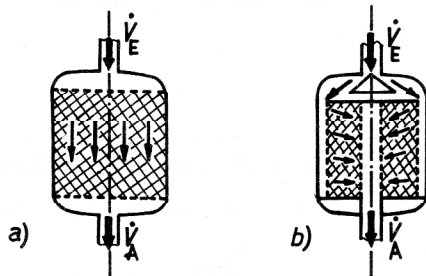


# Modellierung der Strömungsvorgänge in Radialstromreaktoren ohne Berücksichtigung der chemischen Reaktion

D. Verchow, N. Habelski

## 1. Problemstellung

Etwa 80 % aller Produkte der chemischen Industrie werden durch die Stoffwandlung am Katalysator hergestellt [1]. Unter den katalytischen Prozessen nimmt die heterogene Katalyse eine zentrale Stellung ein. Hierbei wird das Lückenlabyrinth einer unbewegten Schüttung aus Katalysatorformlingen von den Reaktanden durchströmt, die sich an deren aktiver Oberfläche zum Reaktionsprodukt umsetzen.



**Bild 1**  
Darstellung der prinzipiellen Reaktordurchströmung  
a) in einem Axialstromreaktor  
b) in einem Radialstromreaktor

Der Axialstromreaktor kommt bei der heterogenen Katalyse am häufigsten zum Einsatz. In ihm befindet sich die Katalysatorschüttung in der Regel in einem zylindrischen Behälter, der im wesentlichen axial durchströmt wird (Bild 1 a).

Typisch für diese Reaktorvariante ist der hohe Druckverlust, der über die relativ große axiale Schüttschichtdicke auftritt. Es ist bekannt, daß bei einzelnen Prozessen der durch Axialstromreaktoren hervorgerufene Druckverlust 50 bis 60 % des Gesamtdruckverlustes der Produktionsanlage ausmacht [1].

Das kann dazu führen, daß die installierte Leistung der Energiemaschinen für eine weitere Produktionssteigerung nicht mehr ausreicht.

Eine Lösung dieses Problems läßt sich erreichen durch die Anwendung von Radialstromreaktoren, deren Hauptvorteil im vergleichsweise geringen Druckverlust liegt. Gegenüber einem Axialstromreaktor vergleichbarer Produktionskapazität kann er einen bis zu 96 % geringeren Druckverlust aufweisen [1]. Problematisch ist jedoch die Beherrschung seines Strömungsregimes.

Die Katalysatorschüttung befindet sich im Radialstromreaktor zwischen zwei perforierten Haltekörpern und wird im wesentlichen radial durchströmt, während die

ein- und austretenden Volumenströme meistens axial zugeführt werden (Bild 1 b).

Die mehrmalige Zwangsführung der Strömung kann unter bestimmten Umständen eine ungleichmäßige Beaufschlagung der Schüttschicht mit dem Reaktionsgemisch bewirken.

Damit verbunden sind Umsatzverluste, wie von Ponzi und Kaye [10] anhand einer Modellreaktion gezeigt werden konnte, und im Extremfall Schädigungen des Katalysators durch eine zu große Belastung einzelner Gebiete der Schüttung. Umsatzverlust von wenigen Prozenten stellen bei den in großtechnischen Anlagen realisierten Massenströmen nicht mehr zu vernachlässigende Effektivitätseinbußen dar.

Im weiteren wird ein mathematisches Modell vorgestellt, das die Vorausberechnung der Strömungsvorgänge in stationär betriebenen Radialstromreaktoren gestattet, wobei die Auswirkungen einer chemischen Umsetzung auf das Geschwindigkeitsfeld zunächst nicht betrachtet werden.

## 2. Das mathematische Modell

### 2.1. Schüttungsdurchströmung

Das Labyrinthsystem der Lückenkanäle in der Schüttung ist durch Querschnittsänderungen in allen Koordinatenrichtungen gekennzeichnet. Da aber eine technische Schüttung stets eine stochastische Verteilung der Volumenporosität aufweist, ist der örtliche freie Strömungsquerschnitt und somit auch die örtliche Strömungsgeschwindigkeit in den Lückenkanälen nicht bekannt und erfaßbar. Dieser örtlichen Änderung der Strömungsgeschwindigkeit in den Lückenkanälen ist außerdem eine zeitliche Änderung überlagert, die durch die turbulente Bewegung des Fluids hervorgerufen wird.

