

Theoretische und experimentelle Bestimmung der Ermüdungslebensdauer von Proben mit halbelliptischen Rissen auf der Oberfläche

Stanislaw Kocanda, Zygmunt Kolasinski, Crzysztof Werner

Das Auftreten von Rissen in Konstruktionselementen hat meistens ein Auswechsell dieses Elementes zur Folge. Kennt man hingegen die Riausbreitungsgeschwindigkeit in einem vorgegebenen Material, so kann man die Bruchschwingspielzahl, d. h. die Lebensdauer des Elementes mit dem Anfangsriß bestimmen [1] bis [3]. Das ermöglicht eine Verlängerung der Einsatzzeit der Maschinen.

In den bisherigen Berechnungsmethoden für die Ermüdungslebensdauer von Elementen, deren Oberfläche halbelliptische Risse aufweisen, setzte man voraus, daß die Form der Rifront während der Rißausbreitung keiner Veränderung unterliegt. Die durch die Autoren durchgeführten Untersuchungen zeigen, daß solch eine Annahme eine große Vereinfachung darstellt.

1. Ziel der Arbeit und die Untersuchungsmethoden

Das Ziel der Arbeit ist es, den Einfluß einer Formveränderung der Front eines halbelliptischen Oberflächenrisses während seiner Ausbreitung auf die Lebensdauer von Maschinenelementen zu bestimmen.

Die Ermüdungslebensdauer der Proben wurde auf der Grundlage der Paris'schen Formel ermittelt. Die Berechnungen wurden zuerst ohne Berücksichtigung und später unter Berücksichtigung der Formveränderung der Front des Oberflächenrisses durchgeführt. Im weiteren wurden die Rechenergebnisse mit der experimentell bestimmten Lebensdauer der Proben verglichen.

Die Untersuchungen der Ermdungsriausbreitung wurden an Flachzugproben aus Stahl mit erhhelter Festigkeit (15G2ANb) durchgeführt. Seine Festigkeitseigenschaften sind:

Zugfestigkeit $R_M = 511 \text{ Nmm}^{-2}$,
Fließgrenze $R_{eh} = 409 \text{ Nmm}^{-2}$.

Die Form und die Abmessungen der Proben zeigt Bild 1. Die aufgebrachtten Zug-Schwellbeanspruchungen (hydraulischer Pulsator) betrug $\sigma_1 = 112 \pm 37 \text{ Nmm}^{-2}$ und $\sigma_2 = 112 \pm 56 \text{ Nmm}^{-2}$. Die Lage und die Form der Rifront in den verschiedenen Etappen der Rißausbreitung wurden durch die Ermdungslinien auf den Ermdungsbruchflchen der Proben bestimmt. Diese Linien wurden erzielt, indem die Spannungsamplitude für eine kleine Zyklenanzahl auf etwa 40 % ihres Nominalwertes vermindert wurde.

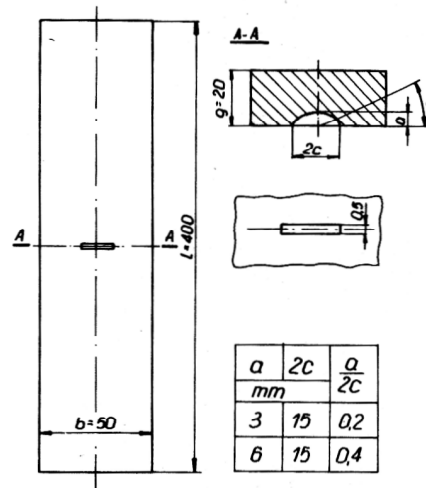


Bild 1
Form und Abmessungen der Probe

2. Theoretische und experimentelle Bestimmung der Ermüdungslebensdauer

Die Ermdungsriausbreitungsgeschwindigkeit im mittleren Bereich der (da/dN) - ΔK -Kurve beschreibt die Paris'sche Formel:

$$\frac{da}{dN} = c (\Delta K)^m \quad (1)$$

$\frac{da}{dN}$ Riausbreitungsgeschwindigkeit eines Ermdungsries

c, m experimentell ermittelte Materialkonstanten

ΔK zyklischer Spannungsintensitätsfaktor; er entspricht der Veränderung der Spannungsamplitude eines Zyklus

$$(\Delta \sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}), \text{ für } \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ (vgl. Bild 1).}$$

