

Untersuchung der Entlastungsprozesse bei elastisch-plastischer Formbildung dünner Schalen

Genadij Lvov, Holm Altenbach

0. Einleitung

Bei der Untersuchung vieler technologischer Formbildungsprozesse für dünnwandige Konstruktions Elemente kann man zwei grundlegende Abschnitte unterscheiden. Im ersten Abschnitt kommt es zu einer aktiven elastisch-plastischen Deformation des Ausgangsmaterials. Am Ende dieses Abschnitts nimmt die Schale eine bestimmte vorgegebene Form ein. Dabei befindet sich die Schale in einem Gleichgewichtszustand unter Einwirkung eines Systems äußerer Belastungen. Der zweite Abschnitt besteht darin, daß die äußeren Belastungen nicht mehr einwirken und es folglich zur elastischen Entlastung der deformierten Schale kommt.

Der Unterschied in den Zustandsgleichungen für den ersten und den zweiten Abschnitt besteht darin, daß es zum Auftreten von Restspannungen kommen kann. Außerdem weicht infolge der elastischen Entlastung die Mittelfläche der hergestellten Schale von der gewünschten Form ab.

Die theoretischen Untersuchungen des Abschnittes, der durch die aktive Deformation der Schale gekennzeichnet ist, werden mit dem Ziel geführt, die energetischen und die Kraftgrößenparameter des Prozesses zu bestimmen [1] bis [3], die geometrischen Eigenschaften der Formänderung [4] sowie die zur Formgebung der Schale notwendigen äußeren Kräfte zu ermitteln [5], [6].

Die Restspannungen, -deformationen und -verschiebungen können auf der Grundlage des Entlastungstheorems von A. A. Iljuschin [7] bestimmt werden, jedoch nur bei der Betrachtung elastisch-plastischer Deformationsprozesse in geometrisch linearer Aufgabenstellung.

Die Analyse der elastischen Entlastung bei technologischen Aufgaben wird unter Einbeziehung verschiedener Annahmen getroffen. Diese dienen der Vereinfachung der Aufgabenstellung oder sind nur bei der Betrachtung konkreter Beispiele anwendbar [8], [9].

In der vorliegenden Arbeit wird die Entlastung dünner Schalen nach elastisch-plastischen Formänderungsprozessen untersucht. Dabei wird vorausgesetzt, daß die Verzerrungen beim Formänderungs- und beim Entlastungsprozeß klein sind. Die Durchbiegungen der Schale können wesentlich den Wert der Schalendicke überschreiten, jedoch sind die Quadrate der Verdrehwinkel der Normalen zur Mittelfläche $\ll 1$.

Außerdem wird davon ausgegangen, daß bei der Entlastung keine sekundären plastischen Deformationen auftreten.

1. Ableitung der grundlegenden Beziehungen

Die Schale wird im rechtwinkligen kartesischen Koordinatensystem $0x_1 x_2 x_3$ betrachtet. Im undeformierten Ausgangszustand wird die Lage der Punkte der Schalenmittelfläche S^0 durch den Radius-Vektor beschrieben

$$\underline{r} = \underline{r}(q^1, q^2) = x_1^0(q^1, q^2) \underline{i}_1 + x_2^0(q^1, q^2) \underline{i}_2 + x_3^0(q^1, q^2) \underline{i}_3.$$

Dabei sind $\underline{i}_1, \underline{i}_2, \underline{i}_3$ die Einheitsvektoren für das rechtwinklige Koordinatensystem, q^1, q^2 krummlinige Lagrange-Koordinaten der Punkte der Mittelfläche.

Im Ergebnis des Einwirkens von äußeren Belastungen auf die Schale ändert diese ihre Form und die Mittelfläche nimmt die Zwischenlage S ein, die durch den Vektor $\underline{R} = \underline{R}(q^1, q^2)$ und die kartesischen Koordinaten $x_s = x_s(q^1, q^2)$, ($s = 1, 2, 3$) beschrieben wird.

