

Seismische Analyse von Rotationsschalen mittels der Antwortspektrenmethode

Lutz Fischer

1. Einleitung

Bei der Untersuchung von besonderen Tragwerken, wie es Kühltürme, Öl- und Flüssigkeitsgasbehälter, Sicherheitsbehälter für Kernenergieanlagen, Silos u. ä. darstellen, werden immer häufiger Nachweise zur Erdbebensicherheit durchgeführt. Das betrifft auch Länder mit geringer Seismizität, wenn an die Funktion des Tragwerkes höhere Sicherheitsforderungen als im üblichen Bereich des Bauwesens gestellt werden. Solche höheren Sicherheitsforderungen findet man zum Beispiel im Kernkraftwerksbau, bei denen Erdbebenintensitäten mit einer Auftretenswahrscheinlichkeit bis 10^{-4} pro Jahr und Standort der Projektierung zugrundegelegt werden.

Berechnungsmethoden:

Das dynamische Verhalten der Baukonstruktion wird durch die in Vektorschreibweise formulierte Differentialgleichung der Bewegung beschrieben, wobei der Lastvektor bei Erdbebenerregung eine spezielle Gestalt besitzt. Um dem Wesen der seismischen Erregung Rechnung zu tragen, bietet sich ein stochastisches Lastmodell an. Sowohl die Beschreibung des stochastischen Lastmodells als auch die Lösung der Bewegungsdifferentialgleichung sind im gegenwärtigen Zustand nicht für die Projektierungspraxis geeignet. Bei Vorhandensein repräsentativer Zeitverläufe für den Lastvektor und einer sinnvollen Abschätzung der Dämpfung in der Konstruktion ist eine Zeitverlaufsrechnung (Time History Analysis) im deterministischen Sinne möglich. Eine entsprechende Berücksichtigung des statistischen Charakters der Erdbebenerregung kann aber nur über mehrere Zeitverlaufsrechnungen erfolgen. In den Erdbebenvorschriften vieler Länder findet man als ein wirtschaftliches und gut handhabbares Verfahren die Antwortspektrenmethode (Response Spectral Method). Die Antwortspektrenmethode stellt die Kombination der Modalen Analyse mit dem Antwortspektrum dar. Das Antwortspektrum enthält die maximalen Antworten von Einmassenschwingern, die verschiedenen Zeitverläufen der Erdbebenerregung unterworfen wurden. Dadurch wird in einer einfachen Weise der stochastische Aspekt des Lastvektors erfasst.

Schalenprogramme:

Die elastodynamische Schalenberechnung wird zweckmäßigerweise mit einem Programmsystem für einen Computer durchgeführt, so daß mit einer genügend großen Anzahl von Freiheitsgraden im Berechnungsmodell die gesuchten Eigenfrequenzen und Eigenformen mit hinreichender Genauigkeit berechnet werden können.

Um den Einsatz vorhandener Programmsysteme auch bei der Projektierung erdbebensicherer Tragwerke zu ermöglichen, wird im Abschnitt 4.2. ein „verallgemeinertes Ersatzmassensystem“ für das rotationssymmetrische Flächentragwerk abgeleitet. Dieses Ersatzmassensystem gestattet es, die Antwortspektrenmethode, wie sie in den Erdbebenvorschriften für Punktmassensysteme vorgeschrieben ist, auch auf Schalentragwerke anzuwenden. Das dazu notwendige Berechnungsschema wird im Abschnitt 4.3. erläutert.

Verzichtet wird in dieser Arbeit auf die Erfassung der Boden-Bauwerk-Wechselwirkung. Dies soll Gegenstand einer anderen Veröffentlichung sein.

2. Seismische Erregung des Tragwerkes

Bei einem Erdbeben erzeugen die seismischen Wellen an der Erdoberfläche ($z = 0$) zeitlich und örtlich veränderliche Verschiebungen: $\mathcal{W}_{bj}(t, x, y, z = 0)$.

