

Turbulente Blasenströmung im geneigten Kanal

Walter Lilienblum

1. Erläuterung des Strömungsproblems

In Zusammenhang mit der Untersuchung der Blasenströmung in Bauteilen von Chemieanlagen erscheinen solche Konzentrationsprofile der Gasphase als interessant, bei denen die Blasen sich ziemlich stark an der einen Kanalwand anhäufen. Dabei sollte sich die Aufmerksamkeit auf die Fälle richten, in welchen keine vollständige Entmischung auftritt. Eine Vermeidung von Entmischungserscheinungen hält die Verluste in Grenzen und gestattet eine gute Förderung des Zweiphasengemisches.

Eine derartige Strömung mit unsymmetrischen Profilen für die Geschwindigkeits- und Phasenverteilung bildet sich auch in einem vertikalen, leicht geneigten Kanal aus, der von unten mit einem Wasser-Luft-Gemisch beaufschlagt wird. Wenn der Flüssigkeitsdurchsatz nicht allzu hoch ist, ähnelt die Strömung derjenigen in Blasensäulen für die chemische Industrie. Im Bild 1 ist die Bewegung und Konzentration beider Phasen angedeutet. Der zeitliche Mittelwert der Geschwindigkeit in der Flüssigkeit \bar{u}_F bleibt wegen des Auftriebs der Blasen örtlich kleiner als derjenige in der Gasphase \bar{u}_G .

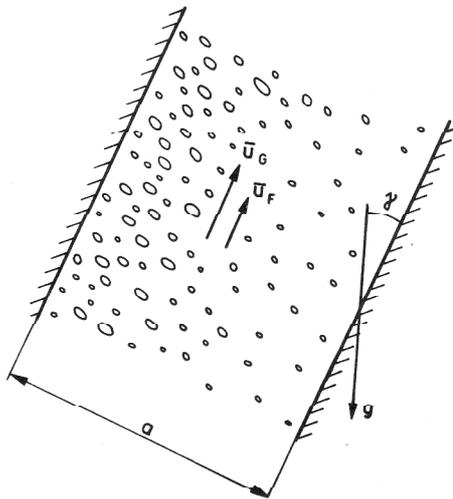


Bild 1
Schematische Darstellung der Blasenverteilung im geneigten Kanal

Die Mittelung bezieht sich nur auf den Zeitraum der Anwesenheit der jeweiligen Phase nach den Definitionsformeln

$$\bar{u}_F = \frac{1}{\Delta t_F} \int_0^{\Delta t_F} u_F(t) dt \quad (1.a)$$

$$\bar{u}_G = \frac{1}{\Delta t_G} \int_0^{\Delta t_G} u_G(t) dt \quad (1.b)$$

Die Untersuchungen beschränken sich auf eine Blasenkolonne mit rechteckigem Querschnitt bei einem Neigungswinkel γ . Zunächst soll allerdings der Einfachheit halber die stationäre Strömung eines Luft-Wasser-Gemisches zwischen zwei fast vertikalen, um einige Grade geneigten Wänden betrachtet werden. Dadurch handelt es sich um ein ebenes Problem, das sich noch weiter auf ein quasiaidimensionales reduzieren läßt, falls man die Einlaufstrecke nicht berücksichtigt.

Folgende Einschränkungen werden gemacht: Es liege Blasenströmung mit turbulenter Bewegung vor. Der Volumenanteil der Luft sei durch $\alpha < 0,2$ und die Geschwindigkeit der Gasphase durch $\bar{u}_G < 1$ m/s beschränkt. Der Gasvolumenanteil α entspricht örtlich dem zeitlichen Anteil der Gasphase innerhalb eines größeren Zeitabschnittes Δt , kann aber auch räumlich innerhalb eines genügend großen Volumens V als $\tilde{\alpha}$ definiert werden, was zu den Formeln

$$\tilde{\alpha} = V_G / V \quad (2.a)$$

$$\alpha = \Delta t_G / \Delta t \quad (2.b)$$

führt.

Der Blasendurchmesser wird einheitlich (ohne Spektrum) im Bereich $1 \text{ mm} < d_{B1} < 6 \text{ mm}$ gewählt. Koaleszenz und Dispergierung sollen die Strömung nur unwesentlich beeinflussen. Das Druckniveau wird mit $\bar{p}_F > 100 \text{ kPa}$ so gehalten, daß die Druckänderung in Strömungsrichtung keine allzu großen Gradienten der abhängigen Variablen α , \bar{u}_F und \bar{u}_G in dieser Richtung ergibt. D. h. es soll entsprechend dem Koordinatensystem des Bildes 2 gelten:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x} \ll \frac{\partial \alpha}{\partial y} \quad (3.a)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_F}{\partial x} \ll \frac{\partial \bar{u}_F}{\partial y} \quad (3.b)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_G}{\partial x} \ll \frac{\partial \bar{u}_G}{\partial y} \quad (3.c)$$

Diese Vereinfachungen sind nach dem Remke [1] durchaus zulässig.

Weiterhin sollen sich die Untersuchungen zunächst auf den Fall $\dot{V}_F = 0$ beschränken, was der Flüssigkeit lediglich eine Zirkulationsbewegung erlaubt, abgesehen von den turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen.

Berechnet werden sollen die Geschwindigkeitsverteilungen der Flüssigkeit $\bar{u}_F(y)$ und der Gasphase $\bar{u}_G(y)$ sowie der Konzentrationsverlauf $\alpha(y)$ der Luftblasen quer zur Strömungsrichtung von der einen Platte bis zur anderen.

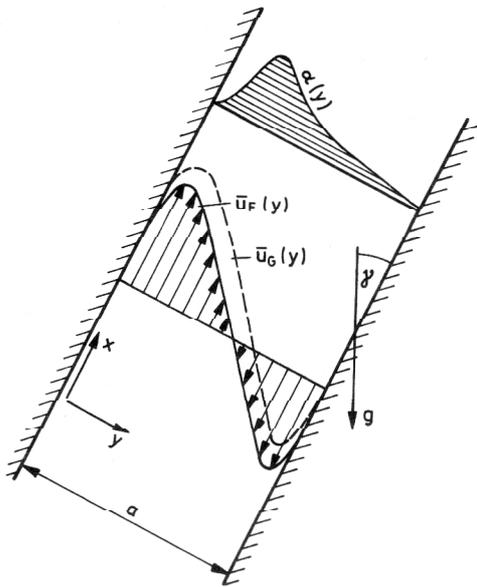


Bild 2
Geschwindigkeits- und Phasenverteilung (qualitativ)

Diese gesuchten Funktionen sind qualitativ im Bild 2 eingezeichnet.

Später soll zum besseren Vergleich mit dem Experiment ein rechteckiger Querschnitt mit der Breite b senkrecht zur Zeichenebene zur Diskussion gestellt werden. Dabei sollen $a > b$ und $b > 10 \cdot d_{Bl}$ gelten. Die dritte Koordinate wird dann mit z bezeichnet.

2. Die Bewegungsgleichungen

Ausgangspunkt sind die Bewegungsgleichungen der turbulenten Blasenströmung im vertikalen Spalt zwischen zwei Wänden nach Remke [1]. Danach können die konvektiven Trägheitskräfte nicht ganz vernachlässigt werden. Die Trägheitskräfte des Gases und das Gewicht der Blasen wurden in den Gleichungen weggelassen, weil die oben genannten Druckbedingungen das zulassen.

Das Kräftegleichgewicht in der x - und y -Richtung ergibt für die Flüssigkeit und die Gasphase die in der Tabelle 1 aufgeführten Formeln.

