

# Thermoelastische Spannungen in langen mikroelektronischen Leitungsbahnen

I. Hambach, W. Hambach, L. Jentsch, H. Ahlers

## 1. Problemstellung

Für eine Reihe von elektronischen Bauelementen ist die Temperaturerhöhung von Leitungsbahnen ein die Funktion bestimmendes Element.

So wird bei Strömungssensoren ein Heizer in der Mitte zwischen temperaturempfindlichen Widerständen angeordnet, um Strömungsgeschwindigkeit und Strömungsrichtung bestimmen zu können [1]. Für Gase ist dabei eine Temperaturerhöhung um 40 K und für Flüssigkeiten eine Temperaturerhöhung um 200 K üblich. Sollen Keramiken für Gase sensitiv werden, so sind 400 bis 500 °C zu erreichen [2].

Bei Thermodruckern sind Leitungsbahnen auf Temperaturen um 100 °C und höher zu bringen, um den Farbumschlag bei Thermopapier zu erreichen [3]. Alle Leistungstransistoren haben mit der Erhitzung von Funktionsteilen zu kämpfen [4].

So gibt es viele Leit- bzw. Widerstandsbahnen, die eine erhöhte Temperatur gegenüber ihrer Umgebung aufweisen.

Durch die Temperaturerhöhung werden mechanische Spannungen verursacht, die ursächlich sowohl elektronische Eigenschaften der elektronischen Bauelemente bestimmen oder verändern [5] als auch die mechanischen Eigenschaften wie Haftfestigkeit [6], Ausfallverhalten [7] und mechanische Bauelementezerstörung [8] hervorrufen.

Das ist Grund genug, das thermoelastische Verhalten einer genaueren Betrachtung zu unterziehen.

Ausgehend von der Berechnung des Greenschen Kontaktensors der Elastostatik für zwei längs der Ebene  $x_3 = 0$  fest verbundene Halbräume (vgl. [9], S. 107 ff, [10], S. 57, 58) wurden in [11] thermische Spannungen an Bauelementechips auf Trägern berechnet. Insbesondere wurden die Tangentialspannungen untersucht, die bei der Erwärmung von zylinderförmigen und quaderförmigen Bauelementen entstehen.

Berührt das betrachtete Bauelement die Grenzschicht  $x_3 = 0$ , so lassen sich in dieser Grenzschicht und in dem das Bauelement nicht enthaltenden Halbraum die Tangentialspannungen explizit berechnen, wogegen diese Berechnung im anderen Halbraum, also auch um Bauelement selbst, explizit schwer möglich ist.

Eine Bestimmung der thermisch bedingten Tangentialspannungen im ganzen Raum ist möglich, wenn man das räumliche Problem auf das ebene Problem zweier fest verbundener Halbebenen reduzieren kann.

Betrachtet werden zwei fest miteinander verbundene Halbräume unterschiedlichen Materials. In einem der Halbräume befinden sich zueinander und zur Grenzschicht parallele Leitungsbahnen  $L_i$ ,  $i = 1, \dots, k$ , mit den Querschnittsflächen  $D_i$ , die sich während der Betriebszeit um die konstante Temperaturdifferenz  $\Theta_i$  erwärmen. Es wird angenommen, daß kein Wärmeaustausch mit dem die Leitungsbahnen umgebenden Material stattfindet. Bei genügend großer Länge der Bahnen im Verhältnis zur Querschnittsfläche kann den Untersuchungen das folgende ebene mathematische Modell zugrunde gelegt werden.

## 2. Mathematisches Modell

Vorausgesetzt sei eine Zerlegung der Ebene  $E_2$  in die Halbebene  $H_0 = \{ (x_1, x_2) \mid x_2 < 0 \}$  mit den Lamé'schen Moduln  $\lambda_0$  und  $\mu_0$  und dem linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha_0$ , die Halbebene  $H_1 = \{ (x_1, x_2) \mid x_2 > 0 \}$  mit den Materialkonstanten  $\lambda_1, \mu_1, \alpha_1$  und die Grenzschicht  $\hat{S}$  (Bild 1).

