

# Bestimmung der Radreibungsverluste bei radialen Kreiselpumpen mit offenen Rückenschaufeln

Dieter Altmann

## 0. Einleitung

Eine wirksame Methode zur Reduzierung der bei Radialkreiselpumpen entstehenden Axialkräfte ist die Anordnung von radial stehenden, offenen Rückenschaufeln an der Tragscheibe des Laufrades (vgl. Bild 1). Hierbei interessiert nicht nur die Größe der resultierenden Axialkraft, sondern auch der durch das Anbringen der Rückenschaufeln vergrößerte Radreibungsverlust für variable Einbaubedingungen. Dieses Problem gewinnt um so mehr an Bedeutung, je kleiner die spezifische Drehzahl  $n_q$  des Laufrades ist. Zwar liegen zur Vorausberechnung eine Reihe von experimentellen Ergebnissen und empirischen Zusammenhängen vor, jedoch genügen sie noch nicht allen Anforderungen.

Die im Rahmen der Arbeiten [1], [2] durchgeführten Untersuchungen gestatten auch die Beantwortung dieser Fragestellung. Hierbei kam es darauf an, eine für den Radseitenraum mit offenen Rückenschaufeln gültige und in sich geschlossene Theorie aufzustellen, die ohne experimentell zu bestimmende Beiwerte auskommt. Das erforderte die Einführung eines Grenzschichtmodells.

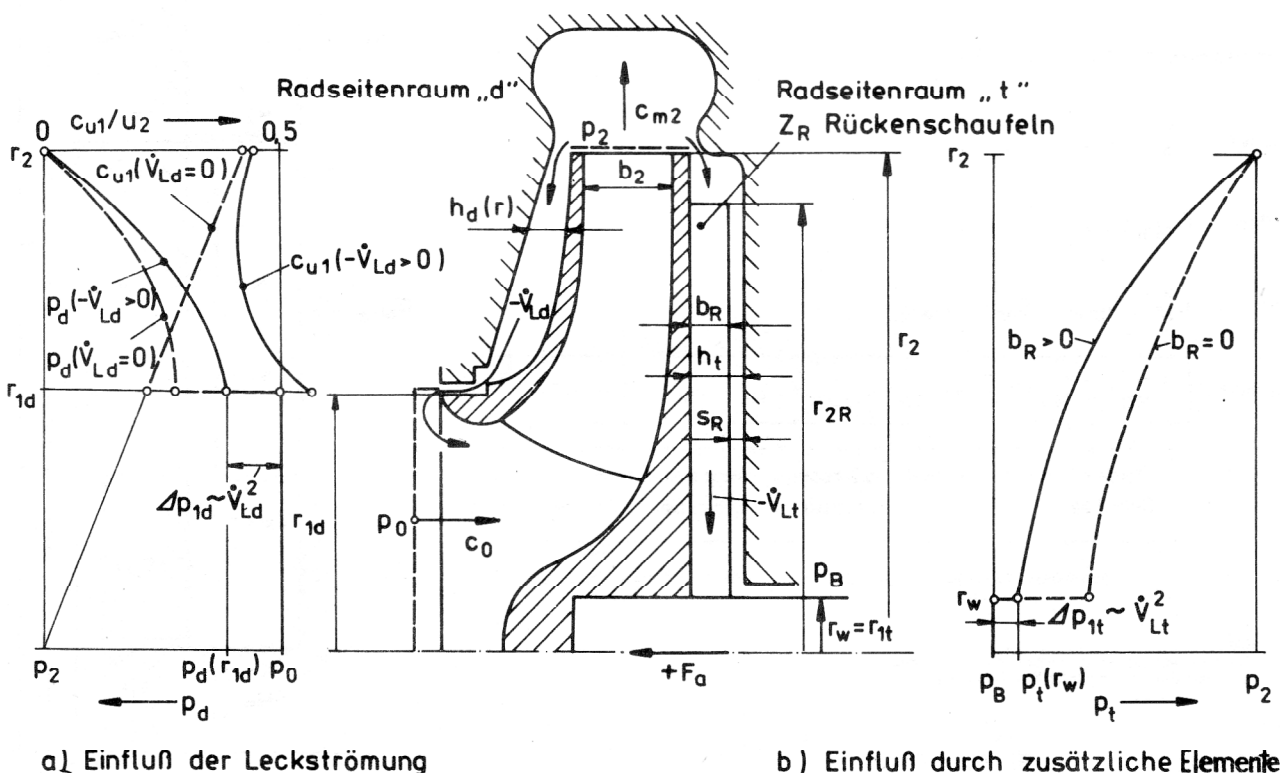
Ausgangspunkt waren die Erkenntnisse und Ergebnisse der Arbeiten [3], [4] zu dieser Thematik und die theoretischen Grundlagen von [5] zur Grenzschichtströmung im Radseitenraum ohne Rückenschaufeln. In diesem Beitrag werden nachfolgend nur die Grundlagen zur Berechnung der Strömungsverhältnisse im Radseitenraum mit offenen Rückenschaufeln dargestellt, da sie das wesentliche Problem bedeuten.

Die Lösung der Gesamtaufgabe erfordert auch die Berechnung der Strömung im Radseitenraum an der Deckscheibe, wobei der Einfluß der Leckströmung besonders zu beachten ist. Auch dazu sind in [1] die wesentlichsten Grundlagen zu finden.

## 1. Theoretische Grundlagen

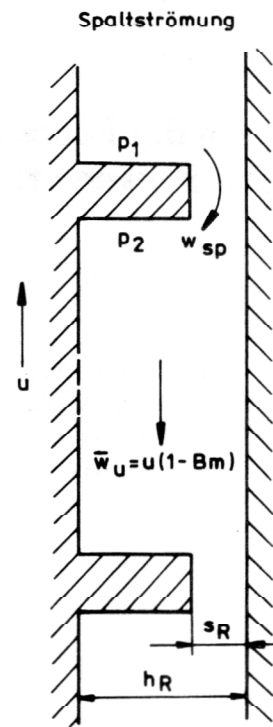
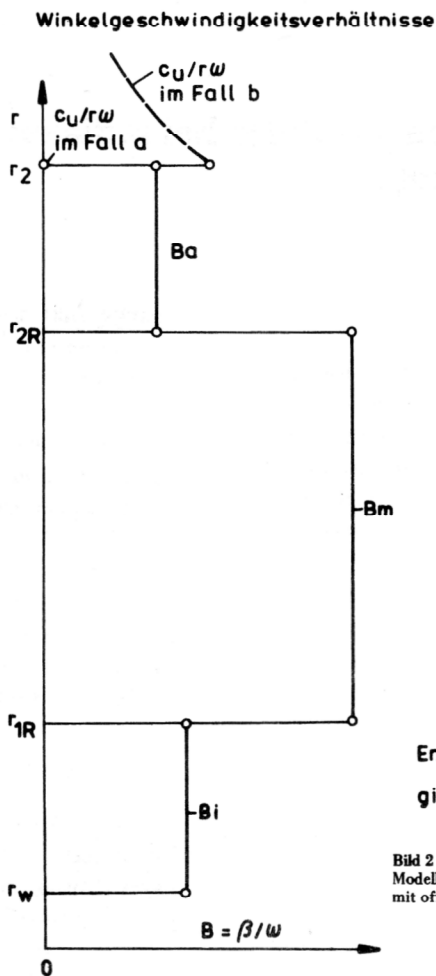
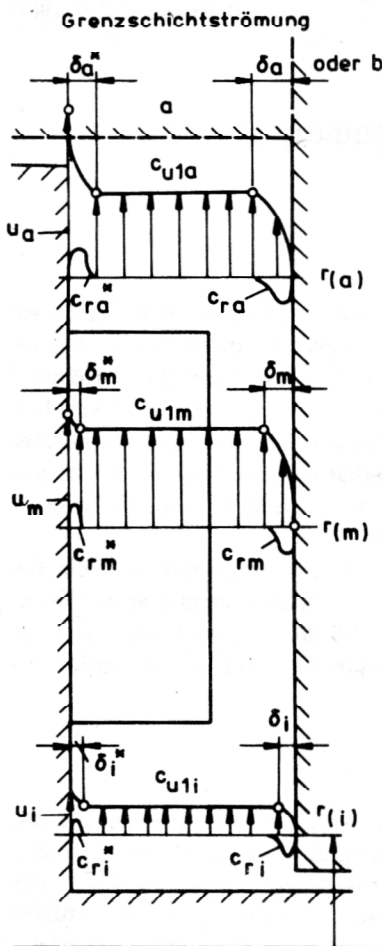
Das nach kritischer Überarbeitung der Arbeiten [3] und [4] erweiterte Berechnungsmodell für die Geschwindigkeitsverhältnisse im Radseitenraum zeigt das Bild 2. Für jeden Teilraum (äußerer schaufelfreier Raum, mittlerer Raum mit offenen, radial stehenden Rückenschaufeln, innerer schaufelfreier Raum) werden Grenzschichtströmungen vorausgesetzt. Die Übergänge an den Bereichsgrenzen sind bei den Geschwindigkeiten und Grenzschichten unstetig. Da der Einfluß einer Leckströmung vernachlässigt wird, was meistens in der Praxis vorausgesetzt werden kann, gilt für die Geschwindigkeitsverteilung