Tabelle 1

1. x -Richtung

a) Flüssigkeit

$$\rho_F (1-\alpha) \bar{u}_F \frac{\partial \bar{u}_F}{\partial x} = - \frac{\partial}{\partial x} [(1-\alpha) \bar{p}_F] + \frac{\partial}{\partial y} [(1-\alpha) \tau_{xyF}] - (1-\alpha) \rho_F g \cos \gamma + f_{FGx} \quad (4)$$

b) Gasphase

$$0 = - \frac{\partial}{\partial x} (\alpha \bar{p}_G) + \frac{\partial}{\partial y} (\alpha \tau_{xyG}) - f_{FGx} \quad (5)$$

2. y -Richtung

a) Flüssigkeit

$$0 = - \frac{\partial}{\partial y} [(1-\alpha) \bar{p}_F] - \bar{p}_{FPh} \frac{\partial \alpha}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} [(1-\alpha) \sigma'_{yF}] + (1-\alpha) \rho_F g \sin \gamma + f_{FGy} \quad (6)$$

b) Gasphase

$$0 = - \frac{\partial}{\partial y} (\alpha \bar{p}_G) + \bar{p}_{GPh} \frac{\partial \alpha}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} (\alpha \sigma'_{yG}) - (f_{FGy} + \Delta f_{FGy}) \quad (7)$$

Hierbei sind f_{FGx} und f_{FGy} die Wechselwirkungskräfte. In x -Richtung wird nur die Widerstandskraft der Blasen berücksichtigt. Die Wechselwirkungskraft aus der virtuellen Masse spielt wegen der Verknüpfung mit den konvektiven Trägheitskräften beim vorliegenden Problem keine wesentliche Rolle und wird vernachlässigt.

In y -Richtung wird die Querkraft infolge der ungleichmäßigen seitlichen Umströmung der Blasen durch den Einfluß des Geschwindigkeitsprofils der Flüssigkeit in die Rechnung einbezogen. Dieser Vorgang ähnelt dem Magnuseffekt.

Der in der Gleichung (7) als Differenz der Wechselwirkungskraft auftauchende letzte Term ist nach Drew/Lahey [2]

$$\Delta f_{FGy} = (\bar{p}_{GPh} - \bar{p}_{FPh}) \frac{\partial \alpha}{\partial y} \quad (8)$$

Die Drücke \bar{p}_{FPh} und \bar{p}_{GPh} stellen Mittelwerte über die Phasengrenzfläche, aber auf der Seite der jeweiligen Phase, dar. Die diese Drücke enthaltenden Glieder der Gleichungen (4) bis (7) werden von Ishii [3] ebenfalls als Wechselwirkungskräfte angesehen.

Nach Sha/Soo [4] stellen sämtliche $\frac{\partial \alpha}{\partial y}$ enthaltenden

Terme Diffusionskräfte infolge eines Konzentrationsgradienten dar. Sie werden verschiedentlich in Ermangelung der Kenntnis von \bar{p}_{FPh} ganz anders, nämlich mit Hilfe eines Diffusionskoeffizienten, z. B. bei Zun [5], als f_{FGy} -Komponente dargestellt.

Die konvektiven Trägheitskräfte in der Gleichung (4) sind, wie Rechenergebnisse von Bauerfeind [6] erkennen lassen, erheblich kleiner als die übrigen Terme und werden für das vorliegende Problem vernachlässigt.

Die Spannungen σ' und τ enthalten im wesentlichen turbulente Anteile und sind deshalb nur als zeitliche Mittelwerte denkbar.

Weiterhin wird angenommen, daß in Anlehnung an Serizawa/Kataoka [7]

$$\tau_{xyF} \approx \tau_{xyG} \quad (9.a)$$

$$\sigma'_{xF} \approx \sigma'_{xG} \quad (9.b)$$

$$\sigma'_{yF} \approx \sigma'_{yG} \quad (9.c)$$

gilt. Eine derartige Annahme stützt sich auf die Überlegung, daß die Gasblasen der hier betrachteten Größenordnung in der Lage sind, die Stöße aus der Flüssigkeit in Druckschwankungen umzusetzen und wieder als Impuls weiterzugeben an andere Flüssigkeitsteilchen. Die Blasen werden dabei auch hin- und hergestoßen. Sie verfallen aber nicht in allzu große Schwankungsbewegungen, weil die virtuelle Masse der umgebenden Flüssigkeit das verhindert.

Auf Grund der Beziehung (9) kann der Phasenindex der Spannungen fortgelassen werden.

Das mit diesen Annahmen veränderte Gleichungssystem wird weiter umgeformt. Für die Wechselwirkungskräfte läßt sich üblicherweise

$$f_{FG_x} = \frac{3}{4} \frac{\rho_F}{d_{Bl}} \alpha c_w (\bar{u}_G - \bar{u}_F)^2 \quad (10)$$

und nach Zun [5]

$$f_{FG_y} = C_\Gamma \rho_F (\bar{u}_G - \bar{u}_F) \alpha \frac{\partial \bar{u}_F}{\partial y} \quad (11)$$

schreiben. Die Beiwerte c_w und C_Γ hängen von der Blasengröße ab und werden aus experimentellen Untersuchungen gewonnen.

3. Die Blasenrelativbewegung

In dem angegebenen Durchmesserbereich der Blasen besitzen diese eine elliptische Gestalt. Bei ihrem Aufwärtstreben vollführen die Blasen eine Pendelbewegung, wie sie bei Kutadeladse [8] beschrieben wird. Im Bild 3 ist eine mittlere Blasengröße skizziert, wobei die Schlupfwirkung angedeutet wurde. Die starke Ablösungserscheinung bei der Blasenumströmung bewirkt einen Schlupf, der unabhängig von der Blasengröße ist, nach der Formel

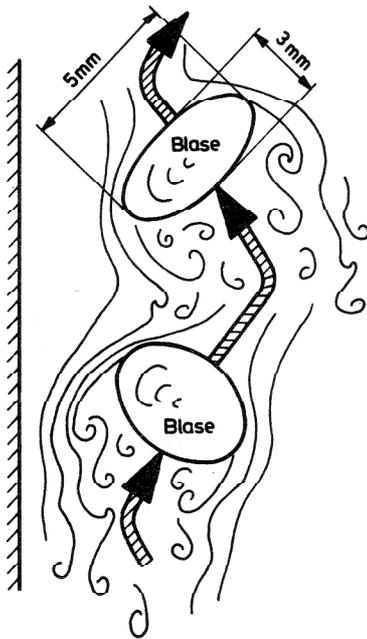


Bild 3
Blasenbewegung, skizziert nach experimentellen Ergebnissen

$$\bar{u}_G - \bar{u}_F = u_\infty \sqrt{1-\alpha} \quad (12)$$

mit $u_\infty = 0,25$ m/s nach Kutadeladse [8] für Luft-Wasser-Gemische. Für den Widerstandsbeiwert ergibt sich daraus

$$c_w = \frac{4 g d_{Bl} (1-\alpha)}{3 (\bar{u}_G - \bar{u}_F)^2} \quad (13)$$

bezogen auf $d_{Bl} \geq 1$ mm.

Der Auftriebsbeiwert der Blasenquerbewegung durch die Zirkulationswirkung wurde nach Zun [5] in einem vertikalen Kanal mit rechteckigem Querschnitt für eine solche Blasengröße mit $C_\Gamma = 0,3$ ausgemessen. Auch von Sato/Honda [9] sind in einer derartigen Blasenstrecke ähnliche Ergebnisse erzielt worden.

