

# Modellierung und Berechnung der nichtisothermen Ofenraumströmung einer Glasschmelzanlage

Günter Bärwolff

## 1. Zielstellung der Untersuchungen

Bei der Beheizung von Glasschmelzanlagen wird der überwiegende Teil der Energie, die zum Schmelzen erforderlich ist, über die Oberfläche der Glasmasse bzw. des Glasbades an das Schmelzgut übertragen. Dabei werden neben Ölbrennern verstärkt Gasbrenner zum Einsatz gebracht. Für den Betrieb von gasbeheizten Glasschmelzanlagen sowie deren Optimierung sind qualitative und quantitative Erkenntnisse unter anderem über die Strömungsverhältnisse und die Temperaturverteilung im Ofenraum einer solchen Anlage erforderlich.

## 2. Mathematisches Modell

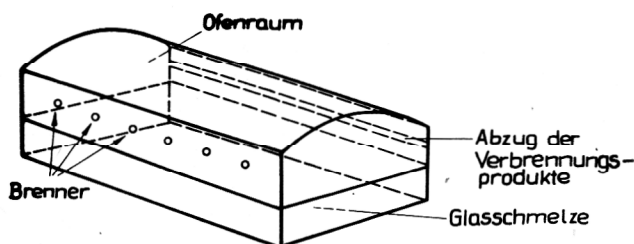
Im Bild 1 ist eine Glasschmelzanlage skizziert. Aufgrund der Anordnung der Brenner an der Längsseite der Glasschmelzanlage sowie der Tatsache, daß die Länge groß gegenüber der Breite und Höhe ist, kann man für die gesuchten Größen  $\varphi$  (Geschwindigkeitskomponenten, Temperaturen usw.)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_3} = 0 \quad (2.1)$$

sowie für die Längsrichtungsgeschwindigkeitskomponente

$$v_3 = 0 \quad (2.2)$$

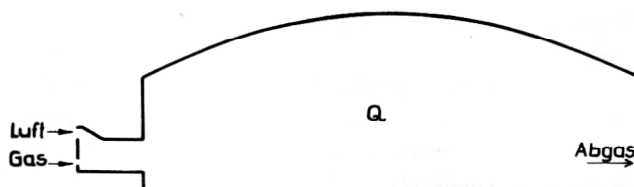
über die Länge gemittelt annehmen.



**Bild 1**  
Skizze der Glasschmelzanlage

Diese Annahmen ermöglichen die Reduzierung der dreidimensionalen Aufgabenstellung auf ein ebenes Problem bzgl. des Gebietes  $Q$ , das im Bild 2 dargestellt ist.

Das Gebiet  $Q$  bedeutet einen Querschnitt durch die Glasschmelzanlage. Bei der vorgesehenen ebenen Modellierung ist es erforderlich, die über die Länge verteilten Gasdüsen durch einen geeignet zu wählenden Spalt zu ersetzen. Bei der Modellierung der Einströmbedingungen für die ebene Rechnung muß der vorgegebene Gas- bzw. Luftdurchsatz eingehalten werden. Zur konkreten Di-



**Bild 2**  
Maßstabgerechte Skizze des Strömungsgebietes  $Q$

mensionierung des Gaseintrittspaltes gibt es verschiedene Möglichkeiten.

Man kann als Spaltbreite den Düsendurchmesser ansetzen. Das hat zur Folge, daß die aus dem Gasdurchsatz und der Eintrittsfläche berechnete mittlere Eintrittsgeschwindigkeit kleiner wird als die an den Einzeldüsen der Originalanlage. Andererseits kann man die Spaltbreite so ansetzen, daß die mittlere Gaseintrittsgeschwindigkeit mit der tatsächlichen an den Einzeldüsen übereinstimmt. Andere Modellierungen des Gaseintrittspaltes wurden nicht in Erwägung gezogen. Bei Testrechnungen zeigte sich, daß die unterschiedlichen Spaltbreiten nur Auswirkungen auf die Rechenergebnisse in unmittelbarer Nähe der Einströmöffnungen hatten, nicht aber auf den globalen Prozeß. Und da eine sehr kleine Spaltbreite den Aufwand bei der numerischen Simulation (Diskretisierung!) erhöht, wurde die erstgenannte Möglichkeit gewählt.

