TECHNISCHE MECHANIK 5 (1984) Heft 3
Manuskripteingang: 23. 9. 1983

Das J -Integral und seine Verallgemeinerungen - aktuelle Trends in der Bruchmechanik

B. Michel, W. Totzauer

1. Einige Bemerkungen zur Bruch- und Schadensmechanik

Das Auftreten von Rissen in Bauteilen, Maschinen und Anlagen schafft heute für die Volkswirtschaften der hochentwickelten Industrieländer eine Reihe von schwierigen ökonomischen und technischen Problemen. Auf der einen Seite steht die Sicherheit und Zuverlässigkeit der Anlagen als eine entscheidende Frage. Auf der anderen Seite gilt es, diese auch mit einem ökonomisch vertretbaren Aufwand zu garantieren. Ein nicht geringer Teil der herkömmlichen Dimensionierungs-, Berechnungs- und Bewertungskriterien wird jedoch den heutigen Anforderungen insbesondere unter dem Gesichtspunkt der Materialökonomie aber auch den höheren Sicherheitserfordernissen bestimmter Bauteile, Aggregate oder Prozesse (man denke hier nur z. B. an den Betrieb von Kernkraftwerken) nicht mehr gerecht [1], [2]. Konnte man sich in der Vergangenheit in nicht wenigen Fällen noch mit einer i. a. nicht sehr genauen Abschätzung des Festigkeitsverhaltens begnügen und durch entsprechende höhere Sicherheitsfaktoren die „Toleranzen" in gewissem Sinne „überspielen", so ist langfristig eine derartige – auch heute in nicht wenigen Bereichen durchaus übliche – Praxis aus mehreren Gesichtspunkten immer weniger zu vertreten:

a) Sie entspricht weder den steigenden Anforderungen, noch den realen Möglichkeiten der Materialökonomie, da i. a. ein zu großer Materialaufwand die Folge ist.
b) Die dadurch „vorgetäuschte" Sicherheit ist in wichtigen Bereichen oft gar nicht wirklich vorhanden.
c) Es werden durch Unkenntnis realer Werkstoffkenngrößen und -kriterien nicht immer die geeigneten Werkstoffe eingesetzt, sondern in einem nicht unbeträchtlichen Ausmaß zu hochwertige Werkstoffe, d. h. deren Leistungsvermögen kann nicht ausgeschöpft werden.
d) Aus c) resultieren auch ggf. größere technologische Nachteile, da nicht selten aufwendigere Fertigungsverfahren eingesetzt werden müssen, um bestimmte Qualitätsparameter einhalten zu können, die dann möglicherweise gar keinen entscheidenden Einfluß mehr auf die tatsächliche Zuverlässigkeit, Sicherheit bzw. Funktionsfähigkeit besitzen.

Wir wollen und können hier nicht im einzelnen auf die zahlreichen Beispiele eingehen, die das Gesagte belegen, sondern wir heben hier den speziellen Fall des Bruchkriteriums hervor. Besitzt beispielsweise der einzusetzende Konstruktionswerkstoff eine stark nichtlineare (z. B. duktile) Spannungs-Dehnungs-Kennlinie innerhalb des Verwendungsbereiches (u. U. in starkem Maße temperaturabhängig und vom Belastungsregime abhängig), dann wird durch Dimensionierungsverfahren auf der Grundlage der linear-elastischen Bruchmechanik (LEBM) einerseits eine u. U. beträchtliche Materialreserve direkt verschenkt, da die Spannungen, Spannungsintensitätsfaktoren usw. in den kritischen Regionen zu hoch berechnet werden. Andererseits sind aber infolge des plastischen Fließens oder lokaler thermischer Effekte auch kritische Werkstück- oder Bauteilbereiche wesentlich stärker gefährdet als ausgewiesen, da z. B. Fragen der Schadensakkumulation [4], [7] Kriecherscheinungen u. ä. im Bereich des duktilen Materialverhaltens ganz anderen Mechanismen unterworfen sind (z. B. der Mikrovoid-Bildung usw.) als z. B. bei den durch Sprödbruch gefährdeten Bauteilen. Aus diesen und einer ganzen Reihe weiteren Gründen beschäftigt sich in den letzten Jahren im internationalen Maßstab eine stark zunehmende Zahl von Forschungseinrichtungen mit einem bedeutenden Forschungspotential intensiv mit den Bruch- und Rißkriterien für kompliziertes Werkstoffverhalten unter den verschiedenartigsten Belastungen. Die Ursachen dafür sind weitgehend direkt im ökonomischen Bereich zu sehen, daß außerordentlich hohe Mittel für die Schadensverhütung, Schadensdiagnostik bzw. den Ersatz schadensgefährdeter Anlagen aufgewendet werden müssen und es aus diesem Grunde eben nicht ohne Bedeutung ist, ob eine im volkswirtschaftlichen Sinne leistungsfähige Anlage 1 bis 2 Jahre länger zuverlässig arbeiten kann oder nicht, selbst bei Vorhandensein (unterkritischer!) Risse. Die Kriterien der Bruchmechanik erzwingen sich im internationalen Maßstab in zunehmendem Maße ihre Beachtung bzw. zumindest Berücksichtigung in wesentlichen Punkten, in den technischen Normen, Standards und Vorschriften. Besonders weit ist diese Entwicklung im Flugzeug- und Raketenbau vorangeschritten [3]. Es gibt aber heute nach Wissen der Autoren keinen wichtigen technischen Bereich mehr, wo Bruch- und Rißvorgänge ohne moderne Methoden, Verfahren und Konzepte der Bruchmechanik behandelt oder zumindest abgeschätzt werden. Das trifft auf den Maschinenbau genauso zu wie auf den Kraftwerks- und Energieanlagenbau, auf das Bauwesen (Staudämme, Brücken, tragende Konstruktionen usw.) oder auf zahlreiche spezielle technische Verfahren (vgl. [1], [2], [4]), man denke nur an die Schweißverbindungen und deren Gefährdung durch Risse! Selbst in der Geologie spielen bei den Fragen der Seismologie (Erdbebenvorhersage), den Lagerstättenproblemen, bei der Anlage von Untergrundspeichern usw. die Bruchkriterien eine zunehmende Rolle, ebenso in bisher untypischen Bereichen wie der landwirtschaftlichen Grünfutterproduktion.
Die Autoren haben diese einleitenden Bemerkungen ins-

besondere aus dem Grund vorangestellt, da mitunter eine gewisse Skepsis gegenüber neuartigen Berechnungsmethoden bzw. überhaupt neuen Sicherheitskonzepten auf der Grundlage einer anspruchsvolleren Mechanik besteht. Natürlich ist es nicht so, daß die großen Erfahrungen der Praktiker mit Bruch-, Riß- und Festigkeitsproblemen ignoriert werden sollen. Ganz im Gegenteil! Letztlich resultieren aus ihnen ja auch entscheidende Anregungen für die Weiterentwicklung der Kriterien. In den konventionellen Bereichen mit weitgehend traditionellen Werkstoffen und definierten Anwendungsbedingungen, wo ein großer Erfahrungsschatz vorliegt, gibt es i. a. auch weniger Probleme. Diese treten aber dann zunehmend auf, wenn (überdies oft recht kurzfristig) neue Werkstoffe und Verbunde eingesetzt werden müssen und der traditionelle Kenntnisstand nicht zur Verfügung steht. Diese Situation wird in den nächsten Jahren sehr häufig eintreten unter den Zwängen der Materialökonomie, die in **großem Stile** zur Werkstoffsubstitution führen muß und wird. Dann erlangen wissenschaftlich begründete Bruch- und Rißkriterien eine außerordentlich große praktische Bedeutung, Kriterien, die für den interessierenden Einsatzbereich gültig sind und auch praktikabel bezüglich des rechnerischen und des experimentellen Aufwandes. Die Gewinnung derartiger Kriterien und deren praktische Überführung in die Anwendungsbereiche ist eine interdisziplinäre Gemeinschaftsarbeit von Spezialisten der Mechanik (insbesondere der Festkörpermechanik und der Bruchmechanik im engeren Sinne), der Werkstofftechnik und Werkstoffprüfung, der Physik (hier insbesondere der Festkörperphysik, aber auch weiterer Gebiete) und nicht zuletzt von zahlreichen technischen Disziplinen. Nicht zu vergessen sind heute auch bereits Fragen der Chemie, z. B. der physikalischen Chemie, wenn man nur an die Umweltfaktoren denkt, an korrosive Vorgänge usw.

