

J_{TJ} - gesteuertes Rißwachstum und die Energiebilanz am duktilen Riß

P. Will, B. Michel, U. Zerbst

1. Einleitung

Die heutigen hohen Anforderungen an die Sicherheit und Zuverlässigkeit von Bauteilen, Maschinen, Anlagen und Konstruktionen lassen sich nicht mehr mit den herkömmlichen Dimensionierungs-, Berechnungs- und Bewertungskriterien erfüllen, insbesondere unter dem Gesichtspunkt der Materialökonomie und des rationellen Einsatzes der Werkstoffe. Die Bruchmechanik als eine der tragenden Säulen der Forschungen zur mechanischen Zuverlässigkeit bildet dabei zugleich auch den wichtigsten Schwerpunkt der modernen Schadensmechanik schlechthin. Das Auftreten von Rissen in Bauteilen ist heute zu einem wichtigen Problem für die Volkswirtschaft aller hochentwickelten Industriestaaten geworden. Die modernen Kriterien der Bruchmechanik erzwingen sich im internationalen Maßstab zunehmend ihre Bedeutung und Berücksichtigung in technischen Standards und Berechnungsvorschriften. Zur Charakterisierung des Werkstoffwiderstandes gegen Rißwachstum in duktilen Materialien haben sich in den letzten Jahren die J Rißwiderstandskurven (J_R-Kurven) bewährt. Sie beschreiben die Änderung der Bruchkenngröße J mit wachsender Rißlänge. Zum J-Integralkonzept, seinen Verallgemeinerungen und seiner Anwendung in der Rißproblematik hat sich eine eigenständige Literatur herausgebildet [1], [2]. Das J-Integral ist ein Maß für den Energieumsatz an der Rißspitze infolge Rißverlängerung. Es läßt sich als die Kraft interpretieren, die innerhalb einer Bezugsebene auf die Rißspitze wirkt.

2. Energiebilanz am Riß

Berücksichtigt man mechanische und thermische Energieanteile, so ergibt sich für die am Riß infolge Rißwachstums umgesetzte Leistung pro Dicke B folgender Wert [3]:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} = & J_k v_k^c + I = \left[- \int_{\Gamma + \Gamma_s} u_{i,k} t_{ij} n_j d\Gamma + \right. \\ & + \int_A (\rho k_{,k} - f_i u_{i,k} + t_{ij} u_{i,jk}) dA + \\ & + \int_{A+A_0} (u_{i,k} t_{i3})_{,3} dA + \\ & + \int_{\Gamma_0} (n_k + \delta_{k3}) \rho (k + e) d\Gamma \left. \right] v_k^c \\ & + \int_{\Gamma_0} (n_k + \delta_{k3}) \rho (k + e) \Delta v_k d\Gamma. \end{aligned} \quad (1)$$

Γ (Normalenvektor \underline{n}) ist eine beliebige Kurve, die zusammen mit den Rißufern Γ_s die Flächen $A+A_0$ an der Rißspitze umfaßt. Letztere bewege sich mit der Geschwindigkeit \underline{v}^c (Rißwachstumsgeschwindigkeit). In der Prozeßzone A_0 treten mikrostrukturell bedingte Prozesse auf. t und \underline{v} stehen für den Spannungstensor bzw. für

den Verschiebungsvektor. e und k sind die spezifische innere Energie sowie die entsprechende kinetische Energie des Materials mit der Dichte ρ . Die Größe \underline{f} berücksichtigt mögliche Volumenkräfte. Kommas symbolisieren lokale, partielle Ableitungen. Die Geschwindigkeit $\Delta \underline{v}$ beschreibt lokale Änderungen der Prozeßzone A_0 während des Rißwachstums. Die Leistungsbilanz (1) bezieht sich auf Bezugsebenen $x_3 = \text{konstant}$ der räumlichen Rißfront. Die Wahl eines Bezugssystems, das sich mit der Rißspitze bewegt, führt bei Vernachlässigung von thermischen und kinetischen Energieanteilen zu folgender Variante von (1):