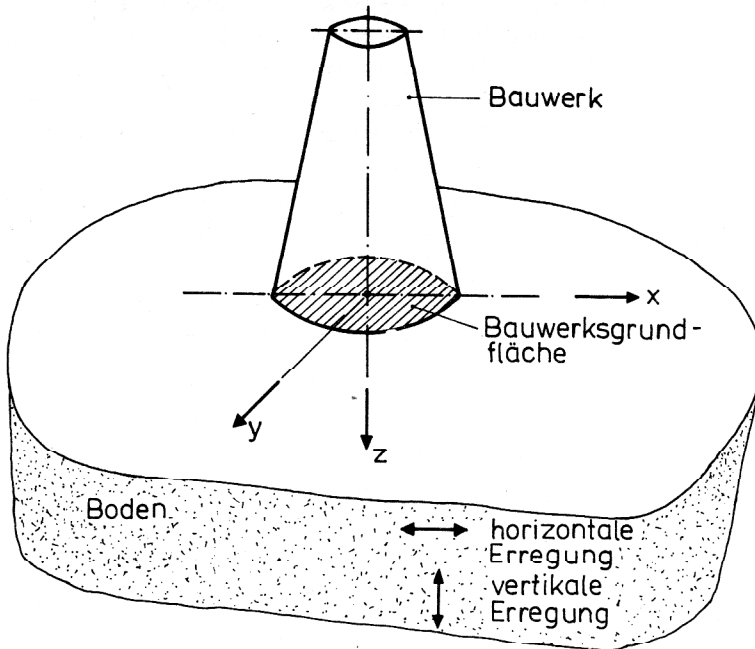
Sind die Verschiebungsvektoren \mathcal{W}_{bj} für alle Punkte der Bauwerksgrundfläche (vgl. Bild 1) bekannt, lassen sich näherungsweise die Translationen und Rotationen in 3 orthogonalen Richtungen für die Bauwerksgrundfläche ermitteln:

$$\text{Vektor der Translation } \mathcal{W}_b(t) = \begin{pmatrix} V_b^x(t) \\ V_b^y(t) \\ V_b^z(t) \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\text{Vektor der Rotation } \vec{\Theta}_b(t) = \begin{pmatrix} \Theta_b^x(t) \\ \Theta_b^y(t) \\ \Theta_b^z(t) \end{pmatrix} \quad (2)$$

Die Vektoren (1) und (2) beschreiben die Bodenverschiebungen und -verdrehungen unter den Bedingungen gut, daß die Wellenlängen der seismischen Erregung genügend groß gegenüber den Abmessungen in der Bauwerksgrundfläche sind und keine nennenswerte Rückwirkung des Bauwerkes auf den Boden erfolgt. Man spricht in diesem Fall von einer „Starrkörpererregung“. Die zur Verfügung stehenden Bebenaufzeichnungen gestatten es nicht, über beide Vektoren (1) und (2) Auskunft zu geben. Entsprechend der verwendeten Meßtechnik läßt sich der Vektor der Translation bestimmen und im folgenden werden daher die 3 Rotationen an der Bauwerksgrundfläche außer acht gelassen.

Eine weitere Spezifizierung des Verschiebungsvektors der Bodenbewegung nach Gl. (1) ist möglich:



$$\mathcal{H}_b(t) = \begin{pmatrix} V_b^x(t) \\ V_b^y(t) \\ 0 \\ V_b^z(t) \end{pmatrix} \quad (3)$$

In horizontaler Richtung wird eine Bodenkomponente nur in x-Richtung angenommen, während dies in y-Richtung infolge der vorausgesetzten Rotationssymmetrie des Bauwerkes leicht durch eine Koordinatentransformation erreicht werden kann. Der Verschiebungsvektor der Gleichung (3) enthält eine horizontale und eine vertikale Anregungskomponente an der Bauwerksgrundfläche. Das Bauwerk wird dadurch zu Biege-, Längs- und Torsionsschwingungen, die auch gekoppelt auftreten, angeregt.

Eine Entkopplung der Torsionsschwingungen gelingt für achsensymmetrische Schwingungen (entspricht der Ordnung des Fourierkoeffizienten $m = 0$) [1].

Infolge der mehrfachen Symmetrie des Rotationskörpers sind bei Annahme der Gleichung (3) keine nennenswerten Beanspruchungen aus den Torsionsschwingungen zu erwarten, so daß im weiteren von einer Untersuchung der Torsion abgesehen werden soll.

Bei den nichtachsensymmetrischen Schwingungen ($m > 0$) werden durch die horizontalen Erdbebenkomponenten vor allem die Belastungsglieder mit einer Welle in Umfangsrichtung, also $m = 1$, angeregt [2]. Dies wird im Abschnitt 4.2. auch als Resultat erhalten.

