

## Beanspruchungsparameter für Risse und Kerben bei statischer und zyklischer Belastung

S. Sähn; H. Göldner; M. Schaper; E. Kullig; R. Fodhail; P. Seliger

### 1. Einleitung

Der Bruch eines Konstruktionsteiles kann verursacht werden

- durch plastische Instabilität, durch Erreichen der Traglast und
- durch stabiles und instabiles Rißwachstum.

In dieser Arbeit werden Bruchvorgänge untersucht, die von örtlichen Beanspruchungskonzentrationsstellen in Bauteilen wie Kerben und Rissen ausgehen. Sind dabei die plastischen Verformungen auf kleine Gebiete im Kerbgrund bzw. vor der Rißspitze beschränkt, so treten solche Brüche makroskopisch gesehen als Sprödbrüche auf. Unter diesen Bedingungen des Kleinbereichsfließens (Ausdehnung der plastischen Zone  $\ll$  Rißtiefe sowie Körperabmessungen in Rißebe) kann der Beanspruchungszustand an Makrorissen durch einen einzigen Parameter, der von den Nennbeanspruchungen (Beanspruchungen ohne Beachtung des Risses), den Riß- und Bauteilabmessungen sowie dem Materialgesetz abhängt, ausgedrückt werden. Bei linear-elastischem Materialgesetz charakterisiert der Spannungsintensitätsfaktor  $K$  bzw. die Energiefreisetzungsrate  $G$ , bei beliebigem zeitunabhängigen Materialgesetz unter den genannten Einschränkungen das sog.  $J$ -Integral und die Rißöffnungsverschiebung (COD) den Beanspruchungszustand an Makrorissen. Diese Beanspruchungsgrößen sind daher bei Kenntnis der dazugehörigen Werkstoffkennwerte geeignet, die Rißausbreitung bei statischer und zyklischer Belastung zu beschreiben.

Dabei muß auch für Makrorisse beachtet werden, daß die mit verschiedenen Nennbeanspruchungen sich ändernde örtliche Mehrachsigkeit des Spannungszustandes zu veränderten Bruchmoden beitragen kann. Die Übertragbarkeit der Kennwerte auf Zustände mit veränderten Bruchmechanismen ist dann problematisch. So ist aus kontinuumsmechanischer Sicht das Wachsen von Hohlräumen (Voids) vor der Rißspitze auf den hohen hydrostatischen Zugspannungsanteil zurückzuführen. Die örtlichen kritischen Zustände in unmittelbarer Nähe der Rißspitze und davor sind verschieden und können ein Grund dafür sein, daß der örtliche Bruch an z. B. energetisch geringer beanspruchten Stellen einsetzen kann.

Häufig ist die Kenntnis des Versagensmechanismus an Makrorissen für einen bestimmten Werkstoff zweitrangig. Für die Bewertung beliebig anderer stark inhomogener Beanspruchungen (wie sie an scharfen Kerben und beim Thermoschock auftreten) werden aber Beanspruchungskenngrößen benötigt, die für den örtlichen

Bruch bestimmend sind, bzw. die Sicherheit gegenüber dem örtlichen Bruch anzugeben gestatten. Geht man von der Neuberschen Vorstellung der Mikrostützwirkung aus, so ist für den örtlichen Bruch nicht nur die Höhe der Beanspruchung an einem Punkt, sondern auch jene benachbarter Gebiete maßgebend. Darüber hinaus sind die unter den Voraussetzungen eines Kontinuums berechneten Beanspruchungen an Spitzkerben, sehr kleinen Kerben und Rissen nur fiktive Größen, da sich dabei die örtlichen Beanspruchungen über strukturbestimmende Gebiete (wie Korngrößen) wesentlich ändern.

Die Festigkeit und Verformbarkeit einzelner Gefügebestandteile ist erheblich größer als die im Mittel an einem Probestab gemessenen Kennwerte. Daraus resultiert ebenfalls die Notwendigkeit, technische Festigkeitskenngrößen aus der Mittelung der örtlichen Beanspruchungen über von der Struktur abhängende Gebiete zu bilden.

Wenn sich die Beanspruchungen  $B_v$  wesentlich nur in einer Koordinatenrichtung  $r$  in einem kleinen Volumen  $V^*$  ändern, folgt für die Beanspruchungskenngröße (vgl. [1]) aus einer Mittelung der Beanspruchungen

$$B_{vm} = \frac{1}{d^*} \int_{(d^*)} B_v(r) dr. \quad (1)$$

Zu analogen Aussagen führt die Berücksichtigung des Beanspruchungsgradienten bei der Ermittlung der Beanspruchungskenngröße.

Die sog. Ersatzstrukturlänge  $d^*$  wird aus experimentellen Daten gewonnen, bei denen die Strukturabhängigkeit der Kennwerte bedeutend ist. In der Regel werden die Ersatzstrukturlängen aus den Dauerschwingfestigkeiten verschieden scharf gekerbter Proben oder aus den Schwellenwerten kleiner Risse bei zyklischer Belastung bestimmt.  $d^*$  hängt außer von der Struktur (z. B. Korngröße, Korngrößenverteilung, ...) auch wesentlich von der Vergleichsbeanspruchung  $B_v$  ab. Für die Ermittlung von  $d^*$  aus experimentellen Daten ist die Kenntnis der gültigen Vergleichsspannung wichtig. Änderungen des Bruchmodus sind häufig mit Änderungen der Vergleichsbeanspruchung  $B_v$  für mehrachsige Spannungszustände verknüpft und haben somit auch Änderungen der Ersatzstrukturlänge zur Folge.

Deshalb ist es problematisch, das Bruchverhalten bei niederzyklischer Ermüdung und beim statischen Bruch mit den im Dauerschwingbereich bestimmten Ersatzstrukturlängen zu bewerten. Andererseits ist bei der niederzyklischen Ermüdung (hohe Nennbeanspruchun-

gen) die Strukturabhängigkeit der Kennwerte für die Ausbreitung von Makrorissen und damit auch deren Abhängigkeit von der Ersatzstrukturlänge nicht so groß wie im Dauerschwingbereich. Deshalb können mit gewissen Einschränkungen die aus den Dauerschwingfestigkeiten verschieden gekerbter Proben oder verschieden kleiner Risse ermittelten  $d^*$  auch auf den niederzyklischen Bereich übertragen werden.

Wesentlich problematischer ist die Bewertung kleiner Risse bei duktilem Werkstoffverhalten, da durch die Verletzung der Bedingungen für Kleinbereichsfließen die örtlichen Beanspruchungen für diese Risse i. allgm. unbekannt sind.

## 2. Beanspruchungen an Rissen und Kerben

Zunächst wird linear-elastisches Materialverhalten vorausgesetzt. Gewöhnlich breitet sich ein Riß, der sich im Kerbgrund gebildet hat, im Ligament aus. Daher werden hier die Beanspruchungskenngrößen aus den örtlichen Beanspruchungen  $B_V(r, \varphi)$  im Ligament ( $\varphi = 0$ ) bestimmt (vgl. Bild 1).

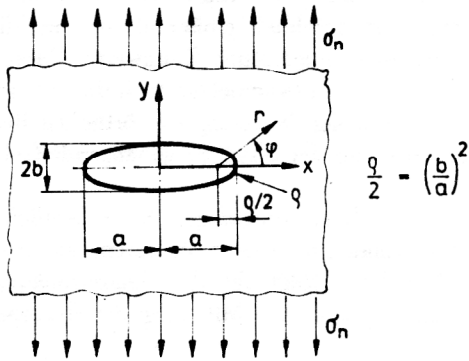


Bild 1  
Elliptische Kerbe im einachsigen Zugspannungsfeld

Andererseits kann aus der Ermittlung extremer  $B_{vm} = B_{vm \max}(\varphi^*)$  nach Gl. (1) im Kerb- und Rißgrund auch die Rißausbreitungsrichtung  $\varphi^*$  gefunden werden.

Im folgenden werden die Beanspruchungen an Kerben und Rissen unter einachsigem Zug (senkrecht zum Ligament) in einer „unendlich“ ausgedehnten Scheibe angegeben.

### Spannungskomponenten im Ligament der Kerbe

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_n} = \frac{\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \frac{x}{a} \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}} + \frac{\rho}{a}}{\sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}} \left[ \frac{x}{a} + \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}} \right]} + \frac{\rho}{a} \frac{\left(1 + \sqrt{\frac{\rho}{a}}\right) \left[ \frac{x}{a} + 2 \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}} \right]}{\left[ \left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a} \right]^{3/2} \left[ \frac{x}{a} + \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}} \right]^2}$$

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_n} = \frac{1 + 2 \sqrt{\frac{\rho}{a}}}{\sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}} \left[ \frac{x}{a} + \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}} \right]} - \frac{\rho}{a} \frac{\left(1 + \sqrt{\frac{\rho}{a}}\right) \left[ \frac{x}{a} + 2 \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}} \right]}{\left[ \left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a} \right]^{3/2} \left[ \frac{x}{a} + \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}} \right]^2} \quad (2)$$

$$\sigma_z = 0 \quad \text{für ESZ}$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad \text{für EVZ}$$

Im Kerbgrund  $\frac{x}{a} = 1$  wird

$$\frac{\sigma_y \left(\frac{x}{a} = 1\right)}{\sigma_n} = \frac{\sigma_{y \max}}{\sigma_n} = 1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}}$$

$$\frac{\sigma_x \left(\frac{x}{a} = 1\right)}{\sigma_n} = 0 \quad (2.1)$$

### Sonderfälle

- Kreisförmige Kerbe  $\frac{\rho}{a} = 1$

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_n} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{x}\right)^2 + \frac{3}{2} \left(\frac{a}{x}\right)^4$$