**Bild 1**  
 Änderungen in der Druck- und Geschwindigkeitsverteilung im Radseitenraum



a) Einfluß der Leckströmung

b) Einfluß durch zusätzliche Elemente



Entsprechend der Strömung durch Blenden gilt:  $\Delta p_R = p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} \bar{w}_U^2 \left[ \left( \frac{h_R}{\alpha \cdot s_R} \right)^2 - 1 \right]$

Bild 2 Modell für die Geschwindigkeitsverhältnisse im Radseitenraum mit offenen Rückenschaufeln

Vorzeichen bezogen auf die linke Seite der Gleichung :

- + rotierende Flächen ( antreibend )
- ruhende Flächen ( abbremsend )

Definitionsgleichung des Momentenbeiwertes  $C_M = \frac{M_U}{\rho r_2^5 \cdot \omega^2}$

außen :  $C_{Ma}^M = C_{Ma} - C_{M2R} \pm C_{MG}$

mitte :  $C_{Mm}^M + C_{M\Delta p} = C_{Mm} + C_{M2R} + C_{M1R}$

innen :  $C_{Mi}^M + C_{Mw} = C_{Mi} - C_{M1R}$

Summe :  $C_{Ma}^M + C_{Mm}^M + C_{Mi}^M + C_{Mw} + C_{M\Delta p} = C_{Ma} + C_{Mm} + C_{Mi} \pm C_{MG}$

Moment d. rot. d. Welle
Moment d. ruh. d. äußeren  
Scheibe
Scheibe
Berandung  
Moment des ges. Rotors
Moment des ges. Stators

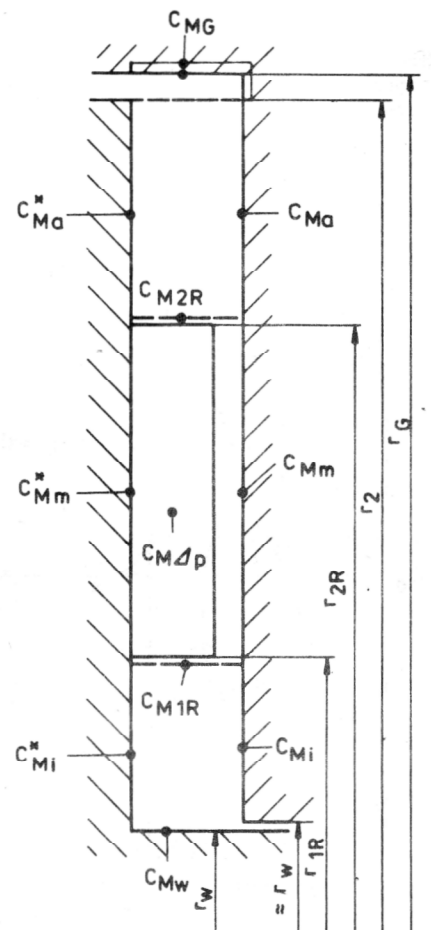


Bild 3 Momentenbeziehungen zur Bestimmung von  $B = \beta/\omega$  (ohne Impulsomente infolge Radialströmungen)

lung  $c_u$  in jedem Teilraum das Gesetz des Festkörperwirbels, d. h. das Winkelgeschwindigkeitsverhältnis  $B = \beta/\omega$  bleibt konstant. Die un stetigen Geschwindigkeitsverteilungen erfordern die Einführung zusätzlicher Schnittmomente infolge turbulenter Mischbewegungen. Bei der Rotation der Rückenschaufeln entsteht durch das Druckgefälle  $p_1 - p_2$  eine Spaltströmung mit der mittleren Geschwindigkeit  $w_{sp}$ , die insgesamt zu einer Reduzierung des Winkelgeschwindigkeitsverhältnisses  $B_m$  im Zwischenraum zwischen den Schaufeln beiträgt. Durch diese Druckdifferenz entsteht ein Zusatzmoment, womit die erhöhten Antriebsleistungen gegenüber einer rauhen Scheibe von gleichen Abmessungen erklärt werden können. Die Bestimmung des Winkelgeschwindigkeitsverhältnisses  $B$  erfolgt jeweils über die dem Teilraum zugeordnete Momentenbeziehung, die in dimensionsloser Form im Bild 3 wiedergegeben ist. Bei der Summation müssen alle inneren Momente (unterstrichenen Größen) herausfallen, da dann das Moment des gesamten Rotors dem Moment des gesamten Stators entsprechen muß. Die größten Unsicherheiten bestehen bei der Berechnung der inneren Schnittmomente, während die Berechnung der Reibungsmomente an den Stirnseiten keine wesentlichen Probleme verursacht.

Nachfolgend soll kurz auf die Berechnung der einzelnen Momentenanteile eingegangen werden. Den Berechnungen liegen die Annahmen einer stationären, rotations-symmetrischen, inkompressiblen und turbulenten Strömung zwischen sandrauhem bzw. hydraulisch glatten Wänden zugrunde. Durch die Bedingung der Rotations-symmetrie gelten die Berechnungen bei Spiralgehäuse-pumpen nur für Betriebspunkte in der Nähe des Nenn-punktes.