Es ist daher notwendig, die Schüttungsdurchströmung auf makroskopischer Ebene zu betrachten. Das zur Bilanzierung herangezogene Volumenelement enthält eine genügende Anzahl von Formlingen und Lücken, so daß mittlere Eigenschaften für das Fluid formuliert werden können.

Von Till [2] wurde vorgeschlagen, den Strömungsvorgang in der Schüttung in der Weise aufzufassen, daß eine örtliche Schwankung  $v'_o(x_i, t)$  und eine zeitliche Schwankung  $v'(x_i, t)$  einem örtlich und zeitlich repräsentativen Mittelwert überlagert sind:

$$v = \bar{v} + v'_o(x_i, t) + v'(x_i, t) \quad (1)$$

Das örtliche und zeitliche Mittel der Schwankungsgeschwindigkeit hat den Wert Null.

Bleibt die chemische Reaktion unberücksichtigt, so genügt die Bilanzierung der Masse- und der Impulsänderungen im Volumenelement.

Man erhält für einen stationären Prozeß für den Massentransport, nachdem die Strömungsgeschwindigkeit entsprechend dem Ansatz (1) eingeführt wurde

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \cdot \bar{v}_j) = 0 \quad (2)$$

sowie für den Impulstransport

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\epsilon} \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \eta \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) \\ - \frac{\rho}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{(v'_{io} + v'_i)(v'_{jo} + v'_j)} \end{aligned} \quad (3)$$

Till führt in (2) für den Schwankungsterm einen Austauschansatz in folgender Form ein:

$$\begin{aligned} - \frac{\rho}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{(v'_{io} + v'_i)(v'_{jo} + v'_j)} = \frac{\partial}{\partial x_j} \eta_t \left( \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) \\ - (f_1 \bar{v}_i + f_2 \bar{v}_i |\vec{v}|) \end{aligned} \quad (4)$$

Dieser Austauschterm beinhaltet den üblichen Ansatz mit dem aus zeitlich gemittelten Geschwindigkeiten gebildeten Deformationstensor und zusätzlich für die Produkte aus den örtlichen und zeitlichen Schwankungsgeschwindigkeiten den Forchheimer-Ansatz. Die durch ihn beschriebenen Reibungswirkungen spielen beim Prozeß der Schüttungsdurchströmung eine dominierende Rolle.

So kann von Radestock und Jeschar [3] gezeigt werden, daß für technische Schüttungsdurchströmungen der konvektive Transport der Bewegungsgröße im Vergleich mit dem Reibungsterm sehr gering ist.

Ebenso ist der Diffusionsterm in Gl. (4) gegenüber dem Reibungsterm vernachlässigbar klein.

Schließlich kann im Forchheimer-Ansatz der bezüglich der Strömungsgeschwindigkeit lineare gegenüber dem quadratischen Summanden für  $Re > 150$  vernachlässigt werden [4].

Nach diesen Vereinfachungen wird der Impulstransport durch folgende Gleichung beschrieben:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} = - f_2 \cdot \bar{v}_i \cdot |\vec{v}| \quad (5)$$

Da vorausgesetzt wurde, daß im Radialstromreaktor eine drallfreie und rotationssymmetrische Strömung vorliegt, wurden die Impulsbilanzen für einen zweidimensionalen Fall in axialer und radialer Richtung miteinander verknüpft und die Stromfunktion eingeführt.

$$\rho \cdot \bar{v}_x = - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \rho \cdot \bar{v}_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (6)$$

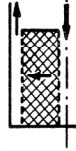

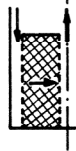

In dimensionsloser Form lautet die endgültige Form der Transportgleichung für die Schüttungsdurchströmung im Radialstromreaktor

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \left[ 2 \left( \frac{R_A}{L} \right)^2 \cdot \left( \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Psi}{\partial R} \right)^2 \right] \\ + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial R^2} \left[ \left( \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right)^2 + 2 \left( \frac{L}{R_A} \right)^2 \cdot \left( \frac{\partial \Psi}{\partial R} \right)^2 \right] \\ + \left[ \left( \frac{L}{R_A} \right)^2 \cdot \left( \frac{\partial \Psi}{\partial R} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right)^2 \right] \left[ \left( \frac{R_A}{L} \right)^2 \right. \\ \left. \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial X} \cdot \frac{\partial (\ln F)}{\partial X} + \frac{\partial \Psi}{\partial R} \cdot \left( \frac{\partial (\ln F)}{\partial R} - \frac{2}{R} \right) \right] \\ + 2 \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X \partial R} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial X} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial R} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

mit  $F = f_2/\rho^2$ .