Ein völlig anderer, hier nicht realisierter Zugang zur ebenen Modellierung ist möglich, wenn man auf die Forderung der Durchsatzkonsistenz verzichtet und die Eintrittsimpulskonsistenz fordert, um daraus eine Spaltbreite zu bestimmen (vgl. dazu [8]).

Der Abzug der Verbrennungsprodukte, in der Originalanlage über diskrete Schächte realisiert, wird als Spalt über die Länge modelliert.

Zur Beschreibung der Prozesse im Ofenraum werden die Bilanzgleichungen für Masse, Impuls, Energie und Stoff als Ausgangspunkt genommen.

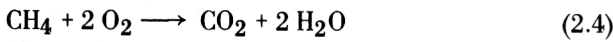
Die Untersuchungen beschränken sich auf stationäre Strömungen. Da die Parameter der Aufgabenstellung zum Verlassen des laminaren Bereichs führen, wird im Rahmen der Betrachtungsweise von O. Reynolds, der für die Feldgrößen  $\varphi$  turbulenter Strömungen den Ansatz

$$\varphi = \bar{\varphi} + \varphi' \quad (2.3)$$

mit  $\bar{\varphi}$  als zeitlichen Mittelwert von  $\varphi$  und  $\varphi'$  als zufälligen Schwankungswert macht (vgl. dazu [1] und [2]), mit einer konstanten Wirbelviskosität  $\mu_t$  im Boussinesq-Ansatz für die Mittelwerte der Produkte von Geschwindigkeitsschwankungsgrößen gearbeitet.

Aufgrund der Strömungsverhältnisse im Ofenraum können die Feldkräfte in den Impulsgleichungen vernachlässigt werden. Bei der Beschreibung des Stoff- und Energietransportes wird auf die Ausführungen in [3] Bezug genommen. Es wird das Abbrandmodell „Gemischt = Verbrannt“ verwendet. Dabei wird eine unendlich große Reaktionsgeschwindigkeit angenommen, die zu einer wesentlichen Vereinfachung der Stofftransportgleichungen führt.

Unter den Voraussetzungen des Vorhandenseins ebener Konzentrationsprofile von Brennstoff und Luft, undurchlässiger Wände sowie von Randbedingungen des gleichen Gradiententyps an festen Wänden und der Auströmöffnung für die an der Verbrennungsreaktion beteiligten Komponenten kann man beim Vorhandensein getrennter Brennstoff- und Lufteintrittsöffnungen das sogenannte Mischungsverhältnis  $f$  einführen. Grundlage für diese Betrachtungsweise ist außerdem das Vorhandensein einer Bruttoreaktionsgleichung zur Beschreibung des Verbrennungsprozesses. Für eine Methanverbrennung, die betrachtet werden soll, ergibt sich



als Bruttoreaktionsgleichung.

Dabei muß berücksichtigt werden, daß der zur Verbrennung nötige Sauerstoff durch eine entsprechende Luftzuführung bereitgestellt wird. Der dabei zugeführte Stickstoff wird mitbilanziert.

Wenn man

$$\varphi_j = \frac{m_j}{\nu_j} - \frac{m_j}{\nu_j} \quad (2.5)$$

für  $j = 1$  (= CH<sub>4</sub>),  $2$  (= O<sub>2</sub>),  $3$  (= CO<sub>2</sub>) und  $4$  (= H<sub>2</sub>O) setzt und  $\nu_j$  die entsprechenden stoechiometrischen Zahlen sind, kann man das Mischungsverhältnis  $f$  einführen

$$f = \frac{\varphi_j - (\varphi_j)_s}{(\varphi_j)_p - (\varphi_j)_s} \quad (2.6)$$

$s$  bzw.  $p$  bedeuten dabei den jeweiligen Wert an der Primär (= Gas)- bzw. Sekundär (= Luft)-Öffnung.

In [3] ist der Nachweis geführt, daß  $f$  bzgl.  $j = 2, 3, 4$  invariant ist. Auf der Grundlage der gemachten Annahmen ergibt sich zur Bestimmung von  $f$  eine Transportgleichung der Form

$$\text{div}(\rho f \vec{v}) - \frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_{\text{eff}}} \text{grad } f = 0. \quad (2.7)$$

Damit kann man aus dem Mischungsverhältnis und den in (2.5) definierten Ausdrücken sämtliche Konzentrationen  $m_j$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ) einfach berechnen. Unter den für das vorliegende Problem zutreffenden Annahmen, daß der Energietransport durch Wärmestrahlung gegenüber der Wärmeleitung vernachlässigbar ist sowie der Übereinstimmung der effektiven Prandtl- und Schmidt-Zahlen ( $\text{Pr} = \text{Sc} = 1$ ), gilt für den Zusammenhang zwischen Mischungsverhältnis  $f$  und Gesamtenthalpie  $h_g$

$$f = \frac{h_g - (h_g)_s}{(h_g)_p - (h_g)_s} \quad (2.8)$$

oder anders gesagt, sind die Transportgleichungen für  $f$  und  $h_g$  linear abhängig.