Bei der Bestimmung der Momentenbeiwerte an den ebenen Seitenwänden wurde von vereinfachten Bewegungsgleichungen ausgegangen.

radial :

$$C_r \frac{\partial C_r}{\partial r} - \frac{C_u^2}{r} + C_z \frac{\partial C_r}{\partial z} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} \quad \textcircled{3}$$

tangential :

$$C_r \frac{\partial C_u}{\partial r} + \frac{C_u \cdot C_r}{r} + C_z \frac{\partial C_u}{\partial z} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{uz}}{\partial z} \quad \textcircled{2}$$

Kontinuitätsgleichung :

$$\frac{\partial C_r}{\partial r} + \frac{C_r}{r} + \frac{\partial C_z}{\partial z} = 0 \longrightarrow C_z = - \int \frac{1}{r} \frac{\partial (r \cdot C_r)}{\partial r} dz \quad (1)$$

Annahmen :

1.  $C_z \ll C_r \longrightarrow$  Vernachlässigung der Ausdrücke  $\textcircled{1}$

2.  $C_u = \beta \cdot r, \beta = \beta(r) \longrightarrow \frac{\partial C_u}{\partial r} = \beta = \frac{C_u}{r}$

$$\text{bzw. } C_r \frac{\partial C_u}{\partial r} + \frac{C_u \cdot C_r}{r} = 2 \frac{C_u \cdot C_r}{r}$$

3.  $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{C_{u1}^2}{r}$

$C_{u1}$  Geschwindigkeit am Grenzschichttrand

Durch Integration erhält man daraus bei Anwendung auf den Radseitenraum 4 Impulsgleichungen der Grenz-schicht

Ruhende Scheibe :

radial :

$$0,5 \cdot \frac{\partial}{\partial R} \left( \Delta \int_0^1 C_R^2 d\eta \right) - \frac{\Delta}{R} \int_0^1 (C_U^2 - C_{U1}^2) d\eta = -T_{R0}$$

tangential :

$$2 \cdot \Delta \int_0^1 C_R C_U d\eta = -T_{U0} \cdot R \quad (2)$$

Rotierende Scheibe :

radial :

$$0,5 \frac{\partial}{\partial R^*} \left( \Delta^* \int_0^1 C_R^{*2} d\eta^* \right) - \frac{\Delta^*}{R^*} \int_0^1 (C_U^{*2} - C_{U1}^{*2}) d\eta^* = -T_{R0}^*$$

tangential :

$$2 \cdot \Delta^* \int_0^1 C_R^* \cdot C_U^* d\eta^* = -T_{U0}^* \cdot R$$

je 2 für Stator und Rotor, die bei Vorgabe der Geschwindigkeitsverteilungen und Wandschubspannungen lösbar sind. Ergebnisse für die ruhende Scheibe:

$$\alpha_0^2 = \frac{F_3}{2 \cdot F_{4,1} - 0,5(2+m) \cdot F_{2,1}}$$

$$\Delta(R_2) = \frac{(1 + \alpha_0^2)^{1/2} \cdot \lambda(R_2) \cdot R_2}{16 \cdot \alpha_0 \cdot F_{4,1}}$$

$$C_M = 4 \cdot \pi \cdot B^2 \cdot R_2^4 \cdot \alpha_0 \cdot \Delta(R_2) \cdot F_{4,1} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^{4+m} \right] \frac{1}{4+m}$$

Abkürzungen / Annahmen :

$$m = \frac{n-1}{n+3} \longrightarrow \text{hydraulisch glatt: } \Delta \sim R^{\frac{n-1}{n+3}} \quad (3)$$

$$m = 0 \longrightarrow \text{hydraulisch rauh: } \Delta \neq \Delta(R)$$

$$F_{2,1} = \frac{2n}{(n+2)(n+3)(n+4)} ; F_3 = \frac{2}{n+2} ; F_{4,1} = \frac{n}{(n+2)(n+3)}$$

Ergebnisse für die rotierende Scheibe:

$$\alpha_0^{*2} = \frac{F_3^*}{2 \cdot F_{4,1}^* + 0,5 (2 + m^*) \cdot F_{2,1}^*}$$

$$\Delta^*(R_2) = \frac{(1 + \alpha_0^{*2})^{1/2} \cdot \lambda^*(R_2) \cdot R_2}{16 \cdot \alpha_0^* \cdot F_{4,1}^*}$$

$$C_M^* = 4\pi (1-B)^2 \cdot R_2^4 \cdot \alpha_0^* \cdot \Delta^*(R_2) \cdot F_{4,1}^* \left[ 1 - \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^{4+m^*} \right] \cdot \frac{1}{4+m^*}$$

Abkürzungen / Annahmen :

$$\left. \begin{array}{l} m^* = \frac{n^* - 1}{n^* + 3} \rightarrow \text{hydraulisch glatt} \\ m^* = 0 \rightarrow \text{hydraulisch rauh} \end{array} \right\} \text{analog zur ruhenden Scheibe}$$

$$F_{2,1}^* = \frac{2n^*}{(n^*+2)(n^*+3)(n^*+4)} ; F_{3,1}^* = \frac{2 \left[ \frac{n^*+2}{1-B} - (n^*+1) \right]}{(n^*+1)(n^*+2)}$$

$$F_{4,1}^* = \frac{n^* \left[ \frac{n^*+3}{1-B} - (n^*+1) \right]}{(n^*+1)(n^*+2)(n^*+3)}$$

Unter Hinzuziehung der Momentengleichung für das betrachtete Kontrollgebiet sind dann die 5 unbekannt GröÙen ( $C_{U1}$ ,  $\Delta$ ,  $\Delta^*$ ,  $C_{R0}$ ,  $C_{R0}^*$ ) berechenbar.

Die GröÙen in den Gleichungssystemen (3) und (4) haben folgende Bedeutung:

$R_2$ : Dimensionsloser Radius der äußeren Berandung des betrachteten Kontrollgebietes, z. B.  $R_{2R}$  für den Bereich mit Rückenschaufeln.

$R_1$ : Dimensionsloser Radius der inneren Berandung des betrachteten Kontrollgebietes, z. B.  $R_{1R}$ .

$\alpha_0, \alpha_0^*$ : Proportionalitätsfaktoren beim Ansatz für die Geschwindigkeitsverteilungen der Sekundärströmung, z. B.  $C_R = -\alpha_0 \cdot C_{U1} \cdot G(z/\delta)$ .

$\Delta(R_2), \Delta^*(R_2)$ : Dimensionslose Grenzschichtdicken beim Radius  $R_2$  des Kontrollgebietes.

$F_i$ : Eingeführte Funktionen von [5] zur Darstellung der Ergebnisse der Integrale der Impulsgleichungen der Grenzschicht.

$\lambda(R_2), \lambda^*(R_2)$ : Widerstandszahlen beim Radius  $R_2$  des vergleichbaren hydraulisch glatten bzw. sandrauhes Rohres, Gesetzmäßigkeiten vgl. [5].

$B = \beta/\omega$ : Winkelgeschwindigkeitsverhältnis des Mediums im betrachteten Kontrollgebiet, welches über die Momentengleichung zu bestimmen ist.