## 2.2. Durchströmung der schüttungsfreien Kanäle

Durch die Kanäle wird das Reaktionsgemisch über dem Katalysatorbett verteilt bzw. nach der Schüttungsdurchströmung gesammelt. Dabei ändert sich infolge der ständigen Massezu- bzw. -abführung die Geschwindigkeit längs des Kanals.

Radialstromreaktor vom		radiale Strömung
$\pi$ -Typ	z-Typ	
		von innen nach außen
		von außen nach innen

**Bild 2**  
Darstellung der prinzipiell möglichen Durchströmvarianten beim Radialstromreaktor

Die Strömungsführung im Radialstromreaktor läßt sich in vier verschiedenen Varianten realisieren (Bild 2). Entsprechend dem stilisierten Abbild der Strömungsführung ist es üblich, vom  $\pi$ - bzw. z-Reaktor zu sprechen. Jede dieser Grundvarianten kann sowohl radial von außen nach innen und umgekehrt von innen nach außen durchströmt werden.

Davon ausgehend wurde zunächst allgemein für einen an der axialen Rückwand massedicht verschlossenen Kanal mit achsenparalleler perforierter Wand eine Bilanz der Massen- und Energieströme am Volumenelement vorgenommen.

Experimentelle Ergebnisse der Untersuchung von Strömungsvorgängen in Kanälen mit perforierter Wand führten zu der Erkenntnis, daß die Profile der axialen Ge-

schwindigkeit in den genannten Kanälen gut durch eine über den Strömungsquerschnitt gemittelte Axialgeschwindigkeit  $v_{xm}$  angenähert werden können [6], [7], [8], [9].

Es wird davon ausgegangen, daß auch der Druck und die Dichte nur Funktionen der axialen Koordinatenrichtung sind.

Die Bilanzierung erfolgte eindimensional in axialer Richtung.

Die Koordinate  $x$  hat ihren Ursprung am Kanalanschluss.

Die Massenbilanz liefert:

$$\rho_m v_{rm} = \mp \frac{A_x}{U_p} \frac{d}{dx} (\rho_m v_{xm}) \quad (8)$$

Aus der Energiebilanz erhält man die Gleichung:

$$0 = \frac{d}{dx} \left[ \rho_m v_{xm} \left( \frac{v_{xm}^2}{2} + \frac{v_{rm}^2}{2} + c \right) \right] + \frac{d}{dx} (p \cdot v_{xm}) \\ \pm \rho_m v_{ym} \frac{U_p}{A_x} \left( \frac{n^2 v_{xm}^2}{2} + \frac{v_{rm}^2}{2} + e \right) \pm p v_{rm} \frac{U_p}{A_x} \quad (9)$$

Die Gleichungen (8) und (9) besitzen sowohl für einen verteilenden (oberes Operationszeichen) als auch für einen sammelnden Kanal (unteres Operationszeichen) Gültigkeit.

$A_x$  ist der in Strömungsrichtung  $x$  unveränderte freie axiale Strömungsquerschnitt, während  $A_p = U_p \cdot L$  für den in Strömungsrichtung  $x$  konstanten freien Strömungsquerschnitt der perforierten Wand steht.

Das Geschwindigkeitsverhältnis  $n = \frac{v_{xwand}}{v_{xm}}$  berücksichtigt den Umstand, daß die Axialkomponente des Geschwindigkeitsvektors in der Wandebene während der Lochdurchströmung nicht exakt Null sein muß. Ist der Lochdurchmesser der Perforation klein gegenüber dem Kanaldurchmesser, so kann  $n \approx 0$  angenommen werden.

Gl. (8) wird nach Differentiation in Gl. (9) eingesetzt.

In Analogie zur eindimensionalen Rohrströmung wird die Änderung der inneren Energie durch einen Druckverlust infolge innerer Reibung bewirkt. Der entsprechende Ansatz lautet:

$$\frac{de}{dx} = \frac{v_{xm}^2}{2} \frac{\lambda^*}{d_{G1}} \quad (10)$$

Die Größe  $\lambda^*$  ist der Rohrreibungsbeiwert bei perforierten Seitenwänden. Mit guter Näherung kann er durch den Reibungsbeiwert bei Rohren mit undurchlässigen Wänden ersetzt werden [11].