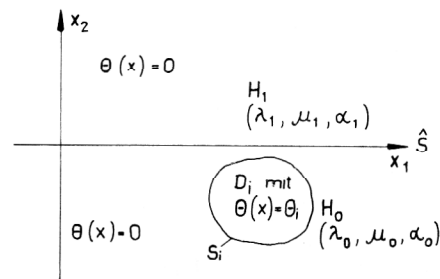


Bild 1

Es sei  $x = (x_1, x_2)$ ,  $y = (y_1, y_2)$ .

Es seien  $D_i$ ,  $i = 1, \dots, k$ , Gebiete in  $H_0$  mit dem Rand  $S_i$ ,  $S_i \subset H_0 \cup \hat{S}$ , wobei das Maß von  $S_i \cap \hat{S}$  auch positiv sein kann, und es sei  $\Theta(x)$  ein Temperaturfeld mit  $\Theta(x) = \Theta_i = \text{konstant}$  für  $x \in D_i$  und  $\Theta(x) = 0$  sonst. Unter den Voraussetzungen der Elastostatik und der Annahme, daß keine äußeren Kräfte wirken, genügt der Verschiebungsvektor  $\check{u}(x)$  dem Differentialgleichungssystem

$$\mu \Delta \check{u} + (\lambda + \mu) \text{grad div } \check{u} = 0$$

Als Kontaktbedingungen folgen aus dem physikalischen Problem

1. die Stetigkeit des Verschiebungsvektors  $\check{u}(x)$  auf  $\hat{S}$  und  $S_i$  und
2. die Stetigkeit des Spannungsvektors bzgl. der Kurvennormalen auf  $\hat{S}$  und  $S_i$ .

Die ausführliche mathematische Formulierung der Kontaktaufgabe befindet sich in [11].

### 3. Kontaktaufgabe

Wenn der Rand der Gebiete  $D_i$  genügend glatt ist, gilt für den Verschiebungsvektor  $\check{u}(x)$  für alle  $x \in E_2$  die Darstellung

$$\check{u}(x) = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^k (2\mu_0 + 3\lambda_0) \alpha_0 \Theta_i \int_{D_i} \text{Div}_y G(x, y) dy. \quad (1)$$

$G(x, y)$  bedeutet dabei den Greenschen Kontakttensor der Elastostatik im ebenen Fall. Er wurde in [12] erstmals angegeben.

Mit  $Z = Z(x_1, x_2; y_1, y_2) = \ln \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$

und

$$C_1 = \frac{1}{\lambda_0 + 2\mu_0},$$

$$C_2 = \frac{(\mu_0 - \mu_1)(\lambda_0 + 3\mu_0)}{(\lambda_0 + 2\mu_0)[\mu_1(\lambda_0 + 3\mu_0) + \mu_0(\lambda_0 + \mu_0)]},$$

$$C_3 = \frac{2(\lambda_0 + \mu_0)(\mu_0 - \mu_1)}{(\lambda_0 + 2\mu_0)[\mu_1(\lambda_0 + 3\mu_0) + \mu_0(\lambda_0 + \mu_0)]},$$

$$C_4 = \frac{2\mu_0}{\mu_1(\lambda_0 + 3\mu_0) + \mu_0(\lambda_0 + \mu_0)}$$

gilt in  $H_0$

$$\text{Div}_y G(x, y) = C_1 \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} \ln |x-y| \\ \frac{\partial}{\partial x_2} \ln |x-y| \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} \frac{\partial Z}{\partial x_1} \\ -\frac{\partial Z}{\partial x_2} \end{pmatrix}$$

$$+ C_3 x_2 \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 Z}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 Z}{\partial x_2^2} \end{pmatrix}$$

und in  $H_1$

$$\text{Div}_y G(x, y) = C_4 \begin{pmatrix} \frac{\partial Z}{\partial x_1} \\ \frac{\partial Z}{\partial x_2} \end{pmatrix} \quad (\text{vgl. [12]}).$$

Damit ist es möglich, das Vektorfeld  $\check{u}(x)$  zu berechnen, wenn man die logarithmischen Potentiale der Gebiete  $D_i$  kennt. Der auf ein Bogenelement mit der äußeren Normalen  $n$  wirkende Spannungsvektor  $\check{\mathcal{T}}(n)\check{u}$  folgt wegen

$$\check{\mathcal{T}}(n)\check{u} = 2\mu \frac{\partial \check{u}}{\partial n} + \lambda n \text{div} \check{u} + \mu [n \text{rot} \check{u}] - (2\mu + 3\lambda) \alpha \Theta(x) n \quad (2)$$

aus  $\check{u}(x)$ .