Die Überprüfung dieser vereinfachten Beziehungen für den Fall einer rotierenden, ebenen Scheibe ohne Rückenschaufeln im ebenen Gehäuse erbrachte für den Momentenbeiwert  $C_M^*$  (vgl. Bild 4) im Vergleich zu den Ergebnissen von [5] eine gute Übereinstimmung. Insbesondere

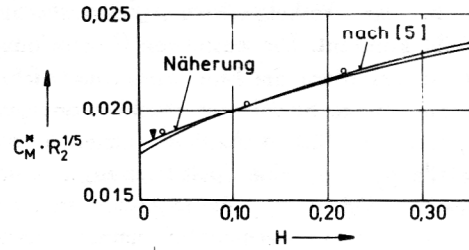


Bild 4 Vergleich der Näherungsrechnung für den Fall einer rotierenden Scheibe im hydraulisch glatten Gehäuse (ohne Leckströmung) mit den Ergebnissen nach [5]

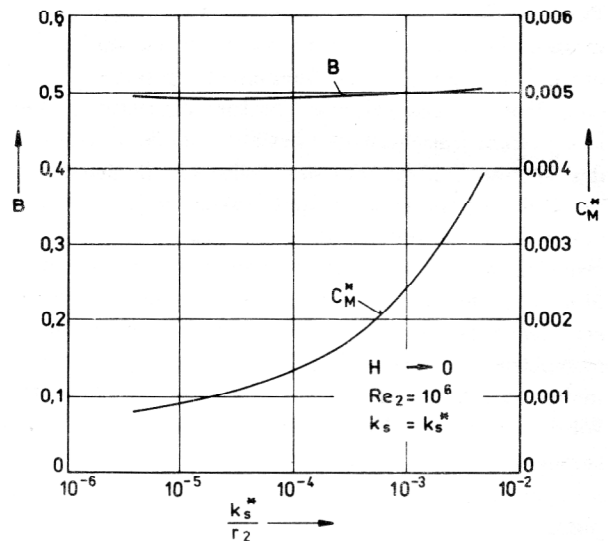


Bild 5 Winkelgeschwindigkeitsverhältnis und Momentenbeiwert für den Fall der rotierenden Scheibe im hydraulisch rauhen Gehäuse (ohne Leckströmung) nach der Näherungstheorie

befriedigen auch die Ergebnisse, daß das Winkelgeschwindigkeitsverhältnis für den Grenzfall  $h/r_2 \rightarrow 0$  den Wert  $B \approx 0,5$  erreicht, welches bei gleich rauhen Seitenwänden annähernd unabhängig von der absoluten Größe der Rauigkeitserschöbungen ist (vgl. Bild 5).

Die Bestimmung der Verlustmomente an den zylindrischen Berandungen erfolgte mit Hilfe eines vereinfachten Ansatzes für die Wandschubspannung

$$\tau_{ux} \approx \rho \frac{\lambda_x}{8} r_x^2 \beta x^2 \quad (5)$$

Geht man zu den Verhältnissen bei  $r_G$  bzw.  $r_w$  über (vgl. Bild 3), berücksichtigt im äußeren Bereich auch noch den Anteil der Seitenwand zwischen  $r_2$  und  $r_G$  und stellt das Ergebnis dimensionslos dar, so wird für den Fall mit Gehäuse:

$$C_{MW} \approx \pi \frac{\lambda^*(R_w)}{4} B_i^2 R_w^2 H_R \quad (6)$$

$$C_{MG} \approx \pi \frac{\lambda(R=1)}{4} B_a^2 R_G^2 \left( H_R + \frac{R_G^3 - 1}{3 R_G^4} \right) \quad (7)$$

Die Widerstandszahlen wurden in erster Näherung durch die Werte an den ebenen Seitenwänden ersetzt, wobei

auch geringe radiale Abweichungen zugelassen werden. Die Vergrößerung von  $C_{MG}$  um den Anteil der Seitenwand ist deshalb notwendig, weil über die Grenzschichtrechnung die Scheibenmomente nur jeweils bis zum Radius  $r_2$  berechnet werden. Im Fall ohne äußeres Gehäuse verursacht der angenommene Geschwindigkeitsunterschied zwischen der Laufrad- und Radsseitenraumströmung beim Radius  $r_2$  (vgl. Bild 2) eine gegenseitige Beeinflussung der Strömung. Unter Verwendung des in [5] angegebenen Reibungsgesetzes erhält man für den Fall ohne Gehäuse:

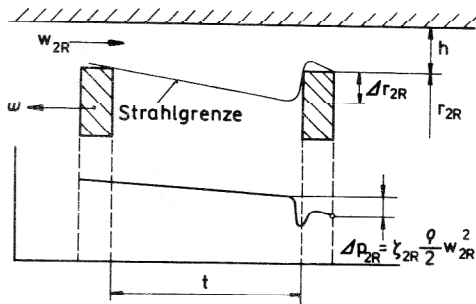
$$C_{M2} = \pm 0,0156 \cdot \pi \cdot H_R (|C_{U2} - B_a|)^{0,55} = C_{MG} \quad (8)$$

Das Ergebnis wurde gleich für den Radius  $R = 1$  angeschrieben. Das positive Vorzeichen gilt für  $C_{U2} > B_a$ , das negative für  $C_{U2} < B_a$ .

Die größten Unsicherheiten bestehen bei der Bestimmung der inneren Momentenanteile  $C_{M2R}$  und  $C_{M1R}$ . Die Entstehung dieser Verlustmomente kann aus der bei der Umströmung der Schaufelspitzen entstehenden Druckdifferenz an der Vorder- und Rückseite erklärt werden (vgl. Bild 6), analog zu den in Wirbelkammern beobachteten Erscheinungen. Verlagert man dieses Problem wieder auf die Bestimmung einer Widerstandszahl  $\lambda_u$ , dann folgt aus der Momentenbetrachtung an den Radien  $r_{2R}$  bzw.  $r_{1R}$ :

$$C_{M2R} = \frac{\pi}{4} R_{2R}^4 \left(\frac{b_R}{r_2}\right) \lambda_{u2R} (1 - B_a)^2 \quad (9)$$

$$C_{M1R} = \frac{\pi}{4} R_{1R}^4 \left(\frac{b_R}{r_2}\right) \lambda_{u1R} (1 - B_i)^2 \quad (10)$$



**Bild 6**  
Entstehung des Verlustmomentes am Schaufelende (Radius  $r_{2R}$ )

Werden die an einer Wirbelkammer gewonnenen Erkenntnisse sinngemäß auf die zylindrischen Berandungen der Rückenschaufeln übertragen, dann ergeben sich bei der Berechnung der bei der Umströmung der Schaufelenden entstehenden Momentenanteile und bei einem Vergleich mit der Gl. (9) bzw. (10) folgende Beziehungen für die Widerstandszahlen:

$$\lambda_{u2R} = \frac{2}{\pi} \cdot \zeta_{2R} \cdot z_R \cdot \frac{\Delta r_{2R}}{r_{2R}} \left(1 - \frac{\Delta r_{2R}}{2r_{2R}}\right) \approx \frac{z_R}{\pi} \cdot \frac{\Delta r_{2R}}{r_{2R}} \quad (11)$$

$$\lambda_{u1R} = \frac{2}{\pi} \cdot \zeta_{1R} \cdot z_R \cdot \frac{\Delta r_{1R}}{r_{1R}} \left(1 + \frac{\Delta r_{1R}}{2r_{1R}}\right) \approx \frac{z_R}{\pi} \cdot \frac{\Delta r_{1R}}{r_{1R}} \quad (12)$$

Hierbei wurde vorausgesetzt, daß im umströmten Teil  $\Delta r$  der Schaufelenden die dort entstehende Druckdifferenz zwischen der Vorder- und Rückseite der Rückenschaufeln  $\Delta p_R = \frac{\rho}{2} \zeta w^2$  ist ( $w$ -Relativgeschwindigkeit)

und diese im gesamten Bereich  $\Delta r$  konstant bleibt.