3. Eigenschwingungen des Tragwerkes¹⁾

Zur Untersuchung der Eigenschwingungen rotations-symmetrischer Flächentragwerke können bereits existierende Programmsysteme eingesetzt werden, falls sie sowohl die Eigenformen an allen erforderlichen Scha-

lenpunkten als auch die entsprechenden Eigenfrequenzen liefern. Die folgenden Betrachtungen dienen zur Definition des Eigenformvektors, der im Abschnitt 4 benötigt wird.

Erläutert werden die notwendigen Schritte anhand des Programmpaketes ROSCHA²⁾ [3], mit dem auch die konkreten Berechnungen ausgeführt werden.

Schalentheorie

Es wird die Biegetheorie der Schalen ohne Berücksichtigung der Querkraftschubverzerrungen angewendet. Das kanonische Differentialgleichungssystem besteht aus 8 linearen Differentialgleichungen 1. Ordnung.

Materialverhalten

Die Berücksichtigung orthotropen Materialverhaltens, das in Richtung des Breitenkreises homogen und in Meridianrichtung inhomogen sein kann, ist möglich.

Geometrie und Koordinatensysteme

Die beliebige Meridiankontur wird in n Abschnitte längs des Meridians, im weiteren als Ringelemente bezeichnet, eingeteilt. Im Bild 2 ist zum Beispiel das k -te Ringelement hervorgehoben worden. Neben dem kartesischen Koordinatensystem x, y, z wird ein Zylinderkoordinatensystem r, ψ, z verwendet. Es bedeuten im Bild 2

- ψ Drehwinkel in Umfangsrichtung
- φ Winkel zwischen der Normalen des Meridians und der Rotationsachse (z -Achse)

Das k -te Ringelement, das sowohl ein Schalen- als auch ein Plattenringelement sein kann, besitzt die Masse m_k ³⁾.

- 2) Die hier verwendeten Bezeichnungen sind nicht immer mit den bei ROSCHA verwendeten identisch; die notwendigen Bemerkungen sind auf den hier zu untersuchenden Spezialfall zugeschnitten bzw. gehen z. T. über die Anwendungsbeschreibung für ROSCHA hinaus.
- 3) m ohne Index bedeutet Ordnung des Fourierkoeffizienten, m mit Index k bedeutet Masse des k -ten Ringelementes.

1) Herrn NPT Prof. Dr. rer. nat. habil. G. Landgraf gilt mein besonderer Dank für die fruchtbaren Diskussionen und Anregungen.

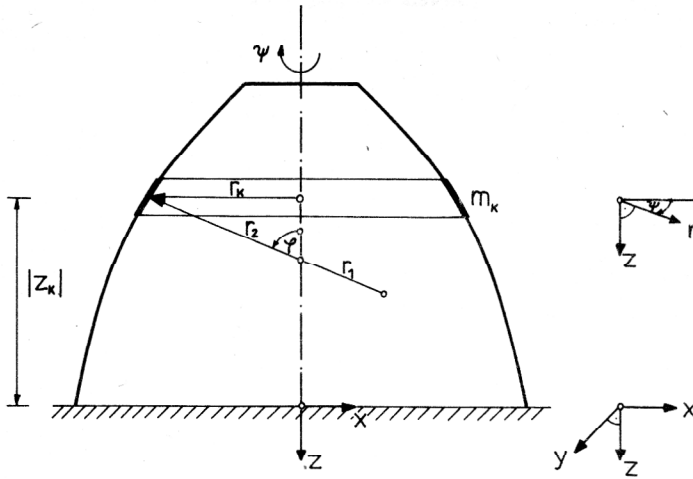


Bild 2
Geometrische Größen am Bauwerk

Die Summation aller m_k ergibt die Gesamtmasse des Tragwerkes

$$M = \sum_{k=1}^n m_k \quad (4)$$

Ein Massenelement dm_k von m_k (Bild 3) ist infolge der Unabhängigkeit der Masse vom Winkel ψ gleich