Im Bild 3 kommt auch zum Ausdruck, daß vor der Breitseite der Blasen sich der vordere Staupunkt ausbildet, der einen Überdruck gegenüber dem mittleren Druck \bar{p}_F bewirkt. An den schmalen Seiten der Blase kommt es zu erhöhten Geschwindigkeiten mit Unterdruckwirkung. Hinter der Blase existiert ein Nachlaufgebiet, dem sich auch ein gewisser Unterdruck aufprägt. Dadurch wird der Druckmittelwert $\bar{p}_{F_{ph}}$ auf der Phasengrenzfläche kleiner als \bar{p}_F . Nach Stuhmiller [10] läßt sich die Differenz zwischen beiden Drücken formelmäßig erfassen bei Kenntnis der Blasenform. Eine Näherungsrechnung ergibt für den vorliegenden Fall der Abmessungen nach Bild 3

$$\bar{p}_{F_{ph}} - \bar{p}_F \approx 40 \text{ Pa} .$$

Andererseits ergibt der Blaseninnendruck \bar{p}_G gegenüber demjenigen der umgebenden Flüssigkeit auf Grund der vorliegenden Krümmung der Phasengrenzfläche im Zusammenhang mit der Oberflächenspannung ebenfalls

$$\bar{p}_{G_{ph}} - \bar{p}_{F_{ph}} \approx 40 \text{ Pa} .$$

Außerdem sollte wegen der geringen Dichte der Luft $\bar{p}_G \approx \bar{p}_{G_{ph}}$ angenommen werden.

Im Nachlaufgebiet hinter der Blase bilden sich ziemlich unregelmäßige turbulente Wirbel aus. Die Blasen durchfurchen die Flüssigkeit wie ein Gitter und prägen derselben eine Turbulenzstruktur auf, die nach Messungen von Theofanous/ Sullivan [11] als isotrop angesehen werden kann, wenn man vom unmittelbaren wandnahen Bereich absieht. D. h. es gilt

$$\overline{u'_F{}^2} = \overline{v'_F{}^2} = \overline{w'_F{}^2} \quad (14)$$

für die Schwankungsgeschwindigkeiten in den drei Richtungen x, y und z.

Aus der Reibungsleistung in der Flüssigkeit infolge des Blasenauftriebes läßt sich die Beziehung

$$\epsilon_{Bl} = \alpha (1-\alpha) g (\bar{u}_G - \bar{u}_F) \quad (15)$$

zwischen der Dissipation pro Masse und Zeit ϵ_{Bl} und dem Schlupf herleiten. Daraus läßt sich diejenige Turbulenzintensität ermitteln, welche sich aus der Blasenrelativbewegung ergibt:

$$\sqrt{u'_{F_{Bl}}{}^2} = C_1 \sqrt[3]{d_{Bl} \alpha g (\bar{u}_G - \bar{u}_F)} . \quad (16)$$

Unter Verwendung experimenteller Ergebnisse von Serizawa/Kataoka/Michiyoshi [12] läßt sich $C_1 \approx 1,13$ angeben.

4. Der turbulente Impuls- und Stoffaustausch

Zunächst sollen die Bewegungsgleichungen präzisiert werden. Dazu wird für die vorliegenden Bedingungen von der Annahme

$$\frac{\partial \bar{p}_G}{\partial x} = \frac{\partial \bar{p}_F}{\partial x} \quad (17)$$

ausgegangen. Die beiden Gleichungen (4) und (5) ergeben nach Addition bei Berücksichtigung der vorgeschlagenen Vernachlässigungen

$$0 = -\frac{\partial \bar{p}_F}{\partial x} - (1-\alpha) \rho_F g + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \quad (18)$$

Hierfür wird der für die flüssige Phase formulierte Schubspannungsansatz nach Ishii [3] ausgedehnt auf das gesamte Gemisch, wegen Vorliegens der Bedingung (9), und in der Form

$$\tau_{xy} = \rho_F (1-\alpha) (\nu_t + \nu_F) \left(\frac{\partial \bar{u}_F}{\partial y} + \frac{\bar{u}_G - \bar{u}_F}{1-\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right) \quad (19)$$

Dabei wird die Wirbelzähigkeit ν_t als skalarer Transportkoeffizient für den turbulenten Impulsaustausch eingeführt.

Man kann dieselbe nach Sato/Sekoguchi [13] aus zwei Anteilen

$$\nu_t = \nu_{t_w} + \nu_{t_{Bl}} \quad (20)$$

zusammensetzen.

Für den Wandanteil ν_{t_w} wird ein Mischungswegansatz verwendet. Es ergibt sich

$$\nu_{t_w} = l^2 \left| \frac{\partial}{\partial y} [(1-\alpha) \bar{u}_F] \right| \quad (21)$$

mit der van Driest'schen Erweiterung des Mischungsweges

$$l = 0,4 \cdot y \left(1 - e^{-\frac{y}{16 \nu_F} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_F}}} \right) \quad (22)$$

Der Blasenanteil kann aus den Formeln (15) und (16) zu

$$\nu_{t_{Bl}} = C_2 \sqrt[3]{d_{Bl}^4 \alpha g (\bar{u}_G - \bar{u}_F)} \quad (23)$$

ermittelt werden, wobei sich aus experimentellen Ergebnissen $C_2 \approx 0,4$ ableiten läßt. Dieses Gesetz (23) scheint die Verhältnisse bei $\alpha < 3\%$ besser wiederzugeben als dasjenige von Sato/Sekoguchi [13].

Aus der Addition der beiden Gleichungen (6) und (7) ergibt sich unter Beachtung der oben genannten Druckdifferenzen an der Blase

$$0 = -\frac{\partial \bar{p}_F}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_{yF}}{\partial y} + (1-\alpha) \rho_F g \sin \gamma \quad (24)$$

Um eine Beziehung für die turbulente Blasendiffusion zu erhalten, wird die Gleichung (7) umgewandelt. Alle mit dem Konzentrationsgradienten behafteten Glieder werden durch einen Diffusionskoeffizienten D_t beschrieben, siehe Sha/Soo [4] oder Zun [5], indem die Relation

$$\bar{p}_{G_{Ph}} - \bar{p}_{F_{Ph}} - \sigma'_{yF} = D_t \rho_F g \frac{\sin \gamma}{v_{qu}} \quad (25)$$

verwendet wird. In dieser Formel ist v_{qu} die gedachte Quergeschwindigkeit der Blasen infolge Kanalneigung und kinematischer Auftriebswirkung nach dem Ansatz

$$v_{qu} = (\bar{u}_G - \bar{u}_F) \left(C_r \frac{\bar{u}_G - \bar{u}_F}{g} \frac{\partial \bar{u}_F}{\partial y} + \sin \gamma \right) \quad (26)$$

wobei v_{qu} aber in Wirklichkeit durch die turbulente Rückvermischung wieder aufgehoben wird. Nach Zun [5] ergibt sich für vorliegende Blasenrößen $C_r \approx 0,3$. Für D_t kann ein etwas höherer Wert als ν_t eingesetzt werden. Für die vorliegenden Parameter scheint $D_t \approx 1,5 \cdot \nu_t$ angebracht, wie die Experimente von Serizawa [12] zeigen.

Jetzt läßt sich die Gleichung (7) unter Beachtung von (24) und (25) in der Form

$$0 = \frac{D_t}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial y} + C_r \frac{(\bar{u}_G - \bar{u}_F) v_{qu}}{g \sin \gamma} \frac{\partial \bar{u}_F}{\partial y} + (1-\alpha) v_{qu} \quad (27)$$

hinschreiben. Es ist das Gesetz der turbulenten Austauschbewegung der Blasenkonzentration.

