

Einige Besonderheiten des Verhaltens von Feldgrößen der Elastizitätstheorie in Rißspitzenumgebung im Hinblick auf die Formulierung von Rißbruchkriterien

K.-F. Fischer

1. Einleitung

Innerhalb der Wissenschaftsdisziplin Bruchmechanik, die Kenntnisse und Methoden der Festkörperphysik, der Festkörpermechanik und der Werkstoffwissenschaft vereinigt, dient die Rißbruchmechanik der Ermittlung charakteristischer Größen zur Rißbeurteilung an Hand gewählter Rißbruchkriterien [1]. Der Formulierung von Sprödbruchkriterien, d. h. der Annahme elastischen Materialverhaltens bis zum Bruch, bei statischer Belastung auf der Grundlage der makroskopisch kontinuummechanischen Betrachtungsweise kommt auch heute noch große Bedeutung zu.

Erfolgt die Rißausbreitung in Rißrichtung (im allg. bei Mode I – Rißöffnung), ist die Anwendung des IRWIN-Kriteriums, das einen Vergleich zwischen dem Spannungsintensitätsfaktor als charakteristischer Größe zur Rißbeurteilung und dem kritischen Wert, der Bruchzähigkeit des verwendeten Materials, erlaubt, gerechtfertigt.

Rißkonfigurationen unter allgemeiner ebener (Mixed-Mode-) Belastung weisen eine Rißausbreitungsrichtung auf, die im allg. nicht mit der Rißrichtung übereinstimmt.

Zur Behandlung dieses Problems sind zwei prinzipielle Vorgehensweisen entwickelt worden. Zum einen gibt es Arbeiten, in denen eine Energiefreisetzungsrate für Mixed-Mode-Rißbelastung näherungsweise berechnet wird (vgl. z. B. [2]). Eine zweite Möglichkeit bietet sich durch die Benutzung geeigneter Feldgrößen der Elastizitätstheorie als charakteristische Größen zur Rißbeurteilung an. Die so entstehenden Rißbruchkriterien, die immer in Relation zum IRWIN-Kriterium stehen, beinhalten die beiden folgenden Grundhypothesen (vgl. [3]):

Hypothese 1:

Annahme über die Rißausbreitungsrichtung bei Rißinstabilität.

Hypothese 2:

Der Riß wird dann instabil, wenn die charakteristische Größe zur Rißbeurteilung einen kritischen Wert erreicht.

In der Literatur ist es üblich, die Feldgrößen der Elastizitätstheorie durch das erste Glied einer Reihenlösung näherungsweise anzugeben. Den folgenden Ausführungen wird im Gegensatz dazu die exakte, linear elastische Lösung der Feldgrößen in Rißspitzenumgebung eines einfachen, ebenen Rißmodells unter statischer Belastung zugrunde gelegt. Formuliert man damit geeignete charakteristische Größen zur Beurteilung der Stabilität des Riß-

ses, dann zeigen sich gewisse Besonderheiten des Verhaltens dieser Größen in Rißspitzenumgebung, welche im weiteren beschrieben werden.

2. Rißbruchkriterien auf der Grundlage von Feldgrößen der Elastizitätstheorie

Zum besseren Verständnis der Problematik gehen wir von einem Vergleich der Vorgehensweisen in Festigkeitslehre und Rißbruchmechanik aus. Bei einachsiger Belastung (bzw. Mode I – Belastung in der Rißbruchmechanik) fordert man in der Festigkeitslehre z. B., daß die vorhandene Normalspannung einen kritischen Wert nicht überschreitet, d. h.