Man berechnet den Ausdruck ΔK gemäß der Formel (2):

$$\Delta K = \Delta K_{\max} = K_{\max_{i+1}} - K_{\max_i} \quad (2)$$

K_{\max} Spannungsintensitätsfaktor

i laufende Nummer der Messung.

K_{\max} wird durch folgende Abhängigkeit ermittelt [2], [4]:

$$K_{\max} = [1 + 0,12 (1 - \frac{a}{c})] \frac{M_k}{\Phi} \sigma \sqrt{\pi a} \quad (3)$$

$$K_{\max} = 1,12 \frac{M_k}{\sqrt{Q}} \sigma \sqrt{\pi a} \quad (4)$$

a, c Abmessungen des Risses (In Bild 1 angegeben)

M_k Korrekturkoeffizient, der die endlichen Abmessungen der Probe berücksichtigt. Der Koeffizient

wird für $\frac{a}{g} \leq 0,7$ aus der Gleichung (5) bestimmt:

$$M_k = \sqrt{\frac{2g}{\pi a} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi a}{2g}} \quad (5)$$

Für $\frac{a}{g} > 0,7$ bestimmt man M_k aus den experimentell gewonnenen Diagrammen [1],

Φ das elliptische Integral zweiter Ordnung, das auf der Grundlage der Abmessungen des Risses berechnet wird

$$\Phi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \frac{c^2 - a^2}{a^2} \sin^2 \varphi} d\varphi \quad (6)$$

Der Risformkoeffizient Q wird durch die Abhängigkeit

$$Q = \Phi^2 - 0,212 \left(\frac{\sigma}{R_{eh}} \right)^2 \quad (7)$$

beschrieben,

σ maximale Normalspannung bezogen auf den durch den Riß nicht geschwächten Querschnitt

R_{eh} Fließgrenze

Die Ermüdungslebensdauer bestimmt man durch Integrieren der Paris'schen Formel (1). Aufgrund der komplizierten Form der Gleichungen (3) und (4), die den Spannungsintensitätsfaktor bestimmen, ist das Integrieren der Formel (1) erst durch die Annahme folgender Vereinfachungen möglich:

$$Q = \text{const.}, (\Phi = \text{const.}), M_k = \text{const.}$$

(für die Berechnungen verwendet man meistens den Mittelwert M_k).

Entsprechend der integrierten Paris'schen Formel (1) wird die Ermüdungslebensdauer N_k durch die Abhängigkeit

$$N_k = \frac{\frac{m}{20^2}}{(m-2) C (M_k \cdot \Delta \sigma)^m \cdot 1,21^2} \frac{1}{a_0^{\frac{m-2}{2}}} - \frac{1}{a_k^{\frac{m-2}{2}}} \quad (8)$$

bestimmt, a_0 und a_k Anfangs- und Endtiefe des Risses

Die aus dieser Abhängigkeit ermittelte Ermüdungslebensdauer N_k ist mit einem Fehler behaftet, der aus den angenommenen Vereinfachungen resultiert. Wesentlich genauere Ergebnisse kann man erreichen, wenn man das die Lebensdauer bestimmende Integral entsprechend der

Paris'schen Formel als eine Summe endlicher Zunahmen der Rißtiefe betrachtet

$$N_k = \int_{a_0}^{a_k} \frac{da}{C (\Delta K_{\max})^m} = \sum_{a_0}^{a_k} \frac{\Delta a}{C (\Delta K_{\max})^m} \quad (9)$$

