

Zur Modellbildung bei Roboter-Manipulatoren aus der Sicht der Steuerung¹⁾

Bodo Heimann, Harald Loose

0. Einleitung

Im Gegensatz zu herkömmlichen Mechanismen besitzt bei Roboter-Manipulatoren jeder Freiheitsgrad einen eigenen Antrieb – die Freiheitsgrade sind „aktiv“. Weitere spezifische Eigenschaften bestehen in der Vielfalt der kinematischen Strukturen, in den wechselnden Randbedingungen und technologischen Aufgaben, in den starken Nichtlinearitäten und Kopplungen der Freiheitsgrade, in der Redundanz. Daraus abgeleitet ergeben sich hohe Anforderungen an die Robotersteuerungen, deren Entwurf auf adäquaten Modellvorstellungen beruht. Die Beherrschung der Robotertechnik erfordert deshalb sowohl die tiefe Durchdringung ihrer einzelnen Teilkomponenten als auch die komplexe Betrachtung des Gesamtsystems.

In den folgenden Ausführungen wird ein Überblick über die verschiedenen Modellklassen für Roboter-Manipulatoren und die daraus abgeleiteten Steuerkonzepte gegeben.

1. Modellbildung

1.1. Begriffsbestimmungen, Bezeichnungen

Koordinatensystem (KS):

ist definiert durch die Lage des Koordinatenursprungs $O(R_1, R_2, R_3)$ und die Ortsvektoren e_1, e_2, e_3 seiner Achsen.

Umweltkoordinaten $X_j^T := (x_1^j, x_2^j, x_3^j, \eta_1^j, \eta_2^j, \eta_3^j)$

bestimmen eindeutig die Lage und Orientierung des j -ten Gliedes G_j des Manipulators (Greifer: $j=n$) im raumfesten Koordinatensystem $(KS)_o$, z. B. (x_1^j, x_2^j, x_3^j) -Koordinaten des Ursprungs eines mit G_j fest verbundenen Koordinatensystems $(KS)_j$, $(\eta_1^j, \eta_2^j, \eta_3^j)$ -Richtungskosinus' der Ortsvektoren e_1^j, e_2^j, e_3^j von $(KS)_j$ in $(KS)_o$.

Roboterkoordinaten $q^T = (q_1, \dots, q_n)$:

verallgemeinerte Koordinaten zur Beschreibung der Konfiguration des Manipulators; z. B. q_j – Relativkoordinate zwischen $j-1$ -tem und j -tem Glied.

Kinematisches Modell M_k :

beschreibt den Bewegungszustand des Manipulators im Inertialsystem $(KS)_o$ in Abhängigkeit von den Roboterkoordinaten q und damit die Transformationsbeziehungen zwischen den Roboter- und Umweltkoordinaten sowie ihren Ableitungen

1) Überarbeitete Fassung des Vortrages „Modellbildung bei Industrierobotern“, Autoren: B. Heimann, H. Loose, H. Tersch, J. Volmer, R. Brock, K. Zimmermann, J. Schönherr, gehalten auf dem 1. Mechanik-Kongreß der DDR, 31. 10. – 4. 11. 1983, Karl-Marx-Stadt.

$$M_k: X_j = X_j(q_1, \dots, q_j); \quad t \in [t_0, t_1]$$

$$\dot{X}_j = \sum_{i=1}^j \frac{\partial X_j}{\partial q_i} \dot{q}_i$$

$$\ddot{X}_j = \sum_{i=1}^j \left(\frac{\partial X_j}{\partial q_i} \ddot{q}_i + \sum_{k=1}^j \frac{\partial^2 X_j}{\partial q_i \partial q_k} \dot{q}_i \dot{q}_k \right)$$

(t_0 Anfangszeitpunkt, t_1 Endzeitpunkt)

Direktes kinematisches Problem (DKP):

besteht in der Ermittlung des aktuellen Bewegungszustandes des Manipulators und Greifers im $(KS)_o$ aus den Roboterkoordinaten $q(t)$ und deren Ableitungen.

Inverses kinematisches Problem (IKP):

besteht in der Ermittlung der Endkonfiguration des Manipulators $q(t_1)$ aus der gegebenen Endlage des Greifers $X_n(t_1)$ und der Anfangskonfiguration $q(t_0)$.

Dynamisches Modell M_D :

beschreibt den Zusammenhang zwischen den Roboter-

koordinaten $q(t)$ und ihren Ableitungen $\dot{q}(t) = \frac{dq}{dt}$,

$\ddot{q}(t) = \frac{d^2q}{dt^2}$ und den seitens der Antriebe eingepprägten

verallgemeinerten Kräften (Momenten) $Q(t)$:

$$M_D: Q(t) = Q(q, \dot{q}, \ddot{q}, t), \quad Q^T = (Q_1, \dots, Q_n).$$

Direkte Aufgabe der Dynamik (DAD):

besteht in der Ermittlung der zur Realisierung eines gegebenen Bewegungszustandes $q(t)$ benötigten verallgemeinerten Kräfte $Q(t)$.

Inverse Aufgabe der Dynamik (IAD):

besteht in der Ermittlung des Bewegungszustandes $q(t)$ aus den verallgemeinerten Kräften $Q(t)$.

Modell des j -ten Antriebs M_A^j :

charakterisiert das Übertragungsverhalten (statisch, dynamisch) des j -ten Antriebs, d. h. die Beziehungen zwischen den Steuergrößen u_j , den inneren Freiheitsgraden i_j , den verallgemeinerten Koordinaten q_j , Geschwindigkeiten \dot{q}_j und Kräften Q_j :

$$M_A^j: \begin{aligned} Q_j &= Q_j(q_j, \dot{q}_j, i_j) \\ u_j &= u_j(q_j, \dot{q}_j, i_j) \end{aligned} \quad ; j = 1, \dots, n$$

vollständiger Zustandsvektor $p^T = (p_1, \dots, p_n)$:

$$p_j^T = (q_j, \dot{q}_j, i_j)$$

vollständiges dynamisches Modell M_V :

Zusammenfassung der Modelle M_D und M_A :

$$M_V: \dot{p} = \dot{p}(p, Q, u)$$

Mehrkörpersysteme (MKS):

Ein Mehrkörpersystem ist ein mechanisches Ersatzsystem aus einer endlichen Zahl von starren Körpern. Die Verbindungselemente zwischen den Körpern sind masse-lose passive und aktive Elemente wie Federn, Dämpfer oder Stellmotore. Zusätzlich treten kinematische Bindungen durch Lager, Führungen und Gelenke auf²⁾.