$$\sigma_{\text{vorh}} \leq \sigma_C \quad (1)$$

Diese Forderung ist in der Rißbruchmechanik nicht zu erfüllen, da auf Grund der Annahme von unendlich großen Rißspitzenkrümmungen in den Rißmodellen dort die Komponenten des Spannungs- und Verzerrungstensors unendlich (physikalisch unmöglich) groß werden. Jedoch erlaubt z. B. die Formulierung einer Energiefreisetzungsrate (Stabilitätskriterium nach IRWIN, vgl. z. B. [4])

$$G_I = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} Q[\sigma_{ij}(\Delta a), v_i(\Delta a), \Delta a] \quad (2)$$

eine Aussage über das stabile Rißverhalten in der Form:

$$G_I \leq G_{IC} \quad (3)$$

Hier beschreiben σ_{ij} , v_i die Komponenten des Spannungstensors und des Verschiebungsvektors, Δa den Rißfortschritt in Rißrichtung und G_{IC} einen kritischen Wert von G_I . Man kann zeigen, daß stets eine Relation zwischen G_I und dem Koeffizienten der Singularität der Komponenten des Spannungstensors, dem sog. Spannungsintensitätsfaktor K_I , besteht:

$$G_I \sim K_I^2 \quad (4)$$

Damit ergibt sich als Kriterium für stabiles Rißverhalten:

$$K_I \leq K_{IC} \quad (5)$$

K_{IC} wird als Bruchzähigkeit des Materials bezeichnet und ist näherungsweise eine Materialkenngröße.

Liegt eine mehrachsige Belastung vor (bzw. Mixed-Mode-Belastung in der Rißbruchmechanik), dann fordert man z. B. in der Festigkeitslehre, daß die Vergleichsspannung σ_{v_1} einen kritischen Wert nicht überschreitet, d. h.

$$\sigma_{v_i} \leq \sigma_C \quad (6)$$

σ_{v_i} wird nach einer Festigkeitshypothese (oftmals auch als Vergleichsspannungshypothese bezeichnet, vgl. [5]) ermittelt. Analog dazu fordert man nun in einem Ribruchkriterium, daß ein sog. Vergleichsintensittsfaktor K_{Iv_i} bei Ristabilitt die Bruchzähigkeit nicht überschreitet, d. h.

$$K_{Iv_i} \leq K_{IC} \quad (7)$$

(Der Index i verweist auf das verwendete Ribruchkriterium). Derartige Vergleichsintensittsfaktoren lassen sich stets in der günstigen Produktform

$$K_{Iv_i} = m_i K_I \quad (8)$$

angeben, vgl. [6], [7]. Die spezielle Gestalt von m_i hängt dabei von der verwendeten charakteristischen Größe ab. Diese lassen sich aus den Komponenten des Spannungstensors und des Verschiebungsvektors in Rißspitzenumgebung berechnen, wobei näherungsweise gilt:

$$\sigma_{hj}^k = \sum_{n=1}^k r^{\frac{n}{2}-1} f_{ij}^n(a_n^R, a_n^I, \vartheta), \quad (9)$$

$$v_j^k = \sum_{n=1}^k r^{\frac{n}{2}} g_j^n(a_n^R, a_n^I, \vartheta, \mu, \kappa).$$

Dabei bezeichnen r, ϑ die Koordinaten eines Polarkoordinatensystems an der Rißspitze, a_n^R, a_n^I die verallgemeinerten Intensittsfaktoren, μ den Schubmodul und κ eine von der Querkontraktionszahl ν abhängige Größe. Es gilt $\kappa = 3 - 4\nu$ für den ebenen Verzerrungszustand (EVZ) und $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ für den ebenen Spannungszustand (ESZ).

Formuliert man Gl. (8) mit $k = 1$, erhält man sog. „einfache Kriterien“, d. h.

$$K_{Iv_i}^1 = K_I m_i^1(\vartheta). \quad (10)$$

Die Hypothese 1 liefert eine Rißausbreitungsrichtung $\vartheta_{o_i}^1$ nach:

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial m_i^1 / \partial \vartheta = 0, \quad \partial^2 m_i^1 / \partial \vartheta^2 \geq 0 \end{array} \right\} \Bigg|_{\vartheta = \vartheta_{o_i}^1} \quad (11)$$

Benutzt man dagegen $k > 1$ Glieder aus den Gln. (9) bzw. die exakte Lösung, dann erhält man sog. „erweiterte Kriterien“, d. h.

$$K_{Iv_i}^k = K_I m_i^k(\vartheta, r). \quad (12)$$

Die Hypothese 1 liefert einen Initialpunkt der Rißausbreitung $P_o^k(\vartheta_{o_i}^k, r_{o_i}^k)$, wobei folgende notwendigen Bedingungen gelten:

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial m_i^k / \partial \vartheta = 0, \quad \partial m_i^k / \partial r = 0 \end{array} \right\} \Bigg|_{\begin{array}{l} \vartheta = \vartheta_{o_i}^k \\ r = r_{o_i}^k \end{array}} \quad (13)$$

Der Initialpunkt kann sowohl vor als auch in der Rißspitze liegen, vgl. [7] bis [10].