Bei den vereinfachten Beziehungen wurde angenommen, daß  $\Delta r_{2R} \ll 2r_{2R}$  bzw.  $\Delta r_{1R} \ll 2r_{1R}$  und  $\zeta_{R2} \approx \zeta_{R1} = 0,5$  ist.

Diese Größenordnung des  $\zeta$ -Wertes kann auch über eine Betrachtung als Labyrinthspaltdichtung nach der Methode „rauhes Rohr“ nachgewiesen werden. Weiterhin wurden noch folgende Näherungen eingeführt:

$$\Delta r_{2R} \approx r_{2R} \left(1 - \frac{r_{2R}}{r_2}\right) \quad (13)$$

$$\Delta r_{1R} \approx \delta^*(r_{1R}) \quad (14)$$

Für den Innenraum, wo die Schaufelspitzen nach den Untersuchungen von [4] wenig Einfluß ausüben, wird in grober Näherung  $\Delta r_{1R}$  durch die Grenzschichtdicke  $\delta^*(r_{1R})$  an der rotierenden Scheibe ersetzt. Die größeren Werte  $\Delta r_{2R}$  berücksichtigen die Tatsache, daß die Rückwirkung der Rückenschaufeln auf die Strömung im äußeren, schaufelfreien Raum wesentlich größer ist. Diese Beziehung erfaßt auch die Hauptabhängigkeit  $\delta \sim r$  von Grenzschichtströmungen an rauhen, rotierenden Scheiben und geht asymptotisch bei Verkleinerung der Abdehnung in die Differenz  $\Delta r_{2R} = r_2 - r_{2R}$  über. Auf Vorschlag von [4] wird noch ein Zusatzmoment

$$M_{u\Delta p} = \int_{r_{1R}}^{r_{2R}} z_R \Delta p_R b_R r dr \quad (15)$$

eingeführt, welches durch die Druckdifferenz  $\Delta p_R = p_1 - p_2$  zwischen Vorder- und Rückseite der Rückenschaufeln entsteht. Führt man die bei der Durchströmung von Blenden bekannte Gesetzmäßigkeit

$$\Delta p_R = \frac{\rho}{2} w_u^2 \left[\left(\frac{h_R}{\alpha \cdot s_R}\right)^2 - 1\right] \quad (16)$$

ein, berücksichtigt die Annahmen  $\alpha = \text{const.}$ ,  $h_R = \text{const.}$  und  $s_R = \text{const.}$ , dann folgt für den dimensionslosen Momentenbeiwert

$$c_{M\Delta p} = 0,125 \cdot z_R \cdot (H_R - S_R) (R_{2R}^4 - R_{14}^4) (1 - B_m)^2 \left[\left(\frac{H_R}{\alpha \cdot S_R}\right)^2 - 1\right]. \quad (17)$$

Die Durchfluszahl  $\alpha$  hängt von einer Reihe von Einflußgrößen ab. Eine für diese Problemstellung wesentliche Abhängigkeit ist

$$\alpha = \alpha(s_R/h_R) \approx \frac{1}{1 + \text{const.} \cdot \sqrt{1 - s_R/h_R}} \quad (18)$$

Die Nachrechnung der experimentellen Ergebnisse von [4] ergab für  $\text{const.} = 0,54$  eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Messung.

Sind die Geschwindigkeitsverhältnisse iterativ über die Momentenbeziehungen für das Kontrollgebiet bestimmt, dann ergibt sich durch Addition aller Momentenbeiträge der rotierenden Flächen der Gesamtwert für den Rotor

$$C_M^* = C_{Ma}^* + C_{Mm}^* + C_{Mi}^* + C_{Mw} + C_{M\Delta p}, \quad (19)$$

womit bei Anwendung auf eine radiale Kreiselpumpe der Radreibungsverlust für den Radseitenraum an der Tragscheibe

$$\zeta_R = \frac{\Sigma M_T \cdot \omega}{\rho \cdot \dot{V} \cdot e_u} = \frac{C_M^* \cdot \eta_u}{\pi \cdot \varphi^* \cdot \psi} \quad (20)$$

berechnet werden kann. Der Verlustbeiwert  $\zeta_R$  wurde hier auf die spezifische Energie  $e_u$  bezogen, was auch eine genauere Momentenbetrachtung am Laufrad erfordert.

Gl. (20) bringt auch anschaulich die bekannte Abhängigkeit zum Ausdruck, daß Kreiselpumpen mit kleinen spezifischen Drehzahlen  $n_q$ , d. h. kleinen Werten von  $\varphi^*$ , große Radreibungsverluste aufweisen.

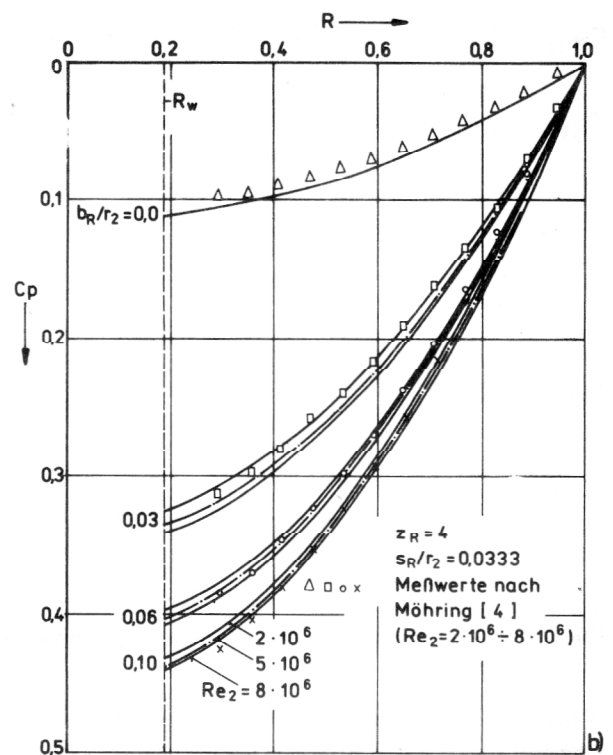
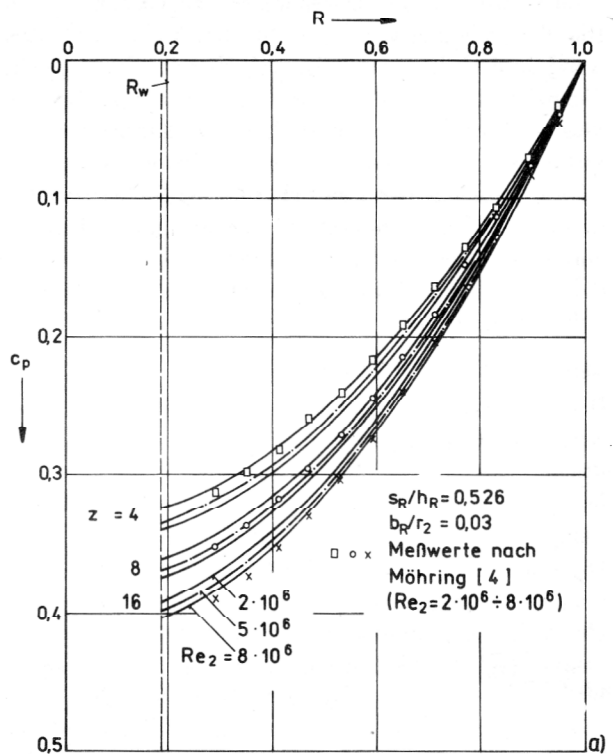
## 2. Ergebnisse von Beispielrechnungen

Zur Einschätzung der Brauchbarkeit der erweiterten Modellvorstellung erfolgten eine Reihe von Vergleichsrechnungen zu vorliegenden experimentellen Ergebnissen, die nachfolgend nur auszugsweise wiedergegeben werden können. Hierbei wurden nicht nur die Ergebnisse zum Momentenbeiwert  $C_M^*$  verglichen, sondern auch die zu anderen charakteristischen Größen, wie z. B. zur Druckverteilung (Kennwert  $c_p$ ).