Die Endlage S^* der Schalenmittelfläche wird von dieser nach dem Entlastungsprozeß eingenommen:

$$\underline{R}^* = \underline{R}^*(q^1, q^2), x_s^* = x_s^*(q^1, q^2).$$

Für jeden der 3 Zustände der Schalen wird ein lokales Koordinatensystem eingeführt. Folgende Basisvektoren werden dafür definiert.

$$\underline{r}_i = \frac{\partial \underline{r}}{\partial q^i}, \underline{R}_i = \frac{\partial \underline{R}}{\partial q^i}, \underline{R}_i^* = \frac{\partial \underline{R}^*}{\partial q^i} \quad (i = 1, 2).$$

Die entsprechenden Einheitsvektoren in Richtung der Normalen zur Schalenmittelfläche sind $\underline{m}, \underline{M}, \underline{M}^*$. Die kovarianten Komponenten der metrischen Tensoren für die Flächen S^0, S und S^* werden wie folgt eingeführt

$$g_{ij} = \underline{r}_i \underline{r}_j, G_{ij} = \underline{R}_i \underline{R}_j, G_{ij}^* = \underline{R}_i^* \underline{R}_j^*.$$

Analog werden die kovarianten Komponenten des Tensors der zweiten quadratischen Form definiert

$$b_{ij} = -\underline{m}_i \underline{r}_j, B_{ij} = -\underline{M}_i \underline{R}_j, B_{ij}^* = -\underline{M}_i^* \underline{R}_j^*.$$

Die Untersuchungen der elastisch-plastischen Formänderungsprozesse und der Entlastung der Schalen wird durch Lösen der entsprechenden Gleichungssysteme, die in den Projektionen auf die Achsen der lokalen Basis des für den jeweiligen Übergang betrachteten Ausgangszustands formuliert werden, realisiert. Für den Abschnitt der Formänderung ist der Ausgangszustand S^0 , für den Abschnitt der Entlastung S .

Der Verschiebungsvektor $\underline{u}^0(q^1, q^2)$ kennzeichnet den Übergang der Mittelfläche aus dem Zustand S^0 in den Zustand S . Der Vektor wird in der lokalen Basis der

Fläche S^0 durch die kovarianten bzw. kontravarianten Komponenten gegeben

$$\underline{u}^0 = u_i^0 \underline{r}^i + w^0 \underline{m} = u_i^0 \underline{r}_i + w^0 \underline{m}. \quad (1.1)$$

Die Verschiebungen der Punkte der Schalenmittelfläche beim Entlastungsprozeß werden durch den Vektor \underline{u} (q^1, q^2) beschrieben, wobei dieser in der Basis des Zustands S gegeben wird

$$\underline{u} = u_i \underline{R}^i + w \underline{M} = u^i \underline{R}_i + w \underline{M}. \quad (1.2)$$

Die Radius-Vektoren der Mittelfläche im Zwischenzustand S und im Endzustand S^* sind mit dem Radiusvektor im Ausgangszustand wie folgt verbunden

$$\underline{R} = \underline{r} + \underline{u}^0, \quad \underline{R}^* = \underline{R} + \underline{u}. \quad (1.3)$$

Der Formänderungsprozeß und der Entlastungsprozeß ist von Deformationen der Mittelfläche begleitet

$$2 \epsilon_{ij}^0 = G_{ij} - g_{ij}, \quad \kappa_{ij}^0 = b_{ij} - B_{ij}, \quad (1.4)$$

$$2 \epsilon_{ij} = G_{ij}^* - G_{ij}, \quad \kappa_{ij} = B_{ij} - B_{ij}^*.$$

Die Deformationstensorgrößen sind mit den Verschiebungen wie folgt verbunden

$$2 \epsilon_{ij}^0 = e_{ij}^0 + e_{ji}^0 + \omega_i^0 \omega_j^0, \quad \kappa_{ij}^0 = -\nabla_i \omega_j^0 - b_i^k e_{jk}^0 \quad (1.5)$$