1.2. Kinematisches Modell

Beschreibungsmöglichkeiten zur Kinematik von Manipulatoren / MKS basieren auf den Theorien der homogenen Koordinaten [1], [2], der orientierten Grafen und Inzidenzmatrizen [3], der Schrauben [4], auf verschiedenen eingeführten Koordinatensystemen [1], [2], [3] und unterschiedlichen Beschreibungen der Transformationsbeziehungen [5], [3], [2].

1.2.1. Beschreibung durch homogene Koordinaten

Im folgenden wird kurz eine Methode zur Beschreibung der Kinematik von offenen kinematischen Ketten vorgestellt. Die Glieder werden, beginnend vom Bezugskörper (Fundament), von 0 bis n durchnummeriert.

Homogene Koordinaten $y^T = (y_1, y_2, y_3, y_4)$: [1]

Die homogenen Koordinaten y_1, \dots, y_4 eines Raumpunktes P sind mit dessen kartesischen Koordinaten x_1, x_2, x_3 durch die Beziehung

$$x_K = \frac{y_K}{y_4}; \quad K = 1, 2, 3$$

in einem Koordinatensystem (KS) definiert. Sind

$y'^T = (y'_1, \dots, y'_4)$ die homogenen Koordinaten von P in einem Koordinatensystem (KS)', so gilt die Beziehung

$$y = T y' \quad (1)$$

mit

$$T = \left[\begin{array}{ccc|c} l_{11} & l_{12} & l_{13} & R_1 \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} & R_2 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & R_3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} 1 & R \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right]$$

– R_1, R_2, R_3 – Koordinaten von $0'$ in (KS)

– $l_{ik} = e_i^T e_k$; $i, k = 1, 2, 3$

– Richtungskosinus' der Achsen von (KS)' in (KS).

Interpretiert man (KS) als Inertialsystem $(KS)_0$ und $(KS)'$ als körperfestes Koordinatensystem des j-ten Gliedes $(KS)_j$, so ist die Lage und Orientierung von G_j im Raum eindeutig durch die Transformationsmatrix $T_j = T$ bestimmt. Es gilt:

mit

$$R^{\nu} = T_j r^{\nu}; \quad \dot{R}^{\nu} = \dot{T}_j r^{\nu}; \quad \ddot{R}^{\nu} = \ddot{T}_j r^{\nu} \quad (2)$$

r^{ν} – Vektor der homogenen Koordinaten von P^{ν} in $(KS)_j$,

R^{ν} – Vektor der homogenen Koordinaten von P^{ν} in $(KS)_0$.

2) Eine etwas allgemeine Definition von MKS, die auch hybride Systeme einschließt, ist in [6] zu finden.

Für den praktisch wichtigen Fall, daß die Glieder G_{j-1}, G_j des Manipulators kinematische Paare 5. Klasse bilden, d. h. die Gelenke besitzen jeweils nur einen Freiheitsgrad q_j , können die Zwangsbedingungen zwischen G_{j-1} und G_j durch die Beziehungen

$$T_j = T_{j-1} A_j(q_j); \quad j = 1, \dots, n \quad (3)$$

beschrieben werden, wobei die Strukturen von A_j und T_j übereinstimmen. Aus dieser rekursiven Beziehung erhält man die kinematischen Gleichungen M_K :

$$\left. \begin{aligned} T_j &= T_0 A_1(q_1) \dots A_j(q_j); \quad j = 1, \dots, n \\ \dot{T}_j &= \sum_{i=1}^j V_{ji} \dot{q}_i \\ \ddot{T}_j &= \sum_{i=1}^j (V_{ji} \ddot{q}_i + \sum_{k=1}^j V_{jik} \dot{q}_i \dot{q}_k) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

mit

$$V_{ji} = T_0 A_1 \dots \frac{d}{dt} A_i \dots A_j$$

$$V_{jik} = T_0 A_1 \dots \frac{d}{dt} A_i \dots \frac{d}{dt} A_k \dots A_j$$

Beschreibt man die kinematischen Paare G_{j-1}, G_j mit den Parametern $\Theta_j, s_j, \alpha_j, a_j$ nach der Hartenberg-Denavit-Notation [5], so erhält man:

$$A_j = \begin{bmatrix} \cos \Theta_j & -\sin \Theta_j \cos \alpha_j & \sin \Theta_j \sin \alpha_j & a_j \cos \Theta_j \\ \sin \Theta_j & \cos \Theta_j \cos \alpha_j & -\cos \Theta_j \sin \alpha_j & a_j \sin \Theta_j \\ 0 & \sin \alpha_j & \cos \alpha_j & s_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$= [a_1(\Theta), a_2(\Theta), a_3(s), a_4]_j^T$$

Die in (4) auftretenden Differentialoperationen lassen sich auf Matrixmultiplikationen zurückführen. Weiter ist eine einheitliche Behandlung von Schub- und Drehgelenken möglich. Darin besteht der Vorteil der Methode.

Es gilt:

$$\frac{d}{dt} A_j = \vartheta \cdot A_j; \quad \vartheta = \sigma \vartheta_s + (1 - \sigma) \vartheta_D \quad (6)$$

mit den Sonderfällen:

Drehgelenk ($\sigma = 0$):

$$\left. \begin{aligned} q_j &= \Theta_j; \quad a_j, \alpha_j, s_j = \text{const} \\ \frac{dA_j}{dt} &= \vartheta_D A_j = [-a_2(\Theta), a_1(\Theta), 0, 0]_j^T \\ \frac{d^2 A_j}{dt^2} &= [-a_1(\Theta), -a_2(\Theta), 0, 0]_j^T \end{aligned} \right\} \vartheta_D = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Schubgelenk ($\sigma = 1$):

$$\left. \begin{aligned} q_j &= s_j; \quad \Theta_j, a_j, \alpha_j = \text{const} \\ \frac{dA_j}{dt} &= \vartheta_s A_j = \vartheta_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\frac{d^2 A_j}{dt^2} = 0.$$

1.2.2. Lösungsmöglichkeiten

Die Lösung des DKP und des IKP muß bei der Generierung der Führungsgrößen in der Robotersteuerung in Echtzeit erfolgen. Dabei erfordert die numerische Lösung des DKP bzw. des IKP, falls die Lösung explizit angegeben werden kann, die Minimierung der Rechenzeit bei vorgegebener Genauigkeit, z. B. durch Anwendung von Festkommaoperationen und Tabellierung spezieller Funktionen.