$$dm_k = \frac{1}{2\pi} m_k d\psi \quad (5)$$

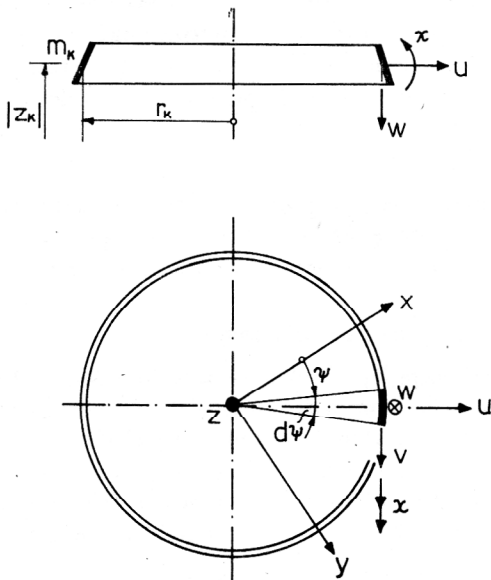


Bild 3
Verschiebungen u, v, w und Verdrehung χ am k -ten Ringelement

Eigenschwingungen

Bei freien Schwingungen wird die Zeitabhängigkeit durch einen harmonischen Ansatz erfasst. Für die vorgegebene Ordnung m des Fourierkoeffizienten gestattet ROSCHA die Berechnung der Eigenfrequenzen und der Eigenformen. Dazu wird längs des Meridians über jeweils 2 Ringelemente (entspricht bei ROSCHA einem Ele-

ment!) mit dem Verfahren von Runge-Kutta integriert und mittels des Übertragungsmatrizenverfahrens zum nächsten Ringelementpaar übertragen. Die Eigenwerte folgen aus dem Nullsetzen der Koeffizientendeterminante der Gesamtübertragungsmatrix, wobei das Restwertverfahren angewendet wird.

Zur Beschreibung der Eigenform werden 4 verschiedene Verformungsgrößen u, v, w und χ (Bild 3) als Ergebnis angegeben:

$u(\psi)$ Verschiebung in horizontaler radialer Richtung (für das k -te Element in Richtung r_k)

$v(\psi)$ Verschiebung in horizontaler tangentialer Richtung (Verschiebung in Umfangsrichtung)

$w(\psi)$ Verschiebung in vertikaler Richtung (Verschiebung in Richtung von z)

$\chi(\psi)$ Verdrehung der Meridiantangente.

Diese 4 Verformungsgrößen sind linear voneinander abhängig, während jeweils 3 linear unabhängig sind [4]. Entsprechend Gleichung (3) werden die Verschiebungen u, v, w gewählt und zu einem Vektor der Eigenform zusammengefasst. Für die i -te Eigenform des k -ten Ringelementes lautet damit der Vektor der Eigenform in kartesischen Koordinaten

$$\vec{V}_{ki}(\psi) = \begin{pmatrix} V_{ki}^x \\ V_{ki}^y \\ V_{ki}^z \end{pmatrix}$$

bzw. mit den in Zylinderkoordinaten definierten u, v, w

$$\vec{V}_{ki}(\psi) = \begin{pmatrix} u_{ki} \cos \psi - v_{ki} \sin \psi \\ u_{ki} \sin \psi + v_{ki} \cos \psi \\ w_{ki} \end{pmatrix}$$

Die Verteilung von u, v, w in Umfangsrichtung ist mit

$$u_{ki}(\psi) = \hat{u}_{ki} \cos m \psi$$

$$v_{ki}(\psi) = \hat{v}_{ki} \sin m \psi$$

$$w_{ki}(\psi) = \hat{w}_{ki} \cos m \psi$$

bekannt, so daß nun der Vektor der Eigenform seine endgültige Gestalt erhält:

$$\vec{V}_{ki}(\psi) = \begin{pmatrix} \hat{u}_{ki} \cos m \psi \cos \psi - \hat{v}_{ki} \sin m \psi \sin \psi \\ \hat{u}_{ki} \cos m \psi \sin \psi + \hat{v}_{ki} \sin m \psi \cos \psi \\ \hat{w}_{ki} \cos m \psi \end{pmatrix} \quad (6)$$

mit $\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}$ als Amplituden von u, v, w .

4. Antwortspektrenmethode

4.1. Antwortspektrenmethode für Flächentragwerke

Ein n -Massensystem wird mit der Methode der Modalen Analyse in n Einmassensysteme, für die die maximale Antwort aus dem Antwortspektrum entnommen wird, überführt. An diesem Schwingungsmodell ist die Antwortspektrenmethode entwickelt worden [5], [6]. Ein Flächentragwerk ist jedoch nicht ohne weiteres als Ein-

massensystem zu behandeln. Eine brauchbare Näherung der Anwendung der Antwortspektrenmethode auf Flächentragwerke wird im folgenden dargestellt.