Die Verfasser dieses Beitrages beschäftigen sich im folgenden mit einer nach ihrer Ansicht äußerst erfolgversprechenden und international in den letzten Jahren sich sehr intensiv entwickelnden Spezialdisziplin der Bruch- und Festkörpermechanik, den **integralen Bruchkriterien.** Man findet auch den Terminus **J-Integral gestützte Bruch- und Rißkriterien** (vgl. z. B. [42]). Seit den Arbeiten von Tscherepanow [19] und Rice [18] Ende der sechziger Jahre wurde hier Beträchtliches geleistet (vgl. z. B. [6], [7], [9]). Obwohl die Entwicklung dieser Rißkriterien heute keineswegs als abgeschlossen gelten kann, sind bereits sehr wichtige Resultate erhalten worden, die einen umfassenderen Einsatz in der Technik voraussehen lassen. Praktisch ist es so, daß die internationale Forschung in die Richtung geht, heute bereits geeignete Kriterien für sehr allgemeines Materialverhalten (elastisch plastisch, viskos und mit „Mischtypen") bei kleinen und großen Verformungen und komplizierten (statischem, stationärem und dynamischem) Beanspruchungsverhalten zu gewinnen [46], [49]. Die Berücksichtigung der dreidimensionalen Spannungszustände ist dabei möglich [27], [38]. Darüber hinaus gibt es Erkenntnisse, wie zusätzlich thermische Deformationen und Eigenspannungen einbezogen werden können [29]. Auch Materialwanderungsprozesse (Diffusion im Rißgebiet [28]) lassen sich prinzipiell schon berücksichtigen. Eine pauschale Einbeziehung des Materialverhaltens erfolgt z. B. mittels des J_R-Konzepts.

Diese verallgemeinerten Bruch- und Rißkriterien (verallg. J-Integral, sowie weitere Integrale) werden im folgenden etwas näher vorgestellt, ohne daß hier auch nur annähernd ein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben werden kann und soll, da dieses Gebiet ein aktueller Forschungsgegenstand ist, wo noch wesentliche Erkenntnisse erwartet werden. Dennoch zeigt unsere Übersicht die wichtigsten Trends im Hinblick auf verallgemeinerte Integralkonzepte der Bruchmechanik auf. Wir sollten uns jedoch heute bereits darauf einstellen und eine Nutzung vorbereiten, wie das in einigen führenden Industriestaaten bereits praktiziert wird oder absehbar ist ([5] bis [9]).

2. Beispiele für Integralkonzepte der Bruchmechanik

1. Das J-Integral nach Tscherepanow und Rice

Die Grundlage dieses heute bereits sehr weit angewendeten Rißkriteriums ist ein Umlaufintegral um die Rißspitze in der Form

$$J = \int_{\Gamma} (W\,dy - \vec{T}\,\frac{\partial \vec{u}}{\partial x}\,ds) \qquad (1)$$

Dabei ist Γ ein Weg um die Rißspitze (vgl. Tabelle 1), W die elastische Energiedichte, $\vec{T} = \sigma \cdot \vec{n}$ der Spannungsvektor zum Spannungstensor σ auf der Umlaufkurve ($\vec{n}$ – zugehöriger Normalenvektor – Außennormale). $\vec{u}$ ist der Verschiebungsvektor, x und y sind die beiden Achsenrichtungen im eingeführten kartesischen Koordinatensystem (Wir werden später gelegentlich auch die Bezeichnungen x_i mit i = 1, 2, 3 verwenden, was einige Vorteile bei der Darstellung bietet, z. B. durch Verwendung der Einsteinschen Summenkonvention.). Die Geometrie des Risses und seine Ausbreitungsrichtung liegen dabei entsprechend der Bruchmodi fest. Das Kurvenintegral ist dann bekanntlich wegunabhängig zunächst für den von Rice behandelten klassischen Fall des ebenen (statischen) Risses im nichtlinear-elastischen Medium. In dieser Formulierung ist (1) ebenfalls eine logische Konsequenz der früheren Arbeiten Eshelbys über Umlaufintegrale in Defektregionen, die in der Kontinuumsmechanik der Defekte in Festkörpern (wie z. B. in der Versetzungstheorie) eine nicht unbedeutende Rolle spielen. Auf dieser Invarianzeigenschaft von (1) beruht letztlich auch die Möglichkeit, J als Beanspruchungskenngröße in einem Rißkriterium zu verwenden, da die Wegunabhängigkeit eine Aussage über die Defektregion (hier den Riß) liefert. Natürlich ist das nur eine Seite, die dafür spricht. Wesentlich sind natürlich auch andere Fragen, insbesondere der Interpretation (Energiefreisetzungsrate, Rißerweiterungskraft usw. [40] – [44], die in Kapitel 3 noch aufgeführt sind). Die Einführung der kritischen Materialkenngrößen J_c (J_{IC}) in Analogie zur Bruchzähigkeit (K_{IC}) oder analogen Größen ist dann nur logisch. Die bestehende Äquivalenz des J-Konzeptes zum K-Konzept im elastischen Fall (wir gehen hier auf einige Grenzfragen der „mixed mode" Beanspruchung nicht ein) spricht grundsätzlich sehr für diese Vorgehensweise. Darüber hinaus ergeben

Tabelle 1
Zusammenstellung ausgewählter Integralsätze

Rice, J. R.	[18]	$J = \int_{\Gamma} (W dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds)$
Miyamoto, H./ Kikuchi, M.	[27], [38]	$J_k = \int_{\partial B} (W \delta_{ik} - \sigma_{ij} u_{j,k}) dA_j$
Knowles, J. K./ Sternberg, E.	[51]	$L = \Phi_c\, e\, 3\, ij\, (W x_j n_i - T_i n_j - T_k u_{k,i} x_j) dL$ $M = \Phi_c (W x_i n_i - T_k u_{k,i} x_i) dL$
Aifantis, E. C./ Gerberich, W. W.	[28]	$J^* = \Phi_c \quad [W + \frac{1}{2G}(\rho^2 + 2\tau\rho + \frac{1}{2\nu}\tau^2)]\, \underset{\sim}{n}$ $+ [2\rho\epsilon + \tau \nabla u - u \bigcirc \nabla (\rho + \tau) - (\nabla \underset{\sim}{u})^T \cdot T]\, \underset{\sim}{n} \quad dL$
Watanabe, K.	[64]	$\epsilon = \lim_{\rho \to 0} \int_{\Gamma_o} (W^e + W^p) dx_2$
Landes, J. D./ Begley, G. A.	[65]	$C^* = \int_{\Gamma} (W^* dy - T_i \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x}) ds, \quad W^* = \int_{o}^{\dot{\epsilon}} \sigma_{ij} d\dot{\epsilon}_{ij}$
Atluri, S. N.	[44]	$(T_1)_c^s = \lim_{\epsilon \to 0} \int_{\Gamma} n_1 (\tau : \dot{e}) - n_j (T_{ij} \frac{\partial \dot{u}_1}{\partial x_1}) ds$
Mc Cartney, L. N.	[66]	$\overline{J} = p \int_{\Gamma} n_i \quad \frac{1}{2} \overline{\sigma}_{kl} e_{kl} \sigma_{i1} - \overline{\sigma}_{ij} \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_1} \quad ds$
Gurtin, M. E.	[10]	$G = \Phi_{\Gamma} (W n_1 - u_{k,1} \sigma_{kj} n_j - k(\Theta)) ds$
Ouyang, C.	[67]	$y_3 = \int_{\Gamma(t)} (W + \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - F_i u_i) dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds - \int_{v(t)} \rho u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} dV$
Buggisch, H./ Gross, D./ Krüger, K.-H.	[16]	$I_k = \int_{\partial \beta_o} (W \delta_{jk} - \sigma_{ij} u_{i,k}) dA_j + \int_{\partial B_o} \sigma_{ij,j} u_{i,k} dV - M_k(t)$
Aoki, S./ Kishimoto, K./ Sakata, M.	[22]	$J_\alpha = \int_{\Gamma_{end}} \quad \rho (k+e) n_k - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x \alpha} \quad d\Gamma$ $\Phi = V_\alpha J_\alpha + \omega_3 L_3 + aM + I$