$$\frac{d\varphi}{da} = J + \rho e_0 \frac{dA_0}{da} \quad (2)$$

e_0 ist die materialspezifische, kritische, innere Energie, die den Rand Γ_0 der Prozeßzone für einen Riß der Länge a definiert. Die Bedingungen, die zur Ableitung von (1) führten, treffen auch dann noch zu, wenn A_0 durch die plastische Zone ersetzt wird. Das vierte Integral in (1) verschwindet. J steht in diesem Fall für die Energiefreisetzungsrates am Riß bei unveränderlicher, plastischer Zone an der Rißspitze. Der Integrationsweg Γ liegt im Gebiet elastischen Materialverhaltens. Im Grenzfall des Kleinbereichsfließens reduziert sich dieser Parameter auf den Wert der bekannten elastischen Lösung, korrigiert durch die effektive Rißlänge nach Irwin. Das Mises-Kriterium als Fließbedingung vorausgesetzt ergibt sich für den Dugdale-Riß:

$$\rho e_0 \frac{dA_0}{da} = \frac{\alpha}{2\pi} J T_J \quad (3)$$

Der Faktor α ist eine Funktion der konkreten Rißanordnung. Er berücksichtigt unter anderem Dickeneffekte an kompakten Proben. Die Beziehung (3) gilt auch für sich verfestigende Materialien, deren Spannungs-Dehnungsverhalten durch ein Potenzgesetz beschrieben werden kann. T_J ist der bekannte Reißmodul der Bruchmechanik [4].

3. J_R-Kurven, Versagensdiagramme

Ausdruck (3) entspricht der dissipierten Energie pro Rißlängenzuwachs, die infolge von Veränderungen der plastischen Zone während des Rißwachstums umgesetzt wird. Die obigen Ergebnisse bestätigen damit das T_W-Kriterium für stabiles Rißwachstum von Saka und Mitarbeitern [5], [6] sowie die Erkenntnisse über dissipierte Energieanteile während des Rißwachstums von Bui und Ehrlacher [7]. Stabiles Rißwachstum tritt danach dann auf, wenn eine in der plastischen Zone materialspezifische, dissipierte Energie den Überschuß an verfügbarer Energie, hervorgerufen durch den Rißzuwachs, kompensiert.

siert. Das stabile Rißwachstum wird über das Produkt JT_J und nicht über den Reißmodul T_J allein gesteuert.

$$JT_J \geq \frac{1}{2} \frac{E}{\sigma_0^2} C_2 \quad (4)$$

C_2 ist eine Materialkonstante. E und σ_0 stehen für den Elastizitätsmodul bzw. für die Fließspannung des betrachteten Materials. Instabiles Rißwachstum liegt dann vor, wenn die Energierate JT_J einen entsprechenden materialspezifischen, kritischen Wert überschreitet. Gleichung (4) liefert damit die theoretische Begründung für J-T-Stabilitätsdiagramme [8]. Aus den vorangegangenen Überlegungen folgt unmittelbar das nichtlineare Verhalten von J-Widerstandskurven über weite Bereiche stabilen Rißlängenzuwachses.

$$J = (J_c^2 + C_2 (a - a_0))^{1/2} \equiv (C_1 + C_2 (a - a_0))^{1/2} \text{ für } J \geq J_c \quad (5)$$

a_0 ist die Ausgangsrißlänge. J_c und a_c entsprechen Integrationskonstanten, deren physikalische Bedeutung in Abschnitt 4 geklärt wird.

Von besonderer Bedeutung in der Festigkeitsanalyse duktiler Materialien ist die Kombination des Versagens eines Bauteils durch Bruch mit dem Versagen durch Fließen. Gebräuchliches Werkzeug zur Charakterisierung derartiger Prozesse sind die im englischen Sprachgebrauch als FA-Diagramme bezeichneten Kurven. Die Bauteilbeurteilung mittels derartiger Abschätzungskurven gewinnt zunehmend an Bedeutung. Die Energiebilanz (2) läßt sich in Form einer solchen Versagensabschätzungskurve darstellen. Für den Dugdale Riß in einer unendlichen Scheibe unter Zugbelastung mit der Spannung σ gilt:

$$J / \frac{d\varphi}{da} = \left(1 + \frac{4\alpha}{\pi^2} \frac{E}{E'} \ln \left[\sec \frac{\pi \sigma}{2 \sigma_0} \right] \right)^{-1} \quad (6)$$

mit

$\frac{\alpha}{2\pi} \frac{E}{E'} = \frac{1}{2\pi}$	1	ESZ
	$\frac{1 + 1.5\nu(7\nu + 4\nu^3 - 8\nu^2 - 3)}{(1 - \nu^2)}$	EDZ