In der Tabelle 1 sind einige der bekanntesten Rißbruchkriterien zusammengestellt.

3. Spannungen und Verschiebungen an einem Griffith-Riß

Als Rißmodell verwenden wir im weiteren den geraden Riß in der unendlichen Ebene unter symmetrischer, sta-

Tabelle 1
Überblick zu entwickelten Rißbruchkriterien

Art der charakt. Größe	Kriterium	charakt. Größe
Spannung	Normalspannungskriterium [11], [12]	σ_ϑ
Verformung	Hauptdehnungskriterium [13]	$\sigma_v \doteq E \epsilon_1 $
	Verschiebungskriterium [14]	v_r
Energiedichte	SIH-Kriterium [15], [16]	$S \doteq r W^*$
	Spannungsparameterkrit. [17], [10]	$\Phi \doteq \bar{f}_\vartheta / \sqrt{S}$
	Kriterium der Mehrachsigeitszahl [18]	$\Omega \doteq 1 - \sqrt{3} J_2 / \sigma_1$
	Energiedichteverhltniskriterium [19]	S_V / S_G

tischer Zugbelastung (INGLIS-Anordnung), vgl. Bild 1. Dabei wird homogenes und isotropes Material vorausgesetzt.

Für $\vartheta = 0$ ergeben sich folgende Spannungen und Verschiebungen, vgl. [20]:

(Die exakte Lösung wird mit dem oberen Index ∞ gekennzeichnet.)

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r^\infty \\ \sigma_\vartheta^\infty \\ \tau_{r\vartheta}^\infty \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{\pi a \xi}} \begin{Bmatrix} (1+\xi)/\sqrt{\xi+2} - \sqrt{\xi} \\ (1+\xi)/\sqrt{\xi+2} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{Bmatrix} v_r^\infty \\ v_\vartheta^\infty \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{8\mu} \sqrt{\frac{a}{\pi}} \begin{Bmatrix} 2(\kappa-1)\sqrt{\xi^2+2\xi} \\ -(\kappa+1)(\xi+1) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

wobei $\xi = r/a \geq 0$ und $K_I = p\sqrt{\pi a}$.

Für die Hauptnormalspannungen gilt:

$$\left\{ \sigma_1^\infty = \sigma_\vartheta^\infty, \sigma_2^\infty = \sigma_r^\infty \right\}. \quad (16)$$

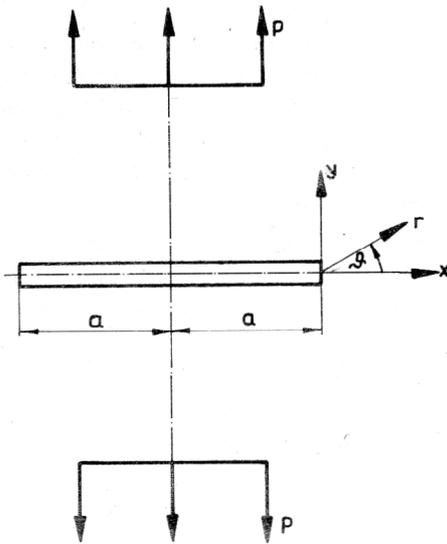


Bild 1 Griffith-Riß unter Mode I-Belastung (INGLIS-Anordnung)

4. Lage lokaler Extrema von charakteristischen Größen

4.1. Vorbemerkungen

Benutzt man das in Bild 1 gezeigte Rißmodell, dann stimmt eine angenommene Rißausbreitungsrichtung $\vartheta_{\sigma=0} = 0$ gut mit experimentellen Ergebnissen überein. Damit verbleibt nach Hypothese 1 (Gln. (13)) die Ermittlung der Initialpunktlage auf der Rißachse im Ligament, vgl. Bild 2.