(2.2)

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_n} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{x}\right)^2 - \frac{3}{2} \left(\frac{a}{x}\right)^4$$

- Riß  $\frac{\rho}{a} = 0$

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_n} = \frac{\frac{x}{a}}{\sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1}}$$

(2.3)

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_n} = \frac{\frac{x}{a}}{\sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1}} - 1$$

### Dehnungskomponenten im Ligament der Kerbe

Die größte Hauptdehnung ist  $\epsilon_y$  und kann mit dem Hookeschen Gesetz berechnet werden:

$$\epsilon_1 = \epsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \quad (3)$$

Man erhält für den ESZ:

$$\frac{\epsilon_y}{\sigma_n/E} = \frac{\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \frac{x}{a} \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}} + \frac{\rho}{a} - \nu(1 + 2\sqrt{\frac{\rho}{a}})}{\sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}} \left[\frac{x}{a} + \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}}\right]} + \frac{(1+\nu) \frac{\rho}{a} (1 + \sqrt{\frac{\rho}{a}}) \left[\frac{x}{a} + 2\sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}}\right]}{\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}\right]^{3/2} \left[\frac{x}{a} + \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}}\right]^2} \quad (4)$$

und für den EVZ:

$$\frac{\epsilon_y}{\sigma_n/E} = \frac{(1-\nu^2) \left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \frac{x}{a} \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}} + \frac{\rho}{a}\right] - \nu(1+\nu)(1 + 2\sqrt{\frac{\rho}{a}})}{\sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}} \left[\frac{x}{a} + \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}}\right]} + \frac{(1+\nu) \frac{\rho}{a} (1 + \sqrt{\frac{\rho}{a}}) \left[\frac{x}{a} + 2\sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}}\right]}{\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}\right]^{3/2} \left[\frac{x}{a} + \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1 + \frac{\rho}{a}}\right]} \quad (5)$$

Die Spannungs- und Dehnungsverteilungen im Ligament sind für den EVZ abhängig vom Krümmungsradius in den Bildern 2 bis 5a dargestellt (vgl. auch [2]).

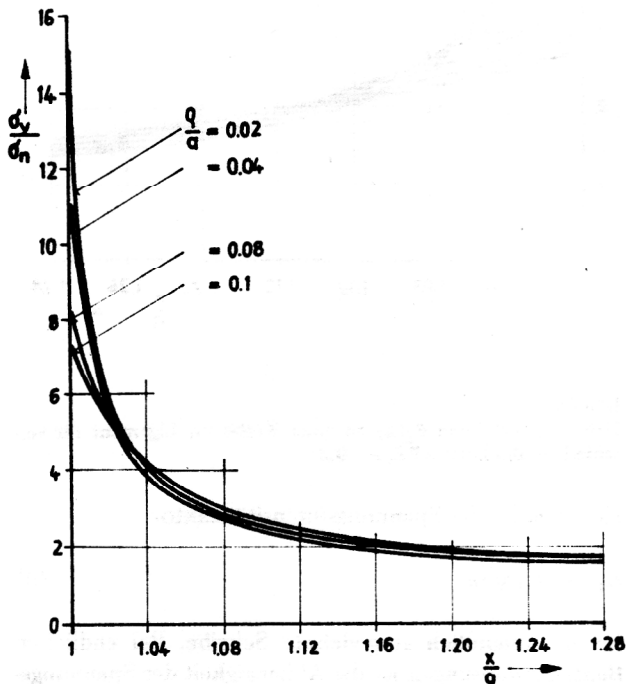


Bild 2  
Spannungsverteilung  $\sigma_y(x)$  im Ligament der scharfen Kerbe für verschiedene  $\rho/a$

Mitunter wird das vollständige Beanspruchungsfeld an Rissen und Kerben benötigt, um z. B. auch die Rißausbreitungsrichtung zu ermitteln. Die exakten Lösungen sind in den angegebenen Koordinatensystemen (Bild 1) für die Ellipsenkerbe kompliziert.

Für die kreisförmige Kerbe gilt exakt

$$\frac{\sigma_\varphi}{\sigma_n} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2} \left[1 + 3 \left(\frac{a}{r}\right)^4\right] \cos 2\varphi$$

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_n} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{1}{2} \left[1 + 3 \left(\frac{a}{r}\right)^4 - 4 \left(\frac{a}{r}\right)^2\right] \cos 2\varphi$$

$$\frac{\tau_{r\varphi}}{\sigma_n} = \frac{1}{2} \left[1 - 3 \left(\frac{a}{r}\right)^4 + 2 \left(\frac{a}{r}\right)^2\right] \sin 2\varphi \quad (6)$$

und für die scharfe Kerbe ergeben sich die Spannungen in unmittelbarer Nähe des Kerbgrundes näherungsweise

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{pmatrix} \cos \frac{\varphi}{2} \left(1 - \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3}{2}\varphi\right) - \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3}{2}\varphi \\ \cos \frac{\varphi}{2} \left(1 + \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3}{2}\varphi\right) + \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3}{2}\varphi \\ \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{3}{2}\varphi - \frac{\rho}{2r} \sin \frac{3}{2}\varphi \end{pmatrix} \quad (7)$$

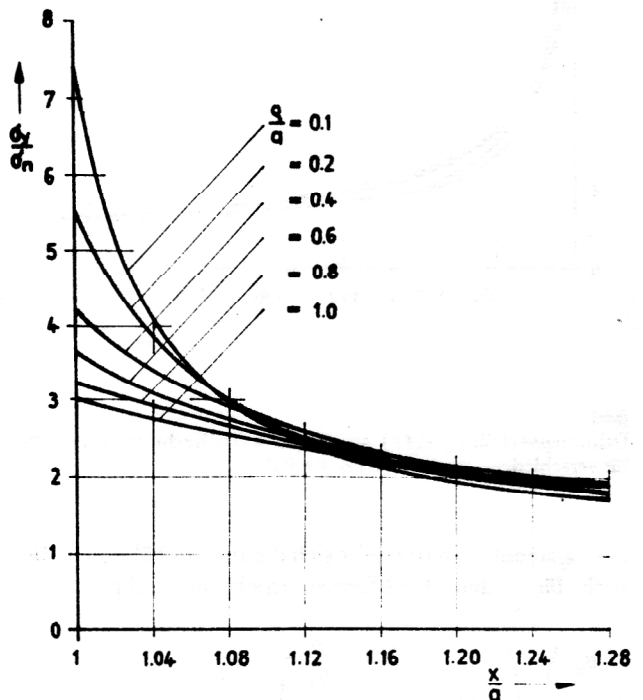
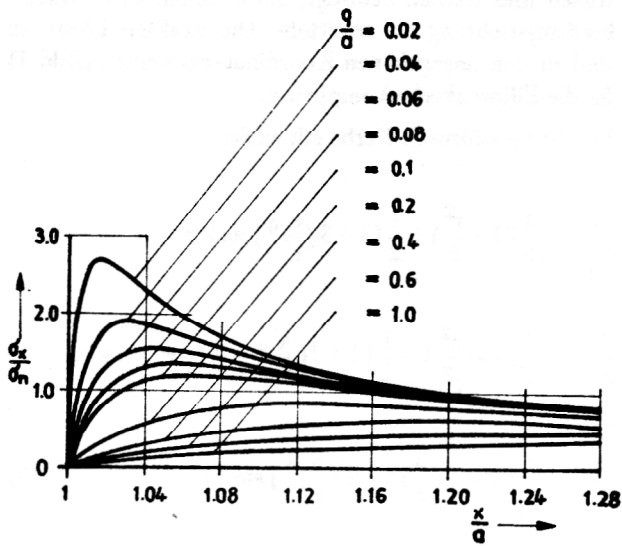
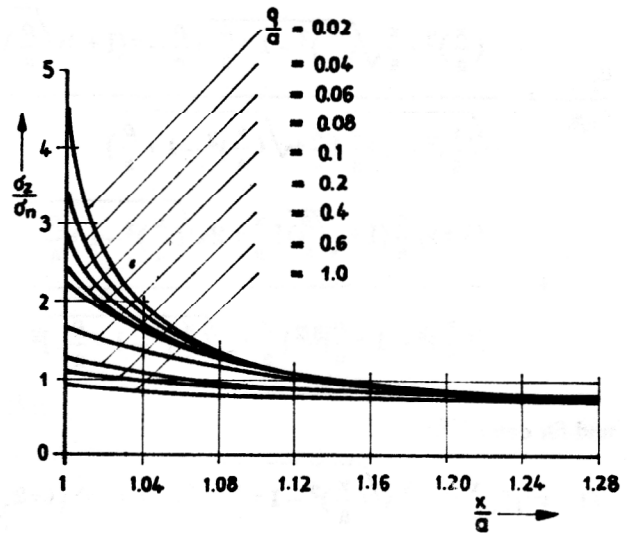