Es entsteht die nachfolgende Gleichung, die in dimensionsloser Form dargestellt ist:

$$0 = \frac{1}{\beta} q' + u'' u' \left( \frac{A_x}{A_p} \right)^2 + u'' u \cdot z + u^2 y_1 + u' u \left( \frac{3-n^2}{2} + y_2 \right) \\ + u^2 \left( \frac{\lambda \cdot L}{2 d_{G1}} + y_3 \right) \quad (11)$$

Hierin bedeuten  $u = v_{xm}/v_{xE}$ ,  $X = x/L$ ,  $q = p/\rho_E \cdot v_{xE}^2$  und  $\beta = \rho_m/\rho_E$ , wobei  $v_{xE}$  und  $\rho_E$  die am Reaktoreintritt vorliegenden Werte sind.  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$  und  $z$  sind Terme, die Dichteänderungen beinhalten. Wird eine inkompressible Strömung zugrunde gelegt, vereinfacht sich die Differentialgleichung erheblich.

Zur mathematischen Modellierung des gesamten Radialstromreaktors muß die Bilanzgleichung (11) für den verteilenden und für den sammelnden Kanal getrennt aufgeschrieben werden. Die Koordinate  $x$  hat für beide Kanäle die gleiche Richtung und ihren Ursprung am Anfang des verteilenden Kanals. Die Verknüpfung der beiden Gleichungen erfolgt durch die Subtraktion der einen von der anderen. Eine weitere Reduzierung der Variablen wird durch die Umrechnung der Axialgeschwindigkeit des Sammelkanals (Index S) auf die Axialgeschwindigkeit des Verteilkanals (Index v) vorgenommen, worauf später noch genauer eingegangen wird.

Die durch die Subtraktion beider Kanalgleichungen entstandene Differenz der axialen Druckänderungen bedarf weiterer Überlegungen. Da für eine Ebene bei  $x = \text{const}$  die Änderungen des Wertes  $\bar{p}/\rho$  miteinander verglichen werden, soll der Druckabfall in radialer Richtung, hervorgerufen durch die perforierten Haltekörbe, die Schüttung und Zustandsänderungen des Fluids, als Ansatz dienen.

Für diesen Zweck steht die Impulstransportgleichung der Schüttungsdurchströmung (Gleichung (5)) zur Verfügung. In radialer Richtung kann geschrieben werden

$$-\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\bar{p}}{\rho} \right) = \frac{F}{\rho} \cdot (\rho \cdot \bar{v}_r)^2 \sqrt{1 + \left( \frac{\bar{v}_x}{\bar{v}_r} \right)^2} - \bar{p} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{\rho} \right) \quad (12)$$

Bringt man die integrierte Gleichung in die Form

$$\frac{P_v}{\rho_v} - \frac{P_s}{\rho_s} = \frac{v_{rv}^2}{2} G^*(x) - \int p \partial \left( \frac{1}{\rho} \right), \quad (13)$$

so ist zunächst nur die Wirkung der Katalysatorschüttung erfasst. Zusätzlich muß aber noch die Wirkung der perforierten Haltekörbe berücksichtigt werden, was schließlich zu der integralen Größe  $G(x)$  führt, die nachfolgend nach Einführung der Stromfunktionsdefinition (6) dimensionslos lautet:

$$G(x) = 2 \cdot \int_{R_{kv}}^{R_{ks}} \left[ F \frac{\beta_v}{\beta} Y \cdot \left( \frac{\partial \Psi / \partial X}{\partial \Psi / \partial X} \right) \right]^2 \\ \sqrt{1 + \left( \frac{L}{R_A} \right)^2 \left( \frac{\partial \Psi / \partial R}{\partial \Psi / \partial X} \right)^2} \frac{\partial R}{R^2} + ZK \quad (14)$$

Die Volumenänderungsarbeit  $\int p \cdot \partial \left( \frac{1}{\rho} \right)$ , die während

der Schüttungsdurchströmung infolge Temperaturänderungen auftreten kann, wird numerisch für jeden radialen Schritt als eine polytrope Zustandsänderung erfasst. Dabei wird für jeden radialen Schritt ein arithmetisches Mittel der Druckänderung angesetzt. Dimensionslos kann für die Volumenänderungsarbeit geschrieben werden:

$$f_Q \partial \left( \frac{1}{\beta} \right) \approx \frac{\tilde{R} T_E}{2} \cdot \sum_{k=1}^{N-1} \left[ \pi_k \left( \frac{\beta_k}{\beta_{k+1}} - 1 \right) - \pi_{k+1} \left( \frac{\beta_{k+1}}{\beta_k} - 1 \right) \right] \quad (15)$$

N ist hier die Gesamtanzahl der radialen Schritte. Letztere werden mittels der Laufvariablen k gezählt.