sich neue Perspektiven. Im verallgemeinerten Fall der „mixed mode" Beanspruchung postuliert man z. B. in Bezug auf die entstehende Energiefreisetzungsrate mittels des J-Integral-Vektors eindeutige Beziehungen, während die aktuelle Diskussion mittels K-Konzept sich noch darum rankt, welcher Art die entsprechenden K-Faktoren sein müssen, um eine eindeutige Zuordnung zu gewährleisten [61]. Der entscheidende Fortscrhritt kommt aber dadurch zustande, daß sehr weit reichende Verallgemeinerungen des J-Integrals bzw. des gesamten Konzeptes möglich sind, die zunächst gar nicht zu erwarten waren, aber letztlich für eine „Universalität" derartiger Kriterien sprechen, wie z. B. die Entwicklung verallgemeinerter Theorien, wie sie von Andrews et. al. entwickelt werden [62].

2. J-Integral für belastete Rißufer

Wenn die Rißflanken belastet sind, ist J nur dann weiterhin vom Weg unabhängig, wenn die Umlaufkurve Γ in bezüglich der Rißgeometrie symmetrisch angeordneten Punkten beginnt und endet. Andererfalls wird J wegabhängig.

Palmer und Rice [48] untersuchten diesen z. B. für Anwendungen in der Geophysik (insbesondere in der Seismologie, bei Erdbebenbeschreibungen usw.) wichtigen Fall eingehend und zeigten die Gültigkeit der folgenden Beziehung:

$$J_S = J_Q + \int_Q^S \sigma_{yi}(x,0) \frac{(\partial \Delta ui(x))}{\partial x} dx \qquad (2)$$

Dabei ist J_S das J-Integral am Punkte S (Rißspitze). Δu_i ist der Verschiebungssprung entlang des Risses, der ja in vielen Fällen auch einer experimentellen Bestimmung zugänglich ist (z. B. mit modernen feldoptischen Methoden wie z. B. der Hologramminterferometrie). Weitergehende Betrachtungsweisen erlauben darüber hinaus die Einbeziehung kombinierter Materialien.

3. Verallgemeinerungen des J-Integrals für „Small scale Yielding", hyperelastische Medien, „Finite" Plastizität und „Deformationstheorien"

Unter diesen Stichworten kann man die Tatsache zusammenfassen, daß das in (1) zunächst für sehr eingeschränkte Voraussetzungen definierte J-Integral auch für plastische Fließvorgänge im Rißspitzengebiet in sehr guter Näherung gültig ist (d. h. z. B. auch wegunabhängig), sofern es sich dort im „Kleinbereichsfließen" (Fließen mit kleiner plastischer Zone im Vergleich zu den geometrischen Abmessungen [5] bis [7], „smallscale yielding") handelt. Über die Voraussetzungen existiert eine umfangreiche Fachliteratur, auf die hier verwiesen werden soll [5] bis [9], [36]. Die zahlreichen technischen Näherungs- und Auswerteverfahren haben hier weitgehend ihren Ursprung, einschließlich Beziehungen zur Aufspaltung von J in elastische und plastische Anteile (vgl. z. B. [5]) im Sinne der numerischen Ermittlung von Nah- und Fernfeldlösungen [63]. Die exakte Existenz des wegunabhängigen J-Integrals in der konventionellen Form (1) über den klassischen linear-elastischen Fall hinaus für hyperelastisches Materialverhalten, für sogenannte „finite Gesetze der Plastizität" ist ebenfalls nachweisbar. Die Wegunabhängigkeit von J für alle „Deformationstheorien" der Plastizität ist nicht zuletzt die Grundlage dafür, daß das J-Konzept in sehr vielen praktischen naturwissenschaftlichen und technischen Anwendungsfällen weit über die Erwartungen hinaus gut funktioniert, da Deformationstheorien i. a. für viele praktische Belastungsfälle sehr gute Näherungsmodelle des plastischen Fließens liefern (auch für quasistatisches Verhalten, kritisch sind natürlich echte Wechsel von Be- und Entlastung, wo gesonderte Untersuchungen erforderlich sind). Treten jedoch Entlastungsvorgänge, Spannungsumlagerungen im plastischen Bereich um die Rißspitze auf, dann ist es erforderlich, auf allgemeinere integrale Rißkonzepte – einige davon werden nachfolgend erwähnt – zurückgreifen.

4. J-Integral für große Deformationen – geometrische Nichtlinearitäten

Auch hier gibt es bereits eine umfassende theoretische Grundlage (vgl. auch [44], [51]). Bezeichnet man mit x_i jetzt die Lagrangeschen Koordinaten und mit e_{ij} den folgenden Deformationstensor

$$e_{ij} = 1/2 \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i}\frac{\partial u_k}{\partial x_j}\right) \qquad (3)$$

so besitzt J im Falle großer elastischer Deformationen die Gestalt [46]:

$$J = \int_\Gamma [W dy - (\partial W/\partial e_{ij})\, n_j\, (\partial u_k/\partial x_j)(\partial u_k/\partial x)\, ds$$
$$- (\partial W/\partial e_{ij})\, n_j (\partial u_i/\partial x)\, ds \qquad (4)$$

n_j sind auch hier die Komponenten der Außennormalen an Γ (im unverformten Körper).

Man erkennt unschwer aus (3) und (4), daß für geometrische Linearisierung der klassische Fall (1) wieder erscheint. Natürlich ist es notwendig, auf die genauen Bezugssystemangaben (auch für W) zu achten, da es im nichtlinearen Fall hier leicht Fehlerquellen gibt. Untersuchungen zu Fragen des nichtlinearen Verhaltens und entsprechenden Integralen wurden von Knowles und Sternberg [51], Green u. a. (vgl. z. B. [44], [49], [16]) durchgeführt.

5. Das J-Integral als Vektor

Man kann J auch in der Form

$$J = \Phi_\Gamma (W dx_2 - T_i\, u_{i.1}\, ds) \qquad (5)$$

schreiben, wo der Index 1 die x-Richtung und 2 die y-Richtung kennzeichnet (vgl. (1)). T_i sind die Komponenten von $\vec{T}$. Dann ist das bisher betrachtete J-Integral die x_1-Komponente des ebenen Vektors [26]:

$$J_k = \Phi_\Gamma (W n_k - T_i\, u_{i,k})\, ds \qquad k = 1,2 \qquad (6)$$

Die Komponenten J_1, J_2 und damit auch $\vec{J}$ als Vektor sind wiederum wegunabhängig. Es läßt sich zeigen, daß auch eine dreikomponentige Verallgemeinerung der Gestalt

$$J_k = \int_{\partial B} (W \delta_{ik} - u_{j,k})\, dA_j \qquad (7)$$

existiert, wo ebenfalls sämtliche Komponenten wegunabhängig sind. Der Qualitätssprung gegenüber Gl. (1) liegt in der nunmehrig möglichen Bestimmung der Rißausbreitungsrichtung mit Erreichen der Rißeinleitung. ∂B ist dabei der Rand des „Defektgebietes" B, i. a. also eine geschlossene Oberfläche (vgl. z. B. [16] und [17]).

Die Anwendung von (7) ist auch über die Bruchmechanik hinausgehend in der Festkörpermechanik (z. B. Mikromechanik der Defekte [58]) sinnvoll und üblich, da (7) unabhängig von der speziellen Wahl der Oberfläche ∂B ist somit den in B enthaltenen Defekt charakterisiert und auch in unmittelbarem Zusammenhang zu einigen physikalischen Größen steht. Auch hier sind entsprechende Verallgemeinerungen für endliche Deformationen erfolgt (vgl. z. B. [51], [16]).