Im allgemeinen existiert jedoch keine explizite Lösung des IKP. Da die Lage und Orientierung des Greifers im Raum durch 6 Größen eindeutig bestimmt ist, können folgende Fälle unterschieden werden:

a) nichtredundante Manipulatoren ($n \leq 6$)

Es existiert eine endliche Konfigurationsmännigfaltigkeit

$$K_M = \{ q^i(t_1) : X_n(t_1) = X_n(q^i(t_1)); i = 1, M \}$$

b) redundante Manipulatoren ($n > 6$)

Im allgemeinen existiert eine unendliche Konfigurationsmännigfaltigkeit K_∞ als Lösung des IKP.

Die Auswahl einer Lösung des IKP wird entweder durch den numerischen Algorithmus, z. B. durch rekursive Beschreibung in hinreichend kleinen Zeitschritten Δt

$$q(t + \Delta t) = q(t) + H^{-1} (X_n(t + \Delta t) - X_n(t))$$

mit H^{-1} Pseudoinverse der Jacobi-Matrix $H = \frac{\partial X_n}{\partial q}$,

oder durch zusätzliche Annahmen (Beschränkung, Verknüpfung der Freiheitsgrade, Optimierungskriterien), z. B. durch das Optimierungsproblem:

$$J[q(t_1)] = \min_{q^i(t_1) \in K_M} \|q^i(t_1) - q^i(t_0)\|$$

erzwungen [7], [8].

Für $n = 6$ werden in der Literatur eine Reihe von Vereinfachungen zur Lösung des IKP vorgeschlagen, die in der Reduktion des Systems der 6 nichtlinearen Bestimmungsgleichungen für $q_1(t_1), \dots, q_6(t_1)$ durch analytische Untersuchungen besteht [1], [9]. Eine wesentliche Vereinfachung des IKP führt Vukobratovič [10] mit dem Konzept der Trennung der globalen und lokalen Freiheitsgrade ein. Die globalen Freiheitsgrade $q^m = (q_1, q_2, q_3)^T$ der Minimalkonfiguration des Manipulators bestimmen eindeutig die Lage des Handgelenks (x_1, x_2, x_3) . Die lokalen Freiheitsgrade $q^g = (q_4, q_5, q_6)^T$ verknüpfen den Greifer mit der Minimalkonfiguration.

1.3. Dynamisches Modell

Die Berücksichtigung dynamischer Modellvorstellungen wird notwendig bei

- höheren Aktionsgeschwindigkeiten durch Berücksichtigung von Trägheitskräften, Zentripetalkräften und CORIOLIS-Kräften,
- Reduzierung des zur Zeit ungünstigen Verhältnisses von Eigenmasse zur Nutzmasse,
- Erhöhung der Positioniergenauigkeiten und bei Untersuchungen zur Optimierung des Bewegungsverhaltens.

Mehrkörpersysteme haben sich als adäquate Modellklasse zur Beschreibung der Dynamik von Manipulatoren durchgesetzt. Einen Überblick über die Möglichkeiten der Aufstellung der Bewegungsgleichungen geben Vukobratovič und Potkonjak [10]. Die in der Literatur bekannten Methoden und Algorithmen basieren auf den Lagrange-Gleichungen 2. Art [2], [10], [11], [12], [6], den Newton-Euler-Gleichungen [13], der Blockmatrixmethode [3], dem Gauß'schen Prinzip [1], [14], den Gibbs-Appell-Gleichungen [10], dem d'Alembertschen Prinzip [3], [15].

Die allgemeine Form der Bewegungsgleichungen lautet:

$$A(q) \ddot{q} + B(q, \dot{q}) = Q \quad \text{oder} \\ \sum_{i=1}^n \left\{ A_{ij} \ddot{q}_i + B_{ij} \dot{q}_i^2 + 2 \sum_{k=i+1}^n B_{ikj} \dot{q}_i \dot{q}_k \right\} + B_{j,n}(q, \dot{q}) = Q_j; j = 1, n \quad (9)$$

mit

$$A_{ij}(q) \ddot{q}_i \quad - \text{Trägheitskräfte; } A(q)\text{-Trägheitsmatrix} \\ B_{ij}(q) \dot{q}_i^2 \quad - \text{Zentripetalkräfte;} \\ B_{ikj}(q) \dot{q}_i \dot{q}_k \quad - \text{CORIOLIS-Kräfte;} \\ B_{j,n}(q, \dot{q}) \quad - \text{nichtkonservative Kräfte;} \\ Q_j \quad - \text{generalisierte Kräfte.}$$

1.3.1. Anwendung des Gauß'schen Prinzips

Im folgenden wird die Ableitung der Bewegungsgleichungen für Manipulatoren mit dem Gauß'schen Prinzip bzw. den Gibbs-Appell-Gleichungen kurz vorgestellt [1], [14], [16].

Bezeichnungen:

- dv^j - Volumenelement des Gliedes G_j ;
- $R^j(v), r^j(v)$ - Vektor der homogenen Koordinaten von dv^j in $(KS)_o, (KS)_j$;
- $\rho^j(v)$ - Dichte von dv^j
- $F^j(v)$ - Volumenkraft, die auf dv^j wirkt.

Die Zwangsfunktion Z lautet angewandt auf ein MKS:

$$Z = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \int_{G_j} \rho^j(v) \\ \text{tr} \left\{ \left(\ddot{R}^j(v) - \frac{F^j(v)}{\rho^j(v)} \right) \left(\ddot{R}^j(v) - \frac{F^j(v)}{\rho^j(v)} \right)^T \right\} dv^j \quad (10)$$

Die Gauß'sche Variation δ ist definiert als:

$$\delta q = 0, \quad \delta \dot{q} = 0, \quad \delta \ddot{q} \neq 0, \quad \delta t = 0.$$

Gauß'sches Prinzip:

In jedem Zeitpunkt zeichnet sich die tatsächliche Bewegung des Systems, auf das äußere Kräfte einwirken, gegenüber allen zulässigen Bewegungen dadurch aus, daß sie die Zwangsfunktion minimiert:

$$Z = \min! \quad \forall t \in [0, T].$$

Die Gibbs-Appellschen Gleichungen ergeben sich unter Beachtung der kinematischen Bindungen aus den notwendigen Bedingungen des Minimums der Zwangsfunktion

$$\delta Z = \sum_{j=1}^n \frac{\partial Z}{\partial \ddot{q}_j} \delta \ddot{q}_j = 0.$$