Über den Zusammenhang zwischen  $h_g$  und der Temperatur

$$h_g = c_p(T - T^*) + m_{Bf} \cdot h_c \quad (2.9)$$

kann man mittelbar aus dem Mischungsverhältnis die Temperatur bestimmen.

Als Flammenbereich bezeichnet man bei diesem Modell das Gebiet, in dem das Mischungsverhältnis  $f$  größer als stoechiometrische Wert  $f_{st} = 1/(1 + \nu_2/\nu_1)$  ist.

Mit der Einführung der Stromfunktion  $\Psi$  über die Beziehungen

$$\rho v_1 = \frac{\partial \Psi}{\partial x_2}, \quad -\rho v_2 = \frac{\partial \Psi}{\partial x_1} \quad (2.10)$$

und der Wirbelstärke  $\omega$

$$\omega = \frac{\partial v_2}{\partial x_1} - \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \quad (2.11)$$

können alle zu lösenden Transportgleichungen durch folgende allgemeine Gleichung dargestellt werden

$$a \left\{ \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \varphi \frac{\partial \Psi}{\partial x_2} \right) - \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \varphi \frac{\partial \Psi}{\partial x_1} \right) \right\} - \frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ b \frac{\partial (c\varphi)}{\partial x_1} \right\} - \frac{\partial}{\partial x_2} \left\{ b \frac{\partial (c\varphi)}{\partial x_2} \right\} - d = 0 \quad (2.12)$$

Die Koeffizienten der allgemeinen elliptischen Gleichung (2.12) sind für die gesuchten Variablen in der folgenden Tabelle konkretisiert.

Tabelle 1

$\varphi$	a	b	c	d
$\Psi$	0	$1/\rho$	1	$\omega$
$\omega$	1	1	$\mu_{\text{eff}}$	$\frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{v_1^2 + v_2^2}{2} \right) \frac{\partial \rho}{\partial x_2} - \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{v_1^2 + v_2^2}{2} \right) \frac{\partial \rho}{\partial x_1} - S_\omega$
f	1	$\mu_{\text{eff}}$	1	0

$S_\omega$  Term höherer Ableitungen (vgl. [6])

$$\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_t$$

$\rho$  und  $c_p$  sind temperaturabhängige Größen, so daß das mathematische Modell zur Beschreibung der Ofenraumströmung durch zwei Zustandsgleichungen für  $\rho$  und  $c_p$  abgeschlossen werden muß. Es werden die empirisch gewonnenen Beziehungen ([4])

$$\rho = \frac{352}{T} \frac{\text{grd} \cdot \text{kg}}{\text{m}^3} \quad (2.13)$$

und

$$c_p = \left\{ 1251 + \left( \frac{T}{\text{grd}} - 573,15 \right) \cdot 0,141 \right\} \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{grd}} \quad (2.14)$$

verwendet.

Randbedingungen für die Stromfunktion  $\Psi$  ergeben sich an Einströmöffnungen und festen Wänden durch die

Vorgabe des Massendurchsatzes und einer Annahme über die Eintrittsprofile (hier Kastenprofile). An der Ausströmöffnung wird die Normalableitung gleich Null gesetzt.

Für  $\omega$  werden Randbedingungen nach dem Vorbild von [5] bestimmt. Für das Mischungsverhältnis  $f$  ergibt sich am Primäreintritt (Gaseintrittsspalt) als Randwert 1, am Sekundäreintritt (Lufttrittsspalt) der Wert 0 und an allen anderen Randstücken wird die Normalableitung von  $f$  gleich Null gesetzt.

### 3. Numerische Simulation der Ofenraumströmung

Die Lösung des in Tabelle 1 angegebenen Differentialgleichungssystems erfolgt auf der Basis eines durch die Integral-Interpolations-Methode erhaltenen konservativen Differenzenverfahrens mit dem Programmsystem EAST.