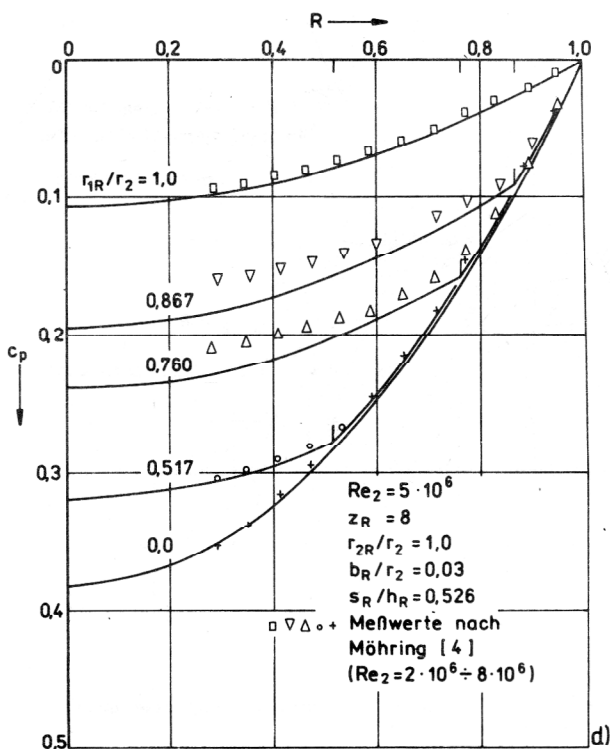
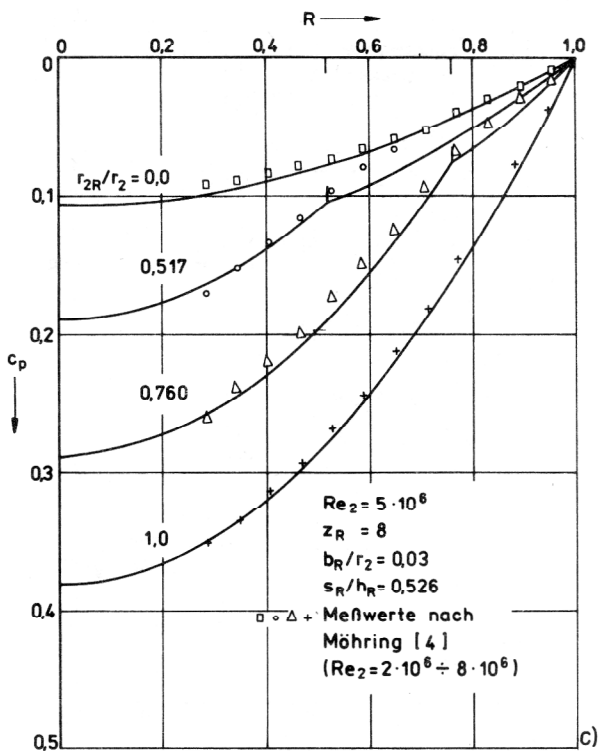
Im Bild 7 ist der Einfluß wichtiger Größen, wie Schaufelzahl, Schaufelbreite, Außen- und Innenradius der Rückenschaufeln auf den radialen Druckverlauf dargestellt. Die Übereinstimmung mit den Meßwerten nach [4] ist insgesamt zufriedenstellend. Bei innen herausgedrehten Rückenschaufeln kann bei größeren Werten  $r_{1R}/r_2$  nur eine bessere Übereinstimmung mit Winkelgeschwindigkeitsverhältnissen  $B_i < 0,5$  erzielt werden. Durch Rotation der zu diesem Teilraum gehörenden äußeren, zylindrischen Begrenzungsfläche (Schaufelanfang) ergibt die Rechnung jedoch nur Werte  $B_i > 0,5$ , was unter Zugrundelegung der verwendeten Modellvorstellung auch logisch ist. Größere Werte  $r_{1R}/r_2$  als 0,5 sind in der Praxis nicht üblich, da ein weiteres Herausdrehen der Rückenschaufeln von innen im Vergleich zum Abdrehen von außen auf Grund größerer Radreibungsverluste für gleiche Axialschubentlastungen unwirtschaftlich ist.

Im Bild 8 wird der Einfluß von zwei weiteren Größen (Rauigkeit, Laufradströmung) für den Fall durchgehender Rückenschaufeln gezeigt. Die Berücksichtigung dieser Größen wurde nur durch die Erweiterung der Modellvorstellung möglich.

Die Darstellung der Kennwerte  $C_p$  und  $C_M^*$  erfolgte in Abhängigkeit von der relativen Breite der Rückenschaufeln, womit die wesentlichsten Veränderungen erzielt werden können. Bei gleicher Rauigkeit von Gehäuse und Rotor ( $k_s = k_s^*$ ) ergeben sich bei der Erhöhung der relativen Rauigkeit  $k_s/r_2$  für  $C_p$  und  $C_M^*$  analoge Ab-

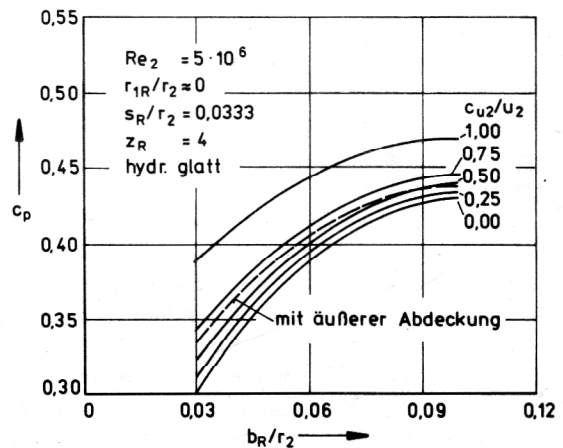
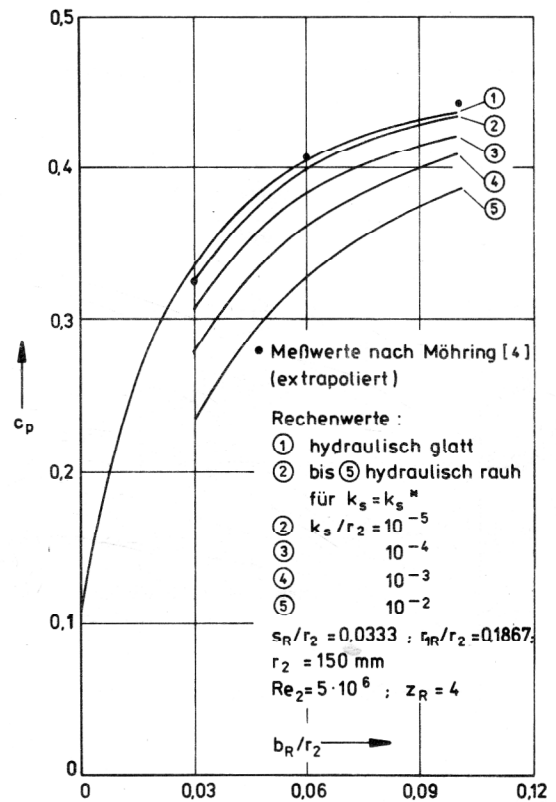