$$e_{ij}^0 = \nabla_i u_j^0 - w^0 b_{ij}, \quad \omega_i^0 = \nabla_i w^0 + b_{ij} u^j, \quad (i, j, k = 1, 2),$$

wobei ∇_i das Zeichen für die kovariante Ableitung in der Metrik der Fläche S^0 ist. Analoge Beziehungen existieren auch für die Deformationen bei Entlastung, wobei man jedoch aufgrund der „Kleinheit“ der Deformationen die differentiellen Operationen in der Metrik der Flächen S^0 und S nicht unterscheiden kann

$$2 \epsilon_{ij} = e_{ij} + e_{ji} + \omega_i \omega_j, \quad \kappa_{ij} = -\nabla_i \omega_j - B_i^k e_{jk}, \quad (1.6)$$

$$e_{ij} = \nabla_i u_j + w B_{ij}, \quad \omega_i = \nabla_i w + B_{ij} u^j.$$

Die Restdeformationen der Mittelfläche im Endzustand S^0 betragen

$$\epsilon_{ij}^* = \epsilon_{ij}^0 + \epsilon_{ij}, \quad \kappa_{ij}^* = \kappa_{ij}^0 + \kappa_{ij}. \quad (1.7)$$

Um die Schale so zu verformen, daß sie aus dem Ausgangszustand S^0 in den Zwischenzustand S übergeht, ist es notwendig, ein System äußerer Belastungen einwirken zu lassen: verteilte Kräfte, die auf die Mittelfläche bezogen werden ($-\underline{p}$ (q^1, q^2)) sowie Randkräfte \underline{Q} und Randmomente \underline{G} . Dabei entstehen in der Schale innere Kräfte und Momente, die in der lokalen Basis der nicht-deformierten Fläche S^0 angegeben werden können

$$\underline{Q}_0^i = T_0^{ij} \underline{r}_j + (N_0^i + \omega_j^0 T_0^{ij}) \underline{m}, \quad (1.8)$$

$$\underline{G}_0^i = G_0^{ij} (\underline{m} \times \underline{r}_j).$$

Dabei wurden folgende Bezeichnungen eingeführt

$$T_0^{ij} = \int_{-0,5h}^{0,5h} \sigma^{ij} dz, \quad G_0^{ij} = \int_{-0,5h}^{0,5h} \sigma^{ij} z dz, \quad N_0^i = \int_{-0,5h}^{0,5h} \sigma^{i3} dz \quad (1.9)$$

Den Entlastungsprozeß kann man als Einwirken eines neuen Systems äußerer Belastungen auf die sich im Zustand S befindliche Schale betrachten. Die neuen Belastungen sind betragsmäßig den Belastungen gleich, die die Schale aus dem Zustand S^0 in den Zustand S überführten, jedoch umgekehrt gerichtet. Die neuen Belastungen rufen in der Schale ein neues System innerer Kräfte und Momente hervor, wobei diese in der Basis der Fläche S dargestellt werden

$$\underline{Q}^i = T^{ij} \underline{R}_j + (N^i + \omega_j T^{ij}) \underline{M}, \quad (1.10)$$

$$\underline{G}^i = G^{ij} (\underline{M} \times \underline{R}_j).$$

Da die Formänderung von plastischen Deformationen begleitet wird und die Entlastung elastisch ist, liegen in der Schale im Endzustand Restspannungen vor, die Kräfte und Momente hervorrufen

$$\underline{Q}^i_* = \underline{Q}_0^i + \underline{Q}^i, \quad \underline{G}^i_* = \underline{G}_0^i + \underline{G}^i. \quad (1.11)$$

