

# Ein kleinrechnerorientiertes BEM-Programm zur Lösung räumlicher elastostatischer Aufgaben

Michael Busch, Meinhard Kuna

## 1. Einleitung

Technisch relevante Probleme der Kontinuumsmechanik lassen sich meist nur mit Hilfe der modernen Rechen-technik zufriedenstellend lösen. Das am weitesten verbreitete Berechnungsverfahren ist die Methode der Finiten Elemente (FEM). Daneben ist etwa im letzten Jahrzehnt international eine Gruppe von Verfahren bekannt geworden, die auf der numerischen Umsetzung einer Integralgleichung beruhen, welche über den Rand des Gebietes formuliert ist. Sie werden zumeist unter der Bezeichnung „Randintegralmethoden“ oder BEM („boundary element method“) zusammengefaßt.

Auf der Grundlage der BEM lassen sich allgemein anwendbare Computerprogramme zur Lösung verschiedenartiger Randwertaufgaben aus Physik und Technik aufstellen, die in ihrer Leistungsfähigkeit mit der FEM konkurrieren können bzw. überlegen sind, vor allem aber auch dem computertechnischen Trend zum Kleinrechner hin besser gerecht werden. Einen guten Überblick über den gegenwärtigen Entwicklungsstand der BEM und ihre Anwendung auf ebene und räumliche Aufgaben der Elastostatik, Plastizitätstheorie, stationäre und instationäre Wärmeleitung, Bruchmechanik u. a. bieten die Tagungsbände [1] und [2].

Die Anwendung der FEM auf räumliche Elastizitätsaufgaben erfordert hohe Rechenzeiten und beträchtliche Speicherkapazitäten sowie einen enormen manuellen Aufwand zur Erstellung der Netzwerkdaten. Da sich bei der BEM die Diskretisierung auf den Rand des Gebietes beschränkt, reduziert sich die Menge der einzugebenden und zu verarbeitenden Daten im Vergleich zur FEM erheblich. In der BEM geht man von einer Fundamentallösung des problembeschreibenden Differentialoperators aus. Somit können bekannte Fundamentallösungen für spezielle Gebiete vorteilhaft in das Verfahren einbezogen werden [3]. Die weiteren Ausführungen beziehen sich auf die direkte Randintegralmethode, bei der die Integralgleichung direkt für die gesuchten Feldgrößen (Verschiebungen, Randspannungen) aufgestellt wird.

Zur Behandlung räumlicher elastostatischer Aufgaben wurde von Lachat und Watson [4] eine effektive Vernetzungs- und Integrationsstrategie vorgeschlagen, wobei zur Diskretisierung des Randes isoparametrische Elementformulierungen Anwendung fanden. Auf der Grundlage des dort ausgearbeiteten Algorithmus wurde das BEM-Programm DERBIE entwickelt, das vollständig auf einem Kleinrechner vom Typ SM4 realisiert werden konnte.

Die hier vorgestellten Anwendungsbeispiele sollen Aufschluß geben über Genauigkeit und Effektivität des Verfahrens. Entsprechend der Forschungsrichtung des IFE

wurden hauptsächlich bruchmechanische Probleme behandelt, obwohl das Programm universell auf elastostatische Aufgaben anwendbar ist.

## 2. Grundlagen der direkten BEM

Gesucht wird die Lösung der gemischten Randwertaufgabe für das Differentialgleichungssystem der isotropen Elastostatik:

$$\frac{\partial \sigma_{ij} [\vec{w}]}{\partial x_j} + b_i(\vec{x}) = 0 \quad (1a)$$

$$\sigma_{ij} [\vec{w}] = \mu (w_{i,j} + w_{j,i}) + \lambda \delta_{ij} w_{k,k} \quad (1b)$$

$$w_i(\vec{x})|_{\partial\Omega_w} = \bar{w}_i(\vec{x}) \quad (1c)$$

$$t_i(\vec{x}) = \sigma_{ij} [\vec{w}] n_j(\vec{x})|_{\partial\Omega_t} = \bar{t}_i(\vec{x}) \quad (1d)$$