6. Eine Bemerkung zur Anwendung des J-Integrals für großes plastisches Fließen (large-scale yielding)

Wir hatten bereits darauf hingewiesen, daß bei Existenz großer plastischer Zonen das J-Konzept im engeren Sinne nicht anwendbar ist, wenn die Voraussetzungen des „small-scale yielding" nicht gegeben sind. Interessant ist dennoch, daß eine Reihe experimenteller Untersuchungen zeigen, daß auch hier J z. T. mit Erfolg einsetzbar ist. Gross (vgl. [17]) konnte z. B. mit Hilfe spannungsoptischer Methoden zeigen, daß (7) – obwohl dann nicht mehr exakt wegunabhängig – auch im Rahmen einer plastischen Fließtheorie bei Vorhandensein großer plastischer Verformungen und bei Voraussetzung eines Stoffgesetzes nach Prandtl-Reuss in guter Näherung auch für Risse mit großer plastischer Zone als nahezu wegunabhängig angesehen werden kann.

7. Das G-Integral nach Gurtin für thermoelastisches Materialverhalten

Gurtin hat 1979 nachgewiesen, daß für linear-thermoelastische Medien, d. h. bei zusätzlicher Berücksichtigung von Wärmedeformationen, ein wegunabhängiges Umlaufintegral um die Rißspitze in Analogie zu den obigen Integralen unter bestimmten Voraussetzungen ableitbar ist (vgl. [10]). Das von ihm angegebene Integral besitzt die analytische Form

$$G = \Phi_\Gamma (W n_1 - u_{k,1}\, \sigma_{kj}\, n_j - K(\Theta))\, ds$$

Dabei ist K (Θ) ein thermoelastischer Korrekturterm der Gestalt

$$K(\Theta) = \frac{m^2\,\Theta^2}{2(\lambda+\mu)}\, n_1 + \frac{\mu m}{\lambda+\mu}\left(\Theta \frac{\partial u_1}{\partial n} - u_1 \frac{\partial \Theta}{\partial n}\right) \qquad (9)$$

$\Theta = T - T_o$ ist die Temperaturdifferenz bezogen auf den „natürlichen", d. h. spannungsfreien Ausgangszustand, $m = \alpha_T \times (3\lambda + 2\mu)$ ist ein thermoelastischer Materialkennwert, wobei α_T der lineare thermische Ausdehnungskoeffizient ist. λ und μ sind die Lameschen elastischen Konstanten.

Formeln der Gestalt (8) ermöglichen es prinzipiell, die Einbeziehung von Temperaturfeldern in die Behandlung des Rißkriteriums direkt vorzunehmen und nicht nur über eine i. a. praktizierte „nachträgliche" Variation der temperaturabhängigen Werkstoffkennwerte (wie Bruchzähigkeit etc). Beides ist aber langfristig erforderlich, um das thermische Rißverhalten besser verstehen und beschreiben zu können. Eine über die isothermen Rißkriterien hinausgehende Bruchmechanik steht aber noch aus. Die Autoren sind der Ansicht, daß hier mit derartigen integralen Rißkonzepten eine mögliche Richtung angedeutet ist, die künftig noch einiges erwarten läßt, zumal sich obige Ansätze prinzipiell auf den Bereich des nichtelastischen Werkstoffverhaltens (Fließbruchmechanik) übertragen lassen.

8. Erhaltungsgrößen vom verallgemeinerten J-Integral-Typ nach Buggisch, Gross und Krüger

In einer sehr interessanten Arbeit haben sich Buggisch, Gross und Krüger [16] mit der Ableitung vom Material unabhängiger Integralausdrücke befaßt, die sie aus allgemeinen Invarianzeigenschaften des Kontinuums (Translations-, Rotationsinvarianz usw.) ableiteten. Wir gehen auch hier nicht auf Details ein. Jedoch gestattet es ein derartiges Vorgehen für sehr viel allgemeinere Anwendungsfälle als oben angegeben (hinsichtlich Verformungsregime, Dynamik und Werkstoffverhalten) zu charakteristischen mechanischen Beanspruchungskenngrößen zu gelangen, die möglicherweise in Rißkriterien zur Anwendung gelangen können. Zumindest sind die klassischen Fälle als Spezialfälle enthalten. Natürlich müssen sicher Kompromisse geschlossen werden, denn je allgemeingültiger die Invarianzeigenschaften der Integrale bezüglich des Werkstoffverhaltens sind, um so mehr Aufwand ist natürlich auf der werkstofftechnischen Seite (verallgemeinerte Bruchzähigkeiten usw.) erforderlich. Diese Feststellung kann man bereits jetzt treffen. Die allgemeinen analytischen Beziehungen können wir hier nicht angeben und verweisen diesbezüglich auf die zitierte Arbeit. Die genannten Autoren beziehen dabei insbesondere das Zeitverhalten ein, was ein wesentlicher Fortschritt ist. Auch die Berücksichtigung zusätzlicher Massenkräfte, auf die i. a. verzichtet wird, wurde untersucht. Man gelangt zu wesentlichen Verallgemeinerungen der bekannten Beziehungen von Eshelby [58], Knowles, Sternberg [51] und anderen. Im Falle einer ebenen stationären Wellenausbreitung erweisen sich z. B. dann Integrale vom Typ

$$I_k = \int_{\partial B} [\rho \cdot (e + V + 1/2\, \dot{u}_i \dot{u}_i)\, \delta_{jk} - \sigma_{ij}\, u_{i,k}]\, d A_j \qquad (10)$$

als wegunabhängige Verallgemeinerungen von J_k. In (10) tritt ein zusätzlicher kinetischer Term auf. e ist die spezifische innere Energie, V das (in seiner Existenz hier vorausgesetzte) Potential der Massenkräfte, σ_{ij} der erste Piola-Kirchhoffsche Spannungstensor und ρ die Dichte. Integralterme vom Typ (10) sind dann bei echt dynamischer Rißausbreitung von Interesse.

9. Verallgemeinerte wegunabhängige Integrale für dynamische Rißausbreitung

Wie mit (10) bereits angedeutet, ist die Verallgemeinerung des statischen J-Integrals über den quasistatischen Fall hinaus auch für dynamische Rißausbreitungsvorgänge in verschiedener Weise möglich.

Nilsson [45] gibt z. B. die Integralterme

$$I_R = \int_{\Gamma} [(1/2\, \bar{\sigma}_{ij}\, \bar{\epsilon}_{ij} + 1/2\, \rho p^2\, \bar{u}_i \bar{u}_i) n_1 - \bar{T}_i \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_1}]\, ds \qquad (11)$$

an für lineares Materialverhalten. Dabei sind die überstrichenen Größen die Laplace-Transformierten der Feldvariablen. p ist die Variable der Laplace-Transformation. Eine Verallgemeinerung dieses Integrals für nichtlineares Spannungs-Dehnungs-Verhalten mit Potenzverfestigung ist von Achenbach, Burgers und Dunaevsky [33] mitgeteilt worden. Die Dynamik der Rißausbreitung steht noch ganz am Anfang von systematischen Untersuchungen, so daß gerade bei der Anwendung von Integralkriterien auch noch viele offene Frage existieren. Jedoch zeigen die angeführten Beispiele, daß diese Richtung in absehbarer Zeit tragfähig werden könnte.