Zur Ausführung der Operationen (1.11) müssen die vektoriellen Größen in den Projektionen einer gemeinsamen Basis dargestellt werden. Dazu kann man die Zerlegung der Richtungsvektoren der Basis der Fläche S in den Achsen der Basis S^0 verwenden

$$\underline{R}_i = \underline{r}_j + \underline{m} \omega_i^0, \quad (1.12)$$

$$\underline{M} = \underline{m} - \underline{r}^i \omega_i^0.$$

2. Die den Entlastungsprozeß beschreibenden Gleichungen

Die Untersuchung der elastisch-plastischen Formänderung bei Schalen ist Gegenstand spezieller technologischer Aufgaben der Plastizitätstheorie [2]. Dieses Problem führt zu einer bestimmten Klassen von inversen Aufgaben zur nichtelastischen Deformation der Schalen [5] oder zum Betrachten der Wechselwirkung zwischen Schale und starrem Stempel [10].

Unter der Voraussetzung, daß die Aufgabe über die elastisch-plastische Formänderung der Schale gelöst ist, d. h. die äußeren Belastungen, die auf die Schale in der Lage S wirken, und alle Komponenten des Spannungs- und Deformationszustandes sind bekannt, wird im folgenden der Entlastungsprozeß der Schale betrachtet. Die Komponenten des Verschiebungsvektors der Punkte der Schalenmittelfläche bei Entlastung sind mit den auf diesem Abschnitt entstehenden Deformationen durch die Gln. (1.6) verbunden. Die zusätzlichen Kräfte und Momente müssen den Gleichgewichtsbedingungen genügen, die in den Projektionen auf die Achsen der lokalen Basis der Fläche S formuliert werden:

$$\nabla_i T^{ij} - b_i^j (N^i + \omega_k T^{ik}) + p^j = 0,$$

$$\nabla_i (N^i + \omega_k T^{ik}) + b_{ik} T^{ik} + p_3 = 0, \quad (2.1)$$

$$\nabla_i G^{ij} - N^j = 0.$$

Die Kräfte und Momente, die bei der Entlastung entstehen, sind mit den Deformationen der Schalenmittelfläche über die Beziehungen der linearen Elastizitätstheorie verbunden

$$T_{ik} = \frac{Eh}{1 - \mu^2} E^{ijkl} \epsilon_{jl},$$

$$M_{ik} = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)} E^{ijkl} \kappa_{jl} \quad (2.2)$$

$$E^{ijkl} = g^{ij} g^{kl} + \mu c^{ij} c^{kl}.$$

Dabei bedeuten E, μ die elastischen Konstanten, c^{ij} die Elemente des Diskriminantentensors der Fläche S .

Die Randwertaufgabe für das Gleichungssystem (1.6), (2.1), (2.2) wird gemeinsam mit den Randbedingungen, die durch die Belastungen am Schalenrand im Zustand S definiert sind, formuliert.

3. Aufstellen der zu lösenden Gleichungssysteme

Es wird die Entlastung der Schale nach dem elastisch-plastischen Formänderungsprozeß untersucht, wie es in [5] betrachtet wurde. Die Mittelfläche des Ausgangsmaterials sei im Ausgangszustand Hohlzylinderausschnitt

$$\underline{r} = \xi \underline{i} + R \underline{j} \sin(\eta/R) + R \underline{k} \cos(\eta/R),$$

$$\xi \in [-a, a], \quad \eta \in [-b, b]. \quad (3.1)$$

Unter Einwirkung von Druck in Richtung der Normalen verformt sich das Ausgangsmaterial zu einem Paraboloid. Um die zweite quadratische Form der deformierten Mittelfläche zu erhalten, wird die sie beschreibende Gl. wie folgt dargestellt:

$$\underline{R} = \xi \underline{i} + \eta \underline{j} + (A \xi^2 + B \eta^2) \underline{k}. \quad (3.2)$$

