

Zum Resonanzverhalten drehstarrer Kupplungen

Helmut Strümpfel

0. Einleitung

Leichtbau und hohe Arbeitsgeschwindigkeit machen es in zunehmendem Maße erforderlich, eine auf der Grundlage maximaler Drehmomentbeanspruchung gewählte drehstarre Kupplung hinsichtlich des Torsionsschwingungsverhaltens innerhalb des Antriebssystems zu untersuchen. Unter der vereinfachenden Voraussetzung, daß das Massenträgheitsmoment J_K der Kupplung klein gegenüber dem der Primär- oder Antriebsseite ist, läßt sich das in Bild 1 gezeigte Antriebssystem auf das in Bild 2 dargestellte Berechnungsmodell eines Torsionsschwingers mit periodischer Momenterregung reduzieren. Gegenstand vorliegender Untersuchung bildet die Ermittlung der dynamischen Belastung für den stationären Bewegungszustand unter Zugrundelegung linearer Torsionsfederkennlinien und geschwindigkeitsproportionaler Relativdämpfung.

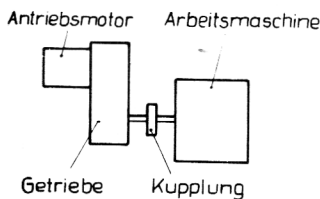


Bild 1
Antriebssystem

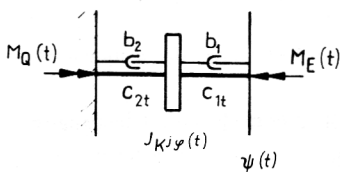


Bild 2
Torsionsschwingungsmodell

1. Bezeichnungen

Erregermoment	$\hat{M}_E(t) = M_E \sin \Omega t$
Kupplungswinkel	$\hat{\varphi}(t) = \varphi \sin(\Omega t + \alpha)$
Erregerwinkel	$\hat{\psi}(t) = \psi \sin(\Omega t + \beta)$
Gegenmoment	$\hat{M}_Q(t) = M_Q \sin(\Omega t + \gamma)$
Relativauschlagwinkel	$\varphi_r(t) = \varphi(t) - \psi(t) = \hat{\varphi}_r \sin(\Omega t + \delta)$
Eigenkreisfrequenz	$\omega_t = \sqrt{(c_{1t} + c_{2t})/J_K}$
Dämpfungsgrad	$D = (b_1 + b_2)/\sqrt{2 J_K \omega_t}$

Abstimmungsverhältnis $\eta = \Omega/\omega_t$

Abkürzungen

$$R = \frac{b_1}{b_1 + b_2} \frac{c_{1t} + c_{2t}}{c_{1t}} 2D\eta$$

$$M = \frac{b_2}{b_1 + b_2} \frac{c_{1t} + c_{2t}}{c_{2t}} 2D\eta$$

$$L = (1 - \eta^2) R - 2D\eta$$

$$N = 1 - \eta^2 + 2D\eta R$$

$$W = \sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}$$

$$P = \frac{W^2 R - \frac{c_{1t}}{c_{1t} + c_{2t}} (L + RN)}{\frac{c_{1t}}{c_{1t} + c_{2t}} (N - RL) - W^2}$$

$$Z = \sqrt{W^2 - 2 \frac{c_{1t}}{c_{1t} + c_{2t}} N + \left(\frac{c_{1t}}{c_{1t} + c_{2t}}\right)^2 (1 + R^2)}$$

2. Gefesselter Torsionsschwinger

Bei der schwingungstechnischen Berechnung einer Blindwelle gemäß Bild 2 wird davon ausgegangen, daß

– neben dem technologisch und fertigungstechnisch bedingten Erregermoment

$$M_E(t) = \hat{M}_E \sin \Omega t \quad (1)$$

ein den Amplitudenwert \hat{M}_E übersteigendes Arbeitsmoment konstanter Höhe durch Vorspannung für ununterbrochene Anlage der Übertragungselemente sorgt, und daß

– aufgrund primärseitig großer Massenträgheit das eigentlich freie Modell als ein gefesselter mit gleichmäßiger Antriebswinkelgeschwindigkeit betrachtet werden kann.

