

Geometrisch und physikalisch nichtlineare Statik ebener Stabtragwerke mittels STATRA

H. Müller, E. Bothe

1. Übersicht

Der Baustein 9 des Programmsystems STATRA ist in bezug auf die Erfasbarkeit folgender Aspekte eine Weiterentwicklung des Bausteins 1 [1]:

- heterogene Werkstoffverteilung
- nichtlineare Kurzzeitstoffgesetze
- Eigenspannungszustände
- große Verschiebungen bei Verzerrungen klein gegen eins
- Langzeitstoffgesetze (Kriechen, Schwinden).

Hier werden die Aspekte a) bis d) behandelt, zur Vorgehensweise bezüglich e) siehe [2], [3]. Die verwendete inkremental-iterative Arbeitsweise gestattet die Erfassung quasi beliebiger Lastprozesse bis zum Systemversagen durch totalen Steifigkeitsverlust am Ende des „stabilen“ Bereiches der Last-Verschiebungs-Kurve. Die Ergänzung für Durchschlagsprobleme, bei denen auch der „instabile“ Bereich dieser Kurve durchlaufen werden muß, ist z. Z. noch nicht abarbeitbar. Es wird dann von der Last- zur Verschiebungs-Steuerung übergegangen, wofür eine Reihe von Vorschlägen vorliegt, so z. B. [5], [6]. Auf die vorhandenen Algorithmen und Programmteile zur Erfassung vorgespannter Systeme bei Berücksichtigung unterschiedlicher Vorspanntechnologien wird hier ebenfalls nicht eingegangen. Die hier beschriebenen Algorithmen sind in der Programmiersprache PL/1 formuliert und werden zur Zeit auf einer Anlage ES 1040 abgearbeitet. Der Hauptspeicherbedarf wird vom Hauptprogramm gesteuert und richtet sich nach Anforderung (problembedingt) und Angebot zum Abarbeitungszeitpunkt.

2. Stoffgesetze

Zur wirklichkeitsnahen Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Abhängigkeiten eines Teilwerkstoffes wird eine Unterteilung des gesamten Dehnbereiches in Abschnitte vorgenommen. Die Approximation der vorliegenden Funktion erfolgt abschnittsweise jeweils durch ein Polynom, damit werden nur wenige Polynomglieder benötigt.

$$\epsilon_n \leq \epsilon < \epsilon_{n+1} \longrightarrow \sigma(\epsilon) = \sum_{i=0}^{i=i_n} E_i \epsilon^i \quad (1)$$

Es sei darauf hingewiesen, daß in Abhängigkeit vom Belastungsprozeß (Belastung – Entlastung) unterschiedliche Stoffgesetze verwendet werden müssen.

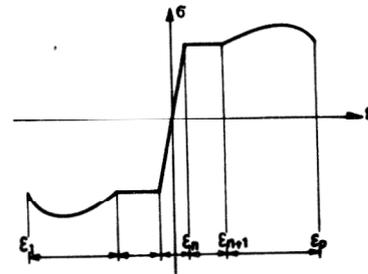


Bild 1
Darstellung der Stoffgesetze

3. Eigenspannungen

Zur Berücksichtigung von Eigenspannungen wird der Querschnitt in einzelne Bereiche unterteilt. Innerhalb eines Bereiches erfolgt die im Bild 2 beschriebene Transformation des Stoffgesetzes, dabei wird dem Koordinatenursprung des transformierten Systems der gemittelte Eigenspannungswert des Querschnittsbereiches zugeordnet.

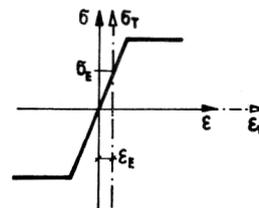


Bild 2
Transformation des Stoffgesetzes

Für die Approximation eines kontinuierlichen Eigenspannungsverlaufes sind die folgenden Bedingungen zu beachten:

Wegen der Forderung der Schnittkraftfreiheit müssen die nachstehenden Spannungintegrale den Wert 0 ergeben,

$$N = \int_F \sigma_E dA \quad (2)$$

$$M_z = \int_F \sigma_E y dA \quad (3)$$

$$M_y = \int_F \sigma_E z dA \quad (4)$$

und aus Gründen der Spannungssymmetrie bei ebenen Tragwerken muß

$$\sigma_E(y, z) = \sigma_E(y, -z) \quad (5)$$

gelten.