In den folgenden Ausführungen werden die Initialpunktlagen bei Verwendung der Dehnungsenergie-

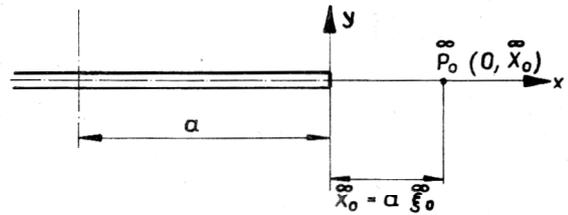


Bild 2 Schematische Darstellung der Initialpunktlage

tion, einer Mehrachsrigkeitszahl des Spannungszustandes, des Spannungsparameters und der Radialverschiebung, die man als charakteristische Größen zur Rißbeurteilung benutzt, berechnet. Bei der Formulierung dieser Größen finden die Gln. (14), (15), (16) Berücksichtigung.

4.2. Dehnungsenergie-dichtefunktion

Das im Jahre 1972 von G. C. Sih, vgl. [15], [16], vorgestellte Rißbruchkriterium verwendet als charakteristische Größe die Dehnungsenergie-dichtefunktion in folgender Form:

$$S = r W^* \quad (17)$$

Dabei liegt dem Kriterium zugrunde, daß das lokale Minimum von S das Rißverhalten beschreibt. Bei ebenen Problemen läßt sich die Dehnungsenergie-dichte durch die Hauptnormalspannungen formulieren:

$$W^* = \frac{1}{16\mu} [2(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\kappa - 1)(\sigma_1 + \sigma_2)^2]. \quad (18)$$

SIH verwendet selbst nur das einfache Kriterium.

Nunmehr formulieren wir S für das in Bild 1 gezeigte Rißmodell, vgl. [7], [10]:

$$\tilde{S} = \xi a \tilde{W}^* \quad (19)$$

Mittels der Gln. (14), (16), (18) erhält man dann:

$$\tilde{S} = \frac{K_I^2}{16\mu\pi} \left\{ 2\xi + (\kappa - 1)\xi \left[\frac{2(1+\xi)}{\sqrt{\xi^2+2\xi}} - 1 \right]^2 \right\}. \quad (20)$$

Die Initialpunktlage ξ_0^∞ errechnet sich aus den Bedingungen

$$\left\{ \frac{\partial \tilde{S}}{\partial \xi} = 0, \frac{\partial^2 \tilde{S}}{\partial \xi^2} > 0 \right\} \Big|_{\xi = \xi_0^\infty} \quad (21)$$

zu

$$\frac{1}{\xi_0^2} (\xi_0 + 2)^{\frac{5}{2}} [2 + 5(\kappa - 1)] \quad (22)$$

$$- (\kappa - 1) \left\{ 4 \xi_0^{\frac{1}{2}} (\xi_0 + 2)^{\frac{1}{2}} + 2 (\xi_0^2 + 4\xi_0 + 3) \right\} = 0.$$

Entsprechende Verläufe für die Initialpunktlagen in Abhängigkeit der Querkontraktionszahl sind in Bild 3 gezeigt.

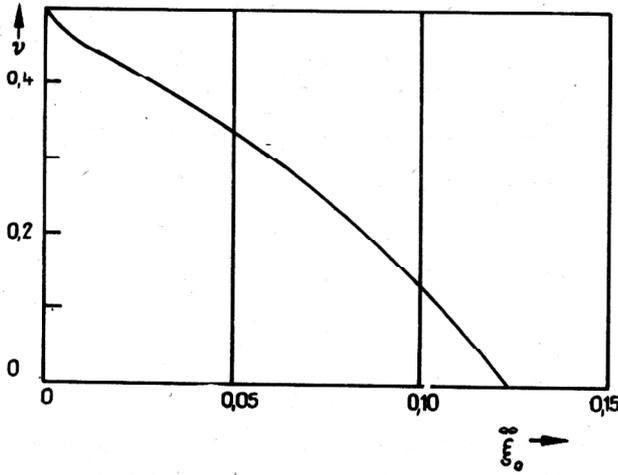


Bild 3
Initialpunktlagen bei der Dehnungsenergiedichtefunktion (EVZ) (SIH-Kriterium)

Des weiteren sei noch auf einen Vergleich der kritischen Belastung beim einfachen und beim erweiterten Kriterium hingewiesen. Dabei wird davon ausgegangen, daß der kritische Wert von S eine Werkstoffkenngröße darstellt:

$$\frac{k_2 a}{\mu S_C} = \begin{cases} 10, & k=1 \\ 12, & k=\infty \end{cases} \quad (23)$$

Damit kann das einfache Kriterium ($k=1$) als untere Schranke für die kritische Belastung aufgefaßt werden.