Allerdings soll in der Nähe der Wand für $y < d_{Bl}$ eine andere Gesetzmäßigkeit formuliert werden, um die mit den großen σ'_{yF} -Gradienten verbundenen Schwierigkeiten zu umgehen. Das Wandverhalten der Blasen im geneigten Kanal wurde aus eigenen Beobachtungen [14] so interpretiert, daß ein ständiges Zurückprallen von der Begrenzung bei $y = 0$ erfolgt. Es bildet sich eine Konzentrationsgrenzschicht der Dicke δ_α , vgl. Bild 4, mit $\alpha \rightarrow 0$ für $y \rightarrow 0$.

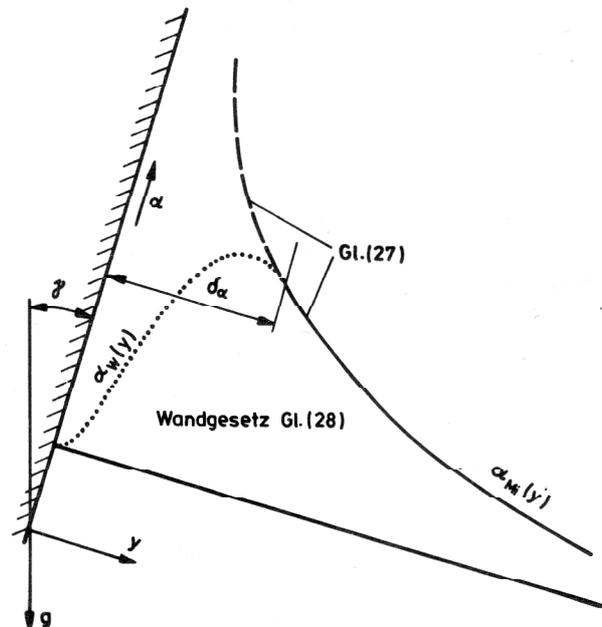


Bild 4
Phasenverteilung in der Konzentrationsgrenzschicht

Das erhöhte Lückenvolumen der Flüssigkeit in Wandnähe läßt sich als geometrische Gesetzmäßigkeit im Zusammenhang mit der Kugel- oder Ellipsoidgestalt der Bla-

sen formulieren. Die Formeln in der Tabelle 2 geben den Sachverhalt der Phasenverteilung, z. B. im Vergleich zu den Messungen von Sato/Sadatomi [15] in Wandnähe, recht gut wieder, wenn $\delta_\alpha \approx d_{BI}$ gesetzt wird.

Tabelle 2

$$\alpha_w = \alpha_{Mi}(y) \left[3 \cdot \left(\frac{y}{\delta_\alpha} \right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{y}{\delta_\alpha} \right)^3 \right] \quad (28.a)$$

für $0 < y < \frac{1}{2} \delta_\alpha$

$$\alpha_w = \alpha_{Mi}(y) \left[1 - 3 \cdot \left(1 - \frac{y}{\delta_\alpha} \right)^2 + 2 \cdot \left(1 - \frac{y}{\delta_\alpha} \right)^3 \right] \quad (28.b)$$

für $\frac{1}{2} \delta_\alpha < y < \delta_\alpha$

mit $\alpha_{Mi}(y)$ nach Gl. (27)

und $\delta_\alpha \approx d_{BI}$

5. Der Einfluß des rechteckigen Querschnittes

Um einen Vergleich mit dem Experiment anzustellen, müssen die Betrachtungen auf den dreidimensionalen Fall ausgedehnt werden. Die vorhandenen Meßwerte aus Minsk [14] und Magdeburg [16] beziehen sich auf eine geringe Kanaltiefe $b < a$. Deshalb darf z. B. die Schubspannung τ_{xz} nicht vernachlässigt werden.

Noch wichtiger ist jedoch die Frage, ob die Sekundärströmung ins Kalkül gezogen werden muß. Die Frage kann mit nein beantwortet werden aus folgenden Gründen:

Erstens wird die starke Anisotropie in der Nähe der begrenzenden Wände nach Drew/Lahey [17] im Zweiphasenfall ziemlich abgebaut. Zweitens wird die Turbulenzintensität vergleichmäßig infolge der Wirkung der Schwarmturbulenz. Drittens wirken die Phasenreibungskräfte der Sekundärströmung entgegen. Viertens wird der turbulente Austausch um ein mehrfaches höher im Gegensatz zum konvektiven durch die Sekundärbewegung, welcher verringert wird. Fünftens zeigte die Beobachtung in [14] und [16] eine ausgeprägte ebene Phasenverteilung.

Abschätzungen ergaben die Möglichkeit der Vernachlässigung der Sekundärströmung für das vorliegende Problem. Mit ähnlichen Argumenten rechtfertigten auch Drew/Lahey [17] ihre Bewegungsgleichungen ohne Berücksichtigung der Sekundärströmung bei nichtkreisförmigen Querschnitten. Trotzdem bleibt noch die z-Abhängigkeit in Wandnähe mit z. T. steilen Gradienten bei $z \rightarrow 0$ oder $z \rightarrow b$ für u_F , u_G , α usw.

Man kann sich jedoch aus dieser z-Abhängigkeit befreien, indem man mit Mittelwerten für $y = \text{const.}$ arbeitet, die dann lediglich eine y-Abhängigkeit aufweisen. Allerdings ist dieses Vorgehen nur unter dem Gesichtspunkt zu empfehlen, daß die Profile der Geschwindigkeit oder des Gasanteils nicht allzusehr von diesem Mittelwert abweichen, ausgenommen die unmittelbare Wandnähe. In der Literatur gibt es auch Beispiele für die experimen-

telte Bestimmung der Profile im rechteckigen Querschnitt bei vertikaler Blasenströmung, z. B. bei Sato/Honda [9], vgl. Bild 5.

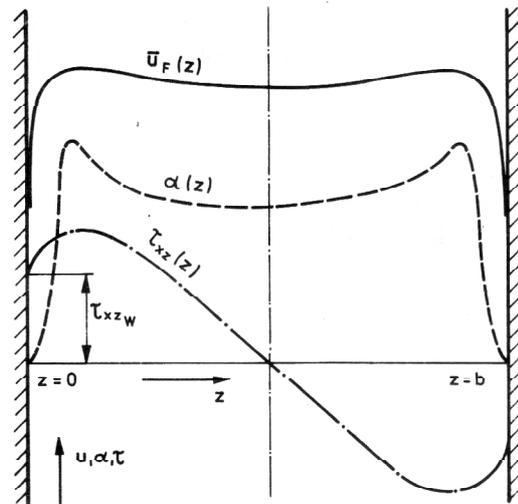


Bild 5

Geschwindigkeits-, Schubspannungs- und Phasenverteilung in z-Richtung

Die bisherigen Bewegungsgleichungen können weiterhin verwendet werden nach Integration über den z-Bereich und Ergänzung durch den τ_{xz} -Wandschubspannungseinfluß. Dieses Vorgehen kann man aber nicht bei jedem beliebigen Blasenströmungsproblem gutheißen, sondern nur unter den gegebenen Umständen beim Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen. Außerdem muß man einen Fehler von einigen Prozenten in Kauf nehmen gegenüber einer mehrdimensionalen Rechnung.

Das in der Gleichung (18) verankerte Kräftegleichgewicht in x-Richtung muß korrigiert werden in der Form

$$0 = - \frac{\partial \tilde{p}_F}{\partial x} - (1 - \tilde{\alpha}) \rho_F g + \frac{\partial \tilde{\tau}_{xy}}{\partial y} - \frac{2}{b} \tau_{xz_w}(y) \quad (29)$$

Hierbei bedeutet τ_{xz_w} die Wandschubspannung bei $z \rightarrow 0$ und

$$\tilde{\alpha} = \frac{1}{b} \int_0^b \alpha(y, z) dz \quad (30)$$

die räumliche Mittelwertbildung bei $y = \text{const.}$ In gleicher Weise wird ein Mittelwert

$$\tilde{u}_F = \frac{1}{b} \int_0^b u_F(y, z) dz \quad (31)$$

gewonnen.