In den Berechnungen der Lebensdauer entsprechend der Formel (9) wurde die Veränderlichkeit des Koeffizienten Q, des Integrals Φ sowie des Koeffizienten M_k berücksichtigt. Unter Berücksichtigung der Veränderlichkeit dieser Größen kann man die Gleichungen (3) und (4) in einfacher Form darstellen:

$$\text{Mit } K_{\max} = M_0 \sigma \sqrt{\pi a} \quad (10)$$

gilt für die Formel (3)

$$M_0 = [1 + 0,12 (1 - \frac{a}{c})] \frac{M_k}{\Phi} \quad (11)$$

und für die Formel (4)

$$M_0 = 1,12 \frac{M_k}{\sqrt{Q}} \quad (12)$$

Zur Berechnung der Lebensdauer von Proben entsprechend der Formel (9) wurde der mit der Abhängigkeit (11) definierte Ausdruck für M_0 verwendet. Die Konstanten C und m, die in Formel (9) auftreten, sollen experimentell festgelegt werden.

Die Ausbreitung eines Ermüdungsrisse mit halb elliptischer Form wurde auf den Ermüdungsbruchflächen von Proben beobachtet. In Bild 2 wird ein Beispiel einer Ermüdungsbruchfläche gezeigt. Erkennbar sind die Linien der Front eines Ermüdungsrisse in den verschiedenen Phasen seiner Ausbreitung.

Die Ausbreitung eines halb elliptischen Ermüdungsrisse bei verschiedenen Spannungsniveaus und verschiedenen

Werten des Verhältnisses $\frac{a}{2c}$ wurde in Bild 3 dargestellt.

Sowohl das Aussehen einer Ermüdungsbruchfläche (Bild 2) als auch die Veränderung der Steigung der Kurven bei verschiedenen Spannungsniveaus (Bild 3) deuten auf eine schnelle Rißausbreitung in die Tiefe des Materials während der Anfangsetappe der Rißausbreitung hin. Dagegen breitet sich in der Endphase der Riß entlang der Probenoberfläche schneller aus als in die Tiefe. Die dargestellten Unterschiede der Rißausbreitung in den einzelnen Etappen werden bei kleineren Werten des Verhältnisses $\frac{a}{2c}$ noch deutlicher sichtbar.

Die Veränderung des Wertes $\frac{a}{2c}$ während der Ausbreitung des Ermüdungsrisse bewirkt eine Änderung des Risformkoeffizienten Q (Bild 4) sowie des Koeffizienten M_0 (Bild 5).

Auf der Grundlage der Messungen der Ausbreitung eines halb elliptischen Risse wurde die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Ermüdungsrisse in seinen einzelnen Entwicklungsphasen bestimmt.

Die Rißausbreitungsgeschwindigkeit im Inneren des Materials ($\varphi = \frac{\pi}{2}$) wird mit der Paris'schen Formel beschrieben

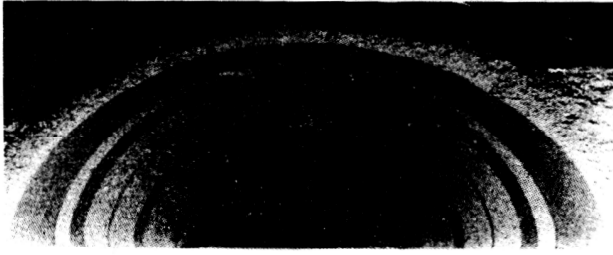


Bild 2
Ausbreitung eines halbelliptischen Oberflächenrisses auf der Ermüdungsbruchfläche

Für die bei den Untersuchungen angenommenen Kerbabmessungen hat man keine wesentlichen Unterschiede in der Beschreibung der Riffausbreitungsgeschwindigkeit im Inneren des Materials in Abhängigkeit von den Abmessungen festgestellt.