Die Eigenfrequenzen und Eigenformen werden mit einem Schalenprogramm für das gegebene Flächentragwerk berechnet. Für die i-te Eigenschwingung wird mit dem Hamilton'schen Prinzip ein „verallgemeinertes Ersatzmassensystem“ abgeleitet, das durch eine verallgemeinerte Kraft F_i^* und eine verallgemeinerte Masse M_i^* charakterisiert wird. Auf dieses System wird das Antwortspektrum angewendet (Bestimmung von C und S – siehe Abschnitt 4.3.). Die Definition der statischen Ersatzlasten sowie die Berechnung der Schnittgrößen (bzw. Spannungen) und der Verformungen erfolgen wieder am Flächentragwerk selbst.

4.2. Kenngrößen für das „verallgemeinerte Ersatzmassensystem“

Bei der Methode der Modalen Analyse wird die Lösung der Differentialgleichung der Bewegung nach den Eigenformen des Systems entwickelt. Der Verschiebungsvektor \mathcal{W}_{ki} des k-ten Ringelementes für die i-te Eigenschwingung läßt sich mit dem Vektor der Eigenform \vec{V}_{ki} (Gl. (6)) und der sogenannten modalen Koordinate T_i als Funktion der Zeit t in der Form

$$\mathcal{W}_{ki}(\psi, t) = \vec{V}_{ki}(\psi) \cdot T_i(t) \quad (7)$$

beschreiben. Weiterhin wird ein Gesamtverschiebungsvektor $\mathcal{W}_{ki}^{(g)}$ als Summe der Relativverschiebung des k-ten Ringelementes und der Verschiebung des Bodens (Gl. (3)) definiert:

$$\mathcal{W}_{ki}^{(g)}(\psi, t) = \mathcal{W}_{ki}(\psi, t) + \mathcal{W}_b(t) \quad (8)$$

Um das Hamiltonsche Prinzip anwenden zu können, sind die Energieausdrücke für das Gesamtsystem aufzustellen. Die kinetische Energie des k-ten Ringelementes für die i-te Eigenschwingung ist

$$E_{ki}^{(kin)} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \dot{\mathcal{W}}_{ki}^{(g)T} [m_k] \dot{\mathcal{W}}_{ki}^{(g)} \right\} d\psi$$

Die einzelnen Größen bedeuten

$$\dot{\mathcal{W}}^{(g)T} \quad \text{Transponierte des Geschwindigkeitsvektors}$$

$$\dot{\mathcal{W}}^{(g)} \quad \text{der absoluten Bewegung}$$

$[m_k]$ Massenmatrix des k-ten Ringelementes

$$[m_k] = \begin{bmatrix} m_k & 0 & 0 \\ 0 & m_k & 0 \\ 0 & 0 & m_k \end{bmatrix}$$

Nach Ausführung der Multiplikation in der geschweiften Klammer von $E_{ki}^{(kin)}$ und Summation über alle Ringelemente erhält man die kinetische Energie des Gesamtsystems

$$E_i^{(kin)} = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^n m_k \int_0^{2\pi} (\dot{\mathcal{W}}_{ki}^{(g)})^2 d\psi \quad (9)$$

Während die kinetische Energie Ausdrücke für die verallgemeinerte Masse und für die verallgemeinerte Kraft liefert, ergibt die potentielle Energie solche für die verallgemeinerte Steifigkeit. Eine verallgemeinerte Dämpfung ist nur über eine Erweiterung des Hamiltonschen Prinzips um die Arbeit der nichtkonservativen Dämpfungskräfte zu berechnen. Da die beiden letztgenannten Größen hier nicht zur Diskussion stehen, wird im Hamilton'schen Prinzip die potentielle Energie $E_i^{(pot)}$ nur in allgemeiner Form erfaßt.

Die Variationsaussage des Hamilton'schen Prinzips lautet

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta (E_i^{(kin)} - E_i^{(pot)}) dt = 0$$

bzw. nach sukzessivem Einsetzen der Gleichungen (9), (8), (7), nach Ausführung der Variation und nach partieller Integration

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \left(-\frac{1}{2\pi} \sum_k m_k \int_0^{2\pi} \vec{V}_{ki}^2 d\psi \cdot \ddot{T}_i - \frac{1}{2\pi} \sum_k m_k \int_0^{2\pi} \vec{V}_{ki} d\psi \cdot \ddot{\mathcal{W}}_b \right) \delta T_i - \delta E_i^{(pot)} \right\} dt = 0$$