In [5] ist eine Methodik zur Ermittlung der äußeren Belastungen, die für eine solche Formänderung notwendig sind, beschrieben. Die Aufgabe über die Entlastung der paraboloidalen Schale wird folgendermaßen gelöst. Das vollständige Gleichungssystem (1.6), (2.1), (2.2) kann für das betrachtete Beispiel in folgendes System der zu lösenden Gln. überführt werden:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{1 + \mu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{1 - \mu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} + (B_{11} + \mu B_{22}) \frac{\partial w}{\partial \xi} = 0$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} + \frac{1 + \mu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{1 - \mu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} + (B_{22} + \mu B_{11}) \frac{\partial w}{\partial \eta} = 0,$$

$$(B_{11} + \mu B_{22}) \frac{\partial u}{\partial \xi} + (B_{22} + \mu B_{11}) \frac{\partial v}{\partial \eta} + (B_{11}^2 + \mu B_{22}^2) w = 0, \quad (3.3)$$

$$+ 2 \mu B_{11} B_{22} + B_{22}^2) w + \frac{h^2}{12} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial \eta^4} \right) = \frac{p(1 - \mu^2)}{Eh}$$

Im System (3.3) wurde angenommen, daß die Schale flach ist und die Verschiebungen bei Entlastung klein sind. Die Randbedingungen lauten

$$T^{11} = T^{11}, T^{12} = T^{12}, G^{11} = G^{11}, Q^1 = Q^1 \quad (\xi = \pm a), \quad (3.4)$$

$$T^{22} = T^{12} = 0, G^{22} = G^{22}, Q^2 = Q^2 \quad (\eta = \pm b).$$

Der Normaldruck p und die Randbedingungen T_{ij}^v, G_{ij}^v sind aus der Lösung der inversen Formbildungsaufgabe bekannt [5]. Aufgrund der Symmetrie zu den Achsen $\xi = 0, \eta = 0$ reicht es aus, die Lösung im Gebiet

$\xi \in [0, a], \eta \in [0, b]$ zu ermitteln. Als Randbedingungen an den Rändern $\xi = 0$ und $\eta = 0$ werden die Symmetriebedingungen verwendet.

Die Lösung der Randwertaufgabe (3.3), (3.4) erfolgt mit Hilfe der Methode der finiten Differenzen. Dazu wird ein rechteckiges Netz aufgebaut

$$\bar{\omega} = \{ \xi_i = ih_1, \eta_j = jh_2, h_1 = a/N, h_2 = b/N, i, j = -2, -1, 0, 1, \dots, N \}.$$

Die Punkte außerhalb des betrachteten Gebietes ($i, j = -2, -1$) sind zur Approximation der Symmetriebedingungen eingeführt worden.

Auf $\bar{\omega}$ werden folgende Netzfunktionen definiert

$$u_{ij} = u(\xi_i, \eta_j), v_{ij} = v(\xi_i, \eta_j), w_{ij} = w(\xi_i, \eta_j).$$

Der Aufbau des Differenzenschemas für die Randwertaufgabe (3.3), (3.4) erfolgt durch Approximation eines Funktionals [11]. Die Approximation der Gln. (3.3) hat folgende Form

$$u_{\bar{\xi}} \bar{\xi} + \frac{1 + \mu}{2} v_{\bar{\xi}} \bar{\eta} + \frac{1 - \mu}{2} u_{\bar{\eta}} \bar{\eta} + (B_{11} + \mu B_{22}) w_{\bar{\xi}} = 0,$$

$$v_{\bar{\eta}} \bar{\eta} + \frac{1 + \mu}{2} u_{\bar{\xi}} \bar{\eta} + \frac{1 - \mu}{2} v_{\bar{\xi}} \bar{\xi} + (B_{22} + \mu B_{11}) w_{\bar{\eta}} = 0, \quad (3.5)$$

$$(B_{11} + \mu B_{22}) u_{\bar{\xi}} + (B_{22} + \mu B_{11}) v_{\bar{\eta}} + (B_{11}^2 + 2 \mu B_{11} B_{22} + B_{22}^2) w + \frac{h^2}{12} (w_{\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\xi}} + 2 w_{\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\eta}\bar{\eta}} + w_{\bar{\eta}\bar{\eta}\bar{\eta}\bar{\eta}}) = \frac{p(1 - \mu^2)}{Eh}, \quad (\xi, \eta) \in \bar{\omega}.$$

Die gewählten Bezeichnungen entsprechen [11], die Symmetriebedingungen werden exakt wiedergegeben. Für die Approximation der Randbedingungen (3.4) wurde die in [11] dargestellte Methodik verwendet. Die Lösung der Differentialgl. erfolgt iterativ mit der Methode der Überrelaxation [12].