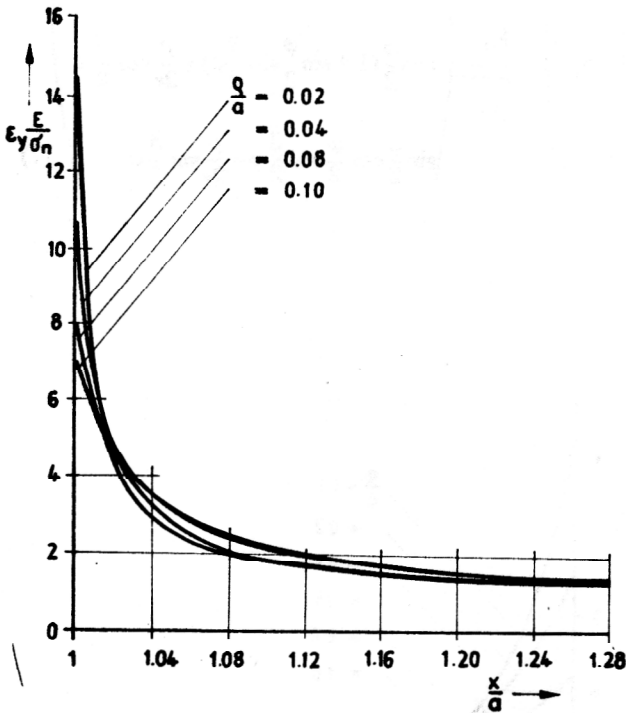
Bild 2a  
Spannungsverteilung  $\sigma_y(x)$  im Ligament der Kerbe für verschiedene  $\rho/a$



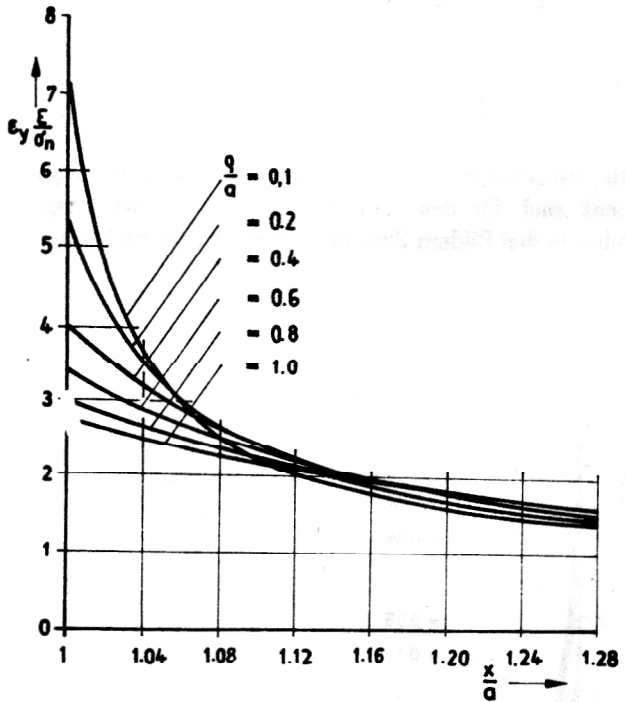
**Bild 3**  
Spannungsverteilung  $\sigma_x(x)$  im Ligament der Kerbe für verschiedene  $\rho/a$



**Bild 4**  
Spannungsverteilung  $\sigma_z(x)$  im Ligament der Kerbe für verschiedene  $\rho/a$  beim EVZ,  $\nu = 0,3$



**Bild 5**  
Dehnungsverteilung  $\epsilon_y(x)$  an der scharfen Kerbe im Ligament für verschiedene  $\rho/a$  beim EVZ,  $\nu = 0,3$



**Bild 5a**  
Dehnungsverteilung  $\epsilon_y(x)$  an einer Kerbe im Ligament für verschiedene  $\rho/a$  beim EVZ,  $\nu = 0,3$

Im Ligament ( $\varphi = 0$ ) ergibt sich daraus die Näherung, die auch für andere Kerbformen (nicht nur Ellipse) gilt:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\rho}{2r} \\ \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left( 1 + \frac{\rho}{2r} \right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7.1)$$

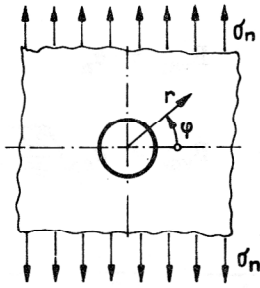
Hierin ist  $K_I$  der Spannungsintensitätsfaktor

$$K_I = \sigma_n \sqrt{\pi a} \quad (8)$$

für die unendlich ausgedehnte Scheibe. Bei endlichen Bauteilabmessungen ist die Abhängigkeit der Spannungs-komponenten von den Koordinaten  $r$  und  $\varphi$  ungeändert. Lediglich der Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  ist von der Bauteilgeometrie abhängig:

$$K_I = \sigma_n \cdot \sqrt{\pi a} \cdot Y(\text{Geometrie}) \quad (8.1)$$





**Bild 6**  
Kreisförmige Kerbe im Zugspannungsfeld

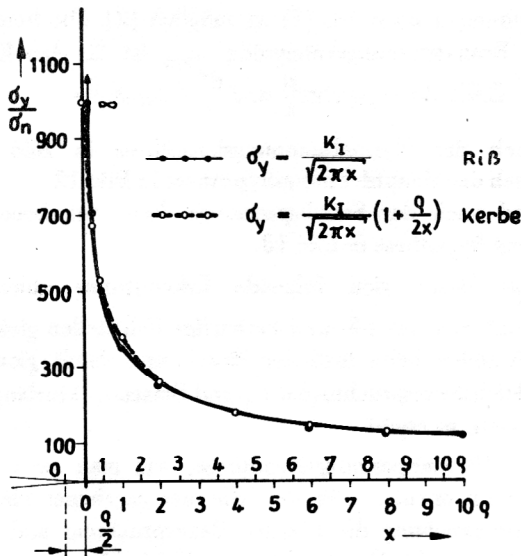
Für die größte Hauptdehnung  $\epsilon_1 = \epsilon_y$  im Ligament erhält man mit Gln. (7.1) und (3) bei EVZ

$$\epsilon_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[ 1 - \nu(1+2\nu) + \frac{\rho}{2r}(1+\nu) \right] \quad (9)$$

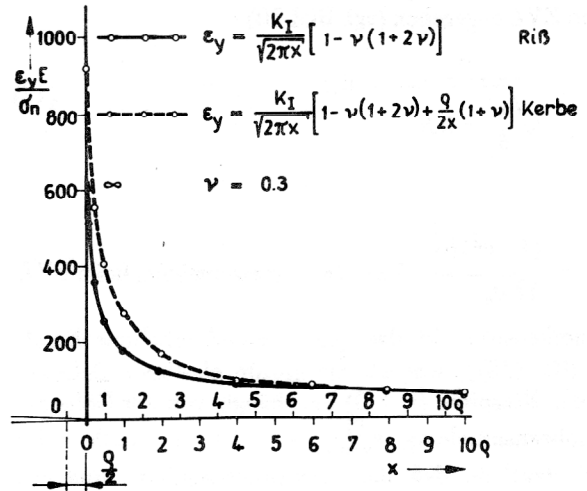
Die Spannungs- und Dehnungsverteilungen sind für eine sehr scharfe Kerbe und einen RiB in den Bildern 7 und 8 dargestellt. Im Kerb- und RiBgrund werden örtliche Beanspruchungen berechnet, die aus folgenden Gründen nicht auftreten:

- örtlich wird die Fließgrenze überschritten;
- durch große plastische Verformungen stumpfen RiB und scharfe Kerbe ab;
- bei den großen örtlichen Beanspruchungsgradienten sind die Voraussetzungen der Kontinuumsmechanik verletzt.

Für Kleinbereichsfließen kann die Dehnungsverteilung im Bereich der plastischen Zone an Rissen abgeschätzt werden. Nach [3] gilt mit dem Materialgesetz



**Bild 7**  
Spannungsverteilung  $\sigma_y(x)$  am scharfen und am abgerundeten RiB ( $a/b = 500/1$ )  
 $a = 500 \text{ mm}$ ,  $b = 1 \text{ mm}$ ,  $\rho = \frac{b^2}{a}$



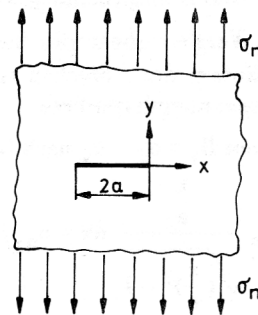
**Bild 8**  
Dehnungsverteilung  $\epsilon_y$  im Ligament für den EVZ am scharfen und am abgerundeten RiB ( $a/b = 500/1$ )  
 $a = 500 \text{ mm}$ ,  $b = 1 \text{ mm}$ ,  $\rho = b^2/a$

$$\frac{\sigma}{\sigma_s} = \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_s} \right)^N \quad \text{für } \sigma \geq \sigma_s \quad (10)$$

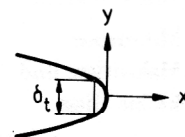
unter den Bedingungen des ESZ im Ligament der plastisch verformten Zone näherungsweise (vgl. Bild 9)

$$\epsilon_y = \epsilon_s \left( \frac{r_{Pl}(0)}{x} \right)^{\frac{1}{N+1}} \quad (11)$$

$$\text{mit } r_{Pl}(0) = \frac{(K_I/\sigma_s)^2}{(1+N)\pi}$$



**Bild 9**  
RiB im Zugspannungsfeld



**Bild 10**  
Bezeichnungen am abgestumpften RiB

Für den abgestumpften Makroriß wird in [4] folgende plastische Dehnungsverteilung im Ligament des Risses beim EVZ angegeben (vgl. Bild 10)

$$\epsilon_y^{\text{Pl}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{x}{\delta_t} + 0,3}} - 0,7 \quad (12)$$

mit

$$\delta_t = \frac{(1-\nu^2)K_I^2}{4E\sigma_s} \quad \text{Rißöffnungsverschiebung beim EVZ}$$

Bemerkenswert ist das experimentell erhaltene Ergebnis (Gl. (12)), wonach die größte plastische Dehnung an der Rißspitze ( $x = 0$ ) unabhängig von der Höhe der Nennbeanspruchung  $\epsilon_{y\text{max}}^{\text{Pl}} = 1,13$  ist. Auch dabei wird deutlich, daß die Beanspruchungshöhe und örtliche Bruchgefahr nicht nur von der Beanspruchung an diesem Punkt, sondern auch wesentlich vom Beanspruchungsgradienten abhängen (vgl. Gl. (1)). Die mit der Nennbeanspruchung und der Rißgröße wachsende Rißöffnungsverschiebung  $\delta_t$  führt wegen der abnehmenden Beanspruchungsgradienten nach Gl. (12) auch zu einem Anwachsen von  $B_{\text{vm}}$ . Deshalb sind im Geltungsbereich von Gl. (12) sowohl  $\delta_t$  als auch  $B_{\text{vm}}$  geeignete Parameter zur Beschreibung des Beanspruchungszustandes.