Auch die Variation der potentiellen Energie kann für die elastischen Rückstellkräfte als Variation von δT_i dargestellt werden:

$$\delta E_i^{(pot)} = F_i(T_i) \delta T_i$$

Das Variationsintegral

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \frac{1}{2\pi} \sum_k m_k \int_0^{2\pi} \vec{V}_{ki}^2 d\psi \cdot \ddot{T}_i + \frac{1}{2\pi} \sum_k m_k \int_0^{2\pi} \vec{V}_{ki} d\psi \cdot \ddot{\mathcal{W}}_b + F_i(T_i) \right\} \delta T_i dt = 0$$

liefert schließlich die verallgemeinerte Kraft⁴⁾

$$F_i^* = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^n m_k \int_0^{2\pi} \vec{V}_{ki}(\psi) \ddot{\mathcal{W}}_b d\psi \quad (10)$$

und die verallgemeinerte Masse

$$M_i^* = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^n m_k \int_0^{2\pi} \vec{V}_{ki}^2(\psi) d\psi \quad (11)$$

4) Mit dem vorgegebenen Algorithmus können die verallgemeinerte Kraft und die verallgemeinerte Masse leicht auch für eine Biegetheorie mit Querkraftschubverzerrung abgeleitet werden.

Ebenso ist die Einbeziehung der 3 Freiheitsgrade der Rotation nach Gl. (2) infolge der durchgängigen Benutzung von Vektoren in einfacher Weise gegeben.

Im Antwortspektrum werden nur Maximalwerte für Beschleunigung, Geschwindigkeit und Verschiebung betrachtet, deshalb wurde auf das negative Vorzeichen für die verallgemeinerte Kraft verzichtet.

Es ist angebracht, die Gleichungen (10) und (11) für die einzelnen Schwingungsformen weiter aufzubereiten.

a) *Fourierordnung* $m = 0$ (ohne Torsion – vgl. Abschnitt 2)

Die Einführung der Gleichungen (6) für $m = 0$ und (3) in (10) und (11) ergeben für die verallgemeinerte Kraft

$$F_i^* = \ddot{V}_b^z \cdot \sum_{k=1}^n m_k \hat{w}_{ki}$$

und für die verallgemeinerte Masse

$$M_i^* = \sum_{k=1}^n m_k (\hat{u}_{ki}^2 + \hat{w}_{ki}^2) \quad (11-0)$$

In der Antwortspektrenmethode ist eine Abkürzung L_i nach

$$F_i^* = \ddot{V}_b^z \cdot L_i$$

üblich. Der Beteiligungsfaktor L_i stellt wie M_i^* einen skalaren Faktor dar:

$$L_i = \sum_{k=1}^n m_k \hat{w}_{ki} \quad (10-0)$$

b) *Fourierordnung* $m = 1$

Analog zu a) folgen nach Auswertung die verallgemeinerte Kraft

$$F_i^* = \frac{1}{2} \cdot \ddot{V}_b^x \cdot \sum_{k=1}^n m_k (\hat{u}_{ki} - \hat{v}_{ki})$$

bzw. der Beteiligungsfaktor

$$L_i = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n m_k (\hat{u}_{ki} - \hat{v}_{ki}) \quad (10-1)$$

und die verallgemeinerte Masse

$$M_i^* = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n m_k (\hat{u}_{ki}^2 + \hat{v}_{ki}^2 + \hat{w}_{ki}^2) \quad (11-1)$$

c) *Fourierordnung* $m > 1$

Für eine Fourierordnung $m > 1$ verschwindet die verallgemeinerte Kraft.

$$F_i^* = 0$$

Die unter a) bis c) erhaltenen Ergebnisse zeigen, daß einerseits die horizontalen Komponenten der Erdbebenerregung das Tragwerk zu Schwingungen mit $m = 1$ und andererseits die vertikale Komponente der Erdbebenerregung das Tragwerk zu Schwingungen mit $m = 0$ anregen.

4.3. Berechnungsschema für die Anwendung der Antwortspektrenmethode

In Kurzform werden die einzelnen Schritte der Antwortspektrenmethode für rotationssymmetrische Flächentragwerke mitgeteilt.

Schritt 1:

Ermittlung der Eigenfrequenzen f_i bzw. der Schwingungsdauern T_i und des Vektors der Eigenformen \vec{V}_{ki} ($k = 1, \dots, n$) für die i -te Eigenschwingung (mit $i = 1$ beginnend) und für eine Fourierordnung $m = 1$ am ungedämpften Schwingungssystem.