10. Das 3d-J-Integral nach Miyamoto und Kikuchi

Die Japaner Miyamoto und Kikuchi haben sich 1980 und 1981 in mehreren Arbeiten (vgl. z. B. [38] und [27]) mit der Übertragung des J-Integral-Konzepts auf den echt dreidimensionalen Fall der Rißausbreitung beschäftigt. Das ist natürlich nicht identisch mit den drei Komponenten J_k (vgl. z. B. obige Formel (7)), eine reine Zusammenfassung von drei Umlaufintegralen für ebene Rißprobleme. Es geht in den Arbeiten [38] und [27] darum, für dreidimensionale Rißkonfigurationen und unter Beachtung des damit verbundenen räumlichen Spannungs- und Verzerrungsfeldes wegunabhängige Umlaufintegrale um die Rißspitze zu definieren, die im ebenen Fall in das J-Integral übergehen. Dabei müssen natürlich alle drei Verschiebungskomponenten in jedem Integral explizit auftreten. Wir geben hier z. B. die Darstellung für die x-Komponente an [27]: Die Beziehung für den ebenen Fall

$$J = \int_{\Gamma} (W\,dy - \sigma_{ij}\, u_{i,1}\, n_j\, ds) \qquad (12)$$

ist zu ersetzen durch den Ausdruck

$$J_x = \int_{\Gamma} (W\,dy - \sigma_{ij}\, u_{i,1}\, n_j \cdot ds) - \iint_{S} (\sigma_{iz}\, u_{i,1})_{,z}\, ds \qquad (13)$$

Dabei bedeutet i die partielle Ableitung nach x_i.
Charakteristisch ist das Auftreten eines zusätzlichen Flächenintegrals über die laterale Fläche in z-Richtung (vgl. [27]), was den Einfluß der Probendicke zum Ausdruck bringt und damit den räumlichen Charakter des Rißvorganges.
Miyamoto und Kikuchi haben besagte Verallgemeinerung des J-Integrals bereits auch erfolgreich für CT-Proben angewendet, womit ein wichtiger Schritt in Richtung erweiterter Rißkriterien für die technische Bruchmechanik, besonders bei Vorliegen gekrümmter Rißfronten, versucht wurde [27].

11. J-Integral für Risse mit „Prozeßzone"

Die bisherigen Verallgemeinerungen von J nehmen nicht direkt Bezug auf die Prozeßzonen bzw. auf eine die Rißspitze umgebende „Endregion", plastische Zone usw., obwohl natürlich in einigen Konzepten innerhalb des Integrals auch eine solche Zone als „Defekt" zusätzlich einbezogen werden kann und die Beziehungen weitgehend gültig bleiben. Die explizite „Verarbeitung" der Prozeßzone in den auftretenden analytischen Beziehungen führt jedoch je nach physikalischer Modellbildung des Rißgeschehens zu einigen Besonderheiten. Verdient gemacht haben sich mit Hinblick auf die Integralkriterien hier insbesondere die Japaner Aoki, Kishimoto und Sakata (vgl. z. B. [29]) 1981, die sich intensiv mit diesem Problem befaßt haben. Die Problematik der Prozeßzone selbst ist noch nicht völlig geklärt in den verschiedenen Bruch- und Rißkonzepten, da das wesentlich auch den Kontinuumsbegriff selbst betrifft und dessen Anwendbarkeit. Hier spielen auch wichtige Fragen der Bruchphysik selbst mit hinein, insbesondere wenn man als eigentliche Prozeßzone strukturdominante Bereiche im Rißgebiet ansieht, wo die kontinuumstheoretischen Modellvorstellungen versagen. Dennoch ist die Rißspitzenumgebung – ob man nun Kontinuum- oder Gittermodell dort als sinnvoll anwendbar wähnt – stets ein phänomenologisch und vor allem strukturell ausgezeichnetes Gebiet, so daß die explizite „Abhebung" dieses Bereiches in den Rißkonzepten (insbesondere in den mechanischen und thermodynamischen Bilanzgleichungen) von Vorteil scheint, selbst in den klassischen Modellen bei Annahme einer plastischen Zone (z. B. small-scale-yielding etc.). Da hier noch einige wichtige Fragen offen sind bzw. im Detail auch einige Ableitungen in [29] nach unserer Auffassung zumindest nicht zwingend sind bzw. näherer Diskussion bedürfen, wollen wir nur auf diese Möglichkeit der Verallgemeinerung des J-Integral-Konzeptes hinweisen, ohne die analytischen Beziehungen im einzelnen zu bewerten. Aoki, Kishimoto und Sakata haben die von ihnen mit $\hat{J}$ bezeichneten Integrale für den ebenen Riß mit Prozeßzone untersucht. Dabei haben sie auch zusätzliche thermische Effekte teilweise berücksichtigt. Interessant ist z. B. auch, daß die bekannte HRR-Singularität, d. h. die Asymptotik im Rißspitzengebiet (vgl. [53], [54])

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ys} \left(\frac{E \lim_{\rho \to 0} J}{\sigma_{ys}^2\, I_n\, r} \right)^{1/(n+1)} \tilde{\sigma}_{ij}(\Theta, n) \qquad (14)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{\sigma_{ys}}{E} \left(\frac{E \lim_{\rho \to 0} J}{\sigma_{ys}^2\, I_n\, r} \right)^{n/(n+1)} \tilde{\epsilon}_{ij}(\Theta, n) \qquad (15)$$

auch für die Verallgemeinerungen des J-Integrals bestehen bleibt. Dabei ist E – Elastizitätsmodul, σ_{ys} – Fließgrenze, n – Verfestigungsexponent, r und Θ sind Polarkoordinaten um die Rißspitze, I_n – Integrationskonstanten und $\tilde{\sigma}_{ij}$ bzw. $\tilde{\epsilon}_{ij}$ – dimensionslose Funktionen in Θ und n (vgl. [53], [54]). Bei entsprechender Wahl des Bezugssystems besitzen die Integrale J_α die analytische Form

$$J_\alpha = \int_{\Gamma_{end}} \left\{ (K + e)\, n - T_i\, \partial u_i / \partial x_\alpha \right\} d\Gamma \qquad (16)$$

wobei nur noch über die Prozeßzone („end region") Γ_{end} integriert wird. k ist die normierte kinetische Energie-Dichte $(\dot{u}_i^2/2)$, e die Dichte der inneren Energie. Die Autoren zeigten, daß die Energiefreisetzungsrate Φ, die in vielen Rißkonzepten eine zentrale Rolle spielt, allgemein dann in der Form

$$\Phi = V_\alpha J_\alpha + \omega_3 L_3 + a M + I\,, \quad \alpha = 1{,}2 \qquad (17)$$

dargestellt werden kann. Dabei ist V_α die Translationsgeschwindigkeit der Prozeßzone, ω_3 die Rotationsgeschwindigkeit derselben (ggf. wichtig bei instationären Fällen) und a ist ein die Expansion der Prozeßzone charakterisierender Parameter. Kennzeichnet J_α die mit der Translationsbewegung des Risses (genauer: der Prozeßzone) verbundene Energiefreisetzung, so ist L_3 der rotatorische Anteil, M der expansive Anteil und I berücksichtigt eine zusätzliche „Distorsion" der Prozeßzone. Diese sehr allgemeine Darstellung (17) wird den möglichen Vorgängen in Rißspitzennähe sehr weit gerecht, wenngleich auch die analytische Auswertung recht kompliziert ist.
In dieser Darstellung kommt der Charakter von J im Sinne einer rißtreibenden Kraft klar zum Ausdruck. Natür-

lich ist darüber hinaus zu beachten, daß in den wichtigsten praktischen Anwendungsfällen (Autonomie der Prozeßzone, Ähnlichkeit der Prozeßzone bei stationären bzw. quasistatischen Vorgängen) i. a. hauptsächlich die J-Werte von Interesse sind. Bei Phasenumwandlungen z. B. kann man aber i. a. kaum auf die Größe M verzichten. Für instationäres Rißwachstum dürften in einigen Fällen (materialabhängig!) auch die Integralterme L_3 bzw. I zu berücksichtigen sein. Analoges trifft auf solche komplizierteren Fragen wie die Rißverzweigung zu. Natürlich kommen auch die Teilintegrale als eigenständige Kriterien in Betracht. Es ist auf experimentellem und auf theoretischem Gebiet einiges noch zu tun, um derartig allgemeine Kriterien zur technischen Anwendungsreife zu bringen. Dennoch zielen die internationalen Forschungsarbeiten eindeutig in diese Richtung, und man sollte sich darauf einstellen.