### 3. Beanspruchungskenngrößen für Kerben und Risse

#### 3.1. Beanspruchungskenngrößen für Risse und Rißgrößenklassifizierung

Zur Ermittlung von Beanspruchungskenngrößen muß für

- den jeweils vorliegenden Werkstoff sowie für
- die Belastungs- und Beanspruchungsbedingungen

die dafür gültige Vergleichsbeanspruchung  $B_v$  bekannt sein [1]. Wir erläutern das Vorgehen zunächst nur mit der Hauptnormalspannungshypothese.

Aus Gl. (1) folgt mit  $B_v = \sigma_1 = \sigma_y$  nach Gl. (2.3)

$$B_{\text{vm}} = \frac{1}{d^*} \int_a^{a+d^*} \sigma_n \frac{\frac{x}{a}}{\sqrt{(\frac{x}{a})^2 - 1}} dx = \sigma_n \sqrt{1 + \frac{2a}{d^*}} \quad (13)$$

Mit dem Beanspruchungsparameter  $B_{\text{vm}}$  nach Gl. (13) wollen wir zugleich eine Klassifizierung der Rißgrößen vornehmen (vgl. [6]).

Wir bezeichnen Risse mit Rißtiefen

- $a \ll d^*$  als Mikrorisse,
- $a \gg d^*$  als Makrorisse und
- $a \approx d^*$  als kleine Risse.

Danach hängt die Bezeichnung des Risses nicht nur von seinen geometrischen Abmessungen, sondern auch wesentlich von der Struktur des Werkstoffes bzw. von einem für den jeweiligen Vorgang maßgebenden Gebiet ab.

10

Zugleich folgen aus Gl. (13) globale Beanspruchungsparameter

$$\text{– für Mikrorisse:} \quad B_{\text{vm}} = \sigma_n \quad (13.1)$$

$$\text{– für Makrorisse:} \quad B_{\text{vm}} = \sigma_n \sqrt{\frac{2a}{d^*}} = K \sqrt{\frac{2}{\pi d^*}} \quad (13.2)$$

– für kleine Risse:

$$B_{\text{vm}} = \sigma_n \sqrt{1 + \frac{2a}{d^*}} = K \sqrt{\frac{2}{\pi d^*}} \sqrt{1 + \frac{d^*}{2a}} \quad (13.3)$$

Das heißt, in Bauteilen oder Proben mit Mikrorissen charakterisieren die Nennspannungen  $\sigma_n$ , in Bauteilen mit Makrorissen und linear-elastischem Materialgesetz der Spannungsintensitätsfaktor  $K$  den Beanspruchungszustand, und in Bauteilen mit kleinen Rissen müssen sowohl die Nennspannungen als auch der Spannungsintensitätsfaktor durch einen Faktor korrigiert werden, der abhängig von der Rißgröße  $a$  und der Ersatzstrukturlänge  $d^*$  ist.

Die prinzipiell gleiche Abhängigkeit der Beanspruchungskenngrößen wie nach Gl. (13) ergibt sich auch bei Verwendung anderer Vergleichshypothesen (vgl. [2]). Allerdings unterscheiden sich die dazugehörigen Ersatzstrukturlängen voneinander (vgl. Abschn. 4.).

Die mit Gl. (1) berechnete Abhängigkeit der Beanspruchungsparameter für kleine Risse wird bei den Schwellenwerten  $\Delta K_{\text{th}}$  für zyklische Belastungen auch experimentell bestätigt [7].

#### 3.2. Beanspruchungskenngrößen für Kerben

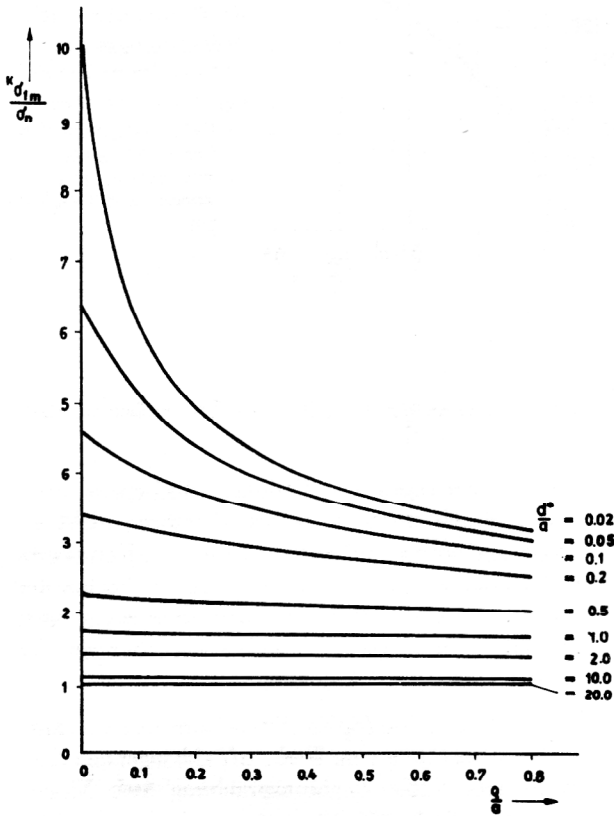
Aus Gl. (1) können mit den Gln. (2) bis (6) oder unter gewissen Einschränkungen mit den Näherungsgleichungen (7) wie für Risse Beanspruchungskenngrößen für Kerben abgeleitet werden. Die exakte Integration der Beziehungen nach Gl. (1) ist möglich [2]. Die berechnete Beanspruchungskenngröße  $B_{\text{vm}}$  ist für den EVZ (bzw. ESZ) abhängig von  $\frac{\rho}{a}$  und  $\frac{d^*}{a}$  dargestellt

- nach der Normalspannungshypothese in Bild 11
- nach der Hauptdehnungshypothese in Bild 12
- und nach der Schubspannungs- bzw. Schubverzerrungshypothese in Bild 13.

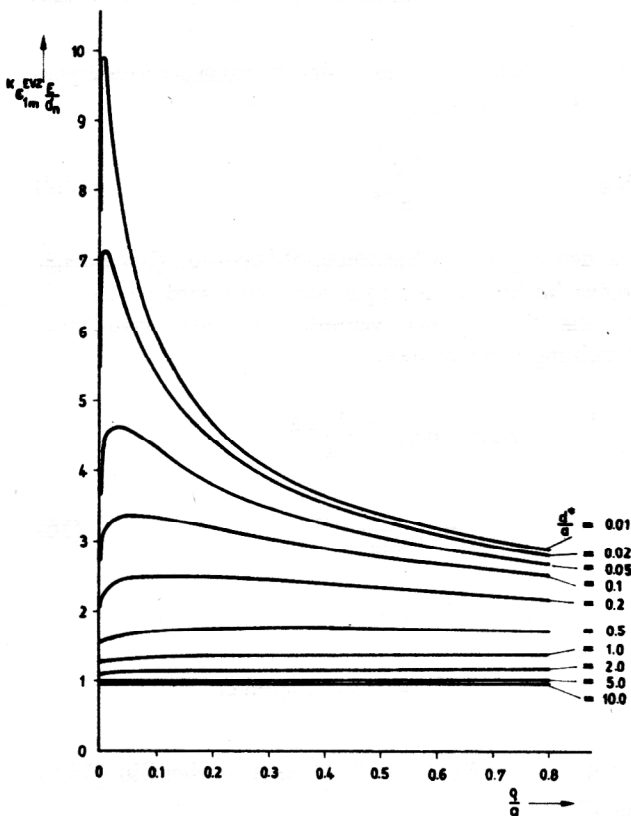
Daraus lassen sich folgende Erkenntnisse ablesen:

1. Setzt man für riß- und kerbartige Fehlstellen gleiche Bruchmoden beim örtlichen Bruch und damit gleiche Vergleichsbeanspruchungen  $B_v$  und Ersatzstrukturlängen  $d^*$  voraus, so ergibt