Sie lauten bei Verwendung der Gibbs-Appellschen Funktion

$$G = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \text{tr} [\ddot{T}_j I_j \ddot{T}_j^T - \Phi_j \ddot{T}_j],$$

die auch „Beschleunigungsenergie“ genannt wird [10],

$$\frac{\partial G}{\partial \ddot{q}_j} = Q_j; \quad j = 1, n. \quad (11)$$

Aus den Beziehungen (4) und unter Vernachlässigung der von \ddot{q} unabhängigen Glieder erhält man:

$$Z = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \text{tr} \left\{ \int_{G_j} \mathbf{r}^j(\mathbf{v}) \rho^j(\mathbf{v}) \mathbf{r}^j(\mathbf{v})^T d\mathbf{v} \ddot{T}_j^T - 2 \int_{G_j} \mathbf{F}^j(\mathbf{v}) \mathbf{r}^j(\mathbf{v}) d\mathbf{v} \ddot{T}_j^T \right\} + \dots$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \text{tr} \left\{ \ddot{T}_j I_j \ddot{T}_j^T \right\} - \sum_{j=1}^n \text{tr} \left\{ \Phi_j \ddot{T}_j \right\} + \dots$$

mit der verallgemeinerten Trägheitsmatrix

$$I_j = \int_{G_j} \mathbf{r}^j(\mathbf{v}) \rho^j(\mathbf{v}) \mathbf{r}^j(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = \begin{array}{ccc|c} I_j^{11} & I_j^{12} & I_j^{13} & S_j^1 \\ I_j^{12} & I_j^{22} & I_j^{23} & S_j^2 \\ I_j^{13} & I_j^{23} & I_j^{33} & S_j^3 \\ \hline S_j^1 & S_j^2 & S_j^3 & m_j \end{array}$$

$$I_j^{ik} = \int_{G_j} \rho^j(\mathbf{v}) x_i^j x_k^j d\mathbf{v} \quad - \text{Massenträgheits- (i=k), Deviationsmomente (i \neq k) von } G_j \text{ bezüglich (KS)}_j,$$

$$S_j^i = \int_{G_j} \rho^j(\mathbf{v}) x_i^j d\mathbf{v} \quad - \text{statische Momente von } G_j \text{ bezüglich (KS)}_j,$$

$$m_j = \int_{G_j} \rho^j(\mathbf{v}) d\mathbf{v} \quad - \text{Masse von } G_j,$$

und der verallgemeinerten Matrix der äußeren Kräfte

$$\Phi_j = \int_{G_j} \mathbf{F}^j(\mathbf{v}) \mathbf{r}^j(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = \begin{array}{ccc|c} M_j^{11} & M_j^{12} & M_j^{13} & F_j^1 \\ M_j^{21} & M_j^{22} & M_j^{23} & F_j^2 \\ M_j^{31} & M_j^{32} & M_j^{33} & F_j^3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Wegen (4) folgt:

$$\frac{\partial \ddot{T}_j}{\partial \ddot{q}_l} = \begin{cases} V_{jl} & \text{für } l \leq j \\ 0 & \text{für } l > j \end{cases}$$

und somit wegen (11):

$$\sum_{j=1}^n \text{tr} (\ddot{T}_j I_j - \Phi_j) \cdot V_{jl}^T = 0; \quad l = 1, \dots, n.$$

Wirken auf den Manipulator lediglich die Schwerkraft und die verallgemeinerten Kräfte Q_j mit der virtuellen Arbeit $\delta A = Q_j \cdot \delta q_j$, so erhält man die Bewegungsgleichungen in der Form (9) mit:

$$A_{ij} = \sum_{\substack{l=j \\ l \geq i}}^n \text{tr} \left\{ V_{li} I_l V_{lj}^T \right\}$$

$$B_{ij} = \sum_{\substack{l=j \\ l \geq i}}^n \text{tr} \left\{ V_{li} I_l V_{lj}^T \right\}$$

$$B_{ikj} = \sum_{\substack{l=j \\ l \geq k > i}}^n \text{tr} \left\{ V_{lik} I_l V_{lj}^T \right\}$$

$$B_{j,k} = \sum_{l=j}^n \text{tr} \left\{ \Phi_l^g V_{lj}^T \right\}; \quad \Phi_l^g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_l^1 & S_l^2 & S_l^3 & m_l \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{j,n} = 0.$$

1.3.2. Direkte und inverse Aufgaben der Dynamik

Die Aufstellung der Bewegungsgleichung und die Lösung der DAD muß bei der Generierung der Steuergrößen in jedem Zeitpunkt in Echtzeit erfolgen, was eine hohe Effektivität der Berechnungsmethoden erfordert. Entsprechende on-line-Algorithmen wurden von Luh, Walker, Paul [13] und Megahed, Renaud [12] entwickelt³⁾. Die Lösung der IAD ist vor allem bei der off-line-Generierung der Steuergrößen und der Simulation der Bewegung des Manipulators erforderlich. Die numerische Behandlung des IAD ist prinzipiell auf zwei Wegen möglich:

- als Optimierungsproblem bei Anwendung eines Minimumprinzips (z. B. Gauß) [1], [14].
- mit einem implizierten Integrationsverfahren bei Verwendung der Bewegungsgleichungen.

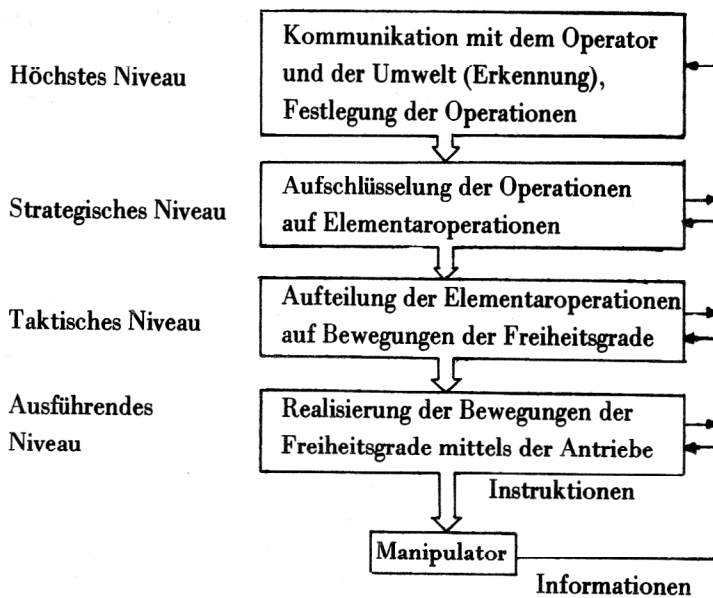
Werden die Bewegungsgleichungen formelanalytisch erzeugt, so können diese mittels Transformationen im affinen Tangentialraum expliziert (Boltzmann-Hamel, Kanonische Gleichungen) und mit einfachen Algorithmen integriert werden [11].