4. Schnittkraft-Deformations-Abhängigkeiten am Querschnitt

4.1. Querschnittsmodell

Im Programm erfolgt die Einteilung des Querschnitts in einzelne „Fasern“ (Bild 3), und zwar in punktförmige wie Bewehrungsstäbe und biegesteife wie Beton- und

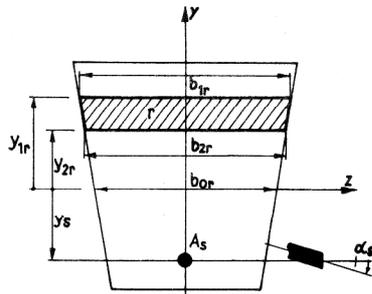


Bild 3
Querschnittsmodell

Stahlquerschnittsteile. Den punktförmigen „Fasern“ ist ein möglicher Neigungswinkel zur Stabachse zuzuordnen. Die Breite der biegesteifen „Fasern“ muß über die Querschnittshöhe linear veränderlich angegeben werden können.

$$b_r(y) = b_{0r} + c_r y \quad (6)$$

$$c_r = \frac{b_{1r} - b_{2r}}{y_{1r} - y_{2r}} \quad (7)$$

Die Feinheit der Unterteilung des Querschnitts ist im wesentlichen von der Bedingung abhängig, daß jedem Querschnittsteil ein Bereich eines Stoffgesetzes zugeordnet sein muß.

4.2. Biegemomente und Normalkräfte

Das zugrundegelegte Modell der Schnittkraft-Deformations-Abhängigkeiten ist charakterisiert durch zwei voneinander unabhängig gedachte Teilzustände. Der erste koppelt – unter Voraussetzung der Ebenenhypothese – das Biegemoment M und die Normalkraft N mit den Deformationskomponenten $\frac{d\varphi}{dx_1}$ (Anstieg der Dehnebene)

und der Dehnung ϵ_m einer vorzugebenden Bezugsachse. Der zweite Teilzustand beschreibt die Abhängigkeit zwischen der Querkraft und der mittleren Gleitung. Für die Normalkraft bzw. das Biegemoment können damit unter Beachtung der erörterten Beschreibung der Querschnittsgeometrie und der Form des Stoffgesetzes für einen Teilquerschnitt r die folgenden Abhängigkeiten von den Deformationskomponenten erhalten werden:

$$N_r = \sum_{i=0}^{i=i_n} E_i \sum_{j=0}^{j=i} \frac{i!}{j!(i-j)!} \epsilon_m^{i-j} \frac{d\varphi^j}{dx_1} \left[\frac{b_{0r}}{j+2} (y_{2r}^{j+2} - y_{1r}^{j+2}) + \frac{c_r}{j+3} (y_{2r}^{j+3} - y_{1r}^{j+3}) \right] \quad (8)$$

$$M_r = \sum_{i=0}^{i=i_n} E_i \sum_{j=0}^{j=i} \frac{i!}{j!(i-j)!} \epsilon_m^{i-j} \frac{d\varphi}{dx_1}$$

$$\left[\frac{b_{0r}}{j+2} (y_{2r}^{j+2} - y_{1r}^{j+2}) + \frac{c_r}{j+3} (y_{2r}^{j+3} - y_{1r}^{j+3}) \right] \quad (9)$$

Für einen Teilquerschnitt s , vgl. Bild 3, gilt analog:

$$N_s = A_s \cos \alpha_s \sum_{l=0}^{l=l_n} E_l \left(\epsilon_m + \frac{d\varphi}{dx_1} y_s \right)^l \quad (10)$$

$$M_s = N_s y_s \quad (11)$$

Die resultierenden Schnittkräfte des Querschnitts lassen sich als Summen der Teilquerschnittskräfte schreiben, diese sind damit nichtlineare Funktionen der Parameter der Dehnebene

$$N = \sum_r N_r + \sum_s N_s \quad (12)$$

$$M = \sum_r M_r + \sum_s M_s \quad (13)$$

Mit den Gleichungen (12) und (13) kann jedem Parameterpaar $\epsilon_m, \frac{d\varphi}{dx_1}$ eindeutig ein Schnittkraftpaar M, N zugeordnet werden.