Nach der Formel (8) wurde die Ermüdungslebensdauer ermittelt, ebenfalls berechnete man die endlichen Zunahmen des Risses auf dem Digitalrechner gemäß Formel (9). Die Rechenergebnisse der Ermüdungslebensdauer für unterschiedliche Tiefen des Anfangsrisses (bei $a_k = g = 20 \text{ mm}$) wurden bei verschiedenen Werten von $\frac{a}{2c}$ in Bild 6 dargestellt. Bei geringer Tiefe des Anfangs-

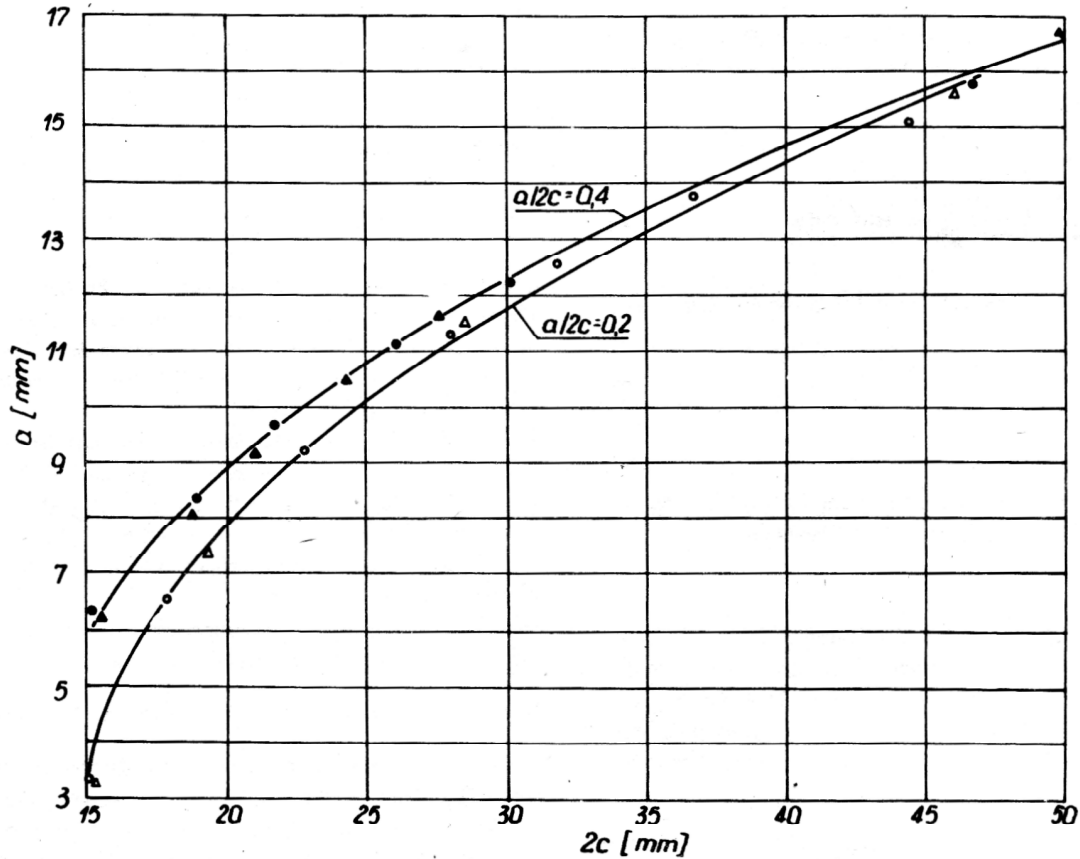


Bild 3
Ausbreitung eines halbelliptischen Oberflächenrisses

- Δ $\sigma_1 = 112 \pm 56 \text{ Nmm}^{-2}$
- \circ $\sigma_2 = 112 \pm 37 \text{ Nmm}^{-2}$

ben, und die Konstanten C und m werden mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate berechnet:

$$\frac{da}{dN} = 8,05 \cdot 10^{-13} (\Delta K)^{3,89} \quad (13)$$

risses existieren größere Unterschiede in der Ermüdungslebensdauer, die mit Hilfe der Formeln (8) und (9) ermittelt wurde.

