg-Verlag München, Wien 1987, 740 S.

Das Buch ist eine Übersetzung der englischen Originalausgabe von „The Feynman lectures on physics“ aus dem Jahr 1963. Es ist nach Vorlesungszeichnungen von Vorlesungen erstellt worden, und im gesamten Aufbau wurde der Vorlesungscharakter bewahrt. Prof. Richard F. Feynman, Nobelpreisträger für Physik 1965, hat in seinen Vorlesungen zur Physik einen neuen Weg in der Vermittlung des Grundlagenwissens der Physik gewählt, der darauf abzielt, das physikalische Denken zu schulen und die Einheit der Physik bei allen Sachverhalten im Auge zu behalten.

Dieser erste Band gliedert sich in 52 Kapitel entsprechend der Anzahl der Vorlesungen. Sie umfassen die Gebiete Mechanik freier Körper einschließlich der Relativitätstheorie, die geometrische und die Wellenoptik, Schwingungen und Wellen sowie die Thermodynamik, wobei über diese traditionelle Gliederung aufgegeben wurde.

Die Anforderungen an die mathematischen Vorkenntnisse des Lesers sind dabei bewußt niedrig gehalten. So werden an geeigneten Stellen der Vorlesung Differentiation, Integration, Vektorrechnung und das Rechnen mit komplexen Zahlen kurz erläutert und auf höhere Ableitungen wird verzichtet. Durch den relativ großen Umfang hatte der Verfasser die Möglichkeit, fast in jedem Abschnitt interessante und anregende Querverbindungen aufzuzeigen und Denkanstöße zu geben. So wird in den ersten drei Kapiteln der Leser zunächst in sehr anschaulicher Weise mit dem stromatischen Aufbau der Materie, den Besonderheiten der Physik vor und nach 1920 und mit den Beziehungen

der Physik zu anderen Wissenschaften vertraut gemacht, um ihn auf diese ein intensiveres Studium der Physik zuweisen. Im weiteren Verlauf der Vorlesungen wird diese wissenschaftliche Wechselhaltung, indem in die Darlegungen Prinzipien der klassischen Physik eingebettet werden, und indem es Beispiele des Wissens Beispiele in anderen Naturwissenschaften herangezogen werden. Zwei Kapitel über den Modus des Sehens und ein Abschnitt über Leben in der Natur sind dabei besonders prägnant.

Dem Buch ist eine weite Verbreitung zu wünschen, da es sowohl von Lehrern als auch von Lernenden mit großem Gewinn gelesen werden wird.

Sprengel, Robert F., Sutherland, Oliver, Michael K.: *Desktop and Graphics No Cross-Bill*, 1985, 546 S. ISBN 0-07-060564-2

Die Dignität der Spin durch die lang des 5 Öffentlich. Ich, daß eine neue Dialoge ohne daß Technik zu geworden. Inzwischen enthalte 1 potern in eine völlig nicht eine ständig

stern  
 e für  
 i me  
 man  
 uger  
 a der  
 ehten  
 ten  
 Form  
 nter  
 i aus  
 agun  
 mus  
 man  
 i ein  
 g zu  
 n als  
 winn  
 reits

wobei jedoch eine Frage der Programmiereffektivität und Anschaulichkeit von Tabellen eine immer größere Bedeutung erlangen. Das vorliegende Buch beschäftigt sich mit einem Problemkreis, der von einem breiten Interesse einer hohen Aktualität und einer großen praktischen Bedeutung ist.

Das Buch gliedert sich in 2 Abschnitte. Im ersten Teil werden die allgemeinen Grundlagen der Computer-Grafik (Hardware, Software) behandelt, wobei mit GKS und VDI zwei Standards unterschiedlicher Hardware-Verweise für einen Nutzeranfang besonders gewidmet werden. Im zweiten Teil erfolgt über eine Reihe von Beispielen eine schrittweise Heranführung an die Nutzungsbedingungen von GKS, die dem Anwender mit dem vorliegenden Angebot von über 130 GKS-Routinen, außerdem in FORTRAN, C und BASIC, nicht allein lassen. Teil 3 befaßt sich mit Fragen der geometrischen Modellierung (2D, 3D) und geometrischer Berechnung (Transformation, Vermeidung unsichtbarer Linien), während im Teil 4 spezielle Techniken der Nutzung von Rastergrafiken behandelt werden. Im letzten Teil geht es um Fragen der Grenzen und Möglichkeiten von grafischen Standards überhaupt, womit noch einmal die Voraussetzungen von Software-Schnittstellen einer kritischen Wertung unterzogen werden.

Das Buch zeichnet sich durch eine hervorragende Darstellung der wesentlichen Sachverhalte aus, die bei der Gestaltung eines Anwenderprogramms mit Nutzung eines grafischen Ein- und Ausgabebekannt sein sollten. Die komplexen Zusammenhänge wurden dabei so gegliedert, daß eine gute Lesbarkeit von Einzelkapiteln zu speziellen Fragen möglich wird. Eine Fülle von Programmbeispielen mit Kommentaren ermöglichen dem Praktiker einen schnellen Zugang und einen direkten Bezug zu seiner täglichen Arbeit. Verständliche Illustrationen und wirkungsvolle farbige Bildschirmdarstellungen vertiefen den Eindruck eines gelungenen Verbindung von fachlicher Souveränität und hoher Darstellungskunst. Der Bezug zum IBM PC (Professional Graphics Series) wird in einer sachlich begründeten Weise hergestellt, die das Gesamtanliegen des Buches nicht in Frage stellt. Gerade auf der gestiegenen VDI-Schnittstelle eröffnet die stürmische Weiterentwicklung (z. B. der Rastergrafik) immer neue Möglichkeiten, deren effiziente Nutzung bis zur konkreten Vervollständigung von Standards nicht beanstandet werden kann.

Die äußere Aufmachung und die Ausführung des Buches verdeutlichen, daß es sich um ein häufig zu benutzendes Arbeitsbuch handelt. Die Ringgebundene sichert eine robuste Handhabung.

Zum schnelleren Auffinden der GKS-Routinen wird ein alphabetisches Register beigelegt. Die Ringgebundene sichert eine robuste Handhabung.

Zum schnelleren Auffinden der GKS-Routinen wird ein alphabetisches Register beigelegt. Die Ringgebundene sichert eine robuste Handhabung.