12. Beachtung des räumlichen Charakters der Prozeßzone

Von Will [12] wurde 1983 ein erster Versuch unternommen, die Vorzüge der beiden Modelle von Miyamoto und Kikuchi sowie Aoki, Kishimoto und Sakata dahingehend zu vereinigen, daß sowohl die Prozeßzone und nichtelastisches Materialverhalten als auch der dreidimensionale Charakter der Rißausbreitung beachtet wurden. Das von ihm vorgeschlagene Modell enthält tatsächlich beide Modelle als Grenzfälle, berücksichtigt in gewissem Umfang auch thermische Effekte und basiert auf dem Konzept der Energiefreisetzungsrate als dominante Kenngröße der Rißausbreitung. Allerdings sind die analytischen Formeln im allgemeinen dynamischen Fall recht kompliziert, so daß wir hier auf deren Wiedergabe verzichten und auf die Originalarbeit verweisen [12]. Dennoch zeigt dieses Vorgehen, daß letztlich sehr allgemeine Integralkonzepte auch für die dreidimensionale Rißproblematik einschließlich der Beachtung solch komplizierter Gebilde wie die Prozeßzone existieren bzw. aufstellbar sind, wenngleich hier gegenwärtig noch manches offen bleibt.

13. Ein verallgemeinertes J-Integral-Konzept für Diffusion im Rißgebiet

Neben der Kopplung von Deformationsfeld und Temperaturfeld ist auch die Kopplung von Deformation und Materialtransport im Rißgebiet ein wichtiger Untersuchungsgegenstand hauptsächlich der Physik der Bruch- und Rißvorgänge. Daß auch solche Fragen bereits im Zusammenhang mit den integralen Bruchkriterien heute bereits untersucht werden, sei hier kurz erwähnt. Aifantis und Gerberich stellten 1977 einen ersten Zugang hierzu dar, indem sie für den Fall elastischer Driftdiffusion ebenfalls ein wegunabhängiges Umlaufintegral ableiteten [28]. Das Integral wurde von ihnen mit J^* bezeichnet. Probleme der Mechanik der Diffusion von Defekten sind in vielen Realwerkstoffen außerordentlich wichtig und spielen folglich auch für die Rißproblematik langfristig eine nicht zu unterschätzende Rolle (vgl. auch [3]).

3. Das C*-Integral und weitere Entwicklungstrends auf dem Gebiet der integralen Rißkriterien

Mit dem bereits angesprochenen Trend der Kopplung mehrerer Felder (gekoppelt über das Deformationsfeld bzw. das Verzerrungsgeschwindigkeitsfeld des Risses) ist ein Weg aufgezeigt, der beschritten wird, um die Rißproblematik komplexer zu modellieren: Die Einbeziehung der wichtigsten thermodynamischen Bilanzen (Kontinuumsthermodynamik) verbunden mit einer sinnvollen Strukturierung des Rißgebietes. Damit gelingt es möglicherweise, den grundlegenden Gesetzen der Thermodynamik und der Mechanik und der Stoffgesetz-Problematik (über die constitutiven Gleichungen) Rechnung tragende Rißkonzepte aufzustellen, die eine größere Allgemeingültigkeit besitzen und bei bekanntem Werkstoffverhalten (d. h. bei Kenntnis bestimmter im einzelnen festzulegender Parameter) mit definiertem Gültigkeitsbereich einsetzbar sind.
Bui, Nguyen et. al. [24], [20] haben sich in einigen interessanten Arbeiten mit dieser Richtung beschäftigt. Dabei standen auch die Fragen der Wärmeumsetzung (Dissipation, Leitung und Konvektion) im Blickpunkt. Auf internationalen Konferenzen gibt es in letzter Zeit wiederholt Vorträge dazu (vgl. z. B. [59]). Das oben erwähnte Modell von Gurtin für thermoelastisches Verhalten ist ebenfalls hier mit einzuordnen. Es ist die feste Überzeugung der Autoren, daß die korrekte Behandlung der Feldkopplungsproblematik (vgl. z. B. [13], [14], [57]) nicht nur weitere Möglichkeiten für die Aufstellung zuverlässiger temperaturabhängiger Rißkriterien bietet, sondern auch eine ganze Reihe spezifischer Rißprobleme besser zu beschreiben gestattet, die heute recht unverständlich erscheinen. Wir denken hier nicht zuletzt z. B. auch an Kriechrisse, an Fragen der korrosiven Rißbeanspruchung (Spannungsrißkorrosion usw.), da physikochemische Effekte mit großer Wahrscheinlichkeit auch gekoppelte Feldeffekte sind (ggf. unter Einbeziehung elektromagnetischer Feldwechselwirkungen [57] oder auch in Kopplung zur Diffusion). Wir konnten hier stellvertretend nur einige ausgewählte Integralkonzepte diskutieren. Solche bereits technisch praktizierten Vorgehensweisen wie die Aufspaltung von J in charakteristische Anteile (z. B. elastisch und plastisch usw.) wären hier ebenfalls zu nennen, wenngleich sie in der Regel – im Unterschied zu den hier aufgeführten – Näherungscharakter tragen. Dient das J-Integral z. B. zur Charakterisierung der HRR-Singularität im Rahmen einer Deformationstheorie der Plastizität mit Potenzverfestigung, so kennt man heute analog dazu z. B. das C^*-Integral (vgl. z. B. [25]), welches für extensive viskoplastische Kriechvorgänge ebenfalls die Asymptotik beschreibt und überdies wegunabhängig ist (auch hier gibt es inzwischen Verallgemeinerungen z. B. mit dem ΔT-Konzept). D. h. es gilt für besagte Kriechrisse eine Darstellung der Form

$$\sigma(r,\Theta,t) = A(t)\,\overline{\sigma}(\Theta)\,r^{-1/(n+1)} \tag{18}$$

mit

$$A(t)|_{t\to\infty} = \left[\frac{c^*}{B\,In}\right]^{1/(n+1)} \tag{19}$$

in weitgehender Analogie zur Darstellung in J bzw. $\hat{J}$ nach Aoki und Kishimoto.
Abschließend wollen wir jedoch nicht unerwähnt lassen, daß die aus J und seinen Verallgemeinerungen abzuleitenden Kriterien selbst (z. B. über $J \leqslant J_c$, oder über den Tearing Modul [7] usw.) letztlich umfangreiche experimentelle Erfahrungen erfordern, die im Gebiet der Werkstoffprüfung liegen und nicht unmittelbar durch die Mechanik zu erbringen sind. Die Mechanik liefert „nur" geeignete Beanspruchungsgrößen und eine entsprechende Motivation für deren Anwendung bzw. auch Grenzen für den Einsatzbereich.
Es ist vom gegenwärtigen Stand der Entwicklung abzuschätzen, daß dabei die Entwicklung von 2-Parameter-Konzepten, d. h. J für die kritische Stufe der Rißeinleitung, T_J für den Rißfortschritt – oder analoge Darstellungen mittels COD, T_δ – zu umfassenden Darstellungen der Rißproblematik führen sollte. Die Werkstoffkennwerte selbst und damit auch der letztliche praktische Geltungsbereich der Konzepte als Rißkriterium lassen sich nicht innerhalb der Festkörpermechanik in selbstkonsistenter Weise ermitteln. Dazu sind die bewährten Methoden und Verfahren der modernen Werkstoffprüfung notwendig und möglicherweise auch neue, noch zu entwickelnde Tests.

4. Vorteile der verallgemeinerten integralen Rißkonzepte (Thesen)

I. Exakte Wegunabhängigkeit des Umlaufintegrals um die Rißspitze unter Einbeziehung ggf. von Prozeßzonen.

II. Die Mehrzahl der Konzepte der linear-elastischen Bruchmechanik ist als exakter Grenzfall enthalten (z. B. K_I, COD u. a.).

III. Verallgemeinerte Umlaufintegrale sind für nahezu beliebiges Werkstoffverhalten angebbar (z. B. J, $\hat{J}$, C^*, M, L u. a.).