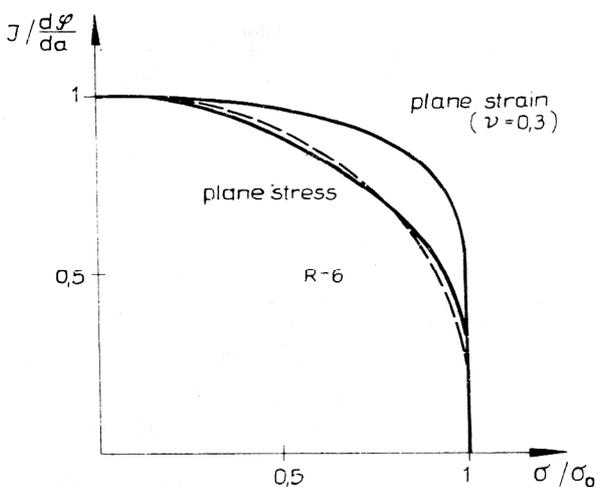


Bild 1

Der Wert des Parameters α korreliert mit der bekannten Tatsache, daß die höhere Rißzähigkeit im ebenen Spannungszustand (ESZ) erreicht wird, während die niedrigere Rißzähigkeit dem ebenen Deformationszustand (EDZ) entspricht. α wurde so gewählt, daß das Ergebnis (6) in Übereinstimmung mit der Lösung für Kleinbereichsfließen gebracht werden kann. Beziehung (6) ist graphisch in Bild 1 aufgetragen. Die Kurven unterscheiden sich von der Abschätzungskurve (R-6) des CEBG nach Milne [9], stimmen jedoch in ihrer mathematischen Form mit den Resultaten von Shih und Mitarbeitern [10] überein. Liegt das Wertepaar $(J / \frac{d\varphi}{da}, \sigma / \sigma_0)$ für ein zu beurteilendes Bauteil außerhalb der Kurve, so ist Versagen zu erwarten.

4. Experimentelle Ermittlung von J_R -Kurven

Es erscheint uns wichtig darauf hinzuweisen, daß die bisherige Diskussion von der originalen Interpretation des Parameters J ausgeht, die einer reinen, rißtreibenden Energierate entspricht. Allgemein genutzte experimentelle Methoden [11] zur Ermittlung der Bruchzähigkeit aus Last-Lastangriffspunktverschiebungskurven $P(u)$ basieren dagegen auf der gesamten Energie, die während des Rißwachstums verbraucht wird. Die Berücksichtigung dissipativer Anteile infolge des Rißwachstums während der Messung führt auf folgende Auswertebeziehung [12], [13] für Proben der Dicke 1:

$$J = \int_0^u \frac{\eta}{W - a_0} P du' - \int_{a_0}^a \gamma \frac{J}{W - a'} da' \quad (7)$$

Formel (7) gilt für Werte $(a - a_0)$ des Rißlängenzuwachses, die klein sind im Vergleich zur Ligamentbreite $(W - a)$. Einseitig angerissenen Biegeproben entsprechen die Werte $\eta = 2$ und $\gamma = 1$. Die Kombination der Beziehung (5) mit Gleichung (7), die Berücksichtigung der Rißspitzenaufweitung (blunting) als unmittelbare Vorstufe zum realen Rißwachstum, sowie eine nachfolgende Linearisierung der Ergebnisse in der Umgebung von a_c führt zu einer einfachen, selbstkonsistenten Darstellung der beiden Energieanteile in Gleichung (7).

$$\int_0^u \frac{2}{W - a_0} P du' \equiv J_{RPM} \approx D_1 + D_2 (a - a_0) \quad (8)$$

$$\int_{a_0}^a \frac{J}{W - a'} da' \approx J_c \left(\frac{a_c - a_0}{2(W - a_0)} + \frac{a - a_c}{W - a_c} \right) \quad (9)$$

mit

$$D_1 = J_c \left(1 + \frac{a_c - a_0}{2(W - a_0)} \right), \quad D_2 = \left(\frac{J_c}{W - a_c} + \frac{C_2}{2J_c} \right).$$