Dieses Programmsystem, das für Aufgaben des Massen-, Impuls-, Energie- und Stofftransportes am Institut für Mechanik der Akademie der Wissenschaften der DDR entwickelt und getestet worden ist, hat gegenüber einigen weitverbreiteten Verfahren bzw. Programmsystemen (vgl. dem in [6] beschriebenen und programmierten Algorithmus) den Vorteil, daß auf evolutionärem Wege vom Programm eigenständig geeignete Relaxationsparameter zur effektiven iterativen Lösung des bei der Diskretisierung des Modellgleichungssystems (vgl. (2.12) und Tabelle 1) entstehenden algebraischen Gleichungs-

systems identifiziert werden. Darüber hinaus sind die Nutzerschnittstellen so angelegt, daß es ohne den „Programmkörper“ zu ändern, möglich ist, eine breite Klasse von verschiedenen strömungsmechanischen Aufgaben zu lösen. Eine ausführliche Erläuterung des Programmsystems EAST ist in [7] und [8] zu finden.

Zur Verifikation des mathematischen Modelles der Gasverbrennung im Ofenraum einer Glasschmelzanlage ist zu sagen, daß mit eben diesem Modell unter Zuhilfenahme des Programmsystems EAST Berechnungen von Temperatur- und Geschwindigkeitsverteilungen von Hochgeschwindigkeitsbrennerströmungen durchgeführt wurden [9]. Unter „Hochgeschwindigkeit“ versteht man dabei einen Bereich von ca. 20 bis 60 m/s. Die Vergleiche der berechneten Temperaturfelder mit vorliegenden Meßwerten ergaben Unterschiede unterhalb 5 %, so daß man von einer guten Approximation der Verbrennung durch das vorliegende Modell sprechen kann.

Im Bild 3 ist die Diskretisierung des Strömungsgebietes  $Q$  dargestellt. Die weiteren Abbildungen zeigen die berechneten Stromlinien-, Isothermen- und Isokonzentrationslinienverläufe. Der Term  $S_\omega$  (vgl. [6]) ist im Programmsystem EAST implementiert. Bei den Rechnungen zeigte sich, daß  $S_\omega$  für das vorliegende Problem keine signifikante Bedeutung hat.

Es wurden Testrechnungen für den Reynolds-Zahl-Bereich von 7500 bis 15000 durchgeführt. Die Bilder 4, 5 und 6 zeigen die Rechenergebnisse für die Reynolds-Zahl 15000.