### 4. Tangentialspannungen bei Rechteckprofilen

Es sei  $D$  der rechteckige Querschnitt einer Leitungsbahn,  $D \subset H_0$ , der in Bild 2 dargestellt ist und

$$\Theta(x) = \begin{cases} \Theta & \text{für } x \in D, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Dann läßt sich der Verschiebungsvektor  $\check{u}(x) = (u_1, u_2)$  für alle Punkte der Ebene mit Ausnahme der Eckpunkte von  $D$  (vgl. [11], Satz 2) mit Hilfe von (1) berechnen.

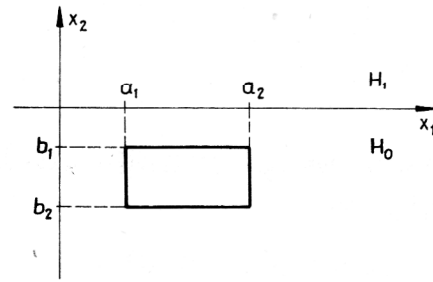


Bild 2

Für die Komponente  $t_{12}$  des Spannungstensors gilt wegen (2) (2. Komponente  $\check{\mathcal{T}}(n)\check{u}$  mit  $n = (1, 0)$ )

$$t_{12} = t_{21} = \mu \left( \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right).$$

Damit erhält man für

$x \in H_0$  (mit Ausnahme der Eckpunkte von  $D$ )

$$t_{12} = \mu_0 \frac{(2\mu_0 + 3\lambda_0) \alpha_0 \Theta}{2\pi}$$

$$+ [C_1 \sum_{i,k=1}^2 (-1)^{i+k+1} \ln [(x_1 - a_i)^2 + (x_2 - b_k)^2]$$

$$+ \frac{C_3}{2} \sum_{i,k=1}^2 (-1)^{i+k} \ln [(x_1 - a_i)^2 + (x_2 + b_k)^2]$$

$$+ 2C_3 \sum_{i,k=1}^2 (-1)^{i+k} \frac{x_2(x_2 + b_k)}{(x_1 - a_i)^2 + (x_2 + b_k)^2}]$$

und für  $x \in H_1$

$$t_{12} = \mu_1 \frac{(2\mu_0 + 3\lambda_0) \alpha_0 \Theta}{2\pi} + C_4 \sum_{i,k=1}^2 (-1)^{i+k+1}$$

$$\ln [(x_1 - a_i)^2 + (x_2 - b_k)^2].$$

In den nachfolgenden Berechnungen sei das Material in  $H_0$  Polysilizium mit den Moduln

$$\lambda_0 = 20,131 \text{ t/mm}^2$$

$$\mu_0 = 3,835 \text{ t/mm}^2 \quad (\text{vgl. [13]})$$

und in  $H_1$  Quarzglas mit

$$\lambda_1 = 1,680 \text{ t/mm}^2$$

$$\mu_1 = 3,261 \text{ t/mm}^2 \quad (\text{vgl. [14]}).$$

Bild 3 zeigt die Werte der Funktion  $\Phi(x) = \frac{t_{12}}{\alpha_0 \Theta} \left[ \frac{t}{\text{mm}^2} \right]$

für drei verschiedene Leitungsbahnen mit den Abmessungen

$$a_1 = -1, \quad a_2 = 1, \quad b_1 = 0, \quad b_2 = -0,1$$

$$a_1 = -1, \quad a_2 = 1, \quad b_1 = 0, \quad b_2 = -1,$$

$$a_1 = -1, \quad a_2 = 1, \quad b_1 = 0, \quad b_2 = -10 \quad (\text{vgl. Bild 2})$$

in Abhängigkeit von  $x_1$  in der Grenzschicht  $x_2 = 0$  und in der Schicht  $x_2 = b_2$ .