Die Konstanten J_c und a_c kennzeichnen den Schnittpunkt zwischen linearer blunting line und der J_R -Kurve (5). Die vorliegenden Beziehungen gelten für kleine Rißzuwachsrate $(a - a_0) \ll (W - a_0)$, wobei die Parameter D_1 und D_2 als Regressionskoeffizienten zur Anpassung des Integrals J_{RPM} an die Fläche unter der Last-Lastangriffspunktverschiebungskurve interpretiert werden können. Der Vergleich zwischen der linearisierten Form von (5) und dem Ergebnis (8) ermöglicht unmittelbar die quantitative Ermittlung der Materialkennwerte J_c und

C_2 aus den Koeffizienten D_1 und D_2 . Die nichtlineare Form (5) der J_R -Kurven läßt solche Materialprüfungsnormen zur Bestimmung kritischer J-Werte als fragwürdig erscheinen, die von einer Anpassung der J - Δa -Kurven mit Geraden [14] ausgehen. Das zugehörige Regressionsproblem liefert in Abhängigkeit von der Breite des Stützpunktintervalls keine eindeutige Lösung. Es empfiehlt sich daher, gemäß der oben beschriebenen Methode zu verfahren, die die Tangenten an die Funktion J_{RPM} ($a - a_c$) sowie an die Funktion (5) am kritischen Punkt a_c vergleicht. Der kritische Wert J_c , der die Initiierung des technischen Rißwachstums kennzeichnet, ergibt sich aus dem Schnittpunkt der gemessenen blunting line mit der nichtlinearen J_R -Kurve (5). Bild 2 zeigt das Ergebnis für einen Stahl HS60-3Ni. Die Meßwerte wurden mit Hilfe des instrumentierten Kerbschlagbiegeversuchs gewonnen [15].

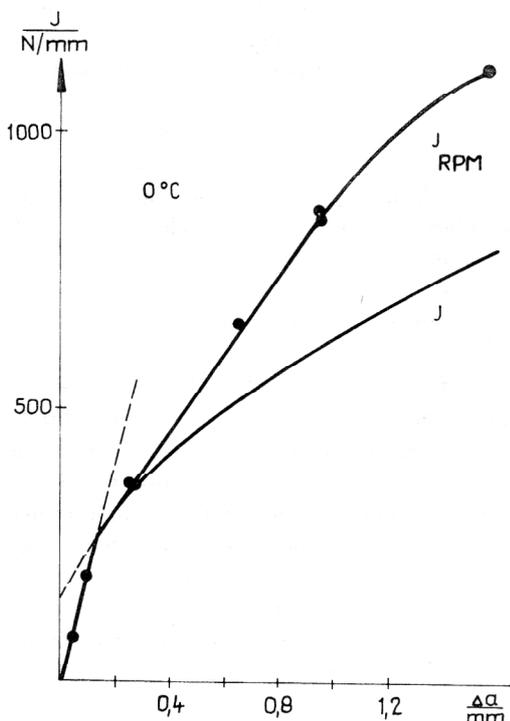


Bild 2

Es ist zu beachten, daß Gleichung (7) eine Mittelung über den Querschnitt B kompakter Proben darstellt und deshalb die Werte J_c und C_2 , die nach dem oben beschriebenen Verfahren gewonnen wurden, trotz der Korrekturen bzgl. des Rißwachstums nicht primär als geometrieunabhängige Parameter angenommen werden können. Nach Etemad und Turner ist der Fehler bei der Einhaltung spezieller, geometrischer Randbedingungen ($1 < B/(W - a) < 2$) jedoch vernachlässigbar klein [16]. Schwierigkeiten der erwähnten Art können vermieden werden, indem der lokale Wert von J gemäß der Definition (1) aus dem gemessenen Verschiebungsfeld bestimmt wird. Nach den Erkenntnissen aus Abschnitt 2 braucht nur über den elastisch verformten Materialbereich integriert zu werden. Die holographische Interferometrie als hochempfindliches, berührungsfreies, opti-

sches Feldmeßverfahren eignet sich sehr gut dazu, das räumliche Verschiebungsfeld an der Oberfläche realer Proben zu ermitteln. In [17] wird ein hybrides Verfahren beschrieben, das es ermöglicht, unter Berücksichtigung mechanischer Bilanzen J aus hologramminterferometrischen Daten von der Oberfläche des Festkörpers zu bestimmen. Dabei sind beliebige mehrachsige Belastungszustände zugelassen.