2. Steuerung

2.1. Prinzipieller Aufbau, Begriffsbestimmungen

Robotersteuerungen sind in der Regel hierarchisch aufgebaut, wobei 4 Niveaus unterschieden werden [1], [17], [18], [19]. Das jeweils höhere Niveau instruiert das nächstfolgende und trifft aufgrund der rückfließenden Informationen und erhaltenen Instruktionen Entscheidungen. In der Übersicht sind die Funktionen der Steurniveaus und ihre Wechselwirkungen schematisch dargestellt:

3) Die Bewegungsgleichungen lassen sich auch zum Aufbau einer speziellen nichtlinearen Entkopplung verwenden, wodurch der Einsatz eines strukturell einfachen linearen Zustandsreglers möglich wird [28], [29].



Kinematische Steuerung:

Als Führungsgrößen für die Regelung der Antriebe werden die zeitlichen Verläufe der Roboterkoordinaten $q_j = q_j(t)$, $j = 1, \dots, n$ vorgegeben. Dabei wird vorausgesetzt, daß die Antriebe so dimensioniert sind, daß diese Bewegung realisiert wird.

Dynamische Steuerung:

Als Führungsgrößen für die Regelung der Antriebe werden zeitliche Verläufe der verallgemeinerten Kräfte $Q_j = Q_j(t)$, $j = 1, \dots, n$ oder der Steuergrößen $u_j = u_j(t)$, $j = 1, \dots, n$ vorgegeben, die den gegebenen Beschränkungen genügen und nach dem dynamischen Modell M_D/M_V die gewünschte Bewegung realisieren.

Trajektorienplanung (Aufgabe des taktischen Niveaus): Aufschlüsselung der Elementaroperationen auf Aktionen der einzelnen Antriebe. Dabei werden unterschieden:

Trajektorienachführung:

Als Elementaroperation ist der zeitliche Verlauf der Greiferbewegung $X_n = X_n(t)$ oder die zeitliche Folge $\{X_n(t_i)\}_{i=0, M}$ gegeben.

Bahnnachführung:

Als Elementaroperation ist der geometrische Verlauf der Greiferbewegung $X_n(t) \in \text{Bahn}$ oder als Punktfolge $\{X_n^i\}_{i=0, m}$ gegeben.

Punktnachführung:

Als Elementaroperation ist die Greiferbewegung von $X_n(t^A)$ nach $X_n(t^E)$ gegeben, wobei die Zwischenpunkte $\{X_n^i\}_{i=1, m}$ ($m \ll m$) zu durchfahren sind.

Punktsteuerung:

Als Elementaroperation ist die Greiferbewegung von $X_n(t^A)$ nach $X_n(t_E)$ gegeben.

2.2. Trajektorienplanung

In Abhängigkeit von der konkreten Aufgabenstellung und vom Niveau der Belehrung der Robotersteuerung be-

stehen bei der Trajektorienplanung im allgemeinen folgende Probleme:

- Festlegung der Greiferbahn in Umweltkoordinaten und Aufschlüsselung auf die Roboterkoordinaten durch Lösung des IKP,
- Erstellung und Auswertung des dynamischen Modells (möglichst on-line),
- Berücksichtigung konstruktiver, kinematischer, dynamischer und technologischer Beschränkungen zur Vermeidung von Kollisionen und Havarien.

2.2.1. Belehrungsniveaus von Manipulatorsteuerungen

Bei den gegenwärtig eingesetzten Industrierobotern und Manipulatoren verfügt die Steuerung nur über das taktische und ausführende Niveau. Die Information über die Elementaroperationen werden durch das Bedienpersonal mittels direkten oder indirekten teach-in-Verfahrens in die Robotersteuerung eingegeben.

- a) Im einfachsten Falle werden manuell die einzelnen Antriebe angesteuert, und die Steuersignalfolge $\{u_j(t_i)\}_{j=1, n}^{i=0, M}$ wird im Kommandospeicher abgelegt und automatisch reproduziert.
- b) Die Belehrung erfolgt im direkten teach-in, entweder am Manipulator oder über ein kopierendes System. Dabei wird der Manipulator manuell geführt, und über geeignete Meßsysteme werden die zeitlichen Folgen der Roboterkoordinaten $\{q_j(t_i)\}_{j=1, n}^{i=1, M}$ abgenommen und abgespeichert. Durch einen geeigneten Regler $u(t_i) = u(q(t_i), \dot{q}(t_i))$ wird die Bewegung reproduziert (kinematische Steuerung).
- c) Die Belehrung erfolgt über ein spezielles System, wobei an die Steuerung die zeitliche Folge der Umweltkoordinaten des Greifers $\{X_n(t_i)\}_{i=1, M}$ übergeben werden (Trajektorienachführung). Die Realisierung der Greiferbewegung erfordert zusätzlich die Aufschlüsselung auf die einzelnen Freiheitsgrade.
- d) Auf den höheren Niveaus werden im indirekten teach-in unvollständige Informationen über die Greiferbewegung an die Steuerung übergeben. Dabei werden die Bahndaten über geeignete Meßsysteme am Manipulator in Roboterkoordinaten, wie z. B. die Anfangs- und Endwerte $q(t^A)$, $q(t^E)$ und Zwischenpunkte $\{q^i\}_{i=1, m}$, abgenommen und abgespeichert. Möglich sind die Programmierung weiterer Vorgaben bezüglich der Geometrie der Greiferbahn. Im einfachsten Fall wird die Punktsteuerung durch die Vorgabe geeigneter Geschwindigkeitsprofile $\dot{q} = \dot{q}(t, q(t^A), q(t^E))$ in Verbindung mit einem Regalalgorithmus realisiert.