Die Untersuchungen der Ausbreitung des halbelliptischen Ermüdungsrisses erfolgte bis zum Bruch der Probe. Auf diese Weise wurde die wirkliche Lebensdauer bestimmt. Die gemäß Formel (8) und (9) berechneten (für

$\frac{a}{2c} = 0,2$ und $\frac{a}{2c} = 0,4$) Werte der Ermüdungslebensdauer

wurden mit der experimentell ermittelten Lebensdauer (wirkliche Lebensdauer) verglichen. Die Ergebnisse zeigt Bild 7.

Die beste Übereinstimmung der Rechenergebnisse mit dem Versuch wird bei Anwendung der Formel (9) für die Berechnung der Ermüdungslebensdauer erzielt. In dieser

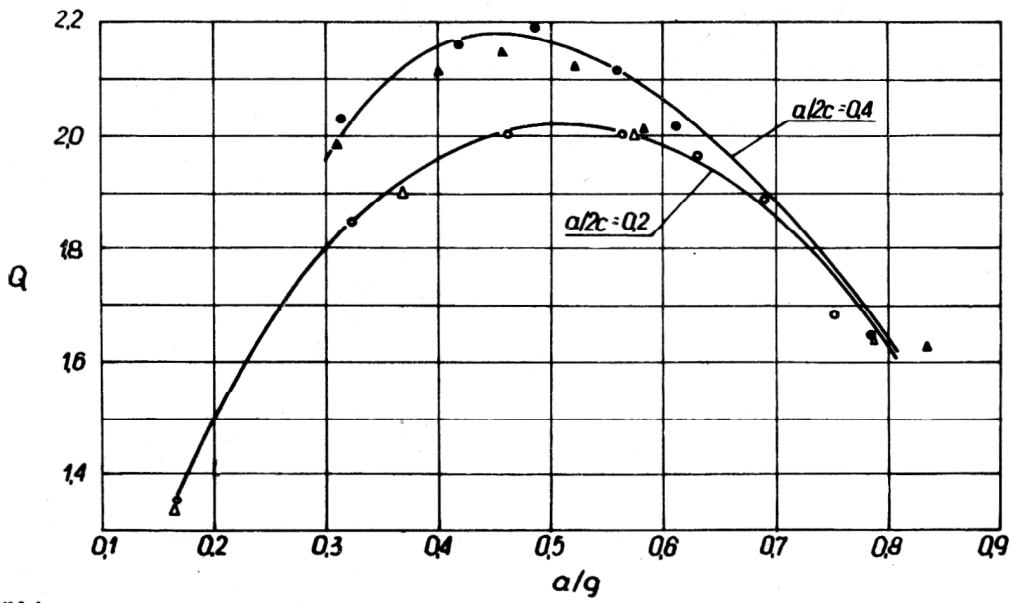


Bild 4
Veränderung des Wertes des Rissformkoeffizienten Q eines halbelliptischen Oberflächenrisses während seiner Ausbreitung

- △ $\sigma_1 = 112 \pm 56 \text{ Nmm}^{-2}$
- $\sigma_2 = 112 \pm 37 \text{ Nmm}^{-2}$