LITERATUR

- [1] Michel, B.; Will, P.: Integralkonzepte für die Rißbewertung – eine aktuelle Trendanalyse von Rißkriterien der modernen Bruchmechanik. Z. angew. Math. Mech. 66 (1986) 2, 65 – 72.
- [2] Will, P.; Michel, B.: Neue Rißkonzepte auf der Grundlage der Energiebilanz am Riß – Darstellung des internationalen Standes. Problemseminar Bruchmechanik III Weißig (1986).
- [3] Will, P.: Energy release rate for 3-dimensional ductile crack configuration. Z. angew. Math. Mech. 64 (1984) 8, 367 – 368.
- [4] Paris, P. C., Tada, H., Zahoor, A., Ernst, H.: The theory of instability of the tearing mode of elastic-plastic crack growth. ASTM STP 668 (1979) 5 – 36.
- [5] Saka, M.; Shoji, T.; Takahashi, H.; Abe, H.: A criterion based on crack-tip energy dissipation in plane-strain crack growth under large scale yielding. ASTM STP 803 (1983) I 130 – 158.
- [6] Saka, M.; Abe, H.: A theory of ductile instability based on the rate of crack tip energy dissipation: Application of tearing modulus T_W to ductile instability analysis. Res. Mechanica 12 (1984) 111 – 123.
- [7] Bui, H. D.; Ehrlacher, A.; Propagation of damage in elastic and plastic solids. Advances in fracture research ICF 5 Cannes (1981) II 533 – 552.
- [8] Blauel, J. G.; Sommer, E.: Anwendung der Konzepte der Zähbruchmechanik zur Beurteilung des Verhaltens fehlerhafter Bauteile. VI. Symposium Verformung und Bruch Magdeburg (1982) 54 – 58.
- [9] Milne, I.: Failure analysis in the presence of ductile crack growth. Mat. Sci. and Engng. 39 (1979) 1, 65 – 79.
- [10] Shih, C. F.; German, M. D.; Kumar, V.: An engineering approach for examining crack growth and stability in flawed structures, Int. J. Pres. Ves. & Piping 9 (1981) 159 – 196.
- [11] Schwalbe, K. H. (Hrsg.): Theoretische und experimentelle Untersuchungen zum COD-Konzept und J-Integral, Fortschr.-Ber. VDI-Z. 18 (1981) 10.
- [12] Ernst, H.; Paris, P. C.; Rossow, M.; Hutchinson, J. W.: Analysis of load-displacement relationship to determine J-R curve and tearing instability material properties. ASTM STP 677 (1979) 581 – 599.
- [13] Steenkamp, P. A. J. M.; Latzko, D. G. H.; Bakker, A., Engineering application of elastic-plastic fracture assessment methods: An exploratory study. Nucl. Eng. and Des. 87 (1985) 51 – 65.
- [14] ASTM: E 813, J_{IC} , a measure of fracture toughness (1981). American Society for Testing and Materials.
- [15] Zerbst, U.: Untersuchungen zur Ermittlung bruchmechanischer Werkstoffkennwerte bei schlagartiger Beanspruchung. Diss. A. TH Magdeburg, Sektion TmI (1986).
- [16] Etemad, M. R.; Turner, C. E.: An experimental investigation of stable crack growth using HY 130 steel. J. Strain Anal. 20 (1985) 4, 201 – 208.
- [17] Will, P.; Totzauer, W.; Gründemann, H.; Michel, B.: 3d J-integralvector from holographic data, 4 th Autumn Seminar on Holographic Interferometry. Thalheim (1985) FMC-Series, Institute of Mechanics 26 (1986), (in print).