Die Unterschiede von  $|\Phi(x)|$  sind dabei bei der vorliegenden Materialkombination relativ gering.

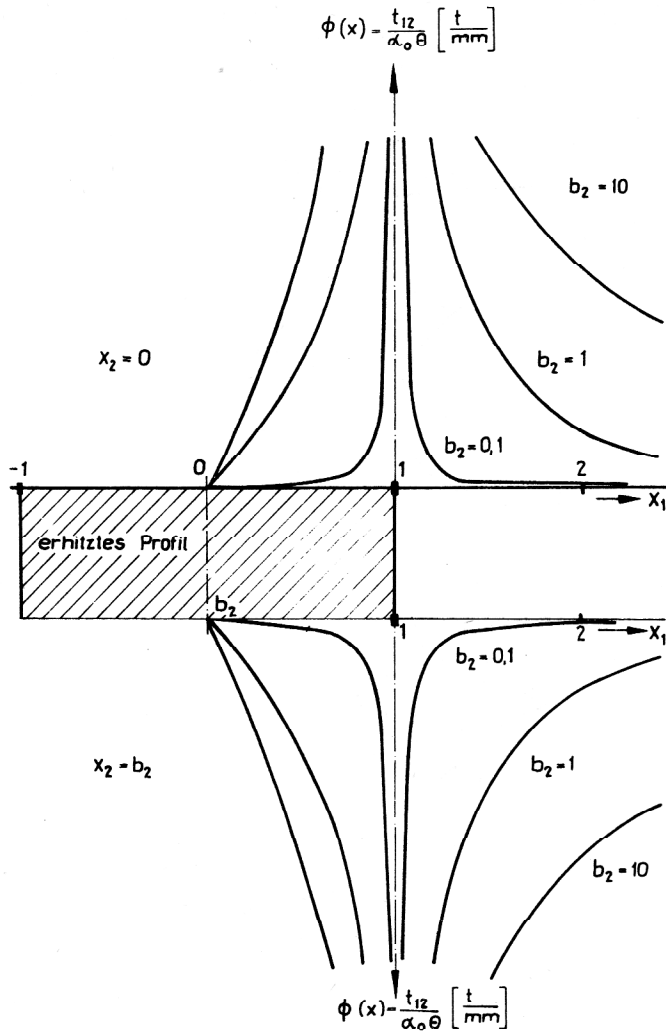


Bild 3

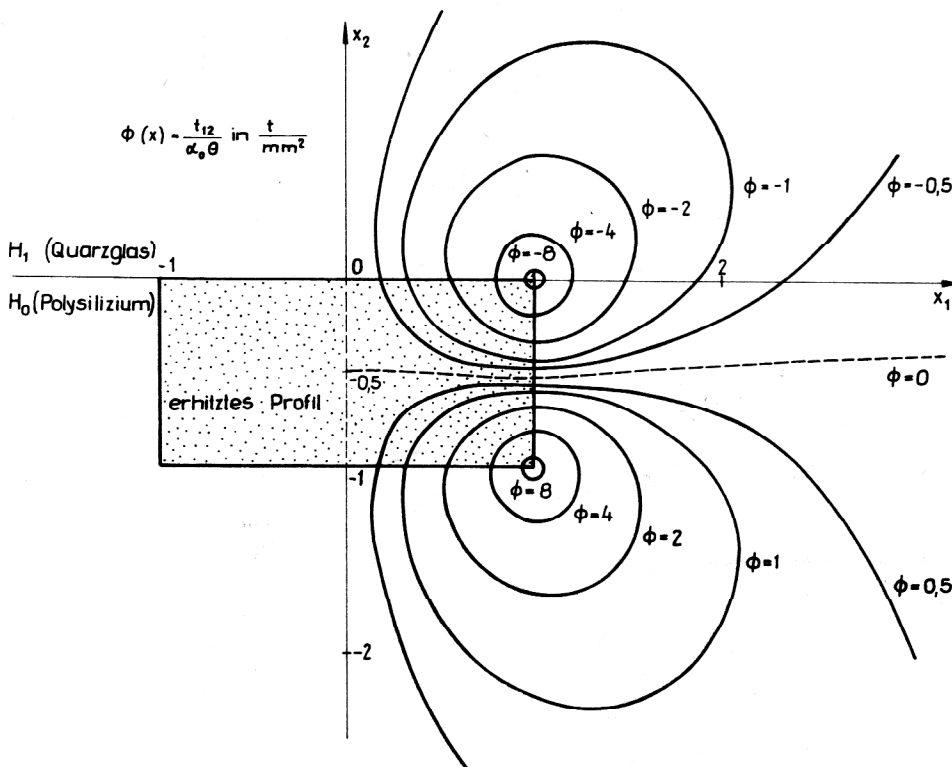


Bild 4

Im Bild 4 sind für eine Leitungsbahn mit den Abmessungen  $a_1 = -1$ ,  $a_2 = 1$ ,  $b_1 = 0$ ,  $b_2 = -1$  die Niveaulinien von  $\Phi(x)$  über der Querschnittsfläche der Leitungsbahn dargestellt.

Bild 5 zeigt die Niveaulinien für den Fall, daß sich in  $H_1$  anstelle von Quarzglas Luft ( $\lambda_1 = 0$ ,  $\mu_1 = 0$ ) befindet.

### 5. Tangentialspannungen bei beliebigen Profilen

Die Formeln (3) und (4) erlauben auch die Spannungsbeziehung für Leitungsbahnen, deren Querschnittsprofile sich aus endlich vielen Rechtecken zusammensetzen lassen. Die Gesamtspannung in einem Punkt erhält man durch Überlagerung der Teilspannungen für jedes einzelne Rechteck. Als Beispiel wurden die Tangentialspannungen für eine Leitungsbahn mit u-Profil berechnet. Solche Profile treten bei diffundierten Widerständen in der Mikroelektronik auf, die die Basisdiffusion ausnutzen [15]. In dieser Arbeit ist solch ein Querschnittsprofil im Halbraum  $H_0$  aus Polysilizium eingebettet, der an den Halbraum  $H_1$  aus Quarzglas grenzt.

Bild 6 zeigt dazu die Niveaulinien der Funktion  $\Phi(x)$ .

### 6. Technische Dimensionierungsrichtlinien

Von besonderem Interesse bei der Dimensionierung von elektronischen Bauelementen sind die Stellen, an denen die größten Tangentialspannungen und damit größten mechanischen Belastungen auftreten. Wie die Bilder 4, 5 und 6 zeigen, ist dies in den Eckpunkten der Leitungsbahnen der Fall. Charakteristisch ist, daß sowohl positive als auch negative Tangentialspannungen auftreten, und sie von Eckpunkt zu Eckpunkt wechseln. Dadurch entstehen Stellen, an denen die Tangentialspannungen völlig verschwinden. Sie sind bevorzugt, wenn Konstruk-