4.3. Die Linearisierung der Schnittkraftfunktionen

Bild 4 zeigt die Tangentenlinearisierung der Schnittkraft-Deformations-Abhängigkeiten innerhalb eines Iterationsschrittes. Die räumliche Fläche stellt den Zusammenhang zwischen einem Schnittkraftparameter und den Deformationsparametern dar.

Im Berechnungsschritt i wird die gekrümmte Fläche durch die Tangentialebene im Punkt R_{i-1} ersetzt. Grundlage sind die im Iterationsschritt $i-1$ ermittelten Parameter ϵ_m und $\frac{d\varphi}{dx_1}$. Die Tangentialebene ist durch die partiellen Ableitungen der Schnittkräfte und durch das Absolutglied R_{0i-1} bestimmt. Koppelt man so Schnittkraft und Deformationsparameter des i -ten Iterationsschrittes, so folgt das Gleichungssystem (14):

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial \epsilon_m} & \frac{\partial N}{\partial \frac{d\varphi}{dx_1}} \\ \frac{\partial M}{\partial \epsilon_m} & \frac{\partial M}{\partial \frac{d\varphi}{dx_1}} \end{bmatrix}_{i-1} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_m \\ \frac{d\varphi}{dx_1} \end{bmatrix}_i + \begin{bmatrix} N_0 \\ M_0 \end{bmatrix}_{i-1} \quad (14)$$

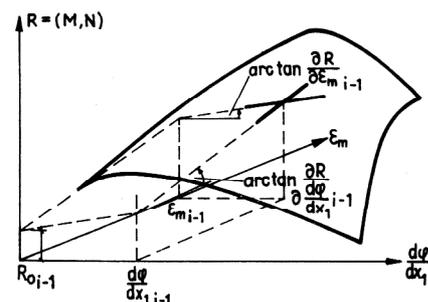


Bild 4
Tangentenlinearisierung der Schnittkraftfunktionen

$$D = \frac{\partial N}{\partial \epsilon_m} \frac{\partial M}{\partial \frac{d\varphi}{dx_1}} - \frac{\partial N}{\partial \frac{d\varphi}{dx_1}} \frac{\partial M}{\partial \epsilon_m} \quad (24)$$

Die linearisierte Differentialbeziehung für $\frac{dw}{dx_1}$ folgt bei Beachtung der Querkraftleitung aus (17) und

$$(\dots, Q = Q_0 + \frac{dQ}{d\gamma} d\gamma) \text{ zu}$$

$$\frac{dw}{dx_1} = \varphi + \left(\frac{dQ}{d\gamma}\right)^{-1} (Q - Q_0) + \tan(\varphi + \overset{*}{\varphi} + \gamma) \left(\frac{du}{dx_1} + 1\right) - \frac{d\overset{*}{w}}{dx_1} - \varphi - \gamma \quad (25)$$

Der Rechteckklammerausdruck ist – im Rahmen der iterativen Lösung – als bekannt anzusehen.

Zwischen den Schnittkräften N und Q (normal bzw. orthogonal zur Querschnittfläche) und S, V (gemessen in den festen Richtungen der stablokalen Koordinatenachsen) gilt die Äquivalenzbeziehung

$$N = S \cos(\varphi + \overset{*}{\varphi}) - V \sin(\varphi + \overset{*}{\varphi}) \quad (26)$$

$$Q = S \sin(\varphi + \overset{*}{\varphi}) - V \cos(\varphi + \overset{*}{\varphi}) \quad (27)$$

Unter den beschriebenen Voraussetzungen müssen die trigonometrischen Funktionen in den Ausdrücken ver-

bleiben. Die Zusammenfassung der Gleichungen (19) bis (27) führt zu einem System von nichtlinearen Differentialgleichungen 1. Ordnung, dessen Lösung iterativ durch Linearisierung innerhalb eines Iterationsschrittes erfolgt. Die nichtlinearen Terme der A-Matrix bzw. die von den Unbekannten abhängigen Anteile des b-Vektors von Gleichung (28) werden mit den Werten des i-ten Iterationsschrittes belegt und sind somit im i-ten Schritt bekannt. Mit der Koeffizientenmatrix der Gleichung (28a) werden die bekannten Symmetrieeigenschaften der Stabsteifigkeitsmatrizen nicht mehr eingehalten.

Symmetrie kann erzwungen werden durch eine Anordnung der Koeffizienten der A-Matrix bzw. des b-Vektors wie in Gleichung (29a).