IV. Es ist eine sehr allgemeine physikalische Interpretation als verallgemeinerte „RISSERWEITERUNGSKRAFT" oft möglich und auch sinnvoll.

V. Es besteht ein unmittelbarer Zusammenhang von J und seinen Verallgemeinerungen zur Energiefreisetzungsrate.

VI. Eine Einbeziehung thermischer Effekte ist logisch und ohne größere Probleme möglich. Damit ergeben sich Möglichkeiten für verbesserte temperaturabhängige Bruch- und Rißkonzepte.

VII. Numerisch gibt es eine ganze Reihe sehr vorteilhafter Berechnungsverfahren, um J mit vergleichsweise geringem Aufwand und sehr hoher Genauigkeit direkt zu berechnen (z. B. mit Finite-Elemente- oder Randintegralmethoden – BEM) ohne Notwendigkeit der Berechnung des gesamten Spannungsfeldes.

VIII. Es gibt für eine Reihe wichtiger Werkstoffklassen asymptotische Darstellungen der Spannungs- bzw. Verzerrungsfelder an der Rißspitze, in die J (bzw. seine Verallgemeinerung) wesentlich eingeht.

IX. Das J-Integral-Konzept fügt sich gut in allgemeinere Bilanzen im Rahmen der Kontinuumsthermodynamik ein, wodurch auch allgemeinere Feldwechselwirkungen einbezogen werden können. Gemeint sind neben mechanisch-thermischen Kopplungseffekten, wie sie z. B. bei der Rißtemperatur-Problematik von Bedeutung sind, auch elektrische und magnetische Felder und deren Einflüsse auf Rißbildung und -ausbreitung. Gleiches kann man auch über Diffusionsvorgänge im Rißgebiet aussagen.

X. Die Energieintegral-Konzepte bilden auf Grund der exakten Erfüllung thermodynamischer Bilanzen die geeignete Basis zum Anschluß von Bruchmechanik und Bruchphysik. Dieser wichtige Zusammenhang geschieht im verallgemeinerten J-Integral-Konzept z. B. auch über die Prozeßzone. Die MIKROMECHANIK ist hierbei ein mögliches Bindeglied zwischen klassischer Festkörpermechanik und strukturell orientierter Festkörperphysik.

XI. Die Energieintegral-Konzepte sind exakt definierbar auch für dreidimensionale Deformationszustände unter Beibehaltung der Wegunabhängigkeit der Umlaufintegrale. Daraus resultieren Möglichkeiten für verbesserte 3d-Rißkriterien.

XII. Die Einbeziehung großer Deformationen in die Integralkonzepte ist problemlos möglich, wodurch sich mit verbesserten Berechnungsmöglichkeiten auch diese Richtung der nichtlinearen Bruchmechanik einbeziehen läßt.

XIII. Die sehr weitgehenden Möglichkeiten der Einbeziehung sehr unterschiedlichen Materialverhaltens äußern sich insbesondere sehr positiv im Falle der **Fließbruchmechanik**, die zu entsprechenden speziellen wegunabhängigen Integralen führt, u. a. auch für Kriechvorgänge (vgl. z. B. C^*-Integral, ΔT-Integral usw.).

XIV. Der Übergang von statischen bzw. quasistatischen Modellen und Konzepten zur dynamischen Rißausbreitung ist auf Grund der Existenz verallgemeinerter integraler invarianter Terme möglich, wodurch sich auch hier perspektivisch einige Möglichkeiten für das Verständnis und die Beherrschung für die schnelle Rißausbreitung ergeben dürften.

LITERATUR

[1] Hennig, K.: Technische Sicherheit – zuviel Empirie, Spectrum 14 (1983) 3, 14 – 17.

[2] Blumenauer, H.: Sicherheit und Zuverlässigkeit in der Technik, Spectrum 14 (1983) 2, 1 – 4.

[3] Michel, B.; Indenbom, V. L.: Mikromechanik – Mikrophysik – Bruchmechanik, Vortrag und Proc. 1. Mechanik-Konferenz der DDR, Karl-Marx-Stadt, 31. 10. bis 4. 11. 1983.

[4] Hennig, K.: Reliability of mechanical systems to stochastic excitation, Vortrag IUTAM Symp. on Random Vibrations and Reliability, 31. 10. – 6. 11. 1982, Frankfurt/Oder.

[5] Winkelmann, O.: Beitrag zur bruchmechanischen und werkstoffkundlichen Deutung der Bruchvorgänge in der Wärmeeinflußzone eines Stahls StE 460. VDI-Forschungsheft 606 (1981).

[6] Keller, H. P.; Munz, D.: Comparison of different equations for calculation of J-integral from one liad-displacement curve, Forschungsbericht. Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt E. V., Institut für Werkstofforschung, Köln 1976.

[7] Schwalbe, K. H.: Bruchmechanik metallischer Werkstoffe, Carl Hanser Verlag, München und Wien 1980.

[8] Munz, D.: Das J-Integral – ein neues Bruchkriterium. Zeitschrift für Werkstofftechnik 7 (1976) 111 – 120.

[9] XIAO, Y. G.; HUANG, G. H.: On the compatibility between J-integral and crack opening displacement. Eng. Fract. Mech. 16 (1982) 1, 81 – 94.

[10] Gurtin, M. E.: On a path-independent integral for thermoelasticity. Int. J. Fracture 15 (1979) R 169 – R 170.

[11] Michel, B.; Will, P.: Über Energieintegral-Konzepte der Bruchmechanik. Problemseminar Bruchmechanik II, Geising 18. – 22. 4. 1983 und Veröff. TU Dresden, WBZ Festkörpermechanik (im Druck).

[12] Will, P.; Energy release rate for 3-dimensional ductile crack configuration. Z. Angew. Math. Mech. 1983 (im Druck).

[13] Michel, B.; Gründemann, H.: Crack temperature rise due to crack propagation in visco-plastic materials, Cryst. Res. Technol. 18 (1983) 5, 609 – 613.

[14] Michel, B.; Sommer, P.; Gründemann, H.: Simulation of temperature fields induced by crack propagation, Exp. Techn. d. Physik (im Druck).

[15] Jones, D. L.: Practical applications of fracture mechanics, Metal Progress, Febr. 1982, S. 26.

[16] Buggisch, H.; Gross, D.; Krüger, K. H.: Einige Erhaltungssätze der Kontinuumsmechanik vom J-Integral-Typ. Ing.-Archiv 50 (1981) 103 – 111.

[17] Gross, D.: Large plastic deformations in the surrounding of a crack, Boletin Acad. Nac. Sciencias Cordoba, Argentina 54 (1980) 1, 37 – 49.

[18] Rice, J. R.: A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. J. Appl. Mech. 35 (1968) 379 – 386.

[19] Tscherepanov, G. F.; O rasprostranenii treschtschin v sploschnoj srede. Prokl. Mat. Mech. 31 (1967) 476 – 488.

[20] Nguyen, O. S.: Methodes energetiques en mechanique de la rupture. J. Mechanique 19 (1980) 2, 364 – 386.

[21] Nikolaevskii, V. N.: Fracture criterion for inelastic solids. Ing. J. Eng. Sci. 20 (1982) 2, 311 – 318.

[22] Aoki, S.; Kishimoto, K.; Sakata, M.: Energy-release rate in elastic-plastic fracture problems 48 (1981) 4, 825 – 829.

[23] Luxmore, A.; Light, M. F.; Evans, W. T.: A comparison of energy release rates, the J-integral and crack opening displacements. Int. J. Fracture 13 (1977) 257 – 259.

[24] Bui, H. D.; Ehrlacher, A.; Nguyen, O. S.: Propagation de fissure en thermoelasticite dynamique, J. Mecanique 19 (1980) 4, 698 – 723.

[25] Riedel, H.; Rice, J. R.: Tensile cracks in creeping solids. ASTM STP 700 (1980) 112 – 130.

[26] Herrmann, A. G.; Herrmann, G.: On energy-release rates for a plane crack. J. Appl. Mech. 48 (1981) 525 – 528.