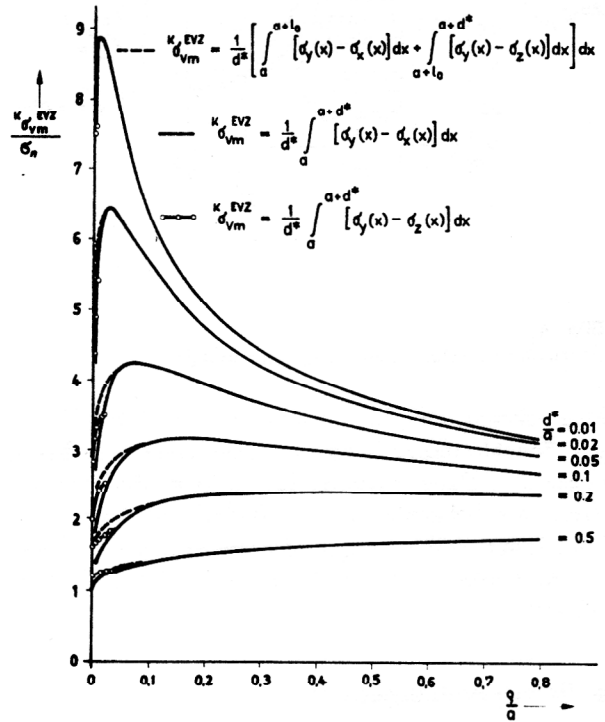
- die Normalspannungshypothese, wie man auch allgemein erwartet, für den Riß bei gegebener Nennbeanspruchung die höchste Beanspruchung und damit die größte Bruchgefährdung (Bild 11).
- Die Schubspannungs- bzw. Schubverzerrungs- und Hauptdehnungshypothese hingegen liefern bei gleicher Riß- bzw. Kerbtiefe für manche Kerben höhere Beanspruchungen als für den idealen Riß. Die Überhöhung erreicht bei  $\rho \approx d^*$  einen Extremwert, der



**Bild 11**  
Gemittelte Hauptnormalspannung im Ligament der Kerbe  $k_{\sigma_{1m}}$  für den EVZ und ESZ in Abhängigkeit von  $\rho/a$  und  $d^*/a$



**Bild 12**  
Gemittelte Hauptdehnung im Ligament der Kerbe  $k_{\epsilon_{1m}}$  für den EVZ in Abhängigkeit von  $\rho/a$  und  $d^*/a$  für  $\nu = 0,3$



**Bild 13**  
Gemittelte Vergleichspannung im Ligament der Kerbe  $k_{\sigma_{vm}}$  beim EVZ in Abhängigkeit von  $\rho/a$  und  $d^*/a$  für  $\nu = 0,3$  – Schubspannungshypothese

nach der Schubbeanspruchungshypothese etwa 1,5mal so groß wie beim Riß ist. Da die Rißbildung und -ausbreitung sehr oft mit Gleitverformungen korrelieren, die von den maximalen Schubbeanspruchungen abhängen, erfährt der Rißstopp von Rissen, die sich an scharfen Kerben gebildet haben, bei unveränderter Belastungsamplitude eine gewisse Erklärung.

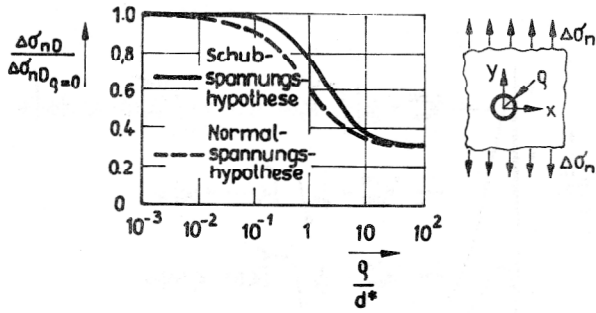
Bislang wurde dieser Effekt allein auf das Phänomen des Rißschließens zurückgeführt, das auch bei einer Zugschwellbelastung beobachtet wird, verstärkt aber bei Wechselbeanspruchungen ( $R < 0$ ) auftritt.

2. Für Mikrokerben ( $\frac{a}{d^*} \ll 1$ ) sind ebenso wie für Mikrorisse die Nennspannungen bzw. Nenndehnungen geeignete Beanspruchungskenngrößen. Das gilt auch für nichtlineares Materialgesetz.

3. Für kleine Kerben ( $\frac{d^*}{a} > 0,5$ ) ist die Beanspruchungskenngröße vom Krümmungsradius  $\rho$  weitgehend unabhängig, und es können dafür die mathematisch einfacheren Beanspruchungskenngrößen für kleine Risse verwendet werden, z. B. nach der Normalspannungshypothese (bei linearelastischem Materialgesetz):

$$B_{vm}^{Kerb} \approx B_{vm}^{Riß} = \sigma_n \sqrt{1 + \frac{2a}{d^*}} \quad \text{für } \frac{2a}{d^*} < 4$$

4. Mit der Kenntnis der Ersatzstrukturlänge  $d^*$  läßt sich der Einfluß der Oberflächenrauigkeit auf die Änderung der Dauerschwingfestigkeit abschätzen. Nimmt man halbkreisförmige Oberflächenfehler an, so ergibt sich aus den Gln. (6) für  $\varphi = 0$  mit Gl. (1) die in Bild 14 dargestellte Dauerschwingfestigkeit rauher im Vergleich zur Dauerschwingfestigkeit ideal glatter Oberflächen.



**Bild 14**  
Dauerschwingfestigkeit abhängig von  $\rho$  und  $d^*$

Man erkennt, daß für die Rauhtiefen  $\rho < 0,2 d^*$  nach der Schubbeanspruchungshypothese noch kein bemerkenswerter Dauerschwingverlust auftritt. Zugleich wird damit die bekannte Kerbempfindlichkeit feinkörniger höherfester Stähle, wegen der erwarteten Korrelation der Korngröße  $d$  mit der Ersatzstrukturlänge  $d^*$ , quantifiziert.

#### 4. Beanspruchungskennwerte

##### 4.1. Beanspruchungskennwerte für statische Belastungen

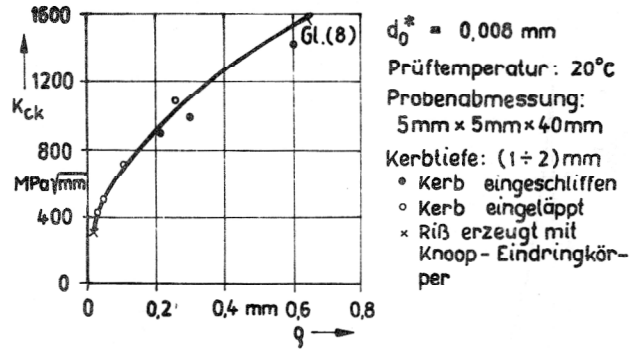
Bei sehr spröden Werkstoffen wie Glas, Keramik, hochfesten Stählen sind auch die örtlichen plastischen Verformungen an Rissen und Kerben klein, und die Kennwerte können auf der Grundlage linear-elastischen Materialverhaltens formuliert werden. Unter den Bedingungen des Kleinbereichsfließens charakterisiert der Spannungsintensitätsfaktor  $K$  den Beanspruchungszustand an Makrorissen, und der kritische Spannungsintensitätsfaktor (Bruchzähigkeit)  $K_c$  ist ein geeigneter Bruchkennwert (bzw. Kennwert für den Beginn instabiler Rißausbreitung). Bruchkennwerte für andere Beanspruchungen (z. B. an Kerben) können mit den Kenngrößen nach Gl. (1) und  $d^*$  aus den Bruchkennwerten z. B. von Rissen unter den genannten Einschränkungen berechnet werden.

In [8] wurde mit der Hauptdehnungshypothese aus der Näherungsgleichung (7.1) mit Gl. (1) ein kritischer „Spannungsintensitätsfaktor“ für Kerben  $K_c^K$  unter der Annahme des EVZ aus der Bruchzähigkeit  $K_{Ic}$  abgeleitet. Für  $\nu = 0,31$  und  $d^* = 8 \mu\text{m}$  wird damit das Bruchverhalten von gekerbten Proben aus Hartmetall WC + 6 % Co im untersuchten Bereich (Kerbradius  $\rho = (0,02 \text{ bis } 0,6 \text{ mm})$  ausreichend gut beschrieben (vgl. Bild 15).

$$\frac{K_c^K}{K_{IC}} = \frac{\sigma_{nc}^K \sqrt{a_K}}{\sigma_{nc}^R \sqrt{a_R}} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\rho}{2d^*}}}{1 + 0,81 \frac{\rho}{d^*} (\sqrt{1 + 2 \frac{d^*}{\rho}} - 1)} \quad (14)$$

Mit anderen Vergleichsgrößen  $B_v$  kann eine ähnlich gute Beschreibung der Experimente aber bei wesentlich geänderten Ersatzstrukturlängen  $d^*$  erreicht werden.

Für die meisten Konstruktionswerkstoffe und besonders für Werkstoffe mit „kleinen“ Rissen und Kerben



**Bild 15**  
Kritischer Spannungsintensitätsfaktor gekerbter Proben aus Hartmetall WC + 6 % Co [3]

sind die Bedingungen des Kleinbereichsfließens beim spontanen Bruch unter statischer Belastung nicht erfüllt. Von Bedeutung sind aber nicht nur die Kennwerte für den spontanen Bruch, sondern auch der Beginn der Rißausbreitung, der z. B. unter Korrosionsbedingungen bei erheblich niedrigeren Nennbeanspruchungen für gleiche Riß- und Kerbgrößen einsetzt.