Ebenso sind die anderen gemittelten Werte zu verstehen. Die Formel (20) ist auch nicht mehr korrekt, da wegen der τ_{xz_w} -Wirkung eine erhöhte Turbulenz in der Kanalmitte auftritt. Um diesen Sachverhalt zu klären, wird eine 2-Parameter-Betrachtung angestellt. Dabei wird wieder von den in z-Richtung gemittelten Werten ausgegangen.

Ein zunächst noch unbekannter Turbulenzmaßstab \tilde{L} und die kinetische Turbulenzenergie k werden mit der Austauschgröße über die Formel

$$\tilde{\nu}_t = \tilde{L}(y) \sqrt{\tilde{k}(y)} \quad (32)$$

verknüpft.

Die Energiegleichung der turbulenten Schwankungsbewegung (33) ist in der hierfür modifizierten Form in der Tabelle 3 aufgeführt.

Die Konvektionsterme werden entsprechend den bisherigen Annahmen vernachlässigt. Die ersten drei Terme der Gleichung (33) stellen die Produktion Π der Turbulenzenergie dar. Der vierte Term ist die Dissipation. Hinter dem Gleichheitszeichen steht der Ausdruck für die Turbulenzdiffusion. Die Konstanten werden, ausgehend von Maschek [18] und Hanel [19], mit $C_3 \approx 0,1$ und $C_4 \approx 1$ so gewählt, daß das Zusammentreffen verschiedener Strömungseinflüsse im Mittel berücksichtigt wird.

Als weitere Beziehung wird die Transportgleichung (34) für das Turbulenzmoment k L aufgestellt. Sie ist für den vorliegenden Fall in Anlehnung an die umfangreichen Untersuchungen von Hanel [19] entwickelt worden und in der Tabelle 3 aufgeführt.

Die Einzelmaßstäbe werden jeweils in Wandnähe an den Mischungsweg angeglichen. Der Maßstab \tilde{L}_{xy} ergibt sich aus der ausgeprägten Scherströmung in der Kanalmitte.

Tabelle 3

$$\begin{aligned} & \underbrace{\Pi_{xy}}_{\frac{\tilde{\tau}_{xy}}{\rho_F(1-\tilde{\alpha})} \frac{d\tilde{u}_F}{dy}} + \underbrace{\Pi_{Bl}}_{\tilde{\alpha}(1-\tilde{\alpha})g(\tilde{u}_G - \tilde{u}_F)} \\ & + \underbrace{\frac{2\tau_{xz,w}\tilde{u}_F}{\rho_F(1-\tilde{\alpha})b}}_{\Pi_{xz}} - C_3 \underbrace{\frac{\tilde{k}^{3/2}}{\tilde{L}}}_{\epsilon} = - \frac{d}{dy} \left[(C_4 \tilde{\nu}_t + \nu_F) \frac{d\tilde{k}}{dy} \right] \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} & \Pi_{xy} \tilde{L}_{xy} + \Pi_{Bl} \tilde{L}_{Bl} + \Pi_{xz} \tilde{L}_{xz} - 0,06 \cdot \tilde{k}^{3/2} \\ & = \frac{d}{dy} \left[\tilde{\nu}_t \left(\tilde{k} \frac{d\tilde{L}}{dy} + \tilde{L} \frac{d\tilde{k}}{dy} \right) \right] \end{aligned} \quad (34)$$

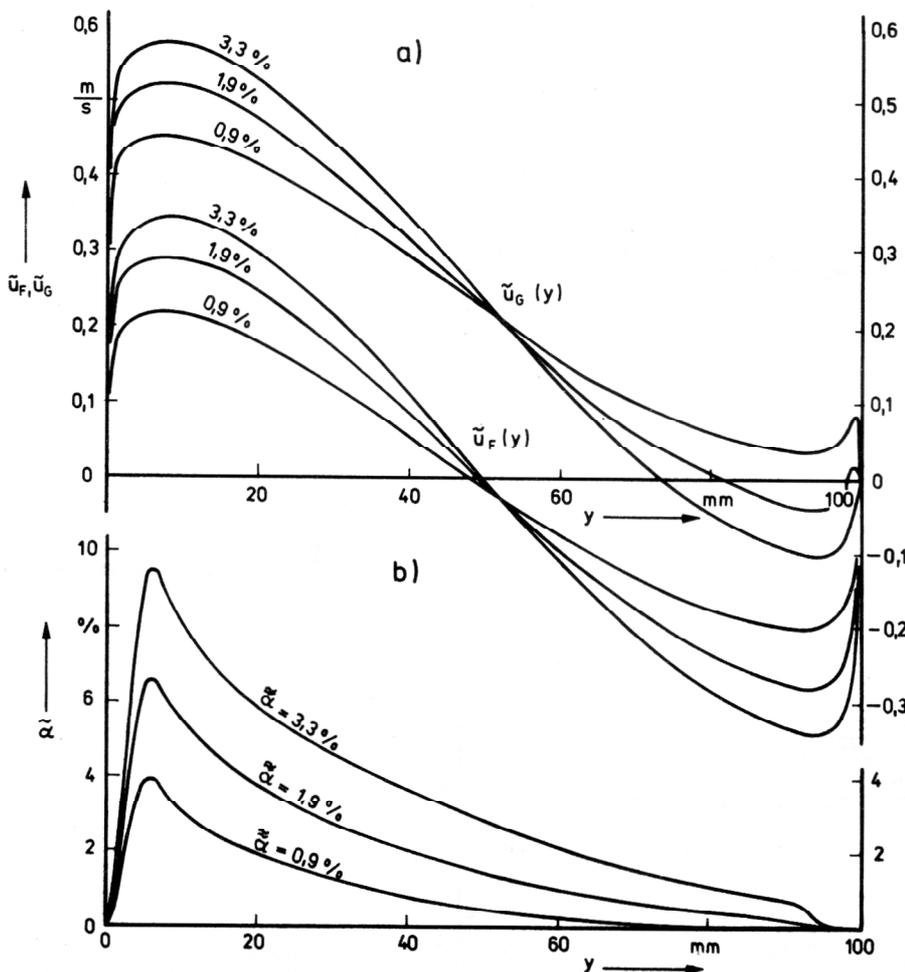


Bild 6
Berechnete Geschwindigkeitsprofile
und Phasenverteilungen

6. Ergebnisse der numerischen Berechnung

Die Gleichungen (12), (19), (26), (27), (28) in ihrer über z gemittelten Form und die Gleichungen (29), (32), (33), (34) sowie eine empirische τ_{xz_w} -Formel stellen zusammen ein gewöhnliches nichtlineares Differentialgleichungssystem dar. Die gesuchten von y abhängigen Variablen sind

$$\tilde{u}_F, \tilde{u}_G, \tilde{\alpha}, \tilde{\nu}_t, \tilde{\tau}_{xy}, \tau_{xz_w}, \tilde{k}, \tilde{L}, \Pi, \epsilon.$$

Vorgegeben werden $d_{Bl}, \gamma, \dot{V}_G$ (oder $\frac{\partial p}{\partial x}$), a und b .

Mittels eines Differenzenverfahrens wurde für gegebene Werte der Verlauf obiger gesuchter Funktionen berechnet. Dazu wurde ein Fortran-Programm auf der EC 1040 entwickelt.