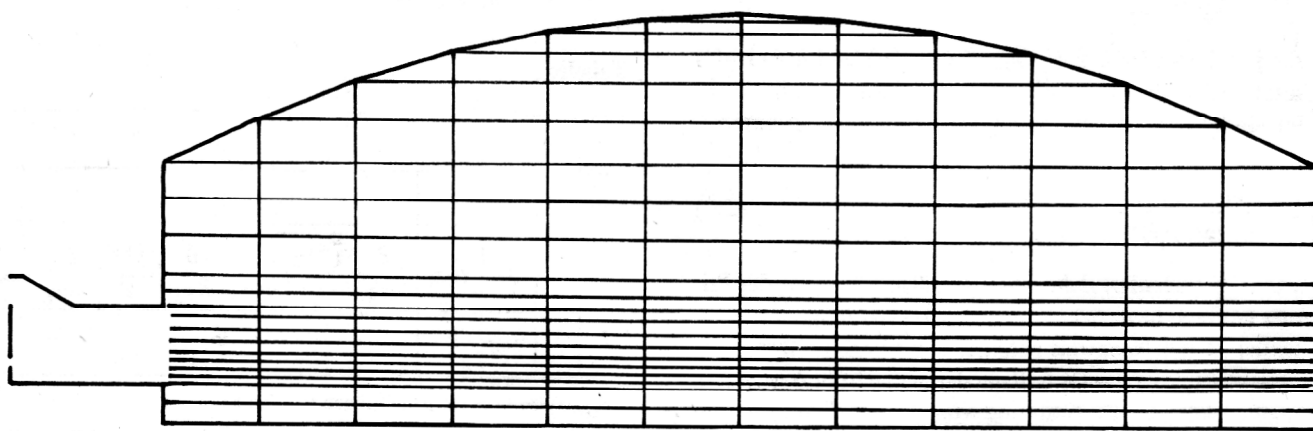
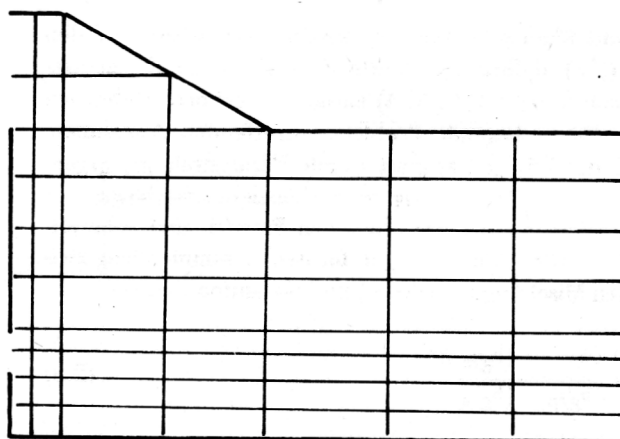