4.3. Mehrachsigsigkeitszahl

Kochendörfer und Scholl konnten in [21] experimentell nachweisen, daß die von ihnen benutzte Zahl zur Kennzeichnung der Mehrachsigsigkeit des Spannungszustandes (Mehrsachsigsigkeitszahl)

$$\Omega = 1 - \frac{\sqrt{3J_2}}{\sigma_1} \quad (24)$$

in umgekehrt proportionalen Zusammenhang mit der „Reißspannung“ der untersuchten Stahlproben steht. Beschränkt man sich auf den Fall EVZ, dann ergibt sich folgende Darstellung, vgl. [18]:

$$\Omega = 1 - \frac{1}{[(1+\lambda^2)(1-\nu+\nu^2) - \lambda(1+2\nu-2\nu^2)]^2}, \quad (25)$$

wobei

$$\lambda \doteq \sigma_2 / \sigma_1.$$

Mit

$$\left\{ \partial \Omega / \partial \lambda = 0, \quad \partial^2 \Omega / \partial \lambda^2 < 0 \right\} \Big|_{\lambda = \lambda_0} \quad (26)$$

ergeben sich Werte λ_0 , bei denen Ω in Abhängigkeit der Querkontraktionszahl ein Maximum annimmt:

$$\lambda_0 = (1/2 + \nu - \nu^2) / (1 - \nu + \nu^2). \quad (27)$$

Benutzt man zur Formulierung von $\tilde{\Omega}$ die Gln. (14), (16), dann lautet $\tilde{\lambda}$:

$$\tilde{\lambda} = 1 - (\sqrt{\xi} - \sqrt{\xi+2}) / (\xi+1). \quad (28)$$

Wird postuliert, daß der Maximalwert von $\tilde{\Omega}$ das Rißausbreitungsverhalten beschreibt, dann ergibt sich für die Lage des Initialpunktes:

$$\left\{ \partial \tilde{\Omega} / \partial \xi = 0, \quad \partial^2 \tilde{\Omega} / \partial \xi^2 < 0 \right\} \Big|_{\xi = \tilde{\xi}_0} \quad (29)$$

Die notwendige Bedingung in (29) liefert:

$$\left\{ (\partial \tilde{\Omega} / \partial \tilde{\lambda})(\partial \tilde{\lambda} / \partial \xi) \right\} = 0 \Big|_{\xi = \tilde{\xi}_0}.$$

Der erste Faktor führt entsprechend Gl. (26) auf $\tilde{\lambda} = \lambda_0$. Damit erhält man folgende Initialpunktlagen:

$$\tilde{\xi}_0 = \left\{ 1 / [1 - (1 - \lambda_0)^2] \right\}^{1/2} - 1. \quad (30)$$

Entsprechende Initialpunktlagen sind Tabelle 2 zu entnehmen.

4.4. Spannungsparameter

Im Jahre 1975 schlug W. T. Chiang (vgl. z. B. [17]) vor, einen sog. Spannungsparameter als charakteristische Größe zur Rißbeurteilung zu benutzen. Das so formulierte Kriterium stellt formal eine Kombination von Normalspannungskriterium und SIH-Kriterium dar. Ihm liegt zugrunde, daß Rißinstabilität dann auftritt, wenn die Normalspannung σ_ϑ auf einer Linie konstanter Dehnungsenergiedichte um die Rißspitze $W^* = C$ einen Maximalwert erreicht, Bild 4.

Chiang untersuchte nur das einfache Kriterium.