4. Numerische Beispiele

Die Berechnungen erfolgten auf einer EDVA BESM-6 für Ausgangsmaterial mit folgenden Abmaßen: $a = b = 0,75$ m, $h = 0,01$ m. Das Verformungsdiagramm des Materials wurde durch eine abschnittsweise-glatte Funktion $\sigma = E \epsilon$ ($\epsilon \leq \epsilon_T$), $\sigma = \sigma_T (\epsilon / \epsilon_T)^m$ ($\epsilon > \epsilon_T$) mit $E = 7,28 \cdot 10^{10}$ N/m², $\epsilon_T = 4,2 \cdot 10^{-3}$, $m = 0,2$ approximiert.

Die Form der Mittelfläche im Zwischenzustand wird durch die Gln. (3.2) beschrieben, wobei $A = 0,05$ m⁻¹ und $B = 0,25$ m⁻¹ sind.

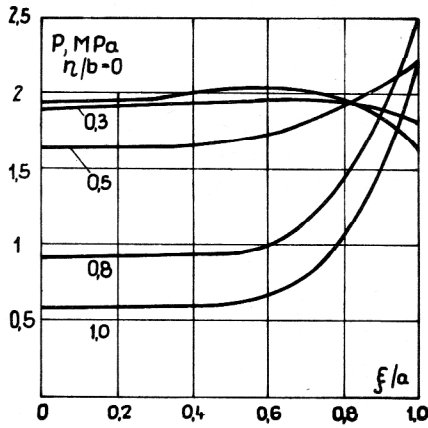


Bild 1
Verteilung des Normaldrucks

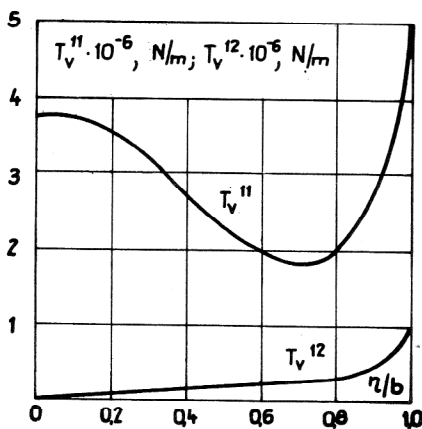


Bild 2
Verteilung der tangentialen Kräfte

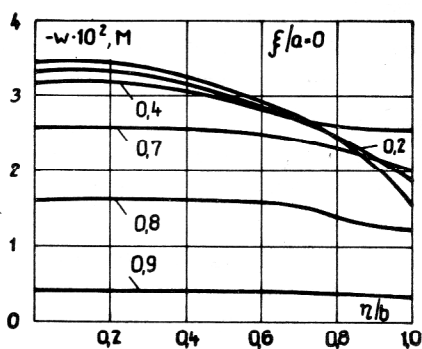


Bild 3
Durchbiegungen bei Entlastung

Die Kräfte, die für die Formgebung notwendig sind, erhält man durch Lösen der inversen Aufgabe [5]. Auf Bild 1 und 2 sind die Verteilung des Normaldrucks und der tangentialen Kräfte T_v^{11} , T_v^{12} an den Rändern $\xi = \pm a$ dargestellt.

Die Ergebnisse zur Entlastungsaufgabe sind auf Bild 3 gezeigt, wobei die Verläufe der Verschiebungsvektorkom-

ponenten beim Übergang aus dem Zwischenzustand S in den Endzustand S^* dargestellt wurden.