Schritt 2:

Berechnung der Größen

- Beteiligungsfaktor L_i nach Gl. (10-1)
- Verallgemeinerte Masse M_i^* nach Gl. (11-1)
- Eigenformfaktor η_i nach

$$\eta_i = L_i / M_i^*$$

- Ersatzmassenfaktor ϵ_i nach

$$\epsilon_i = \eta_i \frac{L_i}{M}$$

mit M nach Gl. (4).

Abschätzung der benötigten Anzahl N_1 von Eigenformen nach

$$\sum_{i=1}^{N_1} \epsilon_i \approx 1.$$

Schritt 3:

Festlegung der statischen Ersatzlasten

3.1. in Richtung der Eigenform u

$$H_{ki}^u(\psi) = \frac{1}{2\pi} m_k CS(T_i, D) \cdot \eta_i \hat{u}_{ki} \cos \psi$$

3.2. in Richtung der Eigenform v

$$H_{ki}^v(\psi) = \frac{1}{2\pi} m_k CS(T_i, D) \cdot \eta_i \hat{v}_{ki} \sin \psi$$

3.3. in Richtung der Eigenform w

$$H_{ki}^w(\psi) = \frac{1}{2\pi} m_k CS(T_i, D) \cdot \eta_i \hat{w}_{ki} \cos \psi$$

Die Konstante C und der Wert des Antwortspektrums S als Funktion der Schwingungsdauer T_i und der Dämpfung D sind nach der jeweils vorliegenden Erdbebenvorschrift zu bestimmen. Die Konstante C beinhaltet z. B. den Baugrundeinfluß, die Wertigkeit des Bauwerkes, die Erdbebenintensität.

Schritt 4:

Überlagerung der statischen Ersatzlasten für die gleichzeitige Wirkung einer Erregung in den beiden, horizontalen Richtungen x und y

$$\bar{H}_{ki}^u(\psi) = H_{ki}^u(\psi) + H_{ki}^u(\psi + \frac{\pi}{2})$$

\bar{H}_{ki}^v und \bar{H}_{ki}^w analog.

Schritt 4 ist jedoch nur dann auszuführen, falls diese Überlagerung benötigt oder nach der Erdbebenvorschrift verlangt wird.

Schritt 5:

Bestimmung der Schnittgrößen bzw. Spannungen und der Verformungen für die Schwingungsformen $i = 1, 2, \dots, N_1$ unter der Annahme, daß die statischen Ersatzlasten wie äußere Lasten betrachtet werden.

Schritt 6:

Ausführung der Schritte 6 bis 9, falls die Berechnungen für eine Fourierordnung $m = 0$ benötigt oder durch die Erdbebenvorschrift eine vertikale Erregung gefordert werden. Schritt 6 entspricht Schritt 1 für Fourierordnung $m = 0$

Schritt 7:

Berechnung der Größen

- Beteiligungsfaktor L_i nach Gl. (10–0)
- Verallgemeinerte Masse M_i^* nach Gl. (11–0)
- η_i und ϵ_i formelmäßig nach Schritt 2.

Abschätzung der benötigten Anzahl N_o von Eigenformen nach

$$N_o \sum_{i=1} \epsilon_i \approx 1.$$

Schritt 8:

Festlegung der statischen Ersatzlasten analog Schritt 3.

Schritt 9:

Ausführung des Schrittes 9 analog Schritt 5 für die Schwingungsformen $i = 1, 2, \dots, N_o$.

Schritt 10:

Kombination der Schnittgrößen (Spannungen) bzw. Verformungen aus den einzelnen Eigenschwingungen zur Gesamtschnittgröße bzw. Gesamtverformung nach

$$R_j = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_1} R_{ji}^2 (m=1) + \sum_{i=1}^{N_o} R_{ji}^2 (m=0)}$$

Größe R steht stellvertretend für Schnittgröße bzw. Verformung, während Index j die Richtung von R charakterisiert und Index i die Nummer der Eigenschwingung kennzeichnet.

$R_{ji} (m = 1)$ werden im Schritt 5 und

$R_{ji} (m = 0)$ im Schritt 9 berechnet.

Schritt 11:

Nachweis der Sicherheit (eventuell unter Einwirkung weiterer äußerer Lasten) und Formulierung von konstruktiven Details.