Für $\dot{V}_F = 0$ sowie $\gamma = 6^\circ$, $b = 40$ mm und $d_{Bl} = 4$ mm sind einige Profile im Bild 6 dargestellt. Weitere Ergebnisse zu diesen Parametern zeigen die Bilder 7, 8, 9, 10, 11, die sich auf $\tilde{\alpha} = 1,9\%$ beziehen. Einen Vergleich mit experimentellen Ergebnissen gestatten die Bilder 12 und 13, welche für $\tilde{\alpha} = 0,9\%$ gelten.

Die Einzeichnung der unterschiedlichen Maßstäbe im Bild 8 begründet sich auf einer Betrachtung von Teilströmungen, die, losgelöst aus dem gesamten Zusammenhang, nur auf eine einzige Turbulenzursache zurückgeführt werden.

Dabei bedeutet z. B. \tilde{L}_{xz} denjenigen Maßstab, der infolge der Kanaldurchströmung zwischen den Wänden bei

$z = 0$ im Mittel dem Medium aufgeprägt würde, wenn die übrigen Einflüsse fehlten.

Ähnlich sind auch die Bilder 9 und 11 hinsichtlich der Indizes aufzufassen. Z. B. sind bzgl. der Schwarmturbulenz durch die Blasenrelativbewegung die dadurch hervorgerufene Turbulenzintensität $\tilde{\nu}'_{FBl}$ durch die Formel (16) und die dadurch bedingte Zähigkeit ν_{tBl} durch die Formel (23) gegeben.

Dabei wurde die Schreibweise

$$\tilde{\nu}'_{FBl} = \sqrt{\frac{\tilde{\nu}'_{FBl,2}}{\tilde{\nu}'_{FBl}}} \quad (35)$$

verwendet.

Die experimentellen Werte des Bildes 12 stammen aus Laser-Doppler-Messungen, die in [14] und [22] beschrieben wurden.

Auch die berechnete Turbulenzintensität wurde experimentell bestätigt.

In einer Veröffentlichung [20] werden dazu Ergebnisse dargestellt, die mit Hilfe der Laser-Doppler-Anemometrie im Internationalen Zentrum für Wärme- und Stoffaustausch in Minsk an einem geeigneten Kanal gewonnen wurden.

Das Bild 13 beinhaltet experimentelle Ergebnisse, die mit Hilfe der Kernstrahlungsschwächung gewonnen wurden (nach [16]).

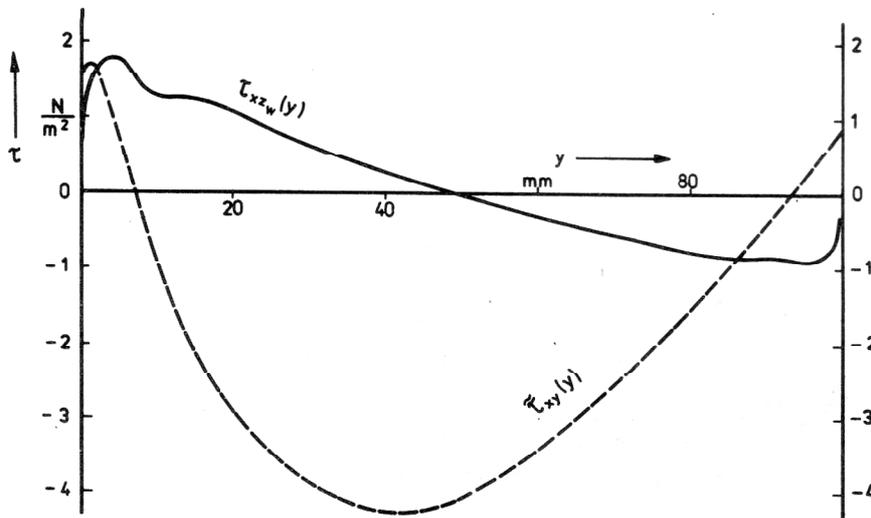


Bild 7
Berechnete Schubspannungsverläufe

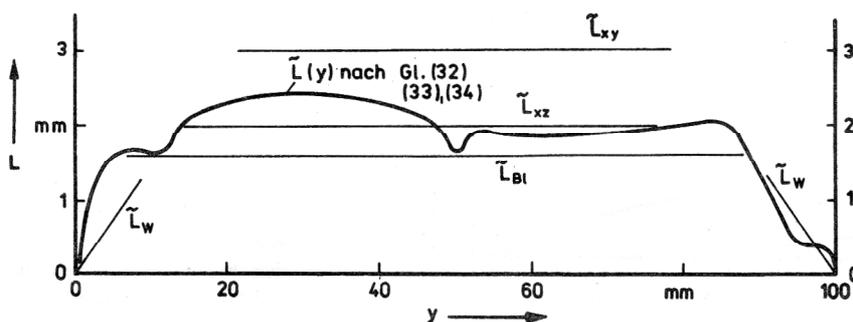


Bild 8
Turbulenzmaßstäbe (berechnet)