Die Verteilung der Restkräfte T^{11} und T^{22} sind auf Bild 4 gezeigt.

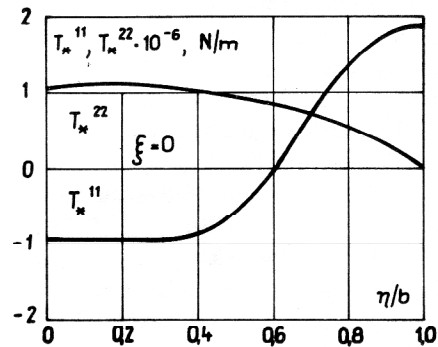


Bild 4
Verteilung der Restspannungen

5. Formänderungsprozesse von Rotationsschalen

Im weiteren werden Formänderungsprozesse bei Rotationsschalen betrachtet. Aus der Lösung der axialsymmetrischen inversen Aufgabe [5], [6] erhält man die äußeren Belastungen, die für die vorgegebene Formänderung des Ausgangsmaterials notwendig sind.

Die axialsymmetrischen Aufgaben über die Entlastung von Rotationsschalen lassen sich auf die Lösung von Randwertaufgaben für Systeme gewöhnlicher Differentialgl. zurückführen. Folgender Vektor der Unbekannten wird eingeführt

$$\underline{y} \left\{ T^{11}, N^1, G^{11}, u_1, w_1, \Theta \right\}$$

mit

$$\Theta = -\frac{dw}{dq} + b_{11} \text{ u.}$$

Das vollständige Gleichungssystem für die elastische Verformung der Rotationsschalen läßt sich dann in Vektorform schreiben [13]

$$\frac{dy}{dq} = A(q) \underline{y} + \underline{b}, \quad q \in (0, 1) \quad (3.5)$$

Die Randbedingungen können in der Form

$$C_0 \underline{y}(0) = \underline{b}_0, \quad C_1 \underline{y}(1) = \underline{b}_1 \quad (3.6)$$

dargestellt werden. Die Koeffizienten $A(q)$ hängen von der Schengeometrie im Zwischenzustand S und den elastischen Konstanten des Schalenmaterials ab, die Vektoren \underline{b} , \underline{b}_0 und \underline{b}_1 werden durch die verteilte, auf die Schalenmittelfläche reduzierte Last und die Randbedingungen, die auf die Schale im Zwischenzustand wirken, bestimmt.

6. Numerische Beispiele zu den Rotationsschalen

Folgendes Beispiel wird betrachtet: eine Zylinderschale verformt sich elastisch-plastisch zu einer konischen Scha-

le, wonach es zu einer Entlastung kommt. Der Meridian der Mittelfläche des Ausgangsmaterials wird im räumlichen Zylinderkoordinatensystem wie folgt beschrieben

$$z = q, r_0 = R, \quad q \in [0, 1].$$

Im verformten Zustand S genügen die Punkte des Meridians der Schalenmittelfläche der Gl. $r = \gamma z + R$. Der Normaldruck und die Randmomente für eine derartige Formänderung sind in [5] für verschiedene Konuswinkel γ definiert. Diese Daten sind die Ausgangswerte für die Lösung der Entlastungsaufgabe (3.5), (3.6).

Die Lösung der Aufgabe (3.5), (3.6) erfolgt mit der Methode von S. K. Godunov mit folgenden Parametern für die Schale $R = 0,03 \text{ m}$, $h = 0,001 \text{ m}$, $l = 0,1 \text{ m}$.

Die mechanischen Charakteristika des Ausgangsmaterials sind analog den Werten im ersten Beispiel.

Auf Bild 5 sind die Komponenten des Verschiebungsvektors, ausgehend vom Zwischenzustand, als Abweichung der Geometrie der Mittelfläche S^* von der der Konusfläche gezeigt.