Der Vollständigkeit halber sei bemerkt, daß es in der internationalen Fachliteratur eine Vielzahl von weiteren Überlagerungsformeln für R_{ji} (Schritt 10) gibt. Hier wurde die einfachste, auf wahrscheinlichkeitstheoretischer Grundlage beruhende Formel benutzt.

Im Schritt 11 wird angedeutet, daß die Projektierung erdbebensicherer Bauwerke nicht allein auf die Berechnung der Erdbebenbelastung und der sich daraus ergebenden Beanspruchungen in den einzelnen Querschnitten reduziert werden darf. Eine gute Erdbebenvorschrift verlangt gleichzeitig, durch konstruktive Maßnahmen

- ein günstiges Schwingungsverhalten des Bauwerkes
- eine sichere Kraftübertragung zwischen den einzelnen Bauteilen und
- eine ausreichende Verformbarkeit in bestimmten Bauteilen

zu sichern. Für den in der Projektierung tätigen Ingenieur sind die im Schritt 11 verlangten Notwendigkeiten eine recht anspruchsvolle Aufgabe.

Die Antwortspektrenmethode verwendet die Modale Analyse und daher können nur lineare Differentialgleichungen behandelt werden. Ein gewisser Ausgleich wird durch sogenannte „Inelastische Antwortspektren“ geschaffen.

5. Schlußbemerkungen

Im Abschnitt 4 sind die theoretischen Grundlagen der Antwortspektrenmethode für rotationssymmetrische Flächentragwerke dargestellt worden. Es konnte im Rahmen der verwendeten Näherung gezeigt werden, daß die horizontalen Komponenten der Bodenbewegung das System zu nichtachsensymmetrischen Schwingungen mit einer Fourierordnung $m = 1$ und die vertikale Komponente der Bodenbewegung das System zu achsensymmetrischen Schwingungen ($m = 0$) anregen.

Wie dem Berechnungsalgorithmus nach Abschnitt 4.3 zu entnehmen ist, werden nur die Schritte 2 und 7 mit dem „verallgemeinerten Ersatzmassensystem“ abgearbeitet. Alle anderen Schritte werden mit dem Berechnungsmodell Flächentragwerke durchgeführt. In den Schritten 3 und 8 wird der Bezug zur Erdbebenvorschrift hergestellt. Insbesondere verbleibt die Schnittgrößen- und Verformungsermittlung im Raum der Schnittgrößen und der Verformungen des Flächentragwerkes.

Numerische Ergebnisse, die auf dem hier vorgeschlagenen Wege erhalten wurden, liegen beim Verfasser vor.

Der oben angegebene Algorithmus gestattet, die Erdbebenvorschrift in analoger Weise auch auf Schalentragwerke anzuwenden.

LITERATUR

- [1] Landgraf, G.; Weber, M.: Über einige Besonderheiten im Schwingungsverhalten von Rotationsschalen. Z. Technische Mechanik 3 (1982), H. 4, S. 5 – 10.
- [2] Krätzig, W. B.; Meskouris, K.: Vereinfachte Erdbebenberechnung von Naturzugkühltürmen. Institut für Konstruktiven Ingenieurbau der Ruhr-Universität Bochum, Mitteilung Nr. 78–5, August 1978.
- [3] ROSCHA: Programmpaket, erarbeitet an der Technischen Universität Dresden, Sektion Grundlagen des Maschinenwesens, Themenleiter NPT Prof. Dr. rer. nat. habil. G. Landgraf.
- [4] Kirhhübel, H.: Numerische Behandlung transienter Bewegungsvorgänge in Rotationsschalen, Dissertation B, Technische Universität Dresden, Dresden 1982.
- [5] Müller, F. P.; Keintzel, E.: Erdbebensicherung von Hochbauten. Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, München, Düsseldorf 1978.
- [6] Fischer, L.: Ein Überblick zu Berechnungsverfahren für erdbebenbeanspruchte Bauwerke. Seiten 181 bis 192 in Referate zur 3. Informationstagung am 5. 2. 1982 in Dresden, veranstaltet von der Bauakademie der DDR, der TU Dresden und der KdT, Fachverband Bauwesen.

Anschrift des Verfassers:

Dr.-Ing. Lutz Fischer
Bauakademie der DDR
Institut für Heizung, Lüftung und
Grundlagen der Bautechnik

1125 Berlin
Plauener Str. 163 – 165