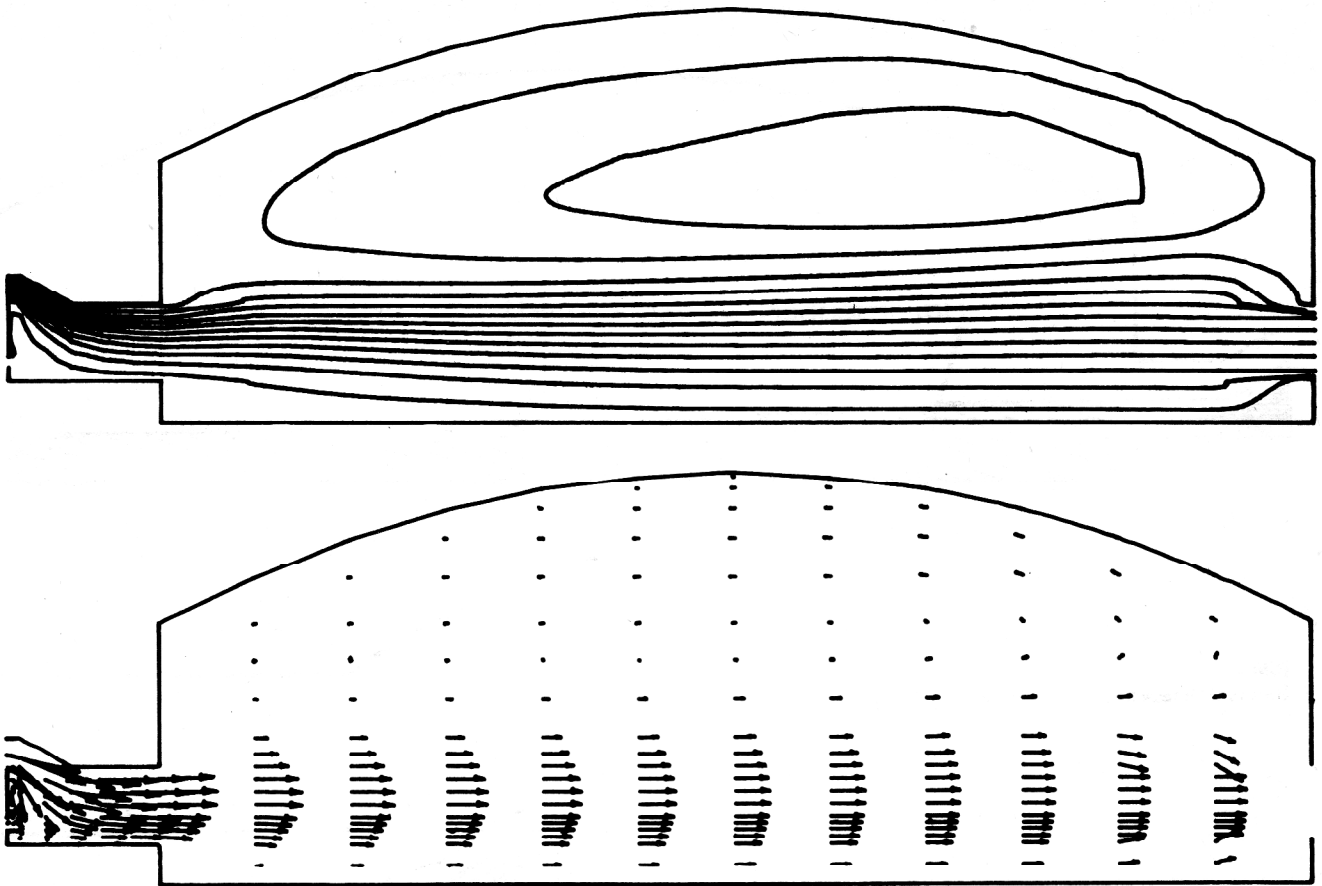
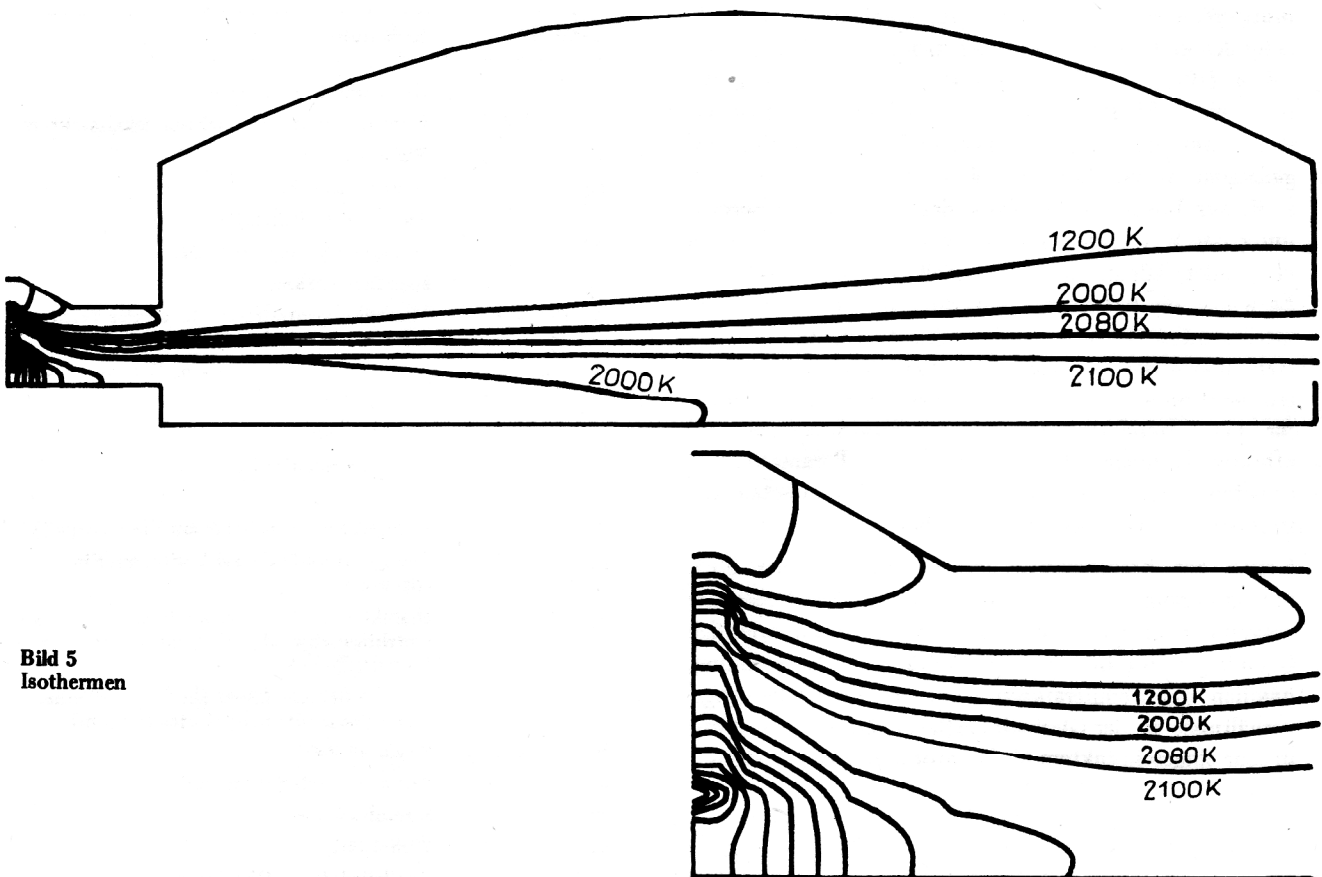