$\pi = T/T_E$  ist die dimensionslose örtliche Temperatur des Fluids mit  $T_E$  als Reaktoreintrittstemperatur.

Ebenso, wie die Differenz der Druckänderungen von Verteil- und Sammelkanal in einer Ebene bei  $x = \text{const}$  durch eine radiale Bilanz der Druckänderung ersetzt wird, muß man die Axialvolumenströme von Verteil- und Sammelkanal an einer festen Stelle x miteinander in Relation bringen, um die axiale Geschwindigkeit des Sammelkanals durch die des Verteilkanals auszudrücken.

Bei einer rein radialen Schüttungsdurchströmung ist der an einer Stelle x in den Schüttungsraum eintretende Massenstrom mit dem aus ihm austretenden Massenstrom identisch. Das muß nicht der Fall sein, wenn eine Schrägdurchströmung der Schüttung zugelassen wird. Innerhalb des mathematischen Zusammenhangs zwischen den Axialvolumenströmen der beiden Kanäle wird dieser Fakt durch einen im numerischen Rechengang zu bestimmenden Korrekturfaktor  $c(x)$  erfaßt.

So ergeben sich in dimensionsloser Form folgende Zusammenhänge:

$$u_s(x) = \frac{A_{xv}}{A_{xs}} \frac{\beta_v}{\beta_s} c(x) \cdot u_v(x) \quad \text{für den } \pi\text{-Reaktor} \quad (16)$$

$$u_s(x) = \frac{1}{\beta_s} \frac{A_{xv}}{A_{xs}} - \frac{A_{xv}}{A_{xs}} \frac{\beta_v}{\beta_s} c(x) \cdot u_v(x) \quad \text{für den z-Reaktor}$$

Mittels der Beziehungen (13), (14), (15) und (16) sowie den notwendigen Ableitungen kommt man zur endgültigen Form der beschreibenden Gleichung für die Durchströmung der Reaktorkanäle.

Diese Gleichung umfaßt alle vier eingangs erwähnten Fälle der Reaktordurchströmung, jedoch sind die Steuervariablen  $B_1$  und  $B_2$  für  $\pi$ - und z-Typ entsprechend zu setzen.

Variable \ Reaktortyp	$B_1$	$B_2$
$\pi$ -Reaktor	0	+ 1
z-Reaktor	+ 1	- 1

$$0 = u''u' + [J_1(x) + K_1(x)] u''u + [J_2(x) + K_2(x)] u'^2 + [J_3(x) + K_3(x)] u'u + B_1 [J_4(x) + K_4(x)] u' + [J_5(x, B_2) + K_5(x)] u^2 + B_1 [J_6(x) + K_6(x)] u + B_1 [J_7(x) + K_7(x)] + K_8 \quad (17)$$

Die Koeffizienten dieser Differentialgleichung können in jedem Fall so aufgeschrieben werden, daß sie aus zwei Summanden bestehen, von denen der eine stets Dichteänderungen beinhaltet und somit für eine inkompressible

Strömung verschwindet ( $K_j(x)$ ), während der andere alle restlichen Einflußgrößen erfaßt ( $J_j(x)$ ).

### 2.3. Randbedingungen

Die beschreibende Gleichung für die Kanäle ist auf die Axialgeschwindigkeit im Verteilkanal bezogen.