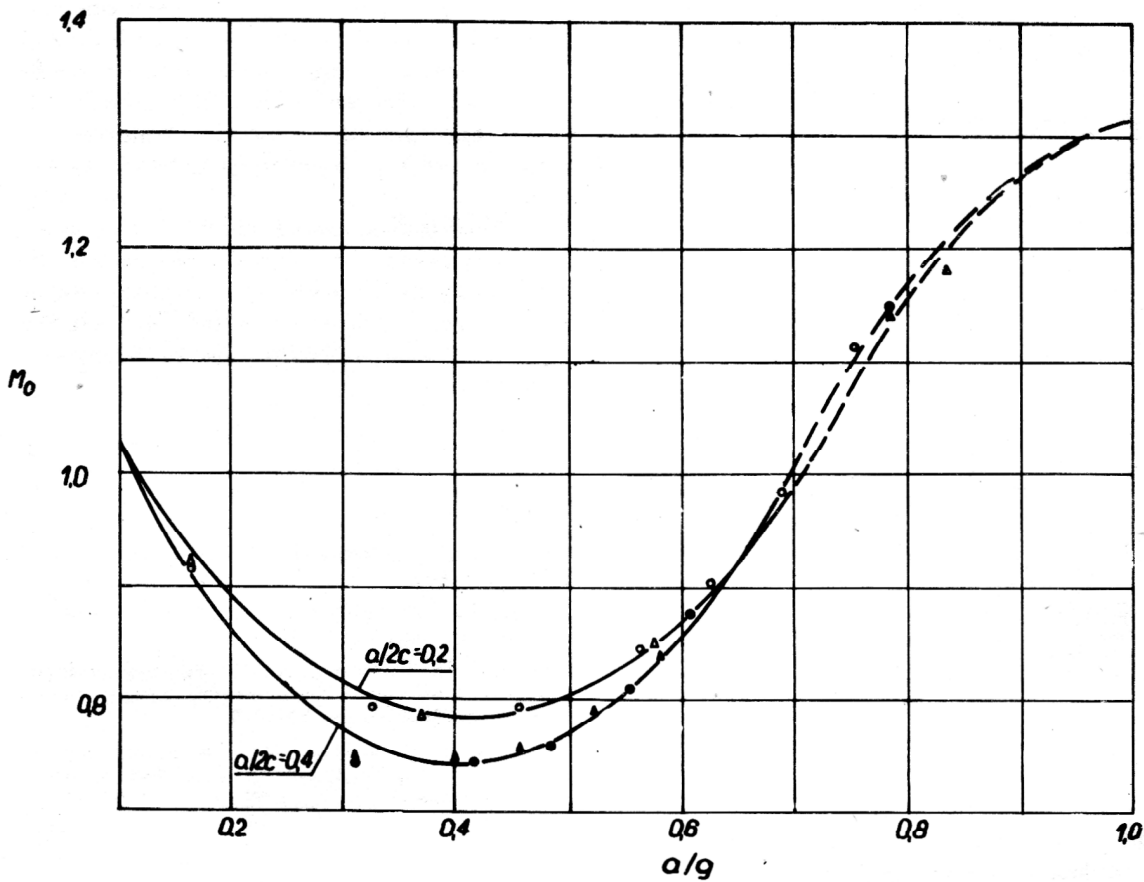


Bild 5
Veränderung des Wertes des Koeffizienten M_0 während der Rissausbreitung nach Formel (11)

- △ $\sigma_1 = 112 \pm 56 \text{ Nmm}^{-2}$
- $\sigma_2 = 112 \pm 37 \text{ Nmm}^{-2}$