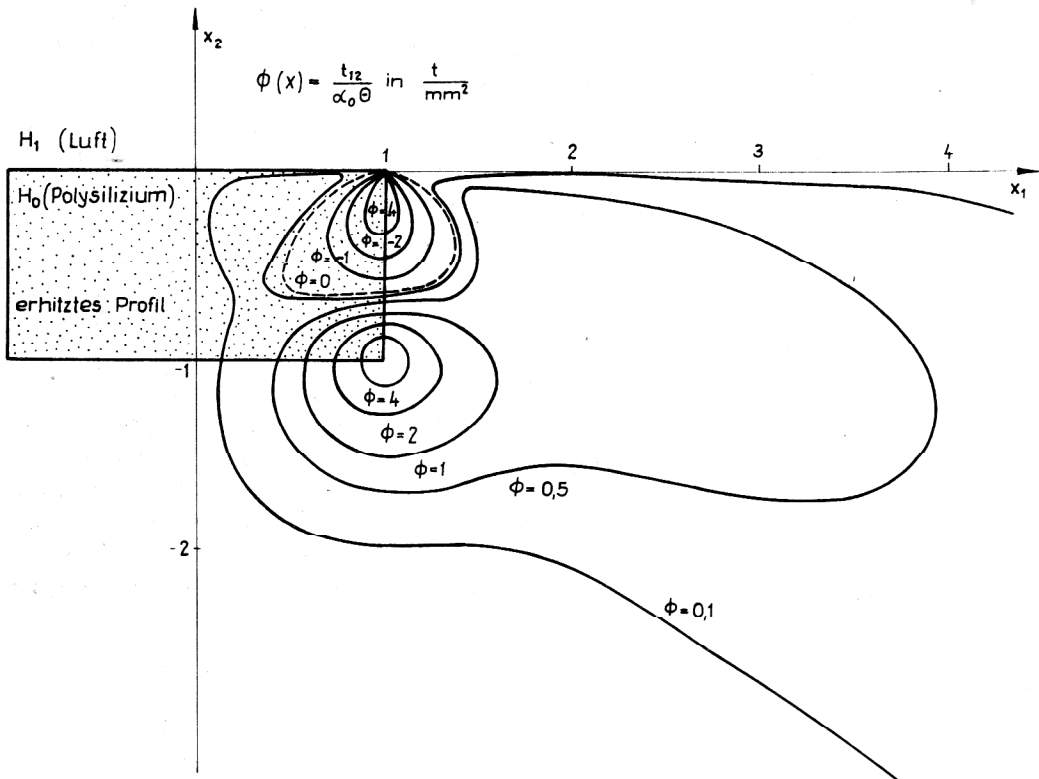


Bild 5

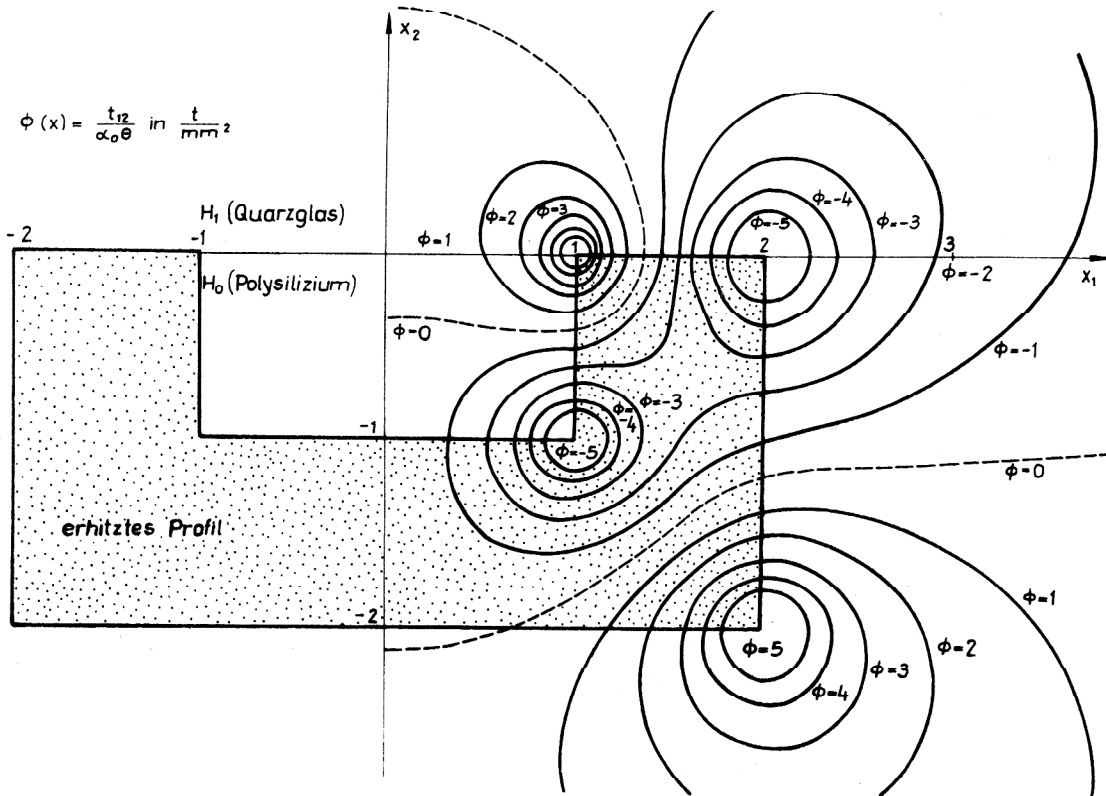


Bild 6

tionselemente, wie Kontakte, an den Leitungsbahnen anzubringen sind. An diesen Stellen ist dadurch die Belastung durch Tangentialspannungen verschwunden. Da die Kontakte natürlich eine gewisse Ausdehnung aufweisen, ist nur zu erreichen, daß die Tangentialspannungen über die Kontaktausdehnung gering bleiben.