6. Aufbau und Abarbeitung der Lösung für das Gesamtsystem

Die Abarbeitung für das Gesamttragwerk innerhalb eines Iterationsschrittes folgt dem im Programmsystem STATRA üblichen Konzept: Runge-Kutta-Integration → Leitmatrizen → Randschnittkraft-Randverschiebungs-Abhängigkeiten der Stäbe, Einarbeitung von Stabanschlußstetigkeiten und von „in sich“ starren Knotenbereichen → Randschnittkraft-Knotenverschiebungs-Abhängigkeiten der Stäbe, Gleichgewichtsbedin-

$\frac{d}{dx_1}$	=	u				$-\frac{\partial N}{\partial \epsilon_m}$	$\frac{\partial M}{\partial \frac{d\varphi}{dx_1}} \sin(\varphi + \overset{*}{\varphi})$	$\frac{\partial M}{\partial \frac{d\varphi}{dx_1}} \cos(\varphi + \overset{*}{\varphi})$	+	u	$\frac{M_0}{D} \frac{\partial N}{\partial \epsilon_m} \frac{\partial M}{\partial \frac{d\varphi}{dx_1}} - N_0 \frac{\partial N}{\partial \epsilon_m} \frac{\partial M}{\partial \frac{d\varphi}{dx_1}} + \alpha_1 t \frac{1}{2} \left(\frac{du}{dx_1} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx_1} \right)^2 - 2 \frac{dw}{dx_1} \frac{d\overset{*}{w}}{dx_1}$	(28a)	
		w	1				$-\left(\frac{dQ}{d\gamma}\right)^{-1} \cos(\varphi + \overset{*}{\varphi})$	$\left(\frac{dQ}{d\gamma}\right)^{-1} \sin(\varphi + \overset{*}{\varphi})$		w	$-\left(\frac{dQ}{d\gamma}\right)^{-1} Q_0 + \tan(\varphi + \overset{*}{\varphi} + \gamma) \left(\frac{du}{dx_1} + 1\right) - \frac{d\overset{*}{w}}{dx_1} - \varphi - \gamma$		
		φ				$\frac{\partial N}{\partial \epsilon_m}$	$\frac{\partial M}{\partial \epsilon_m} \sin(\varphi + \overset{*}{\varphi})$	$-\frac{\partial M}{\partial \epsilon_m} \cos(\varphi + \overset{*}{\varphi})$		φ	$\frac{N_0}{D} \frac{\partial M}{\partial \epsilon_m} - M_0 \frac{\partial N}{\partial \epsilon_m} - \alpha_1 t \frac{\Delta t}{d}$		
		M						$\frac{du}{dx_1} + 1$		$\frac{dw}{dx_1} + \frac{d\overset{*}{w}}{dx_1}$	M		m_3
		V									V		$-p_2$
		S									S		p_1
$\frac{dz}{dx_1} =$		A(x ₁)							· z(x ₁) +		b(x ₁)		(28b)

$\frac{d}{dx_1}$	=	u				$\frac{\partial M}{\partial \epsilon_m} \cos(\varphi + \overset{*}{\varphi})$			+	u	$\frac{\partial N}{\partial \epsilon_m} \frac{\partial M}{\partial \frac{d\varphi}{dx_1}} - M \frac{\partial N}{\partial \epsilon_m} \frac{\partial M}{\partial \frac{d\varphi}{dx_1}} - N_0 \frac{\partial N}{\partial \epsilon_m} \frac{\partial M}{\partial \frac{d\varphi}{dx_1}} + \alpha_1 t \frac{1}{2} \left(\frac{du}{dx_1} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx_1} \right)^2 - 2 \frac{dw}{dx_1} \frac{d\overset{*}{w}}{dx_1}$	(29a)	
		w	1				$\left(\frac{dQ}{d\gamma}\right)^{-1} \cos(\varphi + \overset{*}{\varphi})$			w	$\left(\frac{dQ}{d\gamma}\right)^{-1} S \sin(\varphi + \overset{*}{\varphi}) - \left(\frac{dQ}{d\gamma}\right)^{-1} Q_0 + \tan(\varphi + \overset{*}{\varphi} + \gamma) \left(\frac{du}{dx_1} + 1\right) - \frac{d\overset{*}{w}}{dx_1} - \varphi - \gamma$		
		φ				$\frac{\partial N}{\partial \epsilon_m}$				φ	$\frac{\partial M}{\partial \epsilon_m} V \sin(\varphi + \overset{*}{\varphi}) - \frac{\partial M}{\partial \epsilon_m} S \cos(\varphi + \overset{*}{\varphi}) + \frac{N_0}{D} \frac{\partial M}{\partial \epsilon_m} - M_0 \frac{\partial N}{\partial \epsilon_m} - \alpha_1 t \frac{\Delta t}{d}$		
		M					1			M	$\left(\frac{dw}{dx_1} + \frac{d\overset{*}{w}}{dx_1}\right) \cdot S + \frac{du}{dx_1} \cdot V + m_3$		
		V								V	$-p_2$		
		S								S	p_1		
$\frac{dz}{dx_1} =$		A(x ₁)							· z(x ₁) +		b(x ₁)		(29b)