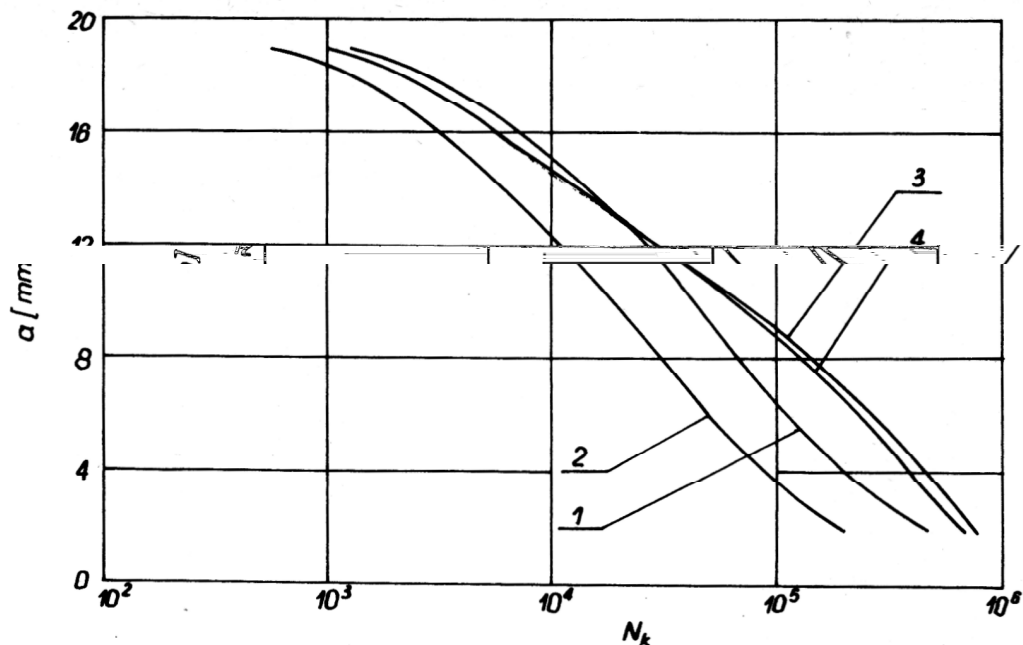


Bild 6
 Rechenergebnisse der Lebensdauer für verschiedene Tiefen
 des Anfangsrisse bei $\sigma = 112 \pm 56 \text{ Nmm}^{-2}$

Kurven: $1 - \frac{a}{2c} = 0,4$

$2 - \frac{a}{2c} = 0,2$ nach (8)

$3 - \frac{a}{2c} = 0,4$

$4 - \frac{a}{2c} = 0,2$ nach (9)

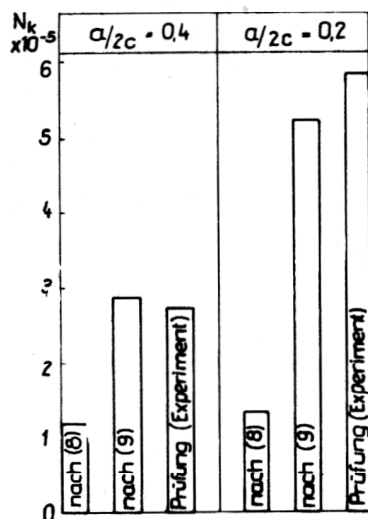


Bild 7
 Vergleich zwischen der berechneten und der experimentell
 ermittelten Lebensdauer

Formel wird die Veränderung der Form der Rißfront
 während der Rißausbreitung berücksichtigt.

Zusammenfassung

Bislang wurden Berechnungen der Ermüdungslebensdauer am häufigsten unter der Voraussetzung durchgeführt, daß die Front des Risses während seiner Ausbreitung unverändert bleibt. Das gilt nur, wenn eine Konstanz des Rißformkoeffizienten Q sowie auch des Korrekturkoeffizienten M_k angenommen wird, was die Berechnungen wesentlich vereinfacht. Jedoch weichen die erhaltenen Ergebnisse der Ermüdungslebensdauer wesentlich von der experimentell festgestellten Lebensdauer ab.

Die beste Übereinstimmung mit der Wirklichkeit bringt bei den Berechnungen der Ermüdungslebensdauer die Verwendung des Koeffizienten M_0 , der gleichzeitig die Veränderung des Koeffizienten Q und des Koeffizienten M_k während der Ausbreitung des Ermüdungsrisse berücksichtigt.

LITERATUR

- [1] Kocanda, S.: Zmeczniowe niszczenie metali. WNT, Warszawa 1978.
- [2] Broek, D.: Elementary engineering fracture mechanics. Northof Int. Publ. Leiden 1974.
- [3] Smith, F. W.: Sorensen D. R.: The semielliptical surface crack - a solution by the alternating method. International Journal of Fracture 12/1976.
- [4] Kuzginov, V. J. Zavisimost' formy poverchnostnoj tresciny od razlicnyh faktorov pri ciklicieskom nagruzeni. Problemy prognosti 4/1975, s. 95 - 97.

Anschrift der Verfasser:

Stanislaw Kocanda
 Zygmunt Kolasinski
 Crzysztof Werner
 Technische Hochschule
 42-200 Czestochowa
 ul. Deglera 35