**Spannungsrißkorrosion (SprK, Stress Corrosion Cracking – SCC)** tritt bei einem vom Werkstoff abhängenden Korrosionsmedium unter Zugbeanspruchung auf. Nimmt man für einen Werkstoff mit unterschiedlichen Strukturen in gleichem Korrosionsmedium auch gleiche Schädigungsmoden an (was nicht immer erfüllt sein wird), dann müßte mit der den Beanspruchungszustand kennzeichnenden Größe  $B_{vm}$  das Festigkeitsverhalten unter Korrosionsbedingungen (z. B. Schwellenwert der Spannungsrißkorrosion) prinzipiell richtig beschrieben werden können:

Für Makrorisse gilt nach der Normalspannungshypothese (vgl. Gl. (13.2))

$$B_{vm} = \sigma_{ym} = K \sqrt{\frac{2}{\pi d^*}} \quad (13.2)$$

Für den Beginn der Spannungsrißkorrosion (Spannungsgrenze im homogenen Spannungsfeld) wird ebenso wie für die Streckgrenze vereinfachend eine Hall-Petch-Beziehung angenommen:

$$B_{vm}^{SCC} = \sigma_{OKO} + K_{KO} \left(\frac{d}{\text{mm}}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (15)$$

$$\sigma_s = \sigma_{OS} + K_s \left(\frac{d}{\text{mm}}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (16)$$

$d$  – Korndurchmesser

$K_{KO}, \sigma_{OKO}$   
 $K_s, \sigma_{OS}$  – Werkstoffkenngrößen

Mit  $K = K_{SCC}$  für  $B_{vm} = B_{vm}^{SCC}$  folgt aus den Gln. (13.2) und (15):

$$K_{SCC} = K_{KO} \sqrt{\frac{\pi d^*}{2 d}} \text{ mm} + \sigma_{OKO} \sqrt{\frac{\pi d^*}{2}} \quad (17)$$

$K_{SCC}$  – Schwellen- oder Grenzwert des Spannungsintensitätsfaktors bei Spannungsrißkorrosion

Mit der Annahme  $d^* \sim d$  ergibt sich

$$K_{SCC} = K_{SCC_0} + C_0 \sqrt{d} \quad (18)$$

$K_{SCC_0}; C_0$  – Werkstoffkenngrößen bei SprK

Der Einfluß des Korndurchmessers  $d$  auf  $K_{SCC}$  wirkt sich prinzipiell anders als auf die Streckgrenze  $\sigma_S$  und die Grenzspannung für SprK aus. Der Widerstand gegen Spannungsrißkorrosion wächst danach mit wachsendem Korndurchmesser, während mit einer Kornfeinung die Rißempfindlichkeit zunimmt.

Bei Kenntnis der Streckgrenze  $\sigma_S$  kann  $d$  aus Gl. (16) ausgedrückt werden:

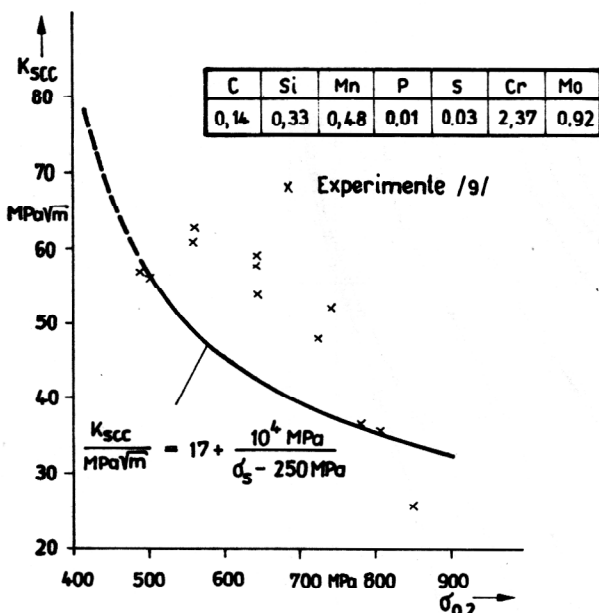
$$d = \left( \frac{K_S}{\sigma_S - \sigma_{s0}} \right)^2 \text{ mm} \quad (16.1)$$

womit aus Gl. (18) folgt:

$$K_{SCC} = K_{SCC_0} + C_0 \frac{K_S}{\sigma_S - \sigma_{s0}} \sqrt{\text{mm}} \quad (19)$$

Experimentelle Ergebnisse an einem niedriglegierten CrMo-Stahl in 0,5 % Äthansäure mit  $H_2S$  [9] lassen sich durch Gl. (19) folgendermaßen approximieren (vgl. Bild 16)

$$\frac{K_{SCC}}{\text{MPa}\sqrt{\text{m}}} = 17 + \frac{10^4 \text{ MPa}}{\sigma_S - 250 \text{ MPa}} \quad (20)$$



**Bild 16**  
Schwellenwert des Spannungsintensitätsfaktors bei Spannungsrißkorrosion abhängig von der Streckgrenze für 21/4 Cr – 1 Mo – Stahl in 0,5 % Äthansäure mit  $H_2S$  (verschiedene Werkstoffstrukturen werden durch verschiedene Wärmebehandlungen erreicht)

Die tendenzielle Abhängigkeit der Experimente wird damit erfasst. Die auftretenden systematischen Abweichungen können u. a. durch folgende vereinfachte Annahmen verursacht werden:

- Annahme einer Hall-Petch-Beziehung für  $\sigma_S$  und die kritische Spannungsgrenze für SprK
- die angenommene Proportionalität zwischen  $d^*$  und  $d$
- Annahme unveränderter Bruchmoden bei verschiedenen Korndurchmessern auch unter Korrosionsbedingungen. (Der Abfall von  $K_{SCC}$  im Bereich kleiner Streckgrenzen ( $\sigma_S \approx 500$  MPa) gegenüber  $K_{SCC}$  bei  $\sigma_S = 560$  MPa kann durch veränderte Bruchmoden verursacht sein.)

#### 4.2. Beanspruchungskennwerte für zyklische Belastungen

Schwellenwerte und Dauerschwingfestigkeit an Proben mit Rissen und Kerben

Aus dem Vergleich der Kenngrößen für Makro- und kleine Risse nach Gl. (13.2) und (13.3) – Hauptnormalspannungshypothese – folgt

$$\Delta B_{vm} = \Delta K_{th} \sqrt{\frac{2}{\pi d^*}} = \Delta K_{th}^{KI} \sqrt{\frac{2}{\pi d^*}} \sqrt{1 + \frac{d^*}{2a}}$$

$$\frac{\Delta K_{th}^{KI}}{\Delta K_{th}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{d^*}{2a}}} \quad (21)$$

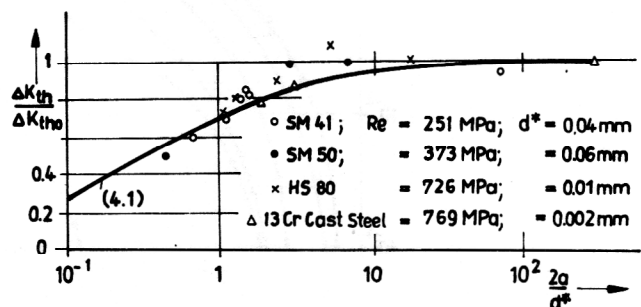
$\Delta K_{th}^{KI}$  – Schwellenwert kleiner Risse

$\Delta K_{th}$  – Schwellenwert des Makrorisses

Experimente [10] bei einem Lastverhältnis  $R = 0$  werden durch Gl. (21) ausreichend gut beschrieben (vgl. Bild 17) mit

- $d^* = 40 \mu\text{m}$  für den Werkstoff SM 41,  $\sigma_S = 251$  MPa
- $= 60 \mu\text{m}$  für den Werkstoff SM 50,  $= 373$  MPa
- $= 10 \mu\text{m}$  für den Werkstoff HT 80,  $= 726$  MPa
- $= 2 \mu\text{m}$  für den Werkstoff 13Cr Cast Steel,  $\sigma_S = 769$  MPa

Die Beschreibung der Versuchsergebnisse mit der Schubspannungshypothese verlangt bedeutend kleinere Ersatzstrukturlängen. Mit der Kenntnis von  $d^*$  kann bei ungedänderten Bruchmoden auch die Dauerschwingfestig-



**Bild 17**  
Schwellenwerte kleiner Risse

**Tabelle 1**  
Ersatzstrukturlängen für 2 Stähle aus dem Vergleich verschieden gekerbter Proben (vgl. [11], [12])

Werkstoff	H52-3	15Ch2NMFA	Beanspruchungshypothese
d* / μm		117	Hauptnormalspannung $\Delta\sigma_1$
	42	74	Hauptdehnung $\Delta\epsilon_1$
	34	24	max. Schubspannung $\Delta\sigma_v = 2 \Delta\tau_{\max}$ max. Schubverzerrung $\Delta\epsilon_v = \Delta(\epsilon_1 - \epsilon_3)$

keit bei anderen stark inhomogenen Beanspruchungen, wie sie z. B. an scharfen Kerben auftreten, ermittelt werden. Andererseits können Dauerschwingfestigkeitsuntersuchungen an verschieden scharf gekerbten Proben zur Bestimmung der Ersatzstrukturlänge benutzt werden. Tabelle 1 zeigt die so ermittelten Ersatzstrukturlängen für zwei Werkstoffe in Abhängigkeit von der jeweils verwendeten Vergleichshypothese. Man erkennt den starken Einfluß, den die jeweils gültige Vergleichshypothese auf die Ersatzstrukturlänge hat. Mit ähnlichen Ansätzen für die Korngrößenabhängigkeit der Dauerschwingfestigkeit glatter Proben wie Gl. (15) und (16) läßt sich für den Schwellenwert von Makrorissen analog Gl. (18)

$$\Delta K_{th} = \Delta K_{tho} + K_o \sqrt{\frac{d}{\mu m}} \quad (22)$$

ableiten. Mit  $\Delta K_{tho} = \frac{11}{3} \text{ MPa} \sqrt{m}$ ,  $K_o = \frac{4}{3} \text{ MPa} \sqrt{m}$  für H 52/H 60 und  $R = 0,05$  wird diese Beziehung auch experimentell bestätigt (vgl. [22]).