Der Spannungstensor  $\sigma_{ij}$  berechnet sich nach Gl. (1b) aus der Verschiebung  $\vec{w}$ ,  $b$  bezeichnet die Volumenkraftdichte und  $\vec{t}$  die Randspannung.  $\mu$  und  $\lambda$  sind die Lamé'schen elastischen Materialkonstanten. Die überstrichenen Größen sind auf dem jeweiligen Teil des Randes vorgegeben,  $\vec{n}(\vec{x})$  ist die Außennormale im Punkt  $\vec{x}$  auf dem Rand.

Die Lösung des Problems läßt sich als Summe zweier Funktionen  $\vec{u}$  und  $\vec{v}$  darstellen, wobei  $\vec{v}$  eine spezielle Lösung der inhomogenen Differentialgleichung ist, und  $\vec{u}$  die homogene Differentialgleichung sowie die folgenden Randbedingungen befriedigt:

$$\bar{u}_i(\vec{x}) = \bar{w}_i(\vec{x}) - \bar{v}_i(\vec{x}) \quad (2a)$$

$$\bar{t}_i(\vec{x}) = \left\{ \overline{\sigma_{ij} [\vec{w}]} - \overline{\sigma_{ij} [\vec{v}]} \right\} \cdot n_j(\vec{x}) \quad (2b)$$

Mit Hilfe der Fundamentallösung für die Wirkung einer Einzelkraft im Vollraum läßt sich die spezielle Lösung des inhomogenen Problems sofort in integraler Form angeben:

$$v_i(\vec{x}) = \iiint_{\Omega} U_{ij}(\vec{x}, \vec{y}) \cdot b_j(\vec{y}) dV_y \quad (3)$$

Dabei lauten die Komponenten  $U_{ij}(\vec{x}, \vec{y})$  dieser als Kelvin-Lösung bekannten Fundamentallösung [4]:

$$U_{ij}(\vec{x}, \vec{y}) = \frac{(1 + \nu)}{8\pi E(1 - \nu)r} \left\{ (3 - 4\nu) \delta_{ij} + \frac{(x_i - y_i)(x_j - y_j)}{r^2} \right\} \quad (4)$$

In Gl. (4) sind  $E$  und  $\nu$  die elastischen Konstanten,  $r$  ist der Abstand zwischen  $\vec{x}$  und  $\vec{y}$ . Das Problem (1) wurde

somit auf die homogene (Navier'sche) Differentialgleichung

$$\frac{\partial \sigma_{ij} [\vec{u}]}{\partial x_j} = \mu u_{i,jj} + (\mu + \lambda) u_{j,ji} = 0 \quad (5)$$

reduziert, deren Lösung  $\vec{u}(\vec{x})$  den Randbedingungen (2) genügen muß.

Eine Umwandlung des Problems in eine äquivalente Randintegralformulierung geschieht mittels der Somigliana'schen Identitäten:

$$c_{ij}(\vec{x}) u_j(\vec{x}) + \iint_{\partial \Omega} T_{ij}(\vec{x}, \vec{y}) u_j(\vec{y}) dS_y = \iint_{\partial \Omega} U_{ij}(\vec{x}, \vec{y}) t_j(\vec{y}) dS_y;$$

wobei (6a)

$$c_{ij} = \begin{cases} \delta_{ij} & \vec{x} \in \Omega \setminus \partial \Omega \\ \frac{1}{2} \delta_{ij} & \vec{x} \in \partial \Omega \end{cases} \quad (6b)$$

$$\quad (6c)$$

Für die Spannungen an inneren Punkten erhält man

$$\sigma_{ij}(\vec{x}) = \iint_{\partial \Omega} D_{ijs}(\vec{x}, \vec{y}) t_s(\vec{y}) dS_y - \iint_{\partial \Omega} S_{ijs}(\vec{x}, \vec{y}) u_s(\vec{y}) dS_y \quad (7)$$