Ausgangspunkt für die Bildung des Spannungsparameters ist die folgende Relation für die Normalspannung:

$$\sigma_\vartheta \sim \frac{1}{\sqrt{\xi}} \bar{f}_\vartheta(\vartheta, \xi). \quad (31)$$

Für die Energiedichte gilt:

$$W^* \sim \frac{S(\vartheta, \xi)}{\xi}. \quad (32)$$

Unter der Voraussetzung $W^* = C$ geht dann die Beziehung (31) über in:

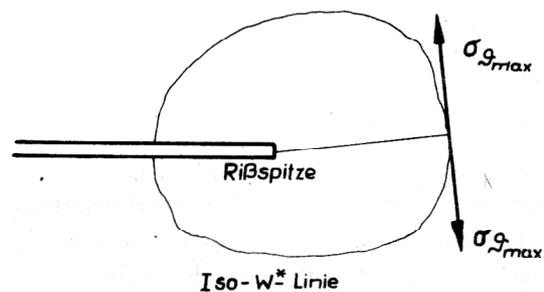


Bild 4
Iso- W^* -Linie um die Rißspitze

$$\sigma_{\vartheta} \sim \sqrt{C} \Phi(\vartheta, \xi), \quad (33)$$

wobei Φ als Spannungsparameter bezeichnet wird:

$$\Phi = \frac{\bar{f}_{\vartheta}(\vartheta, \xi)}{\sqrt{S(\vartheta, \xi)}} \quad (34)$$

Benutzt man zur Formulierung von $\bar{\Phi}^{\infty}$ die Gln. (14), (16), dann ergibt sich (vgl. [10]):

$$\bar{\Phi}^{\infty} = (1 + \xi) / \left\{ (\xi + 2) \left[2\xi + (\kappa - 1)\xi \left(\frac{2(1 + \xi)}{\sqrt{\xi^2 + 2\xi}} - 1 \right) \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (35)$$

Den Maximalwert erhält man aus:

$$\left\{ \partial \bar{\Phi}^{\infty} / \partial \xi = 0, \quad \partial^2 \bar{\Phi}^{\infty} / \partial \xi^2 < 0 \right\} \Big|_{\xi = \xi_0^{\infty}} \quad (36)$$

Damit errechnen sich folgende Initialpunktlagen:

$$\xi_0^{\infty} = \left\{ 1 / \left[\frac{(\kappa + 1)^2}{4(\kappa - 1)} - 1 \right] + 1 \right\}^{\frac{1}{2}} - 1. \quad (37)$$

Die entsprechende Abhängigkeit von der Querkontraktionszahl ist für den EVZ in Tabelle 2 enthalten.

4.5. Radialverschiebung

Nunmehr benutzen wir als charakteristische Größe zur Rißbeurteilung folgende normierte Form der Radialverschiebung:

$$K_v = (K_I / v_{r_0}) v_r(\vartheta, \xi). \quad (38)$$

Das lokale Maximum von K_v bzw. v_r soll dabei das Rißausbreitungsverhalten beschreiben, wobei $v_r < 0$, $0 \leq \xi < \infty$. Benutzt man zur Formulierung von Gl. (38) die Gl. (15), dann führen die Bedingungen

$$\left\{ \partial \bar{K}_v / \partial \xi = 0, \quad \partial^2 \bar{K}_v / \partial \xi^2 < 0 \right\} \Big|_{\xi = \xi_0^{\infty}} \quad (39)$$

auf folgende Beziehung für die Berechnung der Initialpunktlagen:

$$\xi_0^{\infty} = \left\{ 1 / \left[\frac{(\kappa + 1)^2}{4(\kappa - 1)^2} - 1 \right] + 1 \right\}^{\frac{1}{2}} - 1. \quad (40)$$

Es sei darauf verwiesen, daß die Gln. (37) und (40) übereinstimmen!

5. Diskussion der Ergebnisse

Wir wollen zunächst die Initialpunktlagen nach den Gl. (22), (30), (37), (40) gegenüberstellen. Die entsprechenden Ergebnisse sind Tabelle 2 zu entnehmen.