Die Bewegungsdifferentialgleichung

$$J_K \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \hat{M}_Q \sin(\Omega t + \gamma) = \hat{M}_E \sin \Omega t \quad (2)$$

oder

$$J_K \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + b_2 \frac{d\varphi}{dt} + c_{2t} \varphi = b_1 \left(\frac{d\psi}{dt} - \frac{d\varphi}{dt} \right) + c_{1t} (\varphi - \psi) \quad (3)$$

gleich in ihrem Aufbau derjenigen, die für das in [2] dargestellte Translationsschwingungsmodell Gültigkeit hat und dort für kinematische Erregung gelöst wurde. Bezogen auf vorliegenden Fall der Momenterregung er-

gibt sich danach für den Kupplungswinkel $\varphi(t)$ eine Amplitude von

$$\hat{\varphi} = \hat{\varphi}(\eta) = \frac{1}{Z} \frac{\hat{M}_E}{c_{1t} + c_{2t}} = V_\varphi \frac{\hat{M}_E}{c_{1t} + c_{2t}}, \quad (4)$$

die ihren Maximalwert erreicht, wenn das Abstimmungsverhältnis

$$\eta_0 = \sqrt{1 - 2D^2 - \frac{c_{1t}}{c_{1t} + c_{2t}} + 4 \frac{b_1}{b_1 + b_2} D^2 - 2 \left(\frac{b_1}{b_1 + b_2} \right)^2 D^2} \quad (5)$$

beträgt. Hat das Lehrsche Dämpfungsmaß b_2 den Wert Null, vereinfacht sich Gleichung (5) zu Gleichung (6). Das Abstimmungsverhältnis

$$\eta_0 = \sqrt{1 - \frac{c_{1t}}{c_{1t} + c_{2t}}} \quad (6)$$

ist dann unabhängig von der Größe des Dämpfungsgrades b_1 . Analog zu Gleichung (4) ergeben sich nach der gleichen Vorgehensweise die Erregerwinkelamplitude

$$\hat{\psi} = \frac{W}{Z \sqrt{1 + R^2}} \frac{\hat{M}_E}{c_{1t}} = V_\psi \frac{\hat{M}_E}{c_{1t}} \quad (7)$$

die Gegenmomentamplitude

$$\hat{M}_Q = \frac{c_{2t}}{c_{1t} + c_{2t}} \frac{\sqrt{1 + M^2}}{Z} \hat{M}_E = \frac{c_{2t}}{c_{1t} + c_{2t}} V_q \hat{M}_E \quad (8)$$

und die – den Konstrukteur ebenfalls interessierende – Amplitude

$$\hat{\varphi}_r = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2}} \frac{\hat{M}_E}{c_{1t}} = V_r \frac{\hat{M}_E}{c_{1t}} \quad (9)$$

des Relativausschlagwinkels.

Antriebssysteme dieser Art sind bekanntermaßen schwach gedämpft. Die praktisch vorkommenden Werte der Relativdämpfungsgrade erlauben eine Vernachlässigung ohne Genauigkeitsverlust. Auch wenn die Phasenverschiebungswinkel von lediglich theoretischem Interesse sind, seien diese vollständigshalber aufgeführt:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \arctan \frac{(L/N) + P}{1 - (L/N)P} \\ \beta &= \arctan P \\ \gamma &= \arctan \frac{L + MN + (N - ML)P}{N - ML - (L + MN)P} \\ \delta &= \arctan \frac{L + NP - \frac{c_{1t} + c_{2t}}{c_{1t}} W^2 P}{N - LP - \frac{c_{1t} + c_{2t}}{c_{1t}} W^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Die hergeleiteten Gleichungen (2) bis (10), deren Anwendung voraussetzt, daß die sekundärseitig durch Erregermomente verursachten periodischen Geschwindigkeitsschwankungen die Gleichmäßigkeit der Antriebsbewegung nicht beeinträchtigen, gelten auch für den umgekehrten Fall, daß erzwungene Drehwinkelschwingungen

primärseitig in das System eingeleitet werden und die Abtriebswinkelgeschwindigkeit als konstant anzusehen ist.

3. Ergebnis

Die grafische Darstellung der Gleichungen (4) und (7) bis (9) gelingt, wenn Torsionssteifigkeiten und Dämpfungsgrade jeweils übereinstimmen. Aus den Abbildungen 3 bis 6, kann das Charakteristische entnommen werden.