gungen an den Knoten \rightarrow Gleichungssystem für die Knotenverschiebungen, Knotenverdrehungen \rightarrow Randverschiebungen und Randschnittkräfte der Stäbe \rightarrow Wirkungsgrößen im Stabinneren. Der Lastprozeß wird inkremental-iterativ abgearbeitet. Die obenbeschriebene Art der Linearisierung für einen Iterationsschritt entspricht einer Newton-Raphson-Lösung innerhalb jedes Inkrementes. Zur Vermeidung von alternierender Divergenz, die mit der vorgenommenen Linearisierung bei starken Krümmungen der Flächen $R = R(\epsilon_m, \frac{d\varphi}{dx_1})$, siehe Bild 4, auftreten kann, wurde ein „Dämpfungs“ algorithmus zur Vorbereitung des Iterationsschrittes i aus den Ergebnissen des Iterationsschrittes $i-1$ eingebaut.

Als Ergebnisse werden erhalten:

- die Wirkungsgrößen (einschließlich der Rißweiten), die zu vorgegebenen Stellen des Lastprozesses gehören
- die Stellen des Lastprozesses, an denen vorgegebene Grenzdehnungen von Stahl oder Beton erreicht werden
- die Stelle des Lastprozesses, an der das Tragwerk keine Steifigkeit mehr besitzt (Traglast).

7. Beispiele

7.1. Stahlbetonrahmen

Das Beispiel (Bild 7) zeigt die Nachrechnung eines Stahlbetonrahmens, für den Versuchsergebnisse vorlagen, bis zum Systemversagen. Die Lasten P wurden solange gesteigert, bis die Verschiebungen quasi unbegrenzt zunahm. Last-Verschiebungs-Kurven von Rechnung und Versuch zeigt Bild 7 e einschließlich des Vergleiches der Systemversagenslasten. Die mit der Laststeigerung nichtlineare Änderung der Wirkungsgrößen ist am Beispiel des Verlaufes der Biegemomente demonstriert (Bild 7 d). Bei einer Laststeigerung von $P = 280$ kN auf $P = 455$ kN wachsen die Momente in Riegelmitte um 109 % an, hingegen im Anschluß des Stieles an den Rahmenknoten nur um 15 %.

7.2. Stahlstütze

Im zweiten Beispiel, ein außermittig gedrückter Stahlstab mit quadratischem (Voll-)Querschnitt, soll gezeigt werden, daß mit dem vorliegenden Programm neben der gemeinsamen Erfassung geometrischer und physikalischer Nichtlinearitäten und neben der Erfassung beliebig verteilter geometrischer Imperfektionen auch weitere Nichtlinearitäten berücksichtigt werden können. Im Beispiel sind das nichtlineare Federungen – die Drehfedersteifigkeit c_θ hat einen trilinearen Verlauf – und quasi