Bild 3  
Diskretisierung des Gebietes





**Bild 4**  
 Stromlinienverlauf und Geschwindigkeitsfeld (5 mm in der Vektorfeldzeichnung entsprechen 10 m/s)



**Bild 5**  
 Isothermen

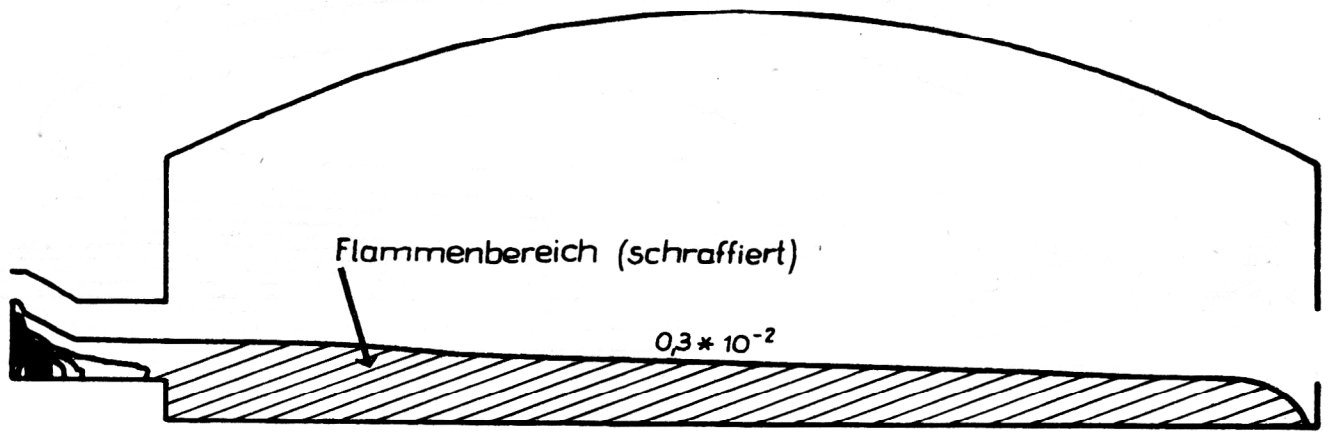
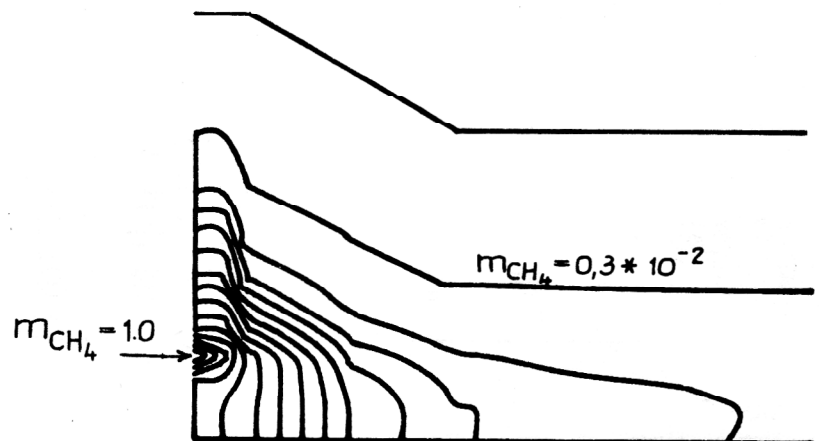


Bild 6  
Brennstoffmasskonzentration ( $m_{CH_4} = m_{Br}$ )



Bei der in Bild 3 dargestellten Diskretisierung des Strömungsgebietes (305 Netzpunkte) ergaben sich zur Lösung des in Tabelle 1 beschriebenen gekoppelten elliptischen Differentialgleichungssystems Rechenzeiten auf der Anlage EC 1055 von ca. 12 Minuten. Es muß erwähnt werden, daß die Rechenzeit für den Fall einer ungünstigen Anfangsiteration ( $\Psi = \omega = f = 0$ ) gilt. Wird z. B. zur Lösung der Aufgabe das Ergebnis der Berechnung der isothermen Problematik als Anfangsiteration verwendet, läßt sich die Rechenzeit um 1/3 reduzieren. Es wurde die Erfahrung gemacht, daß für die praktisch interessanten Variantenrechnungen (Variation des Anstellwinkels der Gasdüsen, Durchsatzvariation, Geometrievariation u. ä.) ausgehend von einer „Basislösung“ für eine Standardparameterkonstellation schnell und effektiv Lösungen für „benachbarte“ Parametersätze erhalten werden können, so daß gute Voraussetzungen für eventuelle Optimierungen gegeben sind.