2.2.2. Systeme zur Trajektorienplanung

In der Literatur werden eine Vielzahl von Methoden zur Trajektorienplanung vorgeschlagen [1], [17] bis [20]. Im folgenden werden zwei Methoden für die Punktsteuerung kurz vorgestellt:

- a) System zur on-line Planung der Trajektorie (kinematische Steuerung)
Insbesondere in Einsatzgebieten, in denen die Umweltbedingungen weitestgehend unbestimmt sind (z. B. Raumfahrt, Tiefseeforschung), werden an die Robotersteuerung

ung hohe Anforderungen gestellt und die Trajektorie muß on-line geplant werden. Dabei sind 3 Teilaufgaben zu lösen:

Planung der Greiferbahn in Roboterkoordinaten

Zuerst wird die Greiferbahn als diskrete Folge von Punkten in Umweltkoordinaten $\{X_n^i\}_{i=0,m}$ durch die Vorgabe ihrer Geometrie, z. B. Gerade

$$X_n^i = X_n(t^A) + \frac{i}{m} (X_n(t^E) - X_n(t^A)),$$

aufgeschlüsselt, vgl. [18]. Danach wird dieser Folge durch die Lösung des IKP eine entsprechende Folge in Roboterkoordinaten $\{q^i\}_{i=0,m}$ zugeordnet. Effektiv ist der Einsatz von Optimierungsstrategien zur Auswahl einer optimalen Folge $\{q^i\}_{i=0,m}$ aus der Mannigfaltigkeit der Konfigurationsfolgen

$$K_M = \{K_K\}_{K=1,M} = \{q^{ik} : X_n(q^{ik}) = X_n^i\}_{i=0,m, k=1,M},$$

die ein gegebenes Gütekriterium

$$J[K_M] = \min_{K_M} \sum_{i=1}^{m-s} r_i [q^{ik}, \dots, q^{i+s,k}]$$

minimiert [1], [8].

Eine andere Möglichkeit, die es gestattet, Beschränkungen des Arbeitsraumes und der Konstruktion des Manipulators zu berücksichtigen, besteht in der direkten Aufschlüsselung der Greiferbahn in Roboterkoordinaten $\{q^i\}_{i=0,m}$, wobei die Konfigurationsfolge gesucht ist, die das Funktional

$$J[\{q^i\}_{i=0,m}] = \sum_{i=0}^m |X_n(t^E) - X_n(q^i)|$$

minimiert [18].

Planung der Trajektorie in Roboterkoordinaten und Ermittlung der Steuergrößen:

Der Konfigurationsfolge $\{q^i\}_{i=0,m}$ wird durch eine geeignete Strategie eine Folge von Zeitpunkten $\{t^i\}_{i=0,m}$ zugeordnet, wie z. B. nach der Formel

$$t^i = t^{i-1} + \max_{1 \leq j \leq n} (|q_j^i - q_j^{i-1}| / V_{\max}^j), \quad t^0 = t^A$$

mit V_{\max}^j – maximal zulässige Geschwindigkeit des j-ten Antriebs. Mit Hilfe von Näherungsformeln, z. B. Spline-Interpolation, werden die entsprechenden Folgen $\{q^i\}_{i=0,m}$, $\{\dot{q}^i\}_{i=0,m}$ ermittelt. Die Folge der Steuersignale $\{u^i\}_{i=0,m}$ wird in jedem Zeitpunkt t^i entweder mittels eines Regelalgorithmus oder durch die Lösung der DAD bestimmt.

b) System zur off-line-Planung der Trajektorie (dynamische Steuerung) [9], [19]

Das von Vukobratovič vorgeschlagene Zweistufenkonzept zur Trajektorienplanung ist für den Einsatz der Robotertechnik in der Industrie, wo die Umweltbedingungen weitestgehend determiniert sind und zyklische Wiederholungen auftreten, geeignet.

1. Stufe

Off-line-Planung der nominellen Bewegung:

Die Folge der Steuersignale $\{u^i\}_{i=1,m}$ und die Konfigurationsfolge $\{q^i, \dot{q}^i, \ddot{q}^i\}$ werden auf der Basis des ungestörten dynamischen Modells der Minimalconfiguration unter Berücksichtigung aller relevanten Beschränkungen durch die Lösung des Optimalsteuerungsproblems (OCP) ermittelt. Eine effektive Methode auf

der Basis eines Projektionsverfahrens und unter Vermeidung der Lösung der IAD wird in [21] angegeben.

2. Stufe

Entwurf eines Regelalgorithmus zur Korrektur der gestörten Bewegung:

Auf der Basis des um die nominelle Steuerung linearisierten dynamischen Modells der gestörten Bewegung wird ein Algorithmus zur Ausregelung der Störungen entworfen. Die Berechnung der der nominellen Steuerung überlagerten Korrektursignale erfolgt on-line. In [8] werden verschiedene Möglichkeiten zur Synthese geeigneter Regler diskutiert.

3. Weiterführende Modellvorstellungen und daraus resultierende Anforderungen an Regelungskonzepte

3.1. Regelung von hybriden MKS

Die Forderungen nach höherer Aktionsgeschwindigkeit, geringerem Energieverbrauch und Verbesserung des Nutzmasse-Eigenmasse-Verhältnisses verlangen eine erhebliche Absenkung des Strukturgewichtes von Roboter-Manipulatoren. Eine unveränderte und möglichst verbesserte Arbeitsgenauigkeit kann nur dann erreicht werden, wenn die Verformungen der Bauteile in einem Regelkonzept berücksichtigt werden.

Die Grundlage eines Regelentwurfs im Zeitbereich setzt die exakte Kenntnis des Streckenmodells voraus. Zur Aufstellung der Bewegungsgleichungen von hybriden MKS können sowohl exakte Methoden als auch Näherungsmethoden sowie Identifikationsverfahren verwendet werden [6], [10], [22], [23]. Ein Hauptproblem ist, daß bereits für relativ einfache Strukturen umfangreiche und für die Regelung ungeeignete Gleichungssysteme entstehen. Durch technisch sinnvolle Einschränkungen bei der Modellbildung muß ein Minimalmodell gefunden werden, das die wesentlichen Eigenschaften genügend genau erfasst.