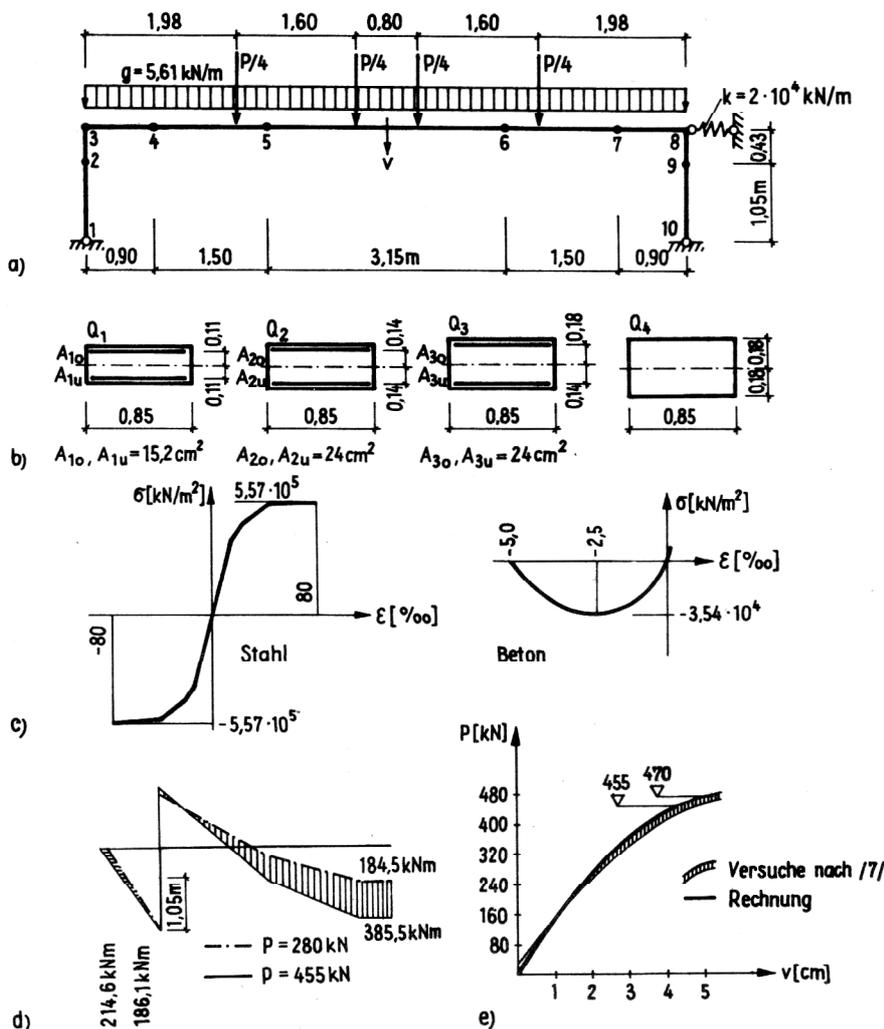
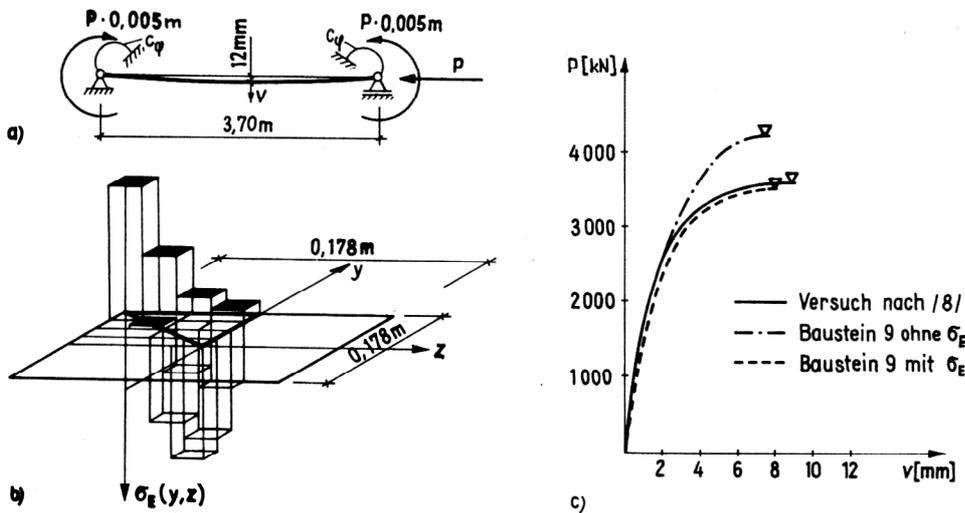


Bild 7

- a) Systemgeometrie und Belastung
 b) Querschnitte (Querschnittsverteilung –
 Bereich: 1–2, 9–10 \rightarrow Q_1
 4–5, 6–7 \rightarrow Q_2
 5–6 \rightarrow Q_3
 2–3–4, 7–8–9 \rightarrow Q_4)
 c) Stoffgesetze
 d) Momentenzustandsfunktionen
 e) Last-Verschiebungs-Kurve



beliebige vorgegebene Eigenspannungsverteilungen. Im Bild 8 b ist erkennbar, daß im Algorithmus der Eigenspannungsverlauf über dem Querschnitt durch eine Stufenfunktion approximiert wird. Die Teilquerschnitte der Stufen können mehr oder weniger grob gewählt werden. Bild 8 d zeigt den starken Einfluß der Eigenspannungen auf die Last-Verschiebungs-Abhängigkeit und auf die berechnete Traglast, die Systemversagenslast.