Die Tensoren  $T_{ij}$ ,  $D_{ijs}$  und  $S_{ijs}$  ergeben sich durch Anwendung des Hooke'schen Gesetzes (1b) auf die Fundamentallösung  $U_{ij}$ :

$$D_{ijs} = \sigma_{ijs} [U] = \mu (U_{is,j} + U_{js,i}) + \lambda \delta_{ij} U_{k,s,k}$$

$$T_{ij} = \sigma_{ijs} [U] \cdot n_s; \quad S_{ijs} = \sigma_{ijs} [T] \quad (8)$$

Bei Vorgabe der Randwerte entsprechend (2) stellt Gleichung (6a) eine Integralgleichung für die gesuchten Verschiebungs- und Spannungswerte auf dem Rand dar. Nach der Lösung dieser Integralgleichung erhält man mit (6a), (6b) die Verschiebungen und mit (7) Spannungen an inneren Punkten. Zur numerischen Umsetzung der Integralgleichung wird zunächst der Rand des Gebietes durch die in Bild 1 dargestellten Viereck- und Dreieckelemente diskretisiert. Bei den Dreieckelementen handelt es sich um degenerierte Viereckelemente, die entstehen, wenn man den Knoten 5, 6 und 7 gleiche Werte zuordnet. Sowohl die Geometrie des Randes als auch die Feldgrößen  $u$  und  $t$  werden über die Formfunktionen  $N_c(\xi)$  durch die entsprechenden Größen  $\vec{x}^c$ ,  $\vec{u}^c = \vec{u}(\vec{x}^c)$  bzw.  $\vec{t}^c = \vec{t}(\vec{x}^c)$  in den Knotenpunkten ausgedrückt.

$$\vec{x}(\vec{\xi}) = \sum_{c=1}^P \vec{x}^c N_c(\vec{\xi})$$

$$\vec{u}(\vec{\xi}) = \sum_{c=1}^P \vec{u}^c N_c(\vec{\xi}) \quad (9)$$

$$\vec{t}(\vec{\xi}) = \sum_{c=1}^P \vec{t}^c N_c(\vec{\xi})$$

Im hier vorgestellten BEM-Programm DERBIE wird der von der FEM her bekannte isoparametrische, quadratische Ansatz verwendet [5], dem die in Bild 1 dargestellte Knotenzahl  $P$  entspricht.

Setzt man die Ansätze (9) in die Integralgleichung (6a) ein, so erhält man folgendes lineare Gleichungssystem für die Randwerte  $u_j^a$  und  $t_i^a$  in den Knotenpunkten (a durchläuft alle  $L$  Knoten der Struktur):

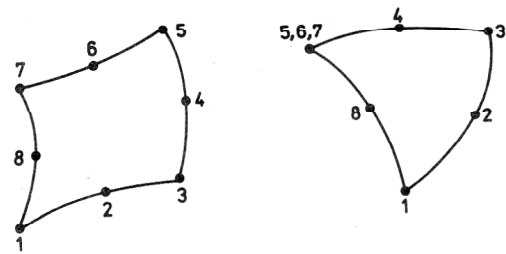


Bild 1  
Isoparametrisches Viereck- und Dreieckelement

$$c_{ij}(\vec{x}^a) u_j^a + \sum_{b=1}^M \sum_{c=1}^P u_j^{d(b,c)} \iint_{E_b} T_{ij}(\vec{x}^a, \vec{y}(\vec{\xi})) \cdot N^c(\vec{\xi}) J(\vec{\xi}) d\vec{\xi} - \sum_{b=1}^M \sum_{c=1}^P t_j^{d(b,c)} \iint_{E_b} U_{ij}(\vec{x}^a, \vec{y}(\vec{\xi})) \cdot N^c(\vec{\xi}) J(\vec{\xi}) d\vec{\xi} = 0 \quad (10)$$