## Rißbildung und -ausbreitung an Kerben

Bild 18 zeigt den prinzipiellen Verlauf der Rißausbreitung an Kerben, die mit einer speziellen Ermüdungsapparatur [13] ermittelt wurde (vgl. auch [14]). Rißbildungs- und Rißausbreitungsanteile sind in Bild 18a zu entnehmen. Die Beschreibung der Rißausbreitung mit dem vorgestellten Berechnungsmodell verlangt die Kenntnis des Beanspruchungszustandes an kleinen Rissen im Kerbspannungsfeld bei elastisch-plastischem Materialgesetz. Dieser Beanspruchungszustand ist uns z. Z. unbekannt. Die verfügbaren Näherungslösungen bei nichtlinearem Materialgesetz (vgl. z. B. [2]) sind nur für Makrorisse anwendbar, während andere Näherungen (vgl. z. B. [12]) ein linear-elastisches Materialgesetz voraussetzen.

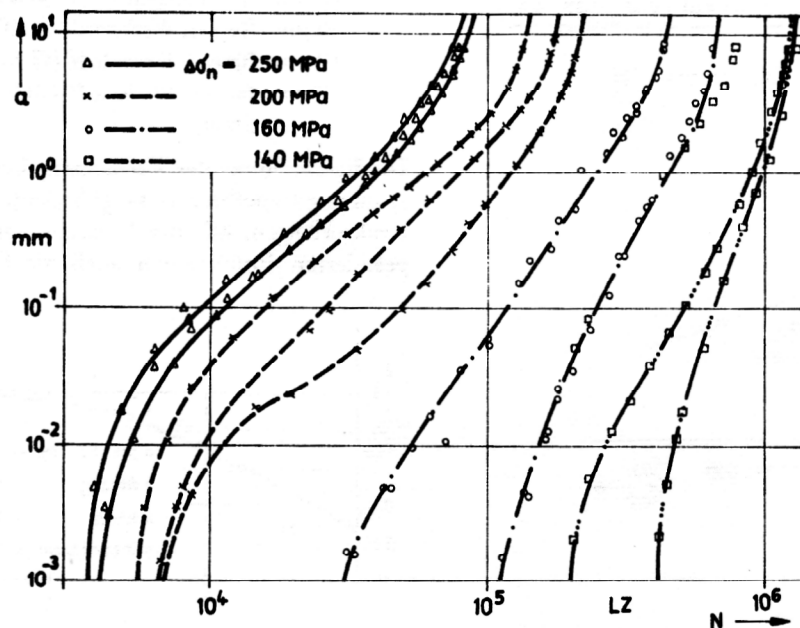
Nimmt man für Abschätzungen die gleiche Abhängigkeit der örtlichen Beanspruchungen an Kerben wie bei linear-elastischem Materialverhalten an, so werden mit den teilweise höheren Beanspruchungen  $B_{vm}$  an scharfen Kerben (vgl. z. B. Bild 13) die größeren Rißausbreitungsgeschwindigkeiten im Kerbspannungsfeld erklärbar.

Auch das Rißausbreitungsverhalten kleiner Risse wird bereits durch Kenngrößen für linear-elastisches Materialgesetz mit  $\Delta B_{vm}$  prinzipiell richtig beschrieben, was im folgenden erläutert wird.

Benutzen wir wiederum die Hauptnormalspannungshypothese, so folgt

$$\text{mit } \Delta B_{vm} = \sqrt{\frac{2}{\pi d^*}} \Delta K \quad \text{für den Makroriß}$$

$$\text{und } \Delta B_{vm} = \sqrt{\frac{2 + \frac{d^*}{a}}{\pi d^*}} \Delta K_{kl} \quad \text{für den kleinen Riß}$$



**Bild 18**  
Rißbildung und -wachstum an gekerbten Proben  
H 52-3;  $\rho = 0,2 \text{ mm}$



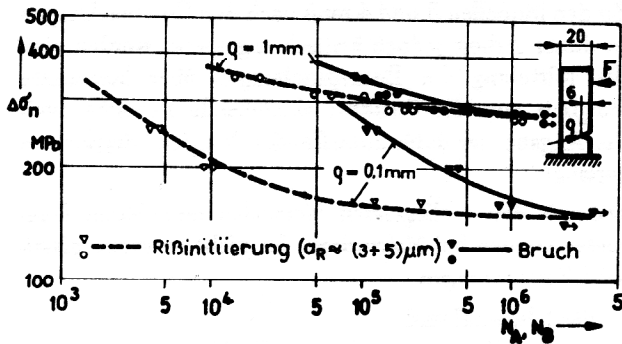


Bild 18a  
Wöhlerdiagramm für Biegebeanspruchung des Stahles H 52-3

durch Vergleich

$$\Delta K_{kl} = \frac{\Delta K}{\sqrt{1 + \frac{d^*}{2a}}} \quad (23)$$

Zur Beschreibung von Experimenten mit konstanter Nennspannungsamplitude wird die Risttiefe  $a$  durch  $\Delta K_{kl}$  und  $\Delta \sigma_n$  aus der Definitionsgleichung für den Spannungsintensitätsfaktor ausgedrückt:

$$\Delta K_{kl} = \Delta \sigma_n \sqrt{\pi a} \cdot Y$$

$$a = \left( \frac{\Delta K_{kl}}{Y \Delta \sigma_n} \right)^2 \cdot \frac{1}{\pi}$$

Damit folgt aus Gl. (22)

$$\Delta K_{kl} = \sqrt{(\Delta K)^2 - \frac{\pi d^*}{2} (Y \Delta \sigma_n)^2} \quad (24)$$

$\Delta K_{kl}$  nach Gln. (23) und (24) hat die gleiche Schädigung wie  $\Delta K$  des Makrorisses zur Folge. Mit Kenntnis der Risausbreitung von Makrorissen läßt sich damit das Risausbreitungsverhalten kleiner Risse abschätzen. Bei einer Korrelation der Ersatzstrukturlänge  $d^*$  mit Strukturparametern (z. B. Korndurchmesser  $d$ ) wird der Einfluß auf die Risausbreitung sichtbar. Danach sind grobkörnige Werkstoffe (große  $d^*$ ) bei geometrisch vorgegebenen Rißabmessungen eher als feinkörnige im Bereich „kleiner“ Risse anzusiedeln.

Die Bilder 19 und 19a zeigen das mit  $d^* = 177 \mu\text{m}$  (vgl. Tabelle 1) und  $d^* = 100 \mu\text{m}$  sowie  $Y = 1$  aus der Makrorisausbreitung berechnete Risausbreitungsverhalten „kleiner“ Risse. Die entsprechenden Experimente dazu stehen noch aus.

In [15] wurden an einem niedriggekohlten Stahl experimentelle Ergebnisse mitgeteilt, die ebenso wie an einer Nickel-Aluminium-Bronze in [16] das berechnete Risausbreitungsverhalten kleiner Risse prinzipiell bestätigen.

Der Effekt der Überhöhung der Risausbreitungsgeschwindigkeit bei Rißstart an gekerbten Proben wird noch verstärkt. Der Geometriefaktor  $Y$  kann dabei aber nicht mehr von der Risttiefe unabhängig betrachtet werden, so daß eine ristiefenunabhängige Darstellung wie in den Bildern 19 und 19a nicht mehr möglich ist.

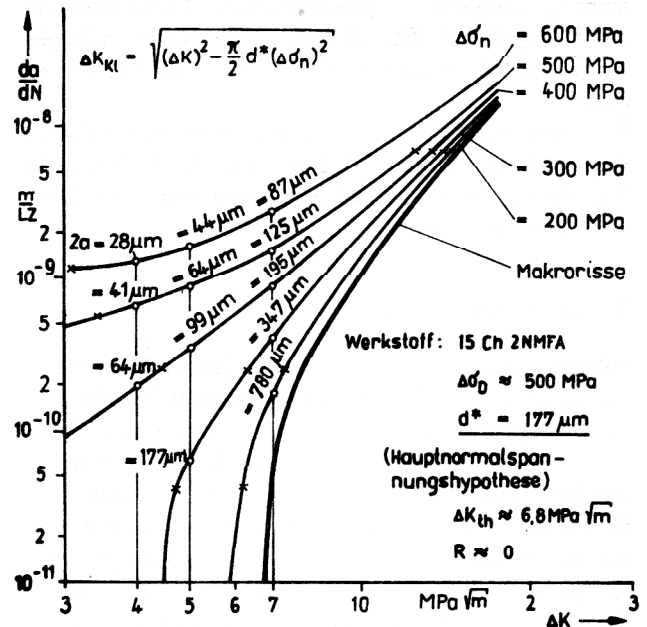


Bild 19  
Risausbreitungsverhalten kleiner Risse bei  $d^* = 177 \mu\text{m}$

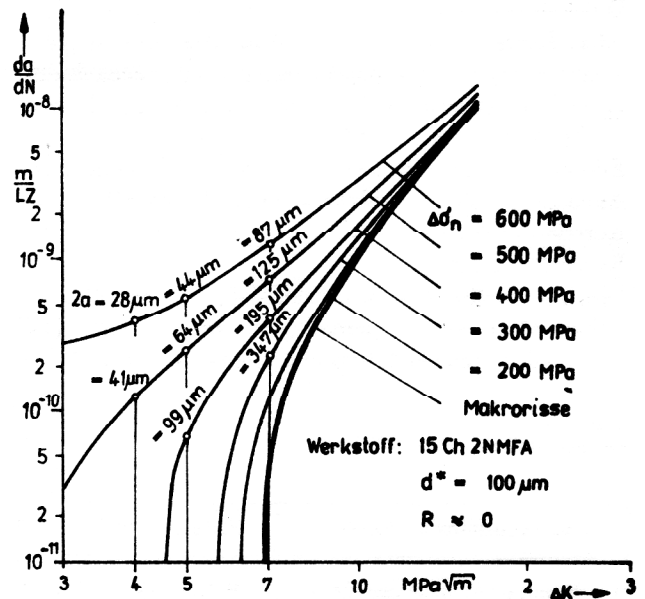


Bild 19a  
Risausbreitungsverhalten kleiner Risse bei  $d^* = 100 \mu\text{m}$

Die Benutzung von Kenngrößen für Kleinbereichsfließen ist vor allem im Bereich von Nennspannungen oberhalb der Dauerschwingfestigkeit glatter Proben ( $\Delta \sigma_n > \Delta \sigma_{nD}$ ) bei kleinen Rissen problematisch. Es ist deshalb verwunderlich und noch nicht geklärt, weshalb eine linear-elastische Betrachtung noch eine relativ gute Beschreibung von experimentellen Ergebnissen in diesem Bereich ergibt.