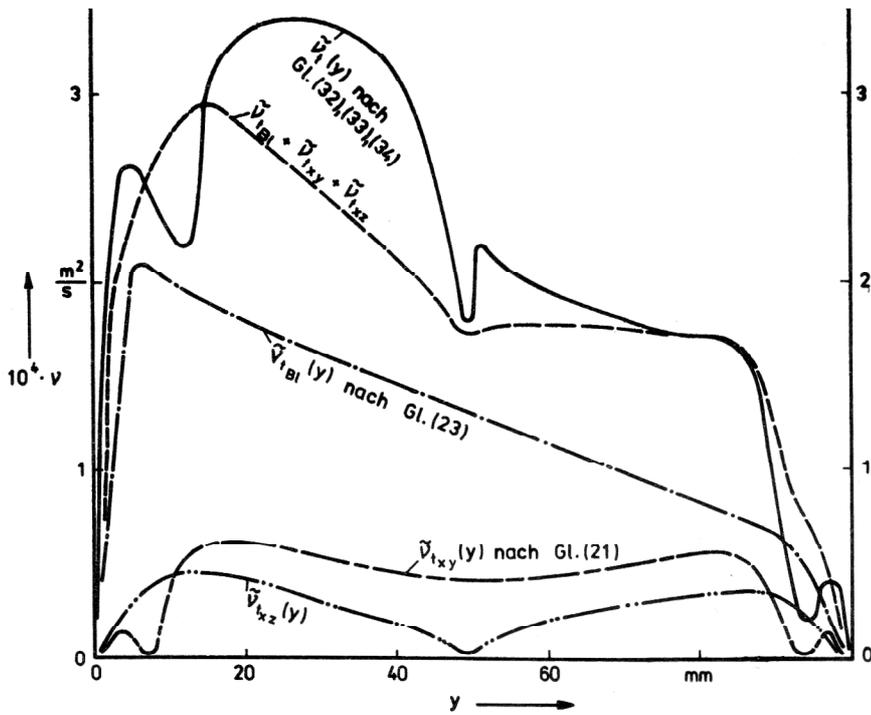


Bild 9
Theoretische Wirbelzähigkeiten

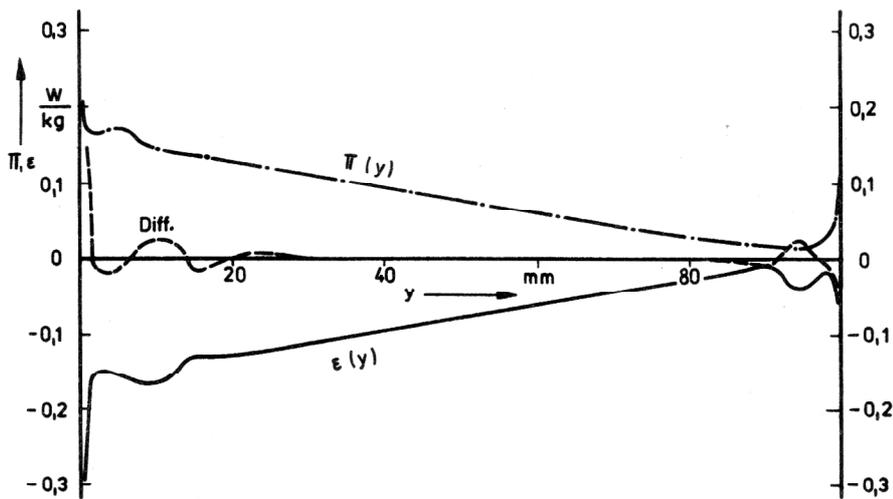


Bild 10
Berechnete Transportanteile
der Turbulenzenergie

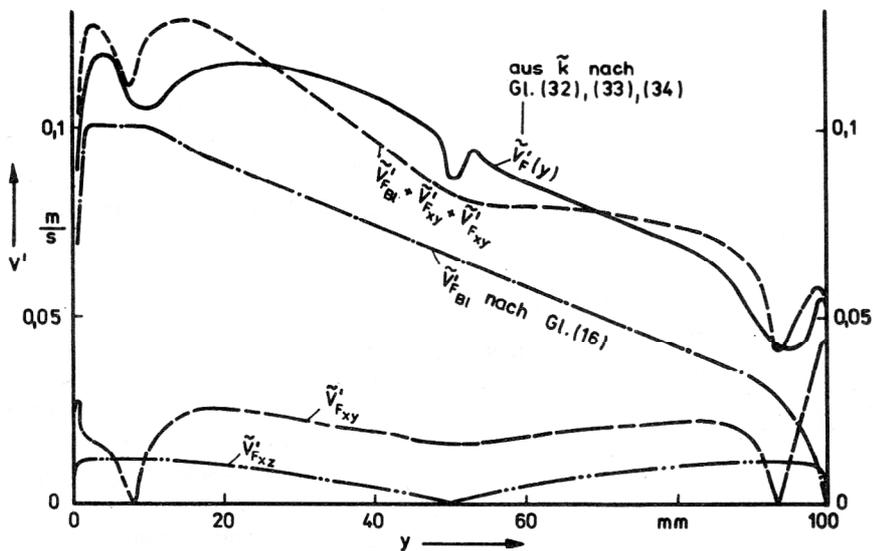


Bild 11
Theoretische Turbulenzintensitäten

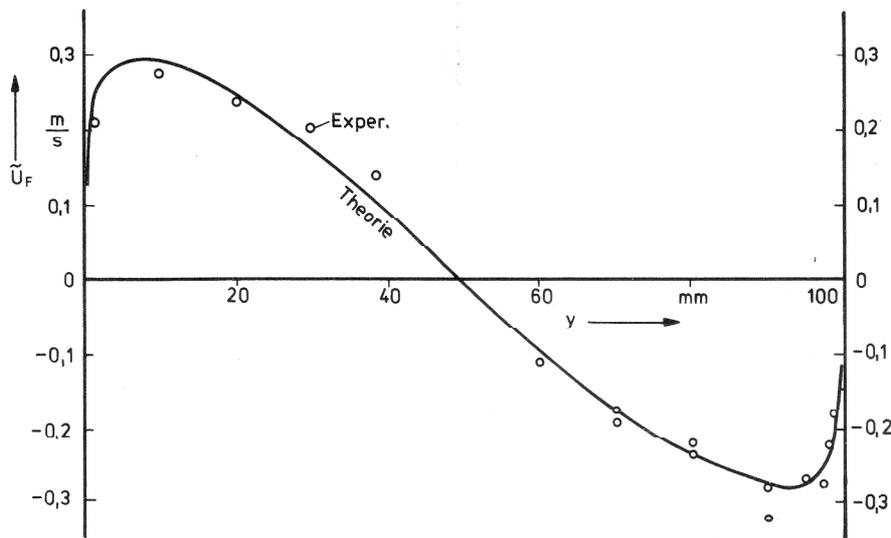


Bild 12
Vergleich der berechneten
Geschwindigkeitsverteilung mit dem
Experiment (LDA)

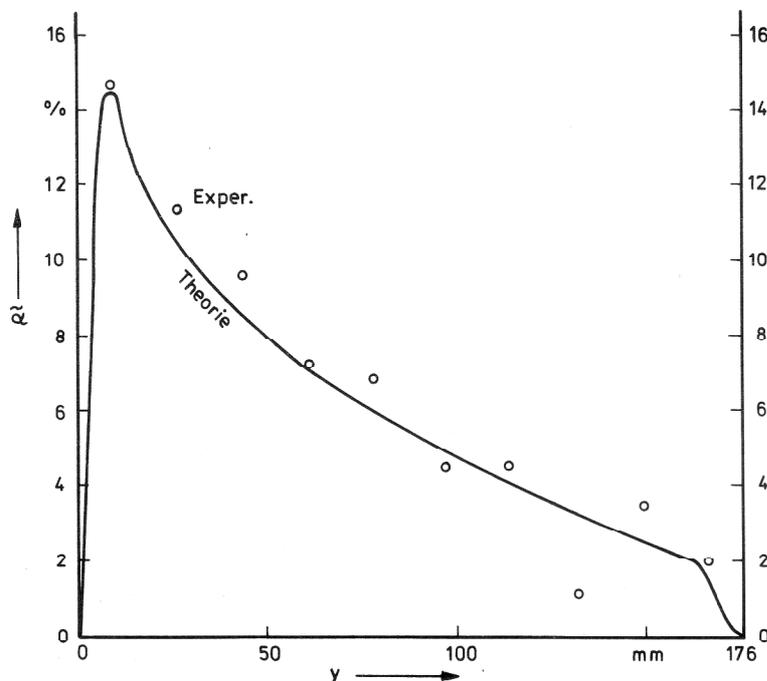


Bild 13
Vergleich der berechneten Phasenverteilung
mit dem Experiment
(γ -Strahlen-Schwächung)

7. Schlußfolgerungen

Die Diagramme zeigen, daß eine quasia eindimensionale Berechnung der Geschwindigkeits- und Phasenverteilung im geneigten Kanal zu vernünftigen Ergebnissen führt.

Aus dem Bild 9 ist ersichtlich, daß die Zweiparameterrechnung durchaus durch einen Ansatz, der einer Erweiterung der Gleichung (20) entspricht, ersetzt werden kann. D. h. es gilt

$$\tilde{v}_t \approx \sum_{i=1}^3 \tilde{v}_{t_i} \quad (36)$$

Auf die Genauigkeit der Endergebnisse würde sich diese Vereinfachung gar nicht so schlimm auswirken, wie eine Vergleichsrechnung zeigte.

Das Bild 11 gestattet eine ähnliche Schlußfolgerung für die Turbulenzintensitäten:

$$\tilde{v}_F \approx \sum_{i=1}^3 \tilde{v}_{F_i} \quad (37)$$

Für den Turbulenzmaßstab läßt sich dagegen eine additive Bildung des Gesamtwertes nicht empfehlen, sondern eher eine Mittelung, vgl. Bild 8.

Der Diffusionsausdruck stellt sich als ziemlich klein im Vergleich zur Dissipation und Produktion der Turbulenzenergie heraus, ausgenommen die wandnahen Bereiche, wie das Bild 10 erkennen läßt.