Die Summation erfolgt über alle  $M$  Elemente  $E_b$  der Vernetzung und je Element über alle  $P$  Knoten. Dabei ist  $J(\vec{\xi})$  die Jakobi'sche Determinante  $|\frac{\partial \vec{x}}{\partial \vec{\xi}}|$ . Die

Knoten werden global so numeriert, daß  $d(b, c)$  den  $c$ -ten Knoten im  $b$ -ten Element darstellt. Berücksichtigt man die vorgegebenen Randwerte, so erhält man ein Gleichungssystem der Dimension  $3L$  für die verbleibenden unbekanntenen Größen. Die Koeffizienten des Gleichungssystems und die Beiträge zur rechten Seite setzen sich aus den Integralen der Gl. (10) zusammen und werden numerisch mit Gauß-Produkt-Formeln ausgewertet. Aufgrund der Singularität des Green'schen Tensors ist die Integration bei der BEM aufwendiger als bei der FEM. Je nach gegenseitiger Lage des Punktes  $\vec{x}^a$  und des Elementes, über das die Integration erfolgt, sind folgende Fallunterscheidungen erforderlich:

**1. Fall:**  $x^a \notin E_b$   
Die Integranden sind regulär, ihre Auswertung erfolgt mit Gauß-Produkt-Formeln [6].

**2. Fall:**  $x^a \in E_b; a \neq d(b, c)$   
Die Integranden werden für  $\vec{y} \rightarrow \vec{x}^a$  singular. Die Funktionen besitzen das folgende asymptotische Verhalten:

$$U_{ij} \in O\left(\frac{1}{r}\right)$$

$$T_{ij} \in O\left(\frac{1}{r^2}\right)$$

$$N^c \in O(r)$$

Durch die Transformation  $\vec{\xi} = \vec{\xi}(\vec{\eta})$  auf degenerierte, dreieckige Subelemente wird erreicht, daß die Jakobi'sche Determinante  $J = \left| \frac{dA}{d\eta} \right| \in O(r)$  ist.

Somit gilt:

$$U_{ij}(\vec{x}^a, \vec{y}(\vec{\eta})) \cdot N^c(\vec{\xi}(\vec{\eta})) \cdot J(\vec{\eta}) \in O(r)$$

$$T_{ij}(\vec{x}^a, \vec{y}(\vec{\eta})) \cdot N^c(\vec{\xi}(\vec{\eta})) \cdot J(\vec{\eta}) \in O(1)$$

und die Integrale können wie im 1. Fall berechnet werden.

**3. Fall:**  $x^a \in E_b; a = d(b, c)$

Dann gilt:

$$U_{ij} \in O\left(\frac{1}{r}\right)$$

$$T_{ij} \in O\left(\frac{1}{r^2}\right)$$

$$N^c \in O(1)$$

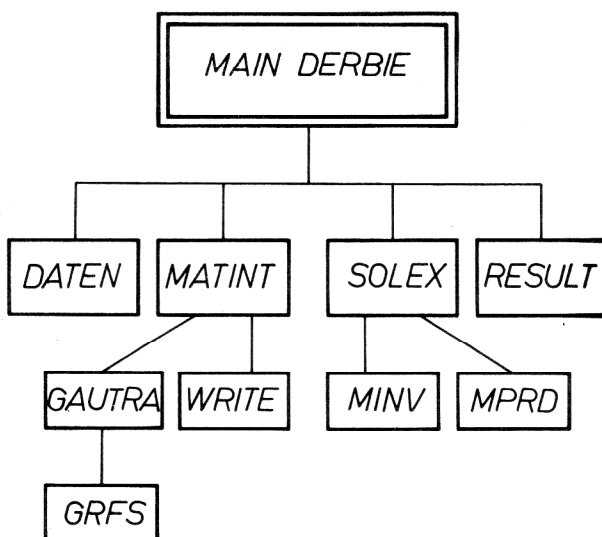
$$J(\vec{\eta}) \in O(r)$$

Die Integrale mit den Green'schen Tensoren  $U_{ij}$  können somit wie im 2. Fall beschrieben ausgewertet werden. Die Integrale mit den Tensoren  $T_{ij}$  existieren jedoch nur im Sinne des Cauchy'schen Hauptwertes. Sie befinden sich als Untermatrizen vom Format  $3 \times 3$  auf der Hauptdiagonalen. Ihre schwierige numerische Integration kann umgangen werden durch Betrachtung einer Starrkörpertranslation der Gesamtstruktur, woraus sich die Hauptdiagonalterme als negative Summe der übrigen Koeffizienten einer Zeile ergeben [4].

Die anschließende Lösung des voll besetzten, unsymmetrischen Gleichungssystems erfolgt mit dem Gauß'schen Eliminationsverfahren.

### 3. Beschreibung des BEM-Programms DERBIE

Das Programm DERBIE wurde in der Programmiersprache FORTRAN IV Plus für den Kleinrechner SM4-20 geschrieben. Auf dieser Rechenanlage stehen jedem Nutzer nur 64 Kbyte zur Verfügung, so daß eine ökonomische Speicherausnutzung erforderlich war. Deshalb wurde der in Bild 2 dargestellte Programmablauf in Form einer Überlagerungsstruktur realisiert. Das Unter-



**Bild 2**  
Prinzipieller Aufbau des BEM-Programms DERBIE

programm DATEN liest die Eingabegrößen wie Knotenkoordinaten, Knoten-Element-Matrix, Art und Betrag der vorgegebenen Randwerte und elastische Materialkonstanten ein. Gegebenenfalls werden Unstetigkeiten des Randspannungsvektors an Ecken und Kanten durch gesonderte Vorgabe von Eckpunktrandwerten berücksichtigt. Außerdem erfolgt in DATEN eine Aufarbeitung

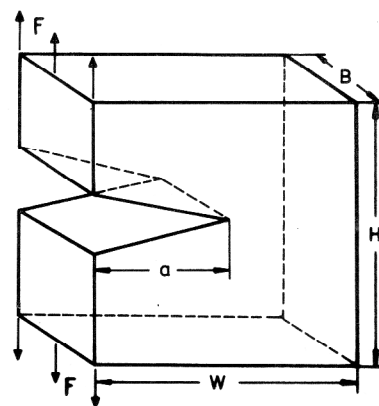
der Eingabegrößen. In MATINT wird das Gleichungssystem (10) durch Summation der Elementbeiträge gebildet. Die elementweise Gauß-Integration mit den in Abschnitt zwei beschriebenen Fallunterscheidungen geschieht mit dem Unterprogramm GAUTRA. Für den zweiten Fall  $x^a \in E_b, a \neq d(b, c)$  wird die erforderliche Transformation  $\vec{\xi} = \vec{\xi}(\vec{\eta})$  vorgenommen. Die Routine GRFS stellt die Tensoren  $U_{ij}$  und  $T_{ij}$  bereit. Danach werden in MATINT die Randwerte eingearbeitet sowie die Starrkörpertranslation zur Berechnung der Hauptdiagonalkoeffizienten durchgeführt. Wenn eine bestimmte Anzahl von Zeilen berechnet ist, werden diese durch das Unterprogramm WRITE auf Magnetplatte abgespeichert. Das vollständige, auf Magnetplatte befindliche Gleichungssystem wird anschließend nach dem Gauß'schen Eliminationsverfahren mit einer blockweisen speziellen Speichertechnik gelöst, so daß auch umfangreiche Systeme mit dem geringen zur Verfügung stehenden Hauptspeicher abgearbeitet werden können. Im Programm RESULT erfolgt der Ausdruck der berechneten Verschiebungen und Randspannungen. Die maximal mögliche Problemgröße entspricht etwa 330 Knoten und 120 Elementen.