Aus der Literatur sind nur wenige experimentelle Untersuchungen zu dieser Problematik bekannt. Garde und Weiß [22] untersuchten Rißeinbildungen (d. h. Initialpunkte) vor dem Kerbgrund von gekerbten PMMA-Proben. Um die dort erhaltenen Versuchsergebnisse mit analytischen Rechnungen vergleichen zu können, ist es notwendig, bei der Formulierung der charakteristischen Größen den Einfluß des Spitzkerbenradius zu berücksichtigen. Benutzt man z. B. das erweiterte SIH-Kriterium, dann findet man eine qualitative Übereinstimmung zwischen gemessenen und errechneten Initialpunktlagen, vgl. [10].

Weiterhin sei auf die Übereinstimmung der Initialpunktlagen (für das verwendete Rißmodell) beim erweiterten Φ -Kriterium und dem erweiterten v_r -Kriterium hingewiesen. Sowohl beim SIH-Kriterium als auch dem Spannungsparameterkriterium und dem Ω -Kriterium finden Parameter als charakteristische Größen zur Rißbeurteilung Verwendung, die aus den Feldgrößen der Elastizitätstheorie in Rißspitzenumgebung durch entsprechende Umformungen entstanden sind. Dabei ging es vor allem darum, eine charakteristische Größe in Rißspitzenumgebung bereitzustellen, in der die Singularität der Komponenten des Spannungstensors nicht mehr störend enthalten ist. Dagegen wird beim v_r -Kriterium direkt eine Feldgröße zur Rißbeurteilung herangezogen. Im Initialpunkt der Rißausbreitung erreicht die Radialverschiebung ein lokales Maximum (dies ist betragsmäßig ein Minimum), d. h. die radiale Dehnung verschwindet. Dabei gilt:

$$\bar{\epsilon}_r^{\infty} = \frac{K_I}{4(1 + \nu)\mu\sqrt{\pi a}} \left\{ \frac{1 + \xi}{\sqrt{\xi^2 + 2\xi}} (\kappa - 1) - \frac{1}{2} (\kappa + 1) \right\},$$

wobei

$$(\bar{\epsilon}_r^{\infty}) (\xi - \xi_0^{\infty}) \leq 0.$$

Der Initialpunkt der Rißausbreitung stellt damit ein Kontinuumsselement dar, das (beim EVZ) einer einachsigen Dehnung (senkrecht zur Rißrichtung) unterworfen ist.

Tabelle 2
Berechnete Initialpunktlagen (EVZ)

ν	ξ_0^{∞}	SIH-Kriterium	Spannungsparameter - Verschiebungskriterium	Mehrachsigkeitskriterium
0		0,122	(∞)	0,155
0,1		0,106	1,18	0,0684
0,2		0,0853	0,512	0,0237
0,3		0,0596	0,219	0,00517
0,4		0,0276	0,0606	0,000346
(0,5)		(0)	(0)	(0)

Umfassende Aussagen zur Gesamtsproblematik bleiben weiterführenden Untersuchungen sowohl theoretischer als auch experimenteller Art vorbehalten.

6. Zusammenfassung

Zur Beschreibung des Stabilitätsverhaltens von Rissen dienen Rißbruchkriterien. Diese verwenden charakteristische Größen, die aus den Feldgrößen der Elastizitstheorie hervorgehen, zur Beurteilung des Risverhaltens. Als charakteristische Größen werden die Dehnungsenergie-dichtefunktion, eine Mehrachsigekeitszahl des Spannungszustandes, ein Spannungsparameter und eine Verschiebung vorgestellt und diskutiert. Berechnet man entsprechend den Grundhypothesen der Rißbruchkriterien den Ort der Bruchinitiierung, so zeigt sich, daß dieser an einen lokalen Extremwert der entsprechenden charakteristischen Größe in einem endlichen Abstand vor der Rißspitze gebunden ist. Im Falle der Anwendung des Verschiebungskriteriums auf die INGLIS-Anordnung ist der Initialpunkt ein Kontinuumselement, daß einer einachsigen Dehnung (senkrecht zur Rißrichtung) unterworfen ist.