Die bezüglich einer Referenzbewegung linearisierten Bewegungsgleichungen können in Normalform dargestellt werden

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + X(t)e(t)$$

mit

$$A = \begin{bmatrix} 0 & E \\ -M^{-1}Q & -M^{-1}P \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}S \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

und der (linearen) Meßgleichung

$$y_M = C(t)x(t); \quad (13)$$

M, Q, P, S – Massen-, Steifigkeits-, Dämpfungs-, Steuereingriffsmatrix

C – Meßmatrix

x – (hybrider) Zustandsvektor

y_M – Meßvektor

e – Regelfehler.

Bei hybriden MKS ist nicht zu erwarten, daß wenige diskrete Stellelemente und Messungen eine Beherrschung aller Schwingungsformen erlauben. Die Begriffe der vollständigen Steuer- und Beobachtbarkeit sind deshalb so

einzuschränken, daß lediglich die Steuer- und Beobachtbarkeit der wesentlichen Schwingungsformen gefordert wird.

Weit verbreitet aus der großen Zahl von Regelkonzepten für lineare Systeme ist die Zustandsrückführung

$$u = -Kx \quad (14)$$

Das Entwurfsproblem besteht dann in der Berechnung der Verstärkermatrix K, z. B. durch Vorgabe der Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises

$$[\lambda E - (A + BK)] \cdot x = 0. \quad (15)$$

Das soeben kurz skizzierte Entwurfsverfahren setzt die Kenntnis des gesamten Zustandsvektors voraus. Aus praktischer Sicht ist es nicht möglich, für alle Koordinaten von x eine Meßeinrichtung vorzusehen. Da bei vorhandener Beobachtbarkeit gewährleistet ist, daß eine asymptotische Rekonstruktion des Zustandes mit wenigen diskreten Messungen möglich ist, liegt die Anwendung eines „Beobachters“ nahe. Der Entwurf eines Minimalbeobachters geht im Falle des Zustandsvektors von einer Umordnung der Zustandsvariablen aus

$$x = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ E_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{n-r} \\ \vdots \\ x_r \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{nicht meßbar} \\ \text{meßbar} \end{array}$$

Für den Entwurf des Minimalbeobachters vgl. z. B. [24]. Für die praktische Realisierung ergibt sich die naheliegende Möglichkeit, daß dem vorhandenen Lage- und Geschwindigkeitsregelkreis die Regelung der elastischen Koordinaten überlagert wird. Die zur Rekonstruktion des Systemzustandes benötigten Messungen werden über Meßwertaufnehmer dem Beobachter zugeführt [25].

3.2. Modellbildung und darauf aufbauende dezentral strukturierte Regelung

Dekomposition und Koordination sind die beiden zentralen Begriffe beim Entwurf einer dezentralen Regelung. Für die Dekomposition stehen zahlreiche Verfahren zur Verfügung, wie z. B. jene, die auf der Graphentheorie beruhen. Bei der Zerlegung stehen Probleme der Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit und Stabilität im Vordergrund. Die Prinzipien der Koordination unterscheiden sich in der Definition der sogenannten Koordinationsvariablen.

Ausgehend von dem nichtlinearen Gesamtsystem (9) wird dieses in einem ersten Dekompositionsschritt in Teilsysteme zerlegt. Diese Zerlegung ist am mechanischen Aufbau des Roboter-Manipulator orientiert (je Freiheitsgrad ein Teilsystem). Aufgrund der allgemeinen Schwierigkeiten bei der regelungstechnischen Bearbeitung nichtlinearer Probleme erweist es sich als vorteilhaft, jedes Teilsystem in einem zweiten Dekompositionsschritt in ein lineares und ein nichtlineares Untersystem zu zerlegen. Letztere beschreiben dann sowohl die spezifischen lokalen Nichtlinearitäten als auch die im allgemeinen nichtlinearen Kopplungen (z. B. Coriolis-Anteile).

Mesarovic, Siljak und Sundareshan interpretieren die Kopplung zwischen den Teilsystemen als Störgrößen, deren Einfluß auf die isolierten Teilsysteme mittels Koordination eliminiert bzw. reduziert wird [26].

Die mathematische Formulierung lautet wie folgt: Gesamtsystem (globales System):

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), t); \quad x(t_0) = x_0$$

$$(x^T = (q, \dot{q}) \in R^{2n}; \quad u \in R^m; \quad m \leq 2n).$$

Äquivalente Darstellung durch N Teilsysteme (1. Dekompositionsschritt):

$$\dot{x}_i(t) = g_i(x_i(t), u_{il}(t), t) + \underbrace{n_i(x(t), t)}_{\text{Koppelglieder}}$$

$$x_i(t_0) = x_{i0}; \quad x_i \subset x; \quad u_{il} \subset u; \quad i = 1, \dots, N.$$

Vollständig isolierte und steuerbare Teilsysteme (2. Dekompositionsschritt):

$$\dot{x}_i = A_i x_i(t) + B_i u_{il}(t) + \underbrace{\tilde{g}_i(x_i(t), u_{il}(t), t)}_{\text{lokale Nichtlinearitäten}}$$

Die isolierten Teilsysteme liefern mit den optimalen Steuervektoren u_{il}^0 die lokalen Optima J_i^0 bzw.

$$J^0(x_0, t_0) = \sum_i J_i^0(x_{i0}, t_0).$$

Unter dem Einfluß der Koppelglieder ist die Regelung suboptimal. Zur quantitativen Beschreibung der Suboptimalität wird die Größe μ eingeführt:

$$J(x_0, t_0) = (1 + \mu) J^0(x_0, t_0).$$

Die Optimierung des interaktiven Systems basiert auf der Idee, den Einfluß der Koppelglieder $h_i(x(t), t)$ zu reduzieren

$$\mu^* := \inf_{u_g} \left\{ \mu(\|h(x, t) u_g\|) \right\}.$$

Eine Anwendung auf Roboter-Manipulatoren der Struktur DSS ist in [27] zu finden.

4. Zusammenfassung

Modellklassen für Roboter-Manipulatoren sind:

- kinematische Modelle und darauf aufbauende Probleme der kinematischen Steuerung (kinematic control)
- dynamische Modelle auf der Grundlage des Konzepts der MKS einschließlich der Aufgaben der dynamischen Steuerung (dynamic control)
- hybride MKS zur Beschreibung von Roboter-Manipulatoren mit elastischen Segmenten.