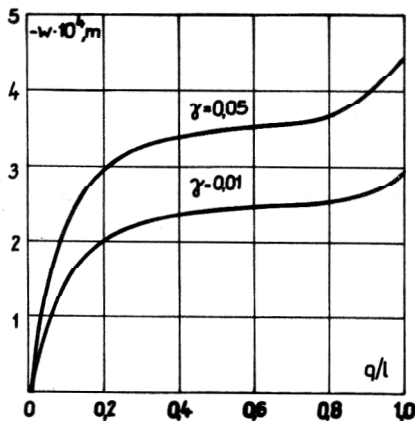


Bild 5
Verschiebungen bei Entlastung der Rotationsschale

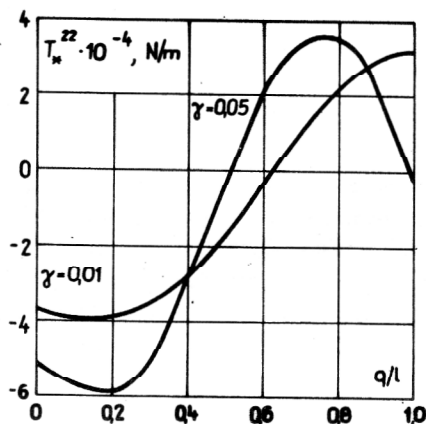


Bild 6
Verteilung der Restspannungen für die Rotationsschale

Die größten Restspannungen entstehend nach der Entlastung in Umfangsrichtung. Auf Bild 6 ist die Verteilung der Restkräfte T_n^{zz} gezeigt.

Die Untersuchungen zur Entlastung dünner Schalen nach elastisch-plastischer Verformung erlauben es, die Genauigkeit der technologischen Formänderungsprozesse bei dünnwandigen Konstruktionselementen zu beurteilen.

- [1] Григорьев А. С.: О теории и задачах равновесия оболочек при больших деформациях. Изв. АН СССР. МТТ, 1970, № 1.
- [2] Малинин Н. Н.: Технологические задачи пластичности и ползучести. М., „Машиностроение“, 1979.
- [3] Попов Е. А.: Основы теории листовой штамповки. М., „Машиностроение“, 1968.
- [4] Кошур В. Д., Немировский Ю. В.: О геометрических свойствах процессов формоизменения тонких оболочек. Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 6.
- [5] Бурлаков А. В., Львов Г. И.: Об одном классе обратных задач упругопластического формоизменения оболочек. Изв. АН СССР. МТТ, 1980, № 5.
- [6] Львов Г. И.: О некоторых обратных задачах упругопластического деформирования оболочек. В кн.: Динамика и прочность машин. Вып. 29, 1979.
- [7] Ильющин А. А.: Пластичность. М.-Л., Гостехиздат, 1948.
- [8] Арышенский Ю. М.: Теория листовой штамповки анизотропных материалов. Изд-во Саратовского университета, 1973.
- [9] Бубнова Л. В., Малинин Н. Н., Мещеряков Р. К.: Основные уравнения расчета калибрования тонкостенных цилиндров. Изв. ВУЗов „Машиностроение“. 1966, № 7.
- [10] Львов Г. И.: Взаимодействие упругопластической оболочки с жестким штампом. механика, 1980, т. 16, № 11.
- [11] Самарский А. А., Андреев В. Б.: Разностные методы для эллиптических уравнений. М., „Наука“, 1976.
- [12] Вазов В., Форсайт Дж.: Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. М., Изд-во иностр. лит., 1963.
- [13] Мяченков В. И., Григорьев И. В.: Расчет составных оболочечных конструкций на ЭВМ. М., „Машиностроение“, 1981.

доц к. т. н. Львов Г. И.

Харьковский политехнический институт им. Ленина

СССР – 310002 Харьков

ул. Фрунзе 21

кафедра „Динамика и прочность машин“

Dr.-Ing. H. Altenbach

Technische Hochschule „Otto von Guericke“ Magdeburg
Sektion Dieselmotoren, Pumpen und Verdichter

DDR – 3010 Magdeburg, PSF 124