**Bild 7**  
Einfluß von Schaufelzahl und -breite, von Außen- und Innenradius der offenen Rückenschaufeln auf den radialen Druckverlauf  
a) Einfluß der Schaufelzahl  
b) Einfluß der Schaufelbreite  
c) Einfluß des Außenradius (Abdrehung von außen)  
d) Einfluß des Innenradius (Ausdrehung von innen)

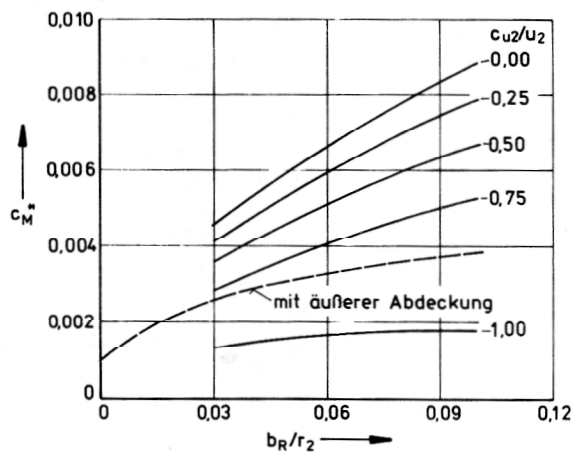
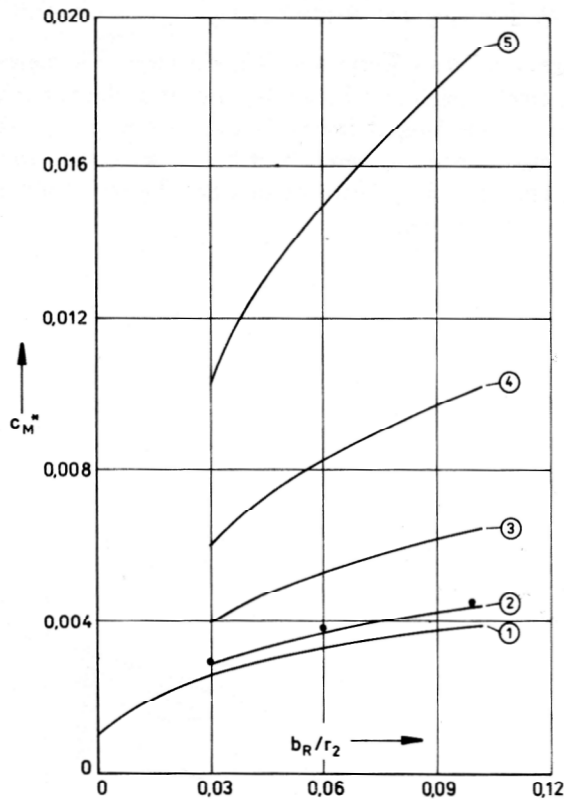


hängigkeiten im Vergleich zum Fall der hydraulisch glatten Oberfläche. Den größten Einfluss hat die Rauigkeit auf den Momentenbeiwert  $C_M^*$ , wobei sich die Radreibungsverluste zum Fall hydraulisch glatter Oberflächen wesentlich erhöhen. Für  $b_R/r_2 = 0,10$  und  $k_s/r_2 = 0,01$  ergibt sich z. B. theoretisch eine Vergrößerung um den Faktor 4.94. Die von Möhring gemessenen Werte können etwa im Grenzfall sehr kleiner Rauigkeiten ( $k_s/r_2 \approx 10^{-5}$ ) bestätigt werden. Bei fehlender äußerer Abdeckung beeinflusst die Laufradströmung die Strömung im Radseitenraum. Bei den im Bild 8 dargestellten Ergebnissen charakterisiert  $c_{u2}/u_2$  die Laufradströmung, wobei

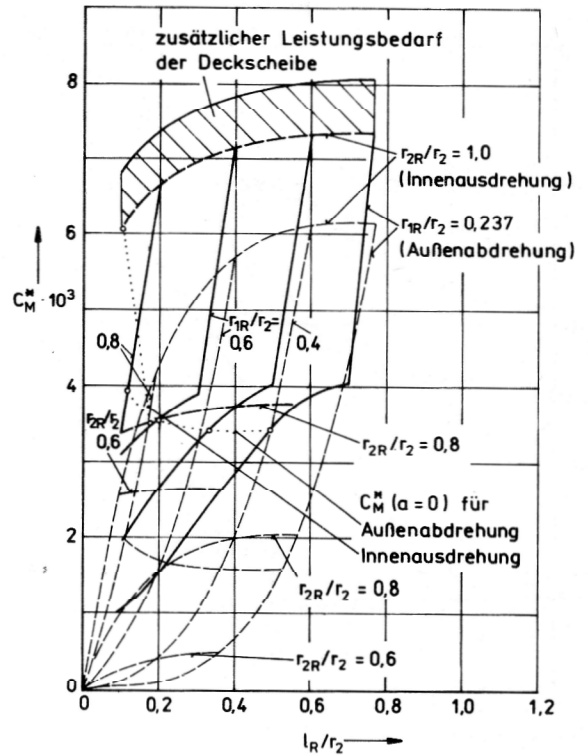
Spiralgehäusepumpen wegen  $c_{u2}/u_2 = \frac{\psi}{2 \cdot \eta_u}$  im Auslegungspunkt etwa Werte von 0,5 erreichen. Für diesen Fall ergeben sich Druckverläufe, wie sie auch etwa mit äußerer Abdeckung auftreten. Dagegen weichen die Radreibungsverluste für diesen Wert bereits wesentlich voneinander ab, falls größere Breiten der Rückenschaufeln zum Einsatz kommen.