Die Wahl der Modellklasse ist abhängig von der Zielstellung der Untersuchung. Eine zentrale Stellung nimmt das inverse kinematische Problem und seine Lösung in Echtzeit ein. Es hat sowohl bei Problemen der kinematic control Bedeutung als auch bei der direkten Aufgabe der Dynamik. Höhere Arbeitsgeschwindigkeiten, geringerer Energieeinsatz und Senkung des Eigenmasse-Nutzmasse-Verhältnisses erfordern die Berücksichtigung dynamischer Modellvorstellungen beim Steuer- und Regelentwurf, die auf stark nichtlineare Beziehungen in q, \dot{q} führen. Methoden der Linearisierung (z. B. bezüglich einer Sollbahn oder eines Bahnpunktes), aber auch Verfahren der nichtlinearen Entkopplung ermöglichen den Einsatz der ausgebauten Methoden der linearen Steuerungs- und

Regelungstheorie. Mit der Entwicklung von Mehrrechnersystemen finden in zunehmendem Maße Methoden der dezentral strukturierten Regelungssysteme bei Roboter-Manipulatoren Verwendung, wobei die Dekomposition und Koordination in sehr anschaulicher Weise mit der mechanischen Modellvorstellung verknüpft ist.

LITERATUR

- [1] Popov, E. P., Vereschagin, A. F., Zenkevich, S. L.: Manipulation-Robots: Dynamics and Algorithm (in russisch), Nauka, Moskau, 1978.
- [2] Paul, R.: Robot manipulators: mathematics, programming and control. MIT Press, Cambridge, Massachusetts and London 1981.
- [3] Wittenburg, J.: Dynamics of Systems of Rigid Bodies. B. G. Teubner, Stuttgart 1977.
- [4] Dimentberg, F. M.: Teorija prostranstvennych scharnirnych mekhanizmov. Nauka, Moskau, 1982.
- [5] Denavit, J., Hartenberg, R.: A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanism, Based on Matrices. ASME, J. of Applied Mechanics, June 1955, pp. 215 – 221.
- [6] Truckenbrodt, A.: Bewegungsverhalten hybrider Mehrkörpersysteme mit Anwendung auf IR. VDI-Fortschrittsbericht Reihe 8 Nr. 33, Düsseldorf 1980.
- [7] Pham Anh Tuan, Zimmermann, K.: Die Lösung der Umkehrtaufgabe für Industrieroboter mit kinematischer Redundanz (vorgesehen für Publikation in Technische Mechanik).
- [8] Denk, W., Maißer, P., Rothe, H.: Bahnsteuerung von Manipulatoren. Technische Mechanik 2 (1981) 2, 1 – 16.
- [9] Litvin, F. L.: Simplification of the Matrix Method of Analysis by Division of a Mechanism into Unclosed Kinematic Chains. Mechanism and Machine Theory, v. 10(1975)pp. 315 – 26.
- [10] Vukobratovič, M., Potkonjak, V.: Dynamics of Manipulation Robots: Theory and Application. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1982.
- [11] Maißer, P.: Modellgleichungen für Manipulatoren. Technische Mechanik 3 (1982) 2, 64 – 77.
- [12] Megahed, S., Renaud, M.: Minimization of the computation time necessary for the Dynamic control of Robot Manipulators pp. 469 – 478.
- [13] Luh, J. Y. S., Walker, M. W., Paul, R.: On-line computational scheme for mechanical manipulators. J. Dynamic Syst., Measurement, Control (ASME) vol. 102 June 1980 pp. 69 – 76.
- [14] Lilov, L., Lorer, M.: Dynamic Analysis of Multirigid-Body System Based on the Gauss Principle. ZAMM, 62 (1982) 10.
- [15] Lilov, L.: O dinamike odnokonturnoj manipulacionnoj sistemy. Bul. Ak. d. Wiss., Theor. u. angew. Mech., XII (1983) 3.
- [16] Fischer, U., Stephan, W.: Prinzipien und Methoden der Dynamik. VEB Fachbuchverlag Leipzig 1972.
- [17] Medvedov, B. S., Leskov, A. G., Yuschenko, A. S.: System of Manipulation Robots Control (in russisch). Nauka, Moskau, 1978.
- [18] Kulakov, F. M.: Supervisory Control of Manipulation-Robots (in russisch). Nauka, Moskau, 1980.
- [19] Vukobratovič, M., Stokič, D.: Control of Manipulation Robots: Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1982.
- [20] Paul, C. R.: Modelling, Trajectory Calculation and Servoing of a Computer Controlled Arm (in russisch). Nauka, Moskau, 1976.
- [21] Heimann, B., Loose, H., Schuster, G.: Contribution to optimal control of an industrial robot – Proc. of 4th CISM-IFTOMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators Zaborow 1981 pp. 211 – 219.
- [22] Akulenko, L. D., Michailov, S. A., Černousko, F. L.: Modelirovanije dinamiki manipuljatora s uprugimi zvenjami. Mechanika tverdogo tela, 1981 (3), 118 – 124.
- [23] Diesing, H., Tischer, W.: Anwendung von Parameterschätzverfahren zur Identifikation mechanischer Schwingungssysteme. Technische Mechanik 3 (1982) 4, 62 – 69.
- [24] Korn, U., Wilfert, H.-H.: Mehrgrößenregelung. VEB Verlag Technik, Berlin, 1982.
- [25] Walendy, U.: Realisierung einer Zustandsvektorrückführung mit Hilfe eines Beobachters zur Regelung eines hybriden Mehrkörpersystems. Teil des Jahresforschungsberichtes, ZKI – Abt. 5.4., 1983.
- [26] Siljak, D. D., Sundareshan, M. V.: A multilevel optimization of large scale dynamic systems. IEEE Trans. on Automatic Control, 2 (1976) 29 – 44.
- [27] Rössler, J.: Eine suboptimale synchrone Regelung für einen Industrieroboter. Regelungstechnik, 28 (1980) 11, 357 – 392.
- [28] Patzelt, W.: Regelung des nichtlinear gekoppelten Mehrkörpersystems Roboter. Fachberichte msr, Bd. 4, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1980, 42 – 47.
- [29] Freund, E., Hoyer, H.: Das Prinzip nichtlinearer Systemkopplung mit der Anwendung auf Industrieroboter. Regelungstechnik, 28 (1980) 3, 80 – 87; 28 (1980) 4, 116 – 126.

Anschrift der Verfasser:

Dr. sc. techn. Bodo Heimann
Dipl.-Ing. Harald Loose
Akademie der Wissenschaften der DDR
Institut für Mechanik
DDR – 1199 Berlin
Rudower Chaussee 5