### 4. Beispiele

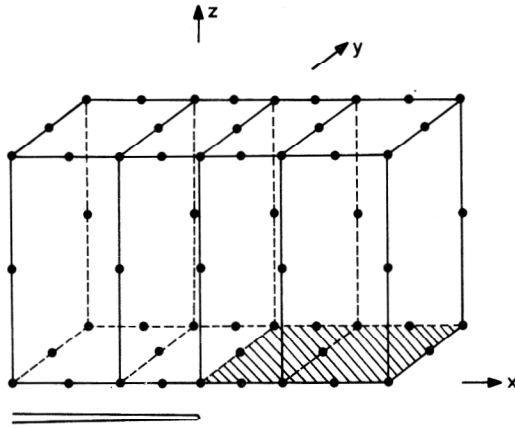
Die Effektivität des vorgestellten Verfahrens soll anhand zweier Beispiele aus der Bruchmechanik demonstriert werden. Im ersten Beispiel handelt es sich um die in Bild 3 dargestellte Kompakt-Zug-Probe (CT-Probe). Aufgrund ihrer Symmetrie genügt es, ein Viertel zu vernetzen. Um den Einfluß der Diskretisierung auf die Genauigkeit zu testen, wurden Rechnungen mit einer groben und einer feinen Vernetzung durchgeführt, vgl. Bilder 4 und 5 (die Schnittflächen vor dem Riß sind schraffiert).

Es soll der Mode I-Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  ermittelt werden. Dazu werden die aus der BEM-Rechnung erhaltenen Öffnungsverschiebungen der Rißufer in z-Richtung herangezogen und daraus ein lokaler Spannungsintensitätsfaktor  $K_I^*$  für jeden Rißuferknoten berechnet:

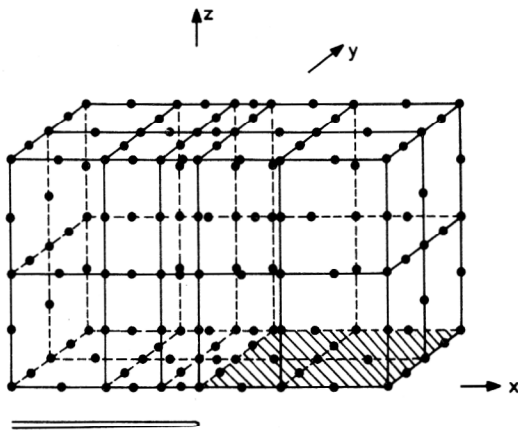
$$K_I^*(r) = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{U_z(r)}{\sqrt{r}} \sqrt{\frac{\pi}{8}}$$



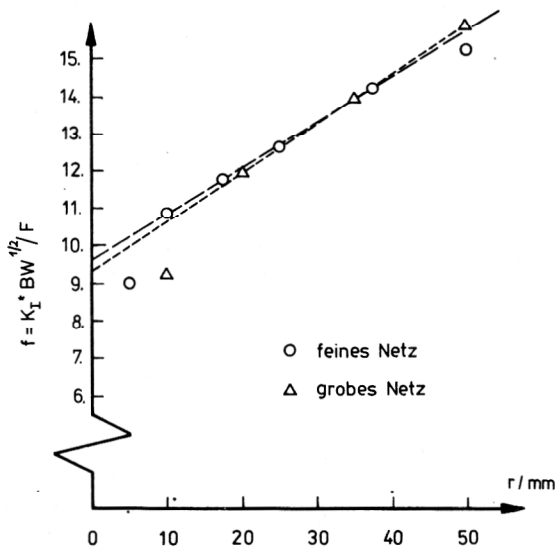
**Bild 3**  
Kompakt-Zug-Probe ( $a = W/2, B = W/2, H = 1.2W$ )