Prinzipiell gleiche Zusammenhänge liefern Konzepte, die von der Existenz einer sog. kritischen Rißlänge  $l_0$  ausgehen:

Für Risttiefen  $a < l_0$  tritt noch kein Verlust der Dauerschwingfestigkeit auf. Die so definierte kritische Riß-



länge  $l_0$  korreliert bei polykristallinen Werkstoffen mit der Korngröße  $d$ . Für niedriglegierte Stähle, Al-Legierungen und Al-Bronze wurden  $l_0 \approx (1 \text{ bis } 10) \cdot d$  ermittelt.

Bei Lastverhältnissen  $R < 0$  müssen verstärkt für Makrorisse zusätzlich Rischlieeffekte zur Beschreibung des Verhaltens der Konstruktionen unter zyklischer Belastung beachtet werden.

## 5. Zusammenfassung

Mit der vorliegenden Arbeit werden jüngste Forschungsergebnisse an der Technischen Universität Dresden und im Zentralinstitut für Festkörperphysik und Werkstoffforschung Dresden zur Problematik stark inhomogener Beanspruchungen zusammenfassend dargestellt.

Es wurde gezeigt, daß das Berechnungsmodell (Gl. (1)) zur Bewertung beliebiger inhomogener Beanspruchungen (z. B. an Kerben und Rissen) sowohl für statische als auch für zyklische Belastungen geeignet ist. Aus der Kenntnis der örtlichen Beanspruchungen können abhängig von der Ersatzstrukturlänge  $d^*$  globale Parameter zur Beschreibung des Bruchverhaltens der Konstruktionen auch bei nichtelastischem Werkstoffverhalten abgeleitet werden.

Die Übertragbarkeit der Kennwerte für bestimmte Riß- oder Kerbgeometrien auf andere Beanspruchungszustände verlangt einen ungeänderten Bruchmechanismus, da sich sonst sowohl die Vergleichsgröße  $B_v$  als auch die Ersatzstrukturlänge  $d^*$  ändern können.

Erkenntnisse in verschiedenen Arbeiten bestärken die Annahme, daß in polykristallinen Werkstoffen eine Korrelation zwischen der Ersatzstrukturlänge  $d^*$  und der Korngröße  $d$  besteht.

Das vorgestellte Berechnungsmodell, das auf Neubers „Mikrostützwirkung“ zurückgeht, findet nach [17] verschiedene analoge Interpretationen (vgl. Tabelle 2).

Tabelle 2  
Bruchmodelle

Beanspruchungskenngröße	Vertreter; Quelle
1 Beanspruchungskenngröße an Rissen durch Einführung einer kritischen Länge von der Rißspitze bis zu einem Hohlraum	McClintock (1958); [18] Ritchie, Knott, Rice (1973); [19]
2 Für duktilen Bruch durch Hohlraumbildung wird die mittlere Dehnung am Riber eine Distanz – Rißspitze bis Mittelpunkt des Hohlraumes – als Kenngröße benutzt.	Krafft (1964); [20]
3 Mittelung der Spannung über einen Bereich von 2 Körnern. Bruch tritt ein, wenn diese Größe einen kritischen Wert erreicht.	Ritchie u. a. (1973); [19]
4 Mittelung der Spannung über einen Bereich von 1,3 Körnern bei niedriglegiertem Stahl	Rawal/Gurland (1976); [21]

Zu den Modellen 3 und 4 muß nach den Untersuchungen in dieser Arbeit jedoch kritisch angemerkt werden, daß die Mittelung der Beanspruchungen über bestimmte lediglich von der Struktur abhängende Bereiche auch die Angabe der dafür zutreffenden Vergleichshypothese verlangt.

Die mit den vorliegenden Methoden ableitbaren Parameter können bei Makrorissen für nicht zu große plastische Verformungen

- das J-Integral und
- die Rißöffnungsverschiebung (COD)

sein. Problematisch ist das Ermitteln globaler Parameter für kleine Risse bei nichtlinearem Materialgesetz. Die Riabstumpfung beeinflt den Beanspruchungszustand bei kleinen Rissen wesentlich, und J ist auf einem Integrationsweg nahe der Rißspitze von diesem abhängig. Die kritischen Werte  $J_c$  bzw.  $(COD)_c$  müssen sich bei kleinen und Mikro-Rissen von denen bei Makrorissen unterscheiden, da die für den Bruch maßgebende Kenngröße nicht nur von den Nennbeanspruchungen und Riabmessungen, sondern auch von den strukturabhängigen Größen  $d^*$  ( $V^*$ ) beeinflt werden. Das gilt auch bei gleichbleibenden Bruchmoden, aber insbesondere bei veränderten Bruchmechanismen. Danach muß für elastisch-plastisches Materialgesetz sogar die Existenz eines allgemeingültigen Bruchparameters in Frage gestellt werden.

## LITERATUR

- [1] Shn, S.: Ein Beitrag zum Bruchverhalten von Konstruktionswerkstoffen. Dissertation B, TU Dresden, 1981.
- [2] Fodhail, R. A.: Beanspruchungskenngrößen für Risse und Kerben. Dissertation A, TU Dresden, 1986.
- [3] Neumann, J. C.: Fracture of cracked plates under plane stress. Engng. Fracture Mech. 1 (1968), pp 137 – 154.
- [4] Iino, Y.: Cyclic crack-tip deformation and its relation to fatigue crack growth. Engng. Mech. 7 (1975), S. 205 (Angabe aus [5]).
- [5] Schwalbe, K. H.: Bruchmechanik metallischer Werkstoffe. Carl Hanser Verlag München, Wien, 1980.
- [6] Shn, S.; Seliger, P.: Rißbildung und -ausbreitung an gekerbten Proben bei zyklischer Belastung im schwellenwertnahen Bereich. Problemseminar Bruchmechanik III 1986 der TU Dresden in Weiig bei Rathen.
- [7] El Haddad, M. H.; Smith, K. N.; Topper, T. H.: Fatigue Crack Propagation of Short Cracks. Trans. of the ASME (1979), S. 42 – 46.
- [8] Shn, S.: Bewertung gekerbter Bauteile. Technische Mechanik 5 (1984) Heft 3, S. 37 – 40.
- [9] Yukawa, : Sulfide Stress Cracking Resistance of Commercial 21/4Cr-1Mo-Steel. Climax Molybdenum Company of Michigan, 1975.
- [10] Tanaka, K.; Nakai, Y.; Yamashita, M.: Fatigue growth of small cracks. Internat. J. of Fracture 17 (1981), S. 519.
- [11] Seliger, P.: Berechnung der Ermüdungsfestigkeit gekerbter Proben (bzw. Bauteile) im Zeitschwing- und Dauerschwingfestigkeitsbereich. Diplomarbeit TU Dresden, 1983.
- [12] Kullig, E.: Experimentelle Untersuchungen zur Kerbempfindlichkeit. Ingenieurbeleg, ZFW Dresden, 1986.
- [13] Schlt, F.: Anwendung dynamischer Nachgiebigkeitsmessungen zur Erfassung von Schdigungsvorgngen in Werkstoffen. Neue Htte, Heft 4, 1982.

- [14] Seliger, P.; Sahn, S.; Schaper, M.: Dauerschwingverhalten gekerbter Proben aus höherfesten Baustählen. VII. Symposium Verformung und Bruch, Magdeburg, 1985.
- [15] Klesnil, M.; Polak, J.: Sireni Unavových Trhlin Malych Dilek. Konferenz Ermüdung der Werkstoffe und Konstruktionen 84, Prag (1984), S. 56 – 63.
- [16] Taylor, D.; Knott, J. F.: Fatigue Crack Propagation Behaviour of Short Cracks: the Effect of Microstructure. Fatigue of Engineering Materials and Structures Vol. 4, No 2, (1981), pp 147 – 155.
- [17] McMeecking, R. M.: Finite Deformation Analysis of Crack-tip Opening in elast. plast. Materials and Implications for Fracture. J. Mech. Phys. Solids (1977), S. 357 – 381.
- [18] McClintock, F. A.: Trans. ASME 80. Serie E, J. appl. Mech. 25, pp 582.
- [19] Ritchie; Knott; Rice: J. Mech. Phys. Solids 21, pp. 395.
- [20] Krafft, J. M.: Appl Material Res. 3, pp 88.
- [21] Rawal, S. P.; Gurland, J.: Proceedings of Second Internat. Conf. on Mechanical Behaviour of Materials. Boston 1976, pp 1154 Federation of Materials Societies; Dearborn, Michigan.
- [22] Schaper, M.; Schlät, F. u. a.: Mikrostrukturelle Grundlagen für die Entwicklung von Werkstoffen mit hohem Bruchausbreitungswiderstand. Forschungsbericht Zentralinstitut für Festkörperphysik und Werkstofforschung Dresden, 1985.