Neben der Beschreibung und Optimierung der Strömungsvorgänge im Ofenraum liefern die Ergebnisse der vorgenommenen Modellierung und Simulation wichtige Grundlagen zur Berechnung der Glasschmelzeströmung, nämlich die Temperaturen bzw. die Wärmeübergangsverhältnisse an der Glasbadoberfläche, über die sonst nur in sehr eingeschränktem Maße Informationen vorliegen.

Symbol	Bedeutung
$\vec{v}$	Geschwindigkeitsvektor
$v_i, i=1,2,3$	Komponenten des Geschwindigkeitsvektors
$\mu$	Viskosität
$\mu_t$	Wirbelviskosität
$T$	Temperatur (Kelvin)
$T^*$	Bezugstemperatur (hier OK)
$c_p$	spezifische Wärme
$m_j, j=1,2,3,4$	Massenkonzentrationen der an der Verbrennung beteiligten Stoffe
$\nu_j, j=1,2,3,4$	bezogene stoechiometrische Zahlen
$Pr$	Prandtl-Zahl
$Sc$	Schmidt-Zahl
$\sigma_{eff}$	effektive Schmidt-Zahl
$\rho$	Dichte
$\rho^*$	Bezugsdichte (Gasdichte am Eintrittsspalt)
$\mu_0$	Bezugsviskosität (Gasviskosität am Eintrittsspalt)
$\nu_0$	charakteristische Geschwindigkeit (hier Gas-eintrittsgeschwindigkeit gemittelt über die Eintrittsfläche)
$l_0$	charakteristische Länge (hier 1 m bei einer Länge des Strömungsgebietes von 9 m)
$Re = \rho_0 \nu_0 l_0 / \mu_0$	Reynolds-Zahl
$\varphi$	Transportgröße (allgemein)
$\Psi$	Stromfunktion
$\omega$	Wirbelstärke
$S_\omega$	Quellglied der $\omega$ -Gleichung
$m_{Br}$	Brennstoffmasskonzentration
$h_c$	Heizwert des Brennstoffes

## LITERATUR

- [ 1 ] Szablewski, W.: Zur Theorie der turbulenten Strömung von Gasen stark veränderlicher Dichte. Ingenieur-Archiv, Band XX (1952), S. 67 – 72.
- [ 2 ] Kohlmann, J.: Modellierung und Berechnung der turbulenten nichtisothermen Strömung in plasmachemischen Reaktoren. In: RMECH-05/82 des Instituts für Mechanik der AdW der DDR.
- [ 3 ] Nüsser, P.: Berechnung der Verbrennung unter Verwendung des Mischungsverhältnisses. In: RMECH-03/83 des Instituts für Mechanik der AdW der DDR
- [ 4 ] Dubbels Taschenbuch für den Maschinenbau (12. vollständig neubearbeitete Auflage). Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1961.
- [ 5 ] Nadeborn, W.: Zur Realisierung von Geschwindigkeitsrandbedingungen im  $\Psi$ - $\omega$ -System für laminare Strömungen. In: RMECH-03/83 des Instituts für Mechanik der AdW der DDR
- [ 6 ] Gosmann, A. D., W. M. Pun, A. K. Runchal, D. B. Spalding u. M. Wolfstein: Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows. Academic Press, London and New York 1969.
- [ 7 ] Nadeborn, W. u. P. Nüsser: Dokumentation des Programmsystems EAST. Forschungsbericht des Instituts für Mechanik der AdW der DDR, Berlin 1984.
- [ 8 ] Nadeborn, W., P. Nüsser, G. Bärwolff u. H. Bungartz: Beitrag zur mechanischen und numerischen Modellierung von hydrodynamischen Transportprozessen mit Anwendungen auf Probleme der rationellen Wärmeenergieerzeugung und -nutzung. Forschungsbericht des Instituts für Mechanik der AdW der DDR, Berlin 1984.
- [ 9 ] Bärwolff, G. u. H. Bungartz: Numerische Simulation von Hochgeschwindigkeitsbrennerströmungen. Forschungsbericht des Instituts für Mechanik der AdW der DDR, Berlin 1985.