Für dieses eindimensionale Problem lassen sich die folgenden Randbedingungen formulieren:

$$u(X=0) = 1 \quad \text{und} \quad u(X=1) = 0 \quad (18)$$

Im Zusammenhang mit der Definition der Stromfunktion kann aus Gleichung (8) die Randbedingung für die Berührungsebene von Verteilkanal und Schüttungsraum abgeleitet werden. Sie lautet dimensionslos:

$$\Psi = u \quad (19)$$

Daraus ergibt sich sofort, daß an den masseundurchlässigen Wänden, die den Schüttungsraum in axialer Richtung begrenzen, gilt:

$$\Psi(X=0) = 1 \quad \text{und} \quad \Psi(X=1) = 0 \quad (20)$$

Als Abströmbedingung zwischen Schüttungsraum und Sammelkanal wird formuliert:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial R} = 0 \quad (21)$$

### 3. Berechnung eines Radialstromreaktors vom $\pi$ -Typ

Das vorgestellte Gleichungssystem ist von Habelski in [5] für die inkompressible Durchströmung eines Radialstromreaktors vom  $\pi$ -Typ angewendet worden. Es wurden jedoch die Ableitungen des Korrekturfaktors  $c(x)$  durch zwei zusätzliche Korrekturfaktoren in der Form

$$u'_s(x) = \frac{A_{xv}}{A_{xs}} c_1(x) \cdot u'_v(x)$$

$$u''_s(x) = \frac{A_{xv}}{A_{xs}} c_2(x) \cdot u''_v(x)$$

ersetzt.

Gleichung (17) vereinfacht sich unter den genannten Umständen zum Ausdruck:

$$u''u' + J_2(x)u'^2 + J_3(x)u'u + J_5(x)u^2 = 0 \quad (22)$$

Die Koeffizienten lauten:

$$J_2(x) = P(x) \cdot \left( \frac{A_{xv}}{A_{pv}} \right)^2 \frac{G'(x)}{2}$$

$$J_3(x) = P(x) \cdot \frac{3}{2} \left[ 1 - \left( \frac{A_{xv}}{A_{xs}} \right)^2 \cdot c(x) \cdot c_1(x) \right]$$

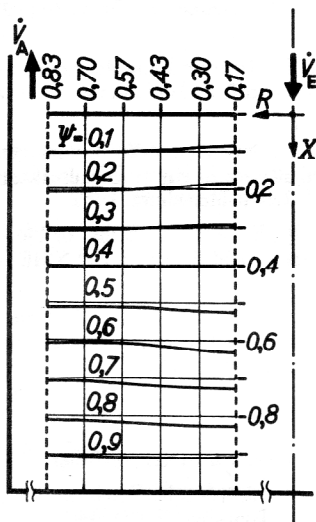
$$J_5(x) = P(x) \cdot \frac{\lambda \cdot L}{2} \left[ \frac{1}{d_{Glv}} + \frac{1}{d_{Gls}} \left( \frac{A_{xv}}{A_{xs}} \right)^2 \cdot c^2(x) \right]$$

mit

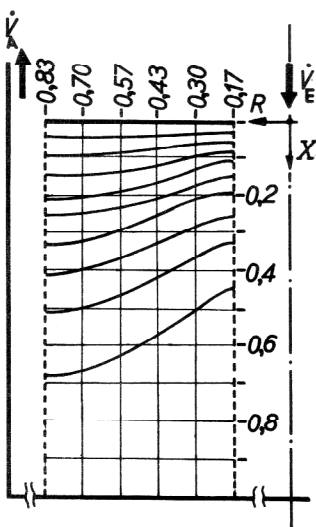
$$P(x) = \frac{1}{\left(\frac{A_{xv}}{A_{pv}}\right)^2 [G(x) + 1] - \left(\frac{A_{xv}}{A_{ps}}\right)^2 \cdot c_1(x) \cdot c_2(x)}$$

Die Lösung des Gleichungssystems wurde durch Iteration gewonnen, in dem die Gl. (22) und Gl. (7) nacheinander bis zum Erreichen einer vorgegebenen Genauigkeitsschranke numerisch gelöst wurden.

Zur Verdeutlichung der Problematik sollen die Ergebnisse für einen gut funktionierenden Radialstromreaktor (Bild 3) und einen anderen, in dem eine stark ungleichmäßige Durchströmung der Katalysatorschüttung vorliegt (Bild 4), dargestellt werden. Die Ungleichmäßigkeit bei der Schüttungsdurchströmung wurde hervorgerufen durch die numerische Simulation einer Feldverteilung der Volumenporosität  $\epsilon$ , die über die Größe  $F$  beide Differentialgleichungen beeinflusst. Ein Feldverhalten von  $\epsilon$



**Bild 3**  
Stromlinienverlauf in einer Katalysatorschüttung mit konstanter Volumenporosität ( $\epsilon = 0,38$ )



**Bild 4**  
Stromlinienverlauf in der Katalysatorschüttung mit variabler Volumenporosität ( $\epsilon = 0,45 - 0,1 \cdot X$ )

wäre zum Beispiel durch eine Verdichtung der Schüttung im unteren Bereich infolge betriebsbedingter mechanischer Schwingungen oder infolge der Ablagerung von Katalysatorbruchstücken und Abrieb denkbar.