**Bild 4**  
Grobe BEM-Vernetzung der CT-Probe (18 Elemente, 56 Knoten)



**Bild 5**  
Feine BEM-Vernetzung der CT-Probe (48 Elemente, 146 Knoten)



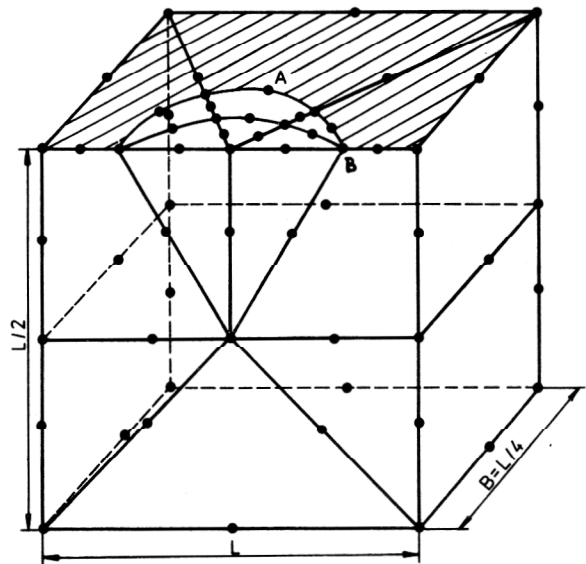
**Bild 6**  
Extrapolationsverfahren zur Ermittlung von  $K_I$  für die CT-Probe (Probenoberfläche,  $\nu = 0.0$ )

In Bild 6 sind die  $K_I$ -Werte für beide Netzwerke als Funktion des senkrechten Abstandes  $r$  zur Risffront aufgetragen.  $K_I$  erhält man durch Extrapolieren von  $K_I^*$  für  $r \rightarrow 0$ , wobei hiervon der risfspitzennächste Knoten ausgenommen wurde, da in diesem Nahbereich die Risfsingularität offensichtlich unzureichend von der BEM-Lösung wiedergegeben wird. Es ergaben sich folgende Resultate für den Geometriefaktor  $f = K_I BW^{1/2} / F$ :

	Probenmitte	Probenoberfläche
<b>grobtes Netzwerk:</b>		
$\nu = 0.0$	8.7 (-9 %)	9.4 (-2 %)
$\nu = 0.3$	9.4 (-9 %)	8.7 (0 %)
<b>feines Netzwerk:</b>		
$\nu = 0.0$	9.09 (-5 %)	9.66 (1 %)
$\nu = 0.3$	9.7 (-6 %)	8.84 (2 %)
<b>FEM [7], [8]:</b>		
$\nu = 0.0$	9.60	9.60
$\nu = 0.3$	10.35	8.70

Der Vergleich mit den FEM-Ergebnissen von [7], [8] zeigt (relative Abweichungen sind in Klammern angegeben), daß die BEM mit diesen vergleichsweise groben Vernetzungen eine zufriedenstellende Genauigkeit liefert. Um die  $K_I$ -Verteilung in der Probenmitte genauer zu reproduzieren, ist vermutlich eine feinere Diskretisierung in Dickenrichtung nötig.

Das zweite Beispiel ist ein halbelliptischer Oberflächenriß in einem Quader unter homogenem Zug  $\sigma$ . Das konstruierte Netzwerk für die untere Quaderhälfte zeigt Bild 7. Die Ermittlung des  $K_I$ -Faktors erfolgte wie im vorigen Beispiel. Als Ergebnis wurden folgende  $K_I$ -Fak-



**Bild 7**  
BEM-Netzwerk für Quader mit halbelliptischem Oberflächenriß (23 Elemente, 61 Knoten, Halbachsen der Rißeellipse  $a = 0.3 B$ ,  $b = 2.5 a \approx L/6$ )

toren in den Scheitelpunkten A und B der Risffront-ellipse (vgl. Bild 7) erhalten:

$$\text{BEM: } K_{I_A} = 0.959 \sigma \sqrt{\pi a} ; K_{I_B} = 0.723 \sigma \sqrt{\pi a}$$