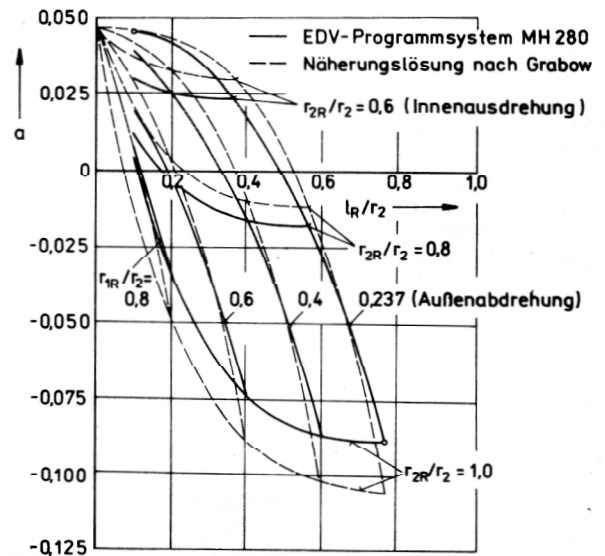
**Bild 8**  
Einfluss der Rauigkeit bzw. der Laufradströmung für durchgehende Rückenschaufeln



Im Bild 9 sind für einen praktischen Anwendungsfall einer einstufigen Kreiselpumpe mit offenen Rückenschaufeln und  $n_q = 24 \text{ min}^{-1}$  die über das Programmsystem nach [1] berechneten Gesamtwerte für den Momentenbeiwert  $C_M^*$  für variable Schaufellängen  $l_R = r_{2R} - r_{1R}$  dargestellt. Parameter ist das Radienverhältnis  $r_{2R}/r_2$  bei Innenausdrehung bzw.  $r_{1R}/r_2$  bei Außenabdrehung der Rückenschaufeln. Zum Vergleich sind die Näherungslösungen von [6] eingetragen. Für die Praxis von Interesse sind die Verhältnisse, bei denen kleine Axialkräfte (theoretisch  $a = 0$ ) auftreten, falls keine weitere Forderung hinsichtlich der Einhaltung bestimmter Druckwerte an der Wellendichtung existiert. Zur Bestimmung dieser Werte dienen die Ergebnisse im Bild 10, welches in anschaulicher Weise den gesamten Wirkungsbereich innen oder außen abgedrehter Rückenschaufeln in Bezug auf die resultierende Axialkraft aufzeigt. Überträgt man die Ausführungsvarianten mit  $a = 0$  in das Bild 9, dann ergeben sich die zwei eingetragenen charak-



**Bild 9**  
Spezifischer Leistungs- bzw. Momentenbedarf der Rückenschaufeln



**Bild 10**  
Resultierende Axialkraft einer einstufigen Kreiselpumpe mit offenen Rückenschaufeln  
 $\dot{V} = 63 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $H = 40 \text{ m}$ ,  $n = 2900 \text{ min}^{-1}$ ,  $n_q = 24 \text{ min}^{-1}$ ,  
 $\dot{V}_{Ld}/\dot{V} \approx 8\%$

teristischen Abhängigkeiten für  $C_M^*$  ( $a = 0$ ) für die Außen- bzw. Innenabdrehung. Zu diesen Werten muß noch der Leistungsbedarf für die Radreibung der Deckscheibe hinzugefügt werden. Danach hat infolge kleinerer  $C_M^*$ -Werte nur der Fall der Außenabdrehung Bedeutung. Optimale Verhältnisse werden bei dieser Laufradvariante mit einem Radienverhältnis  $r_{2R}/r_2 \approx 0,90$  mit Schaufellängen  $l_R/r_2 \approx 0,2$  bis  $0,5$  erreicht. Für diese Ausführungsvarianten kann mit annähernd konstanten Radreibungsverlusten gerechnet werden.



### 3. Schlußfolgerungen

Der Vergleich mit den Meßwerten ergab, daß der Einfluß der Haupteinflußgrößen richtig wiedergegeben wird. Insgesamt wurden zufriedenstellende Ergebnisse erhalten, so daß die Modellvorstellung der Rotation des Mediums als fester Körper im Radseitenraum an der Tragscheibe bei vernachlässigbarer Leckströmung ausreichend ist, sobald die Rand- und Übergangsbedingungen richtig berücksichtigt werden. So haben z. B. die Reibungswirkungen der äußeren Schaufelspitzen bei Abdrehung der Rückenschaufeln von außen einen wesentlichen Einfluß auf die Strömungsverhältnisse im äußeren, schaufelfreien Radseitenraum. Durch die Erweiterung des Berechnungsmodells auf sandrauhe Oberflächen konnte der Nachweis geführt werden, daß die Rauigkeit am Gehäuse eine wesentliche Einflußgröße darstellt, wobei bei Vergrößerung der Oberflächenrauigkeit die Radreibungsverluste erheblich ansteigen.

Erläuterung wichtiger Größen bzw. Kennzahlen:

$$a = \frac{F_a}{\rho \pi r_2^4 \omega^2} \quad - \text{ Axialkraftkennzahl}$$

$$C_M^* = \frac{M_R}{\rho r_2^5 \omega^2} \quad - \text{ Momentenbeiwert (analog } C_M)$$

$$C_p = \frac{\Delta p}{\rho r_2^2 \omega} \quad - \text{ radiale Druckabsenkung}$$

$$\varphi^* = \frac{\dot{V}}{\pi r_2^3 \omega} \quad - \text{ Durchflußzahl der Stufe}$$

$$\psi = \frac{2 \Delta p_g}{\rho r_2^2 \omega^2} \quad - \text{ Druckzahl der Stufe}$$

$$\eta_u = \frac{\psi}{\psi_u} = \frac{e_s}{e_u} \quad - \text{ Umfangswirkungsgrad der Stufe}$$

$$Re_2 = \frac{r_2^2 \cdot \omega}{\nu} \quad - \text{ Reynoldszahl rotierender Scheiben}$$
  

$C = \frac{c}{u_2}$	- absolute Geschwindigkeit	}	dimensionslose Größen (Bezugswerte sind der Laufradaustrittsradius $r_2$ und die zugeordnete Umfangsgeschwindigkeit $u_2$ )
$R = \frac{r}{r_2}$	- Radius		
$T_o = \frac{\tau_o}{\rho u_2^2}$	- Wandschubspannung		
$\Delta = \frac{\delta}{r_2}$	- Grenzschichtdicke		
$\eta = \frac{z}{\delta}$	- axiale Koordinate		

### LITERATUR

- [ 1 ] Altmann, D.: Komplexe Berechnung der Axialkraft, der Spalt- und Radreibungsverluste von ein- und mehrstufigen radialen Kreiselpumpen. Dissertation B, TH Magdeburg, 1983.
- [ 2 ] Altmann, D.: Berechnung der turbulenten Strömung im Radseitenraum von Radialpumpen mit offenen Rückenschaufeln zur Ermittlung der Druckverteilung, der Axialkraft und der Radreibungsverluste. Arbeitsbericht des VEB Kombinat Pumpen und Verdichter – WTZ Halle (unveröffentlicht).
- [ 3 ] Phan quang Trung: Untersuchung der Strömungsverhältnisse im Radseitenraum zur Ermittlung der Axialkräfte bei Radialpumpen mit Rückenschaufeln. Dissertation A, TH Magdeburg, 1976.
- [ 4 ] Möhring, U.-K.: Untersuchung des radialen Druckverlaufes und des übertragenen Drehmomentes im Radseitenraum von Kreiselpumpen bei glatter, ebener Radseitenwand und bei Anwendung von Rückenschaufeln. Dissertation, TU Braunschweig, 1976.
- [ 5 ] Altmann, D.: Beitrag zur Berechnung der turbulenten Strömung im Axialspalt zwischen Laufrad und Gehäuse von Radialpumpen. Dissertation A, TH Magdeburg, 1972.
- [ 6 ] Grabow, G.: Ermittlung der wirkenden Axialkräfte bei Radialkreiselpumpen mit halboffenen Rückenschaufeln. Freiburger Forschungsheft A 587.

Anschrift des Verfassers:

Dr. sc. techn. Dieter Altmann  
Technische Hochschule „Otto von Guericke“  
Sektion Dieselmotoren, Pumpen  
und Verdichter  
3010 Magdeburg  
PSF 124