LITERATUR

- [1] Fischer, K.-F., Günther, W.: Gegenwärtiger Stand der Rißbruchmechanik im Hinblick auf eine praktische Nutzung. *Maschinenbautechnik*, 27 (1978) 2, S. 73 – 76.
- [2] Palaniswamy, K., Knauss, W. G.: Propagation of a crack under general, in-plane tension. *Int. Journal of Fracture Mech.*, 8 (1972), S. 114 – 117.
- [3] Fischer, K.-F.: Rißbruchkriterien bei statischer Belastung. Vorträge zum Problemseminar „Anwendung der Bruchmechanik“ Zwickau. Weiterbildungszentrum der TU Dresden, Heft 6/80, S. 84 – 115.
- [4] Irwin, G. R.: Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate, *Journal of Applied Mech.*, ASME 79 (1957), Ser. E, S. 361 – 364.
- [5] Gldner, H., Holzweilig, F.: Leitfaden der Technischen Mechanik. VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1979.
- [6] Fischer, K.-F., Günther, W.: Berechnung ribehafteter Bauteile mit Methoden der Rißbruchmechanik. *Maschinenbautechnik*, 31 (1982) 3, S. 132 – 135.
- [7] Fischer, K.-F.: Zur Erweiterung des Bruchkriteriums von Sih, *ZAMM*, 58 (1978) 8, S. 331 – 336.
- [8] Fischer, K.-F.: On an extension of Sih's fracture criterion, *Int. Journal of Fracture*, 15 (1979) 1, R 11 – R 14.
- [9] Fischer, K.-F.: On a formal extension of fracture criteria. *Proc. of Symp. on Strain Energy Density*, Akademiai Kiado, Budapest 1981, S. 131 – 145.
- [10] Fischer, K.-F.: On an Analytical Determination of Initial Points of Crack Propagation. *ZAMM*, 61 (1981) 6, S. 229 – 234.
- [11] Erdogan, F., Sih, G. C.: On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. *Journal of Basic Engineering ASME*, 85 (1963), S. 519 – 527.
- [12] Fischer, K.-F., Günther, W., Schmidberger, W.: Zur Formulierung des Normalspannungskriteriums in der Rißbruchmechanik. *Wiss. Beiträge der IH Zwickau*, 4 (1978) 2, S. 119 – 125.
- [13] Fischer, K.-F., Gldner, H.: On the formulation of a principal strain criterion in crack fracture mechanics. *Int. Journal of Fracture*, 17 (1981) 1, R 3 – R 6.
- [14] Fischer, K.-F.: Some Aspects of Analytical Determination of Initial Points of Brittle Crack Initiation. erscheint in: *Proc. of the 8th Congress on Material Testing*, Budapest 1982.
- [15] Sih, G. C.: *Mechanics of Fracture 1 – Methods of analysis and solutions of crack problems*. Noordhoff Int. Publ., Leyden 1973.
- [16] Sih, G. C.: Strain energy density factor applied to mixed mode crack problems. *Int. Journal of Fracture*, 10 (1974) 3, S. 305 – 321.
- [17] Chiang, W. T.: Fracture criteria for combined mode cracks, *ICF 4, Fracture 1977 Vol. 4*, Waterloo (Canada) 1977, S. 135 – 154.
- [18] Fischer, K.-F.: Zum Verhalten der Mehrachsigekeitszahl in Rißspitzenumgebung. *Z. Technische Mechanik* 3 (1982) 2, S. 31 – 36.
- [19] Radaj, D., Heib, M.: Energy density fracture criteria for cracks under mixed mode loading. *Materialprfung*, 20 (1978) 7, S. 256 – 262.
- [20] Autorenkollektiv: *Bruchmechanik*. MN 73 – 01, F/E-Bericht, IH Zwickau 1976 (unveröffentlicht).
- [21] Kochendörfer, A., Scholl, W.: Die Sprdbruchneigung von Sthlen in Abhängigkeit von Spannungszustand und Temperatur. *Stahl und Eisen*, 77 (1957), S. 1006 – 1018.
- [22] Garde, A. M., Weiss, V.: Brittle crack initiation at the elastic plastic interface. *Metallurgical Transactions*, 3 (1972) 11, S. 2811 – 2817.

Anschrift des Verfassers:

Dr.-Ing. K.-F. Fischer
Ingenieurhochschule
Abteilung Mathematik/Naturwissenschaften
Wissenschaftsbereich Technische Mechanik
9541 Zwickau, PSF 35