In Bild 4 sind die Kurven  $\Phi(x) = 0$  besonders gekennzeichnet. Für  $x_1 \rightarrow \infty$  verschwinden die Tangentialspannungen bei  $x_2 = -0,384$ . Außerdem gilt aus Symmetriegründen dies auch für  $x_1 = 0$  und im Bild 5 noch zusätzlich für  $x_2 \geq 0$ .

#### LITERATUR

- [ 1 ] J. H. Huijsnig, J. P. Schuddemat, W. Verkoef: Monolithic Integrated Direction-Sensitive Flow Sensor. IEEE Trans ED-29 (1982) 1, S. 133 – 136.
- [ 2 ] T. Nitta, J. Terada, F. Fushima: Multifunctional Ceramic Sensors: Humidity-Gas Sensor and Temperature-Humidity Sensor. IEEE Trans ED-29 (1982) 1, S. 95 – 101
- [ 3 ] W. Ju. Xoruschenko. Termitscheskije petschatajuschtschige golovki (obsov). Pribori i systemi upravlenija (1977) 2.
- [ 4 ] S. Ochi, T. Okabe, I. Yoshida, K. Yamaguchi, M. Nagata: Computer Analysis of Breakdown Mechanism in Planar Power MOSFET's. IEEE Trans ED-27 (1980) 2, 399.
- [ 5 ] K. M. Schlesier, S. A. Keneman, R. T. Mooney: Piezoresistivity Effects in Plastic-Encapsuled Integrated Circuits. RCA Review 43 (1982) Dez., S. 590 – 607.
- [ 6 ] J. Adamczewska, T. Budzynski: Stress in chemically vapourdeposited Silicon Films. Thin Solid Films 113 (1984) S. 271 – 285.
- [ 7 ] R. Faul, R. Bartosz: Ausfallmechanismen bei integrierten Halbleiterbauelementen. Elektronik 10 (1984) Mai, S. 73 – 79.
- [ 8 ] I. Dubowitzkaja: Probleme der Hermetisierung von Schaltkreisen der Mikroelektronik. Nachrichtentechnik 29 (1979) 4, S. 154 – 156
- [ 9 ] Jentsch, L.: Über Wärmespannungen in Körpern mit stückweise konstanten Lamé'schen Elastizitätsmoduln. Schriftenreihe des Zentralinstituts für Mathematik und Mechanik bei der AdW der DDR, Heft 14, 1972, Akademie-Verlag 1972.
- [ 10 ] Jentsch, L.: Zur Theorie der Wärmespannungen in Bimetallkörpern. Wiss. Z. Karl-Marx-Univ. Leipzig, Math.-Naturwiss. K., 29 Jg. (1980), H. 1, S. 49 – 58.
- [ 11 ] Ahlers, H., Hambach, I., Jentsch, L., Waldmann, J.: Bauelementebelastungen. Feingerätetechnik 31, Jg., Heft 5 (1982), S. 214 – 218.
- [ 12 ] Jentsch, L.: Der Greensche Kontakttensor der Elastostatik für zwei fest verbundene Halbebenen. ZAMM 61, 343 – 344 (1981).
- [ 13 ] Gmelins Handbuch d. anorg. Chemie, 8. Aufl., Verl. Chemie, Weinheim/Bergstraße, System-Nr. 15, Silicium, Teil B, 1959, S. 56.
- [ 14 ] Landolt/Börnstein: Zahlenwerte und Funktionen IV. Bd., 1. Teil, Springer-Verlag 1965, S. 444.
- [ 15 ] H. Ahlers, J. Waldmann: Entwurf elektronischer Bauelemente und Schaltkreise. Verlag Technik Berlin 1984, S. 206, 207.