Die Genauigkeit der Rechnung hängt in erster Linie von einigen experimentell ermittelten Konstanten ab, deren Wahl unsicher ist, z. B. C_1 , C_2 , C_Γ . Diese Konstanten schwanken in einzelnen Literaturstellen mit einer Streuung von 10 bis 20 %. Auf die Geschwindigkeitsprofile wirkt sich das nicht so kritisch aus. Für die Phasenverteilung scheint eine ungenaue Bestimmung dieser Konstan-

ten jedoch stärkere Auswirkungen zu besitzen. Der Anstieg $\frac{\partial \tilde{\alpha}}{\partial y}$ und der $\tilde{\alpha}_{\max}$ -Wert sind außerdem vom schwierigen Problem der richtigen Erfassung des Verhältnisses $\frac{D_t}{\nu_t}$ (turbulente Schmidt-Zahl) sehr stark abhängig. Dadurch sind die $\tilde{\alpha}(y)$ -Kurven mit einer Unsicherheit behaftet, die bis zu 20 % als mittleren Fehler vermuten lassen. Dadurch werden andere Ungenauigkeiten des Rechenverfahrens in den Schatten gestellt. Insofern lassen sich einige Vernachlässigungen bei der Herleitung der Gleichungen im nachhinein rechtfertigen.

Ist diese Genauigkeit ausreichend? Es gibt in der Literatur nur wenige Hinweise auf Versuche zur $\alpha(y)$ -Berechnung.

Diese repräsentieren im Vergleich mit dem Experiment auch keine bessere Übereinstimmung, als sie in der vorliegenden Untersuchung zu finden ist, z. B. bei Bauerfeind [6] für eine vertikale Kanalströmung oder Drew/Lahey [21] für die Rohrströmung.

Formelzeichen

Symbol	Dimension	Bezeichnung
a	m	Kanalbreite
b	m	Kanaltiefe
C	—	Konstante
c_w	—	Widerstandsbeiwert
D_t	m^2/s	Diffusionskoeffizient d. Blasenbewegung infolge Turbulenz
d_{Bl}	m	Durchmesser der Blasen
f	N/m^3	Kraft pro Volumeneinheit
g	m/s^2	Erdbeschleunigung
k	J/kg	kinetische Turbulenzenergie pro Masseneinheit
L	m	Längenmaßstab der Turbulenz
l	m	Mischungsweg der Turbulenzballen
p	N/m^2	Druck
t	s	Zeit
u	m/s	Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung
V	m^3	Volumen
\dot{V}	m^3/s	Volumenstrom
v	m/s	Geschwindigkeitskomponente in y-Richtung
w	m/s	Geschwindigkeitskomponente in z-Richtung
x	m	Längskoordinate
y	m	Querkoordinate
z	m	Tiefenkoordinate
α	—	Gasvolumenanteil
γ	—	Neigungswinkel
ϵ	$J/kg \cdot s$	Energiedissipation pro Zeit und pro Masseneinheit
ν	m^2/s	kinematische Zähigkeit (Viskosität)
Π	$J/kg \cdot s$	Produktion von Turbulenzenergie pro Zeit und pro Masseneinheit
ρ	kg/m^3	Dichte
σ	N/m	Oberflächenspannung (Grenzflächenspannung)
σ'	N/m^2	Normalspannung durch die Turbulenz (zeitlicher Mittelwert)
τ	N/m^2	Schubspannung

LITERATUR

- [1] Remke, K.: Zur Modellierung der ebenen turbulenten Blasenströmung ... Preprint P-Mech-04/81, AdW Berlin, 1981.
- [2] Drew, D., Lahey, R. T.: Application of general constitutive principles ... Int. J. Multiphase Flow 5 (1979), S. 243 – 264.
- [3] Ishii, M.: Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow. Eyrolles, 1975.
- [4] Sha, W. T., Soo, S. L.: On the effect of $p\nabla\alpha$ term in multiphase mechanics. Int. J. Multiphase Flow 5 (1979), S. 153 – 158.
- [5] Zun, I.: The transverse migration of bubbles influenced ... Int. J. Multiphase Flow 6 (1980) Nr. 6, S. 583 – 588.
- [6] Bauerfeind, K.: Zur numerischen Berechnung der stationären ausgebildeten ... Preprint P-Mech-04/81, AdW Berlin, 1982.
- [7] Serizawa, A., Kataoka, I.: Fundamental aspects of the drift velocity in turbulent bubbly flow. Techn. Repts. Inst. Atom. Energy Kyoto Univ., Nr. 182 (1980).
- [8] Kutadeladse, S. S., Styrikowitsch, M. A. M.: Gidrodinamika gazozidkostnych sistem. Moskau, Energija, 1976
- [9] Sato, Y., Honda, T., Saruwatari, S., Sekoguchi, K.: Zweiphasen-Blasenströmung, Teil 2 (in japan. Sprache). Trans. Jap. Soc. Mech. Engrs. 43 (1977) Nr. 370, S. 2288 – 2296.
- [10] Stuhmiller, J. H.: The influence of interfacial pressure forces ... Int. J. Multiphase Flow 3 (1977), S. 551 – 560.
- [11] Theofanous, T. G., Sullivan, J.: Turbulence in two-phase dispersed flows. J. Fluid Mech. 116 (1982), S. 343 – 362.
- [12] Serizawa, A., Kataoka, I., Michiyoshi, I.: Turbulence structure of air-water bubbly flow (I, II, III). Int. J. Multiphase Flow 2 (1975) Nr. 3, S. 221 – 259.
- [13] Sato, Y., Sekoguchi, K.: Liquid velocity distribution in two-phase bubble flow. Int. J. Multiphase Flow 2 (1975) Nr. 1, S. 79 – 95.
- [14] Borodulja, W. A., Kosmowski, I., Lilienblum, W., Chodan, I. W.: Mechanische Austauschvorgänge bei einem Flüssigkeits-Gas-Gemisch ... Wiss. Z. Techn. Hochsch. Magdeburg 24 (1980) H. 4 S. 95 – 103.
- [15] Sato, Y., Sadatomi, M., Sekoguchi, K.: Momentum and heat transfer in two-phase bubble flow (I, II). Int. J. Multiphase Flow 7 (1981) Nr. 2, S. 167 – 190.
- [16] Zaunick, E.: Messung der Geschwindigkeit und Phasenverteilung ... Diplomarbeit, TH Magdeburg, 1982.
- [17] Drew, D., Lahey, R. T.: Phase distribution mechanisms in turbulent two-phase ... Trans. ASME, J. Fluids Eng. 103 (1981) Nr. 4, S. 583 – 589.
- [18] Maschek, H.-J.: Grundlagen der Wärme- und Stoffübertragung, Leipzig, 1979.
- [19] Hanel, B.: Untersuchungen von 2-Parameter-Modellen der turbulenten Reibung ... Dissertation A, TU Dresden, 1975.
- [20] Chodan, I. W., Lilienblum, W.: Turbulenz und Geschwindigkeitsprofile in einer geneigten Blasensäule. Wiss. Z. Techn. Hochsch. Magdeburg 28 (1984), H. 4, S. 53 – 59
- [21] Drew, D., Lahey, R. T.: Phase-distribution mechanisms in turbulent low-quality ... J. Fluid Mech. 117 (1982), S. 91 – 106.
- [22] Kosmowski, I., Lilienblum, W.: Untersuchung gasbeladener Flüssigkeiten mit optischen Methoden. Tagung Meßtechnik für thermische und hydraulische Größen, TH Magdeburg, 1983.

Anschrift des Verfassers:

Dr.-Ing. Walter Lilienblum
Technische Hochschule „Otto von Guericke“
Sektion Dieselmotoren, Pumpen und Verdichter
3010 Magdeburg, PSF 124