Auch hier ergibt sich gute Übereinstimmung mit einer FEM-Rechnung [9] für dieses Problem:

$$\text{FEM: } K_{I_A} = 0.941 \sigma \sqrt{\pi a} ; K_{I_B} = 0.674 \sigma \sqrt{\pi a}$$

Exakte Aussagen über die Rechenzeiten sind nur schwer möglich, da sie von der Aktivität der anderen Nutzer im Multiprogrammbetrieb abhängen. Für die angegebenen Beispiele schwankten die Liegezeiten zwischen 1/2 bis 4 h.

## 5. Diskussion

Nach den gewonnenen Erfahrungen eignet sich die direkte Randintegralmethode sehr gut zur Lösung räumlicher Probleme der Elastostatik. Im Vergleich zur FEM genügt eine weitaus gröbere Diskretisierung, die sich außerdem nur auf die Körperberandung erstreckt, um ein Ergebnis vergleichbarer Genauigkeit zu erzielen. Das wird durch die angeführten Testbeispiele belegt. Die bei Rißproblemen erforderliche Verfeinerung des Netzwerkes in Rißnähe beschränkt sich bei der BEM auf die Oberfläche, so daß hierbei die Reduzierung des Diskretisierungsaufwandes besonders groß ist. Da meist nur die bruchmechanischen Kenngrößen interessieren und die Lösung auf dem Riß als Teil der Berandung sofort erhalten wird, kann man auf die aufwendige Ermittlung der Verschiebungen und Spannungen für das Körperinnere verzichten. Aufgrund des relativ geringen Speicherbedarfs ist die Implementierung eines BEM-Programms auf einem Kleinrechner möglich. Das entwickelte BEM-Programm DERBIE erlaubt die Behandlung räumlicher Aufgaben von beachtlicher Problemgröße auf dem Kleinrechner SM4-20. Durch Optimierung der Integrations-technik, den Einbau spezieller Fundamentallösungen und unendlicher Elemente sowie die Anwendung einer Substrukturtechnik werden die Effektivität und Leistungsfähigkeit des Programms weiter verbessert.

## LITERATUR

- [ 1 ] Brebbia, C. A.: Boundary element methods in engineering. Berlin 1982.
- [ 2 ] Brebbia, C. A.: Boundary elements. Berlin 1983.
- [ 3 ] Maschke, H. G.: Die Anwendung der Randintegralmethode auf ebene Rißprobleme in Fällen beliebiger elastischer Anisotropie. Techn. Mechanik 6 (1985) 2, S.
- [ 4 ] Lachat, J. G., Watson, J. O.: Effective numerical treatment of boundary integral equations: A formulation for three-dimensional elastostatics. Int. J. Num. Meth. Eng. 10, 991 – 1005 (1976).
- [ 5 ] Zienkiewicz, O. C.: Die Methode der Finiten Elemente. Leipzig 1983.
- [ 6 ] Stroud, A. H., Secrest, D.: Gaussian Quadrature Formulas. New York (1966).
- [ 7 ] Yamamoto, Y. und Sumi, Y.: Stress intensity factors of three-dimensional cracks. Int. J. fracture 14, 17 – 38 (1978).
- [ 8 ] Kuna, M.: Konstruktion und Anwendung hybrider Rißspitzenelemente für dreidimensionale bruchmechanische Aufgaben. Technische Mechanik 3 (1982) 2, S. 37.
- [ 9 ] Newman, J. C. und Raju, I. S.: Analyses of surface cracks in finite plates under tension or bending loads. NASA TR 1578, 1979.

Anschrift der Verfasser:

Dipl.-Phys. Michael Busch  
 Dr. Meinhard Kuna  
 Akademie der Wissenschaften der DDR  
 Institut für Festkörperphysik und  
 Elektronenmikroskopie  
 4020 Halle  
 Weinberg, Postfach 250