[27] Miyamoto, H.; Kikuchi, M.: Evaluation of the three-dimensional J-integral of the CT-specimen in elasto-plastic states. 6. Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMIRT), vol. 6/4 (1981).

[28] Aifantis, E. C.; Gerberich, W. W.: A path-independent integral for symmetric stress-diffusion fields surrounding line cracks. Fracture 77, ICF 4, vol. 3, Canada, June 19 – 24 (1977) MS 210 – MS 266.

[29] Aoki, S.; Kishimoto, K.; Sakata, M.: Crack-tip stress and strain singularity in thermally loaded elastic-plastic material. J. Appl. Mech. 48 (1981) 428 – 429.

[30] Michel, B.: Über das Wechselverhältnis von Kontinuumsmechanik und Strukturphysik fester Körper. Fortschritte der Physik 30 (1982) 5, 233 – 317.

[31] Michel, B.; Auersperg, J.; Michael, D.; Sommer, P.; Will, P.: A note on crack propagation, micromechanics of defects and crack tip temperature fields. 7. Int. Coll. on Mechanical Fatigue of Metals, Miscolc, Ungarn und Publ. TU Miscolc (im Druck).

[32] Rossmanith, H. P. (ed.): Finite Elemente in der Bruchmechanik. Springer-Verlag Wien, New York, 1982.

[33] Achenbach, J. D.; Burgers, P.; Dunayevsky, V.: Near-tip plastic deformations in dynamic fracture problems. In: Nonlinear and dynamic fracture mechanics, ed. N. Perrone and S. N. Atluri, AMD vol. 35, New York, ASME 1980.

[34] Amestoy, M.; Bui, H. D.; Labbens, R.: On the definition of local path-independent integrals in three-dimensional crack problems. Mech. Res. Comm. 8 (1981) 4, 231 – 236.

[35] Aoki, S.; Kishimoto, K.; Sakata, M.: Elastic-plastic analysis of crack in thermally loaded structures. Eng. Fract. Mech. 16 (1982) 3, 405 – 413.

[36] Begley, B. A.; Landes, J. D.: The J-integral as a fracture criterion. ASTM STP 14 (1972) 1 – 20.

[37] McMeeking, R. M.: Path dependence of the J-integral and the role of J as a parameter characterizing the near-tip field, in: Flaw growth and fracture. ASTM STP 631 (1977) 28 – 41

[38] Miyamoto, H.; Kikuchi, M.: Three-dimensional J-integral. Theor. Appl. Mech. 28 (1980) 195 – 204.

[39] Rice, J. R.: The mechanics of earthquake rupture. In: Physics of the Earth's interior, ed. A. M. Dziewonski and E. Boschi, North Holl. Publ. co. 1980, Amsterdam, 533 – 649.

[40] Shih, C. F.: Relationship between the J-integral and the crack opening displacement für stationary and extended cracks. J. Mech. Phys. Solids 29 (1981) 4, 305 – 326.

[41] Turner, C. E.: The J-estimation curve, R-curve, and tearing resistance concepts leading to aproposal for a J-based design curve against fracture. Welding Inst. paper No. 17 (1981) London, Nov. 1981.

[42] Turner, C. E.: A J-based engineering usage of fracture mechanics, Advances in fracture research. ICF 5, Cannes, Frankreich, 29. 3. – 3. 4. 1981.

[43] Wilson, W. K.; YU, T. W.: The use of the J-integral in thermal stress problems. Int. J. Fracture 15 (1979) 4, 377 – 387.

[44] Atluri, S. N.: Path-independent integrals in finite elasticity and inelasticity with body forces, inertia, and arbitrary crack face conditions. Eng. Fract. Mech. 16 (1982) 3, 341 – 364.

[45] Nilsson, F.: A path-independent integral for transient crack problems. Int. J. Solids Structures 9 (1973) 1107 – 1116.

[46] Broberg, K. B.: Crack-growth criteria and non-linear fracture mechanics. J. Mech. Phys. Solids 19 (1971) 407 – 418.

[47] Blackburn, W. S.: Path-independent integrals to predict onset of crack instability in an elastic-plastic material. Int. J. Fract. Mech. 8 (1972) 343 – 346.

[48] Palmer, A. C.; Rice, J. R.: Proc. Roy. Soc. London ser. A 332 (1973) 527.

[49] Eftis, J.; Jones, D. L.; Liebowitz, H.: On fracture toughness in the nonlinear range. Eng. Fract. Mech. 7 (1975) 491 – 503.

[50] Eshelby, J. D.: The continuum theory of lattice defects. Solid State Phys. vol. 3, Acad. Press, New York 1956.

[51] Knowles, J. K.; Sterberg, E.: On a class o Conservation laws in linearized and finite elastostatics. Arch. Rat. Mech. Anal. 44 (1972) 187 – 211.

[52] Gründemann, H.: Einsatzmöglichkeiten von Randintegralmethoden in der Bruch- und Mikromechanik, FMC-Reihe. Akademie der Wissenschaften, Institut für Mechanik, Berlin 1983 (im Druck).

[53] Hutchinson, J. W.: Singular behavior at the end of a tensile crack in a hardening material. J. Mech. Phys. Solids 16 (1968) 1, 13 – 31.

[54] Rice, J. R.; Rosengren: Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material. J. Mech. Phys. Solids 16 (1968) 1 – 12.

[55] Michel, B.: Zum Verhältnis von Festkörpermechanik und Festkörperphysik. Vortrag vor der Klasse Werkstoffwissenschaft der Akademie der Wissenschaften, Jan. 1983, Mitteilung aus Plenum und Klassen (im Druck).

[56] Michel, B.: Bruch- und Rißkriterien für allgemeines Werkstoffverhalten unter komplizierten Belastungsbedingungen, FMC-Reihe. Akademie der Wissenschaften, Institut für Mechanik, Berlin 1983 (im Druck).

[57] Parkus, H. (ed.): Elektromagnetic interactions in elastic solids. Springer-Verlag, Wien, New York 1979.

[58] Eshelby, J. D.: The elastic energy-momentum tensor in nonlinear elastostatics. J. Elasticity 5 (1975) 244 – 258.

[59] Nemat-Nasser, S. (ed.): Three-dimensional constitutive relations and ductile fracture. Proc. IUTAM symp., Dourdan, Frankreich, 2. – 5. 6. 1980, North-Holland. Publ. Co. Amsterdam 1981.

[60] Farat, K.: Stress and electromagnetic field near a crack-tip in elastic dielectric with disperson. Bull. Acad. Polon. Sci., Sci. techn. 27 (1979) 12, 495 – 504.

[61] Ichikawa, M.; Tanaka, S.: A critical analysis of the relationship between the energy release rate and the stress intensity factors fornoncoplaner crack extension under combined mode loading. Int. J. Fract. 18 (1982) 1, 19 – 28.

[62] Andrews, E. H.; Bhatty, J. I.: Generalized fracture mechanics of ductile steels. Int. J. Fract. 20 (1982) 65 – 77.

[63] Shih, C. F.; de Lorenzi, H. G.; Andrews, W. R.: Studies on crack initiation and stable crack growth. ASTM STP 668 (1979) 65 – 120.

[64] Watanabe, K.: Proposal of crack energy density concept as fundamental parameter in fracture mechanics. Trans. Jap. Soc. Mech. Eng. 147 (1981) 416, 406 – 415.

[65] Landes, J. D.; Begley, J. A.: A Fracture mechanics approach to creep crack growth. ASTM STP 590 (1976) 128 – 148.

[66] McCartney, L. N.: Crack growth laws for a variety of viscoelastic solids using energy and COD fracture criteria. Int. J. Fract. 15 (1979) 1, 31 – 40.

[67] Ouyang, C.: On path-independent integrals and fracture criteria in lon-linear fracture dynamics. Int. J. Nonlin. Mech. 18 (1983) 1, 79 – 86.

Prof. Dr. sc. nat. B. Michel
Dr.-Ing. W. Totzauer
Akademie der Wissenschaften der DDR
Institut für Mechanik
9010 Karl-Marx-Stadt, PSF 408