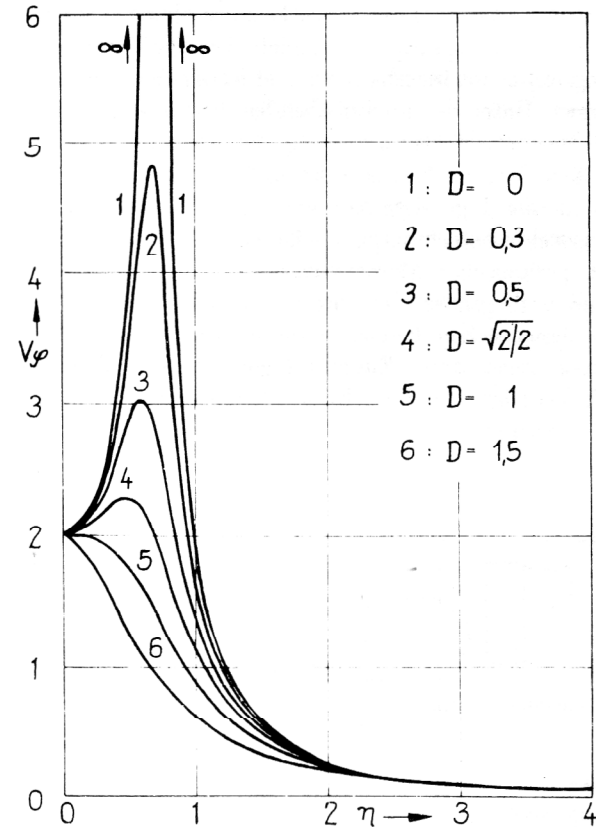


Bild 3
Übertragungsfunktion V_φ zur Ermittlung des Kupplungswinkels φ

Die in den Bildern 3 und 5 enthaltenen Übertragungsfunktionen V_φ und V_q besitzen mit den bekannten Vergrößerungsfunktionen V_1 und V_2 [1], die zur Bestimmung von Massenweg und Bodenkraft eines kräfteerregten Translationsschwingers mit einem Freiheitsgrad benutzt werden, wegen der prinzipiellen Gleichartigkeit der Erregung eine nicht verwunderliche starke Ähnlichkeit. Nur tritt Resonanz nicht beim gewohnten Abstimmungsverhältnis $\eta = 1$ auf, sondern ist nach Gleichung (5) bzw. (6) zu berechnen.

Gemäß Bild 4 durchlaufen die Kurven der Vergrößerungsfunktion V_ψ für kleine Dämpfungsgrade in der Nähe des Abstimmungsverhältnisses $\eta = 1$ jeweils ein Minimum. Es nimmt bei Dämpfungsfreiheit und Übereinstimmung von Erreger und Eigenkreisfrequenz sogar den Wert Null an. Mit den Bildern 3, 5 und 6 in Einklang stehend, ergeben daher überkritische Betriebszustände günstige Beanspruchungsverhältnisse. Sie können gege-