7.3. Stahlverbundstütze

Der Querschnitt der im Bild 9 gezeigten Stahlverbundstütze enthält drei Werkstoffe: den Profilstahl St-38 als biegesteifen Teilquerschnitt; die biegeschlaffen Längsbewehrungsstäbe und den Beton. Die jeweils verwendeten Stoffgesetze sind angegeben (Bild 9 c). Zunächst wurde die Querbelastung und der Lastanteil P_1 eingetragen und bis zu den angegebenen Zahlenwerten proportional gesteigert; erst dann wurde P_2 eingetragen.

Die Form der Last-Verschiebungs-Abhängigkeit (Bild 9 d) ist typisch für solche Systeme mit Betonquer-

Bild 8

- a) System ($0 < P \leq 500 \text{ kN}$ $c_\varphi = 10^6 \text{ kNm}$
 $500 \text{ kN} < P \leq 2750 \text{ kN}$ $c_\varphi = 6 \cdot 10^3 \text{ kNm}$
 $2750 < P$ $c_\varphi = 0$)

und Belastung

- b) approximiert Eigenspannungsverteilung $\sigma_E^a(y, z)$

$$\text{für } \sigma_E(y, z) = \sigma_F \cdot 0,35 - \frac{2,1}{0,178^2} (y^2 + z^2),$$

$$\sigma_F = 1,71 \cdot 10^5 \text{ kN/m}^2, E = 2,08 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$$

- c) Last-Verschiebungs-Abhängigkeiten

schnittsteilen, in denen sich infolge der Biegung zunächst Risse bilden, die dann bei Steigerung der Längskraft überdrückt werden. Infolge Belastung durch g_1, g_2 und P_1 – aber noch ohne P_2 – wird ein Verschiebungs- und Rißzustand herausgebildet, mit der Mitterverschiebung v zu $P_2 = 0$. Mit nun festgehaltenen g_1, g_2, P_1 aber wachsendem P_2 werden zunächst die Risse überdrückt und dadurch die Biegesteifigkeit vergrößert, so daß die Durchbiegung zunächst abnimmt. Erst mit stärkerem

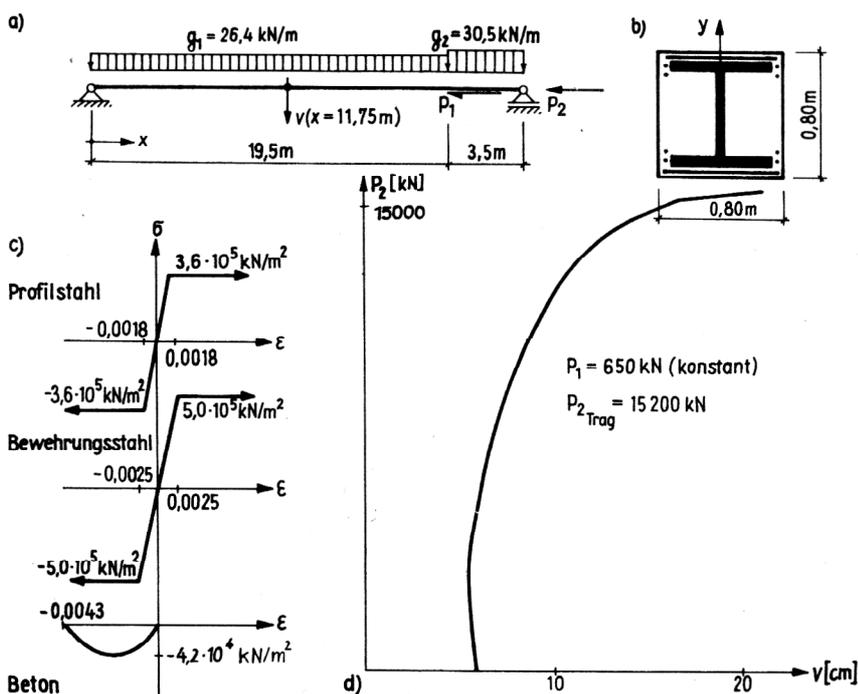


Bild 9

- a) System und Belastung
b) Querschnitt
c) Stoffgesetze
d) Last-Verschiebungs-Kurve

Anwachsen von P_2 wird der Einfluß der Biegung wieder größer, und die Steifigkeit fällt immer stärker ab, bis bei $P_2 = 15\,200\text{ kN}$ völliger Steifigkeitsverlust eingetreten und damit die Traglast erreicht ist.