Im ersten Fall (Bild 3) liegt eine nahezu gleichmäßige radiale Durchströmung der Schüttung vor. Die Schrägdurchströmung ist nur gering.

Dagegen ist bei der zweiten Variante (Bild 4) zu erkennen, daß der größte Teil des Reaktionsgemisches der oberen Hälfte der Katalysatorschüttung passiert. In diesem Gebiet liegen vergleichsweise hohe Geschwindigkeiten vor. Nur kleine Strömungsgeschwindigkeiten und eine starke Schrägdurchströmung kennzeichnen die untere Hälfte des Schüttungsraumes. Eine solche Strömungsführung könnte unerwünschte Folgen zum Beispiel auf das Verweilzeitverhalten und das Temperaturfeld und damit auf den Umsatz sowie die Lebensdauer des Katalysators haben.

Wenngleich für die dargestellten numerischen Ergebnisse noch kein Vergleich mit Experimenten vorliegt, so läßt sich dennoch einschätzen, daß das benutzte mathematische Modell physikalisch sinnvolle Lösungen liefert. In jedem Falle konnte die bekannte Tatsache bestätigt werden, wonach die Gleichverteilung des Fluids über die axiale Länge des Schüttgutraumes umso besser wird, je größer der zwischen den Kanälen liegende Widerstand ist.

Im nächsten Bearbeitungsschritt steht die Aufgabe, die Kopplung des vorgestellten Gleichungssystems mit einem mathematischen Modell zur Beschreibung des Energie- und Stofftransports unter Beachtung der chemischen Reaktion herzustellen. Es ist bekannt, daß sich zum Beispiel das Temperatur- und Geschwindigkeitsfeld im Katalysatorbett wesentlich gegenseitig beeinflussen [3]. Weiterhin steht die experimentelle Bestätigung der Ergebnisse des mathematischen Modells aus.

#### 4. Zusammenfassung

Zur Beschreibung der Strömungsvorgänge in Radialstromreaktoren ohne Berücksichtigung der chemischen Reaktion sind zwei Differentialgleichungen hergeleitet worden, von denen die eine den eindimensionalen Prozeß in den schüttungsfreien Kanälen mit perforierter Wand und die andere zweidimensional den Prozeß in der Katalysatorschüttung beschreibt.

Da in beiden Gleichungen Dichteänderungen zugelassen werden, ist die Kopplung mit Transportgleichungen für Energie und Stoff unter Beachtung der chemischen Reaktion möglich.

Für einen Radialstromreaktor vom  $\pi$ -Typ, der von innen nach außen durchströmt wird, ist das vorgestellte mathematische Modell angewendet worden.

Die erhaltenen numerischen Ergebnisse sind experimentell noch nicht bestätigt, aber physikalisch sinnvoll. Die Lösungen decken sich mit vorhandenen praktischen Erfahrungen.

Es kann durchaus schon eingeschätzt werden, daß sich für ein homogen aufgebautes Schüttgutbett, das einen genügend großen Strömungswiderstand bietet, eine gleich-

mäßige Beaufschlagung aller Katalysatorregionen erwartet werden kann. Eine derartige Schüttung wird nahezu radial durchströmt. Dennoch kann zum Beispiel durch das Vorhandensein eines Feldverhaltens der Volumenporosität  $\epsilon$  eine starke Schrägdurchströmung des Katalysatorraumes auftreten. Im Ergebnis dessen ist vom Betreiber des Reaktors mit Umsatzverlust und Katalysator-schädigungen zu rechnen.