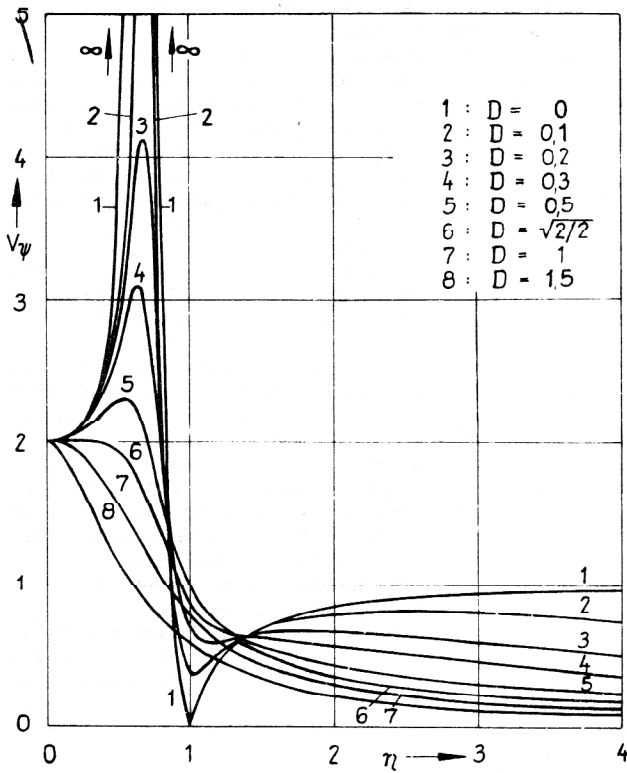


Bild 4
Übertragungsfunktion V_ψ zur Ermittlung des Erregerwinkels ψ

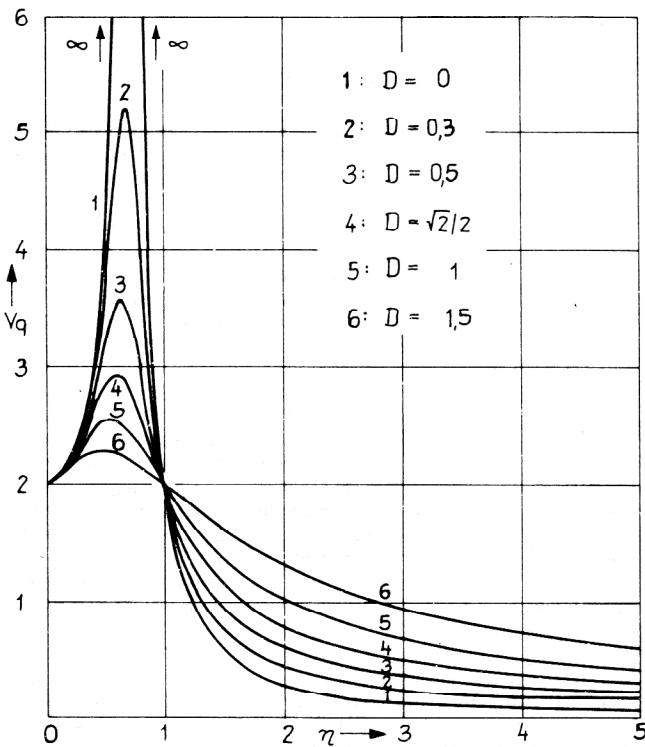


Bild 5
Übertragungsfunktion V_q zur Ermittlung des Gegenmomentes M_Q

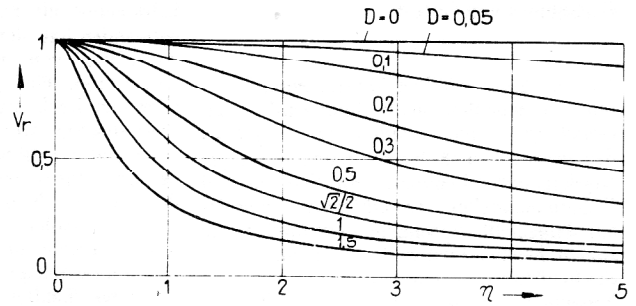


Bild 6
Übertragungsfunktion V_r zur Ermittlung des Relativauschlagwinkels φ_r

benenfalls durch den Einsatz von Kupplungen mit größerer Massenträgheit realisiert werden.

Für die sekundärseitigen Übertragungselemente existiert nach Bild 6 kein kritischer Zustand; eine mögliche schwingungstechnische Gefährdung besteht primärseitig.

4. Zusammenfassung

Für das momenterregte Torsionsschwingungsmodell eines Antriebssystems einfacher Struktur wird das dynamische Verhalten ermittelt. Die in allgemeingültiger Form angegebenen Beziehungen gestatten eine unmittelbare Übertragbarkeit auf den entsprechenden Translationschwinger. Grafisch dargestellte Verläufe von Übertragungsfunktionen verdeutlichen die Zusammenhänge.

5. LITERATUR

- [1] Holzweißig F · Dresig, H.: Lehrbuch der Maschinendynamik. Leipzig Fachbuchverlag 1979, S. 138 – 140.
- [2] Strümpfel, H. Zum kinematisch erregten Einmassenschwinger. Technische Mechanik 6 (1985) 1, S. 62 – 67.

Anschrift des Verfassers:

Dr.-Ing. Helmut Strümpfel
Hochschule für Architektur und Bauwesen
Geschwister-Scholl-Straße 8

Weimar
5300