7.4. Kragträger mit großen Verschiebungen

Für den Kragträger nach Bild 10 unter Momentenbelastung wurde unbeschränkt linearelastisches Materialverhalten vorausgesetzt. Im Bild sind die den Laststufen zugeordneten Verschiebungen dargestellt. Die Neigung der Tangente an die Stabachse ist nicht mehr klein, und damit sind die notwendigen Voraussetzungen für eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung nicht mehr gegeben. Es waren 47 Iterationsschritte pro Lastinkrement erforderlich. Gestrichelt eingetragen ist die Lösung nach [9].

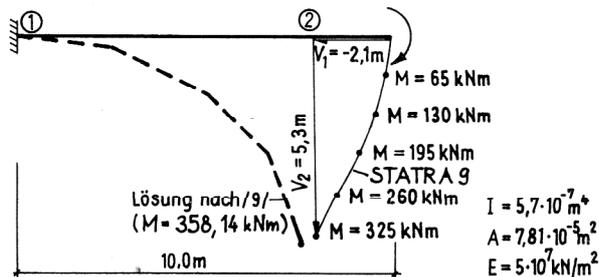


Bild 10
Kragträger mit großen Verschiebungen

LITERATUR

- [1] Müller, H.; Wolf, C.-D.: Berechnung des Schnittkraft- und Verschiebungszustandes ebener Stabtragwerke nach Theorie II. Ordnung sowie Stabilitätsuntersuchung – Baustein 1 des Programmsystems STATRA, Grundlagen. Berlin: Bauinformation, 1975. – Schriftenreihe der Bau-forschung; Reihe Wissenschaftsorganisation u. Informationsverarbeitung, H. 21.
- [2] Bothe, E.: Statik ebener Stahl-, Stahlverbund- und Stahlbetonstabtragwerke mit Berücksichtigung beliebig großer Verschiebungen und wirklichkeitsnahen Kurzzeit- und Langzeitstoffgesetzen – Erweiterung der Bausteine 1 und 9 des Programmsystems STATRA. Diss. TU Dresden, 1983.
- [3] Müller, H.; Schiefner, R.; Strübing, H.-U.: Die Erfassung des Stahlbetonverhaltens im Programmsystem STATRA. Int. Kolloquium über das Festigkeits- und Verformungsverhalten von Beton – Berichte, Bd. 2; TU Dresden, 1979, S. 448 – 467.
- [4] Runge, T.: Die Definition des Erschöpfungszustandes der Tragfähigkeit von Stahl- und Spannbetonelementen in der experimentellen Erprobung – Teil I. Diss. TU Dresden, 1982.
- [5] Bergan, P. G.: Solution algorithmus for nonlinear structural problems. Computers and Structures, 12 (1980) 4, S. 497 – 510.
- [6] Karamanlidis, D.: Finite Elementmodelle zur numerischen Berechnung des geometrisch nichtlinearen Verhaltens ebener Rahmentragwerke im unter- und überkritischen Bereich. Fortschritt-Bericht d. VDI Zeitschriften; Reihe 1; Nr. 63. VDI-Verl. Düsseldorf, 1980.
- [7] Twelmeier, H.; Bauch, S.: Versuche zum Grenzverformungsvermögen von Stahlbetonrahmen. Bauingenieur 55 (1980) 11, S. 409 – 417.
- [8] Bergmann, R.: Traglastberechnung von Verbundstützen. Mitt. 81–7 des Inst. f. Konstrukt. Ing.-bau d. Ruhr-Univ. Bochum, 1981.
- [9] Scholz, H.: Verfahren zur iterativen Berechnung von ebenen Stabtragwerken unter Berücksichtigung großer Verformungen und der Dehnsteifigkeit. Stahlbau 48 (1979) 10, S. 306 – 311.

Anschrift der Verfasser:

Prof. Dr. H. Müller
Dr.-Ing. E. Bothe
Technische Universität Dresden
Sektion Bauingenieurwesen
8027 Dresden
Mommstraße 13