#### Verwendete Formelzeichen

$A_x$	freier Strömungsquerschnitt in axialer Richtung
$A_p$	freier Strömungsquerschnitt der perforierten Wand
$B_1, B_2$	Steuervariablen
$c$	Korrekturwert
$d_K$	Durchmesser der Katalysatorformlinge
$d_{Gl}$	Gleichwertiger Durchmesser
$e$	innere Energie
$f_1, f_2$	Faktoren des Forchheimer-Ansatzes
$G$	integraler Widerstandsbeiwert
$L$	axiale Länge des Schüttungsraumes
$n$	Geschwindigkeitsverhältnis
$N$	Gesamtzahl der radialen Schritte
$p$	statischer Druck
$q$	dimensionsloser statischer Druck
$r$	radiale Koordinate
$R$	dimensionslose radiale Koordinate
$R_A$	Manteldurchmesser des Reaktors
$\tilde{R}$	spezifische Gaskonstante
$t$	Zeit
$T$	Temperatur
$u$	dimensionslose Axialgeschwindigkeit
$\dot{V}$	Volumenstrom
$v$	Strömungsgeschwindigkeit
$x$	axiale Koordinate
$X$	dimensionslose axiale Koordinate
$ZK$	Summe der Widerstandsbeiwerte beider Haltekörbe
$\rho$	Dichte des Fluids
$\beta$	dimensionslose Dichte des Fluids
$\eta$	dynamische Viskosität
$\psi$	Stromfunktion
$\Psi$	dimensionslose Stromfunktion
$\lambda$	Rohrreibungsbeiwert
$\zeta$	Widerstandsbeiwert
$\pi$	dimensionslose Temperatur
$\epsilon$	Volumenporosität

#### Indices

$x$	axiale Richtung
$r$	radiale Richtung
$p$	an der perforierten Wand
$m$	gemittelter Wert
$E$	Eintritt
$A$	Austritt
$S$	Sammelkanal
$V$	Verteilkanal
$KS$	Haltekorb Sammelkanal
$KV$	Haltekorb Verteilkanal
$k$	Laufvariable
$i, j$	Koordinatenrichtungen

#### Ähnlichkeitskennzahl

$$Re = \frac{\rho |\vec{v}| \cdot d_K}{\eta}$$

#### LITERATUR

- [1] Strauß, A., Budde, K.: Die Anwendung von Radialstromreaktoren für heterogene katalytische Prozesse. Chemische Technik (1978) 2, S. 73 – 76.
- [2] Till, K.: Modellierung und Berechnung turbulenter Strömungen mit chemischer Reaktion in Festbettreaktoren. Dissertation, TH Leuna-Merseburg, 1981.
- [3] Radestock, Jeschar: Theoretische Untersuchung der inkompressiblen und kompressiblen Strömung durch Reaktorschüttungen. Chemie-Ingenieur-Technik (1971) S. 355 – 359.
- [4] Szekeley, J., Povoremo, J. J.: Flow Maldistribution in Packed Beds: A Comparison of Measurements with Predictions. AIChE-Journal 21 (1975) S. 769 – 775.
- [5] Habelski, N.: Mathematische Modellierung und numerische Berechnung der Strömungsverhältnisse in einem Radialstromreaktor vom  $\pi$ -Typ. Dissertation, TH Leuna-Merseburg, 1982, (eingereicht).
- [6] Huesmann, K.: Strömungsvorgänge bei Verteilkanälen mit einer perforierten Wand. Gesundheitsingenieur 86 (1965) 12 S. 350 – 359.
- [7] Michailov, Keapivin, Bystrov, Pokaudjuk: Issledovanie koefizientov potoka impulza i trenja priravnomenom ottoka v poristoi trube. Inz. fiz. z. 30 (1976) 6, S. 1003 – 1008.
- [8] Verchow, D.: Untersuchung der Strömungsverhältnisse in einer Zuströmmasche. Diplomarbeit, TH Leuna-Merseburg, 1980.
- [9] Andreas, J.: Experimentelle Untersuchungen der Strömungsverhältnisse in einem Radialreaktormodell. Diplomarbeit, TH Leuna-Merseburg, 1982.
- [10] Ponzi, P. R., Kaye, L. A.: Effekt of Flow Maldistribution on Conversion and Selectivity. AIChE-Journ. 25 (1979) 1, S. 100 – 108.
- [11] Sergeev, S. N., Genkin, B. S., Dilman, W. W.: Raspre-delenie potokov v kanalach s poristimi stenkamu. Inz.-fiz. z. 27 (1974) S. 588 – 595.

#### Anschrift der Verfasser:

Dipl.-Ing. D. Verchow  
 Dipl.-Ing. N. Habelski  
 Technische Hochschule „Carl Schorlemmer“  
 Leuna-Merseburg  
 Sektion Verfahrenstechnik,  
 Wissenschaftsbereich Technische Strömungs-  
 mechanik  
 4200 Merseburg, Otto-Nuschke-Str.