

Ein Energiemodell der hochzyklischen Ermüdung und seine praktische Anwendung^{*}

P. A. Pawlow

1. Einleitung

Das Problem der Berechnung der Schwingfestigkeit bei großen Lastzyklenzahlen für mehrachsige Spannungszustände hat zur Zeit noch keine befriedigende Lösung gefunden. Grundsätzlich läuft dieses Problem darauf hinaus, kinetische Schadensakkumulationsgleichungen aufzubauen, die es ermöglichen, den Schädigungsprozess im allgemeinen Falle für die sechs unabhängig voneinander wirkenden Schwingungskomponenten zu beschreiben. Die phänomenologische Schadenstheorie weist vorläufig noch keine derartige verallgemeinerte Gleichung auf, doch die möglichen Wege ihres Aufbaus lassen sich schon jetzt übersehen.

Traditionsgemäß wird der ganze Ermüdungsprozess in zwei Hauptstadien eingeteilt – das Stadium der verstreuten Schädigung (vom Anfang der Wechselbeanspruchung an bis zur Bildung der sichtbaren Ermüdungsrisse) und das folgende Stadium der Rißausbreitung (welches mit dem endgültigen Bruch des Konstruktionsteiles endet). Im ersten Stadium sind die Schäden kontinuierlich im Volumen des gegebenen Körpers verteilt, während im zweiten Stadium die Schäden sich in der Nähe der Rißspitzen konzentrieren, wobei die langsame Vorwärtsbewegung des Risses mit Hilfe bruchmechanischer Kenngrößen beschrieben werden kann. Die relative Dauer der beiden Stadien hängt von der Art der Beanspruchung und des Spannungszustandes ab. Bei eingepprägten Kräften und nicht zu hohen Spannungsgradienten fällt das Auftreten sichtbarer Risse praktisch mit dem Versagen des Konstruktionsteiles zusammen, was Anlaß gibt, sich auf das Stadium der Rißbildung zu beschränken. Letztere Annahme wird auch im folgenden beibehalten.

Es ist zweckmäßig, die kinetische Schädigungsgleichung mit einem bestimmten mechanischen Konzept des Ermüdungsprozesses zu verbinden. Drei solche Konzepte sind grundlegend.

1. Das Spannungskonzept setzt voraus, daß die Erscheinung der Schädigung nur auf der dauernden Wirkung der Spannungen resultiert. Die Verzerrungen werden dabei nicht mit in Betracht gezogen. Diesem Konzept entsprechen die meisten bekannten Schädigungsgleichungen, z. B. [1], [2] sowie die verbreiteten Summierungsformeln von Miner, Corton und Dolan, Schott u. a. Im Falle des einachsigen Spannungszustandes und eines ausreichenden Umfangs von Versuchen zur Bestimmung der nötigen Materialkonstanten können die kinetischen Schädigungsgleichungen auf der Basis von Spannungen viele

wirkliche Eigenschaften der Werkstoffe widerspiegeln. Die Verallgemeinerung dieser Schädigungsgleichungen für den Fall der mehrachsigen Wechselspannungen ist grundsätzlich möglich, stößt aber mit der wachsenden Zahl der experimentellen Konstanten auf große Schwierigkeiten. Wenigstens einige von diesen Konstanten müssen auf Grund komplizierter Versuche bei mehrachsigem Spannungszustand bestimmt werden.

2. Das Verzerrungskonzept setzt voraus, daß die Schäden infolge bleibender (plastischer oder viskoplastischer) Verzerrungen auftreten, während die Spannungen nur als Ursache dieser Verzerrungen betrachtet werden. Die kinetischen Schädigungsgleichungen auf der Basis von Verzerrungen dienen als ein anerkanntes Konzept der phänomenologischen Theorie der niederzyklischen Ermüdung und können als eine Erweiterung der bekannten Bruchkriterien von Coffin, Manson und Serenson betrachtet werden. Im Falle der hochzyklischen Ermüdung hat das Verzerrungskonzept noch keine praktische Anwendung gefunden, da die Dimensionen der sehr schmalen Hysteresisschleifen sich auf rechnerischem Wege nicht genau definieren lassen.

3. Das Energiekonzept setzt voraus, daß die Schäden mit der irreversiblen Verzerrungsarbeit zusammenhängen, wobei im Falle der Dauerschwingbeanspruchung diese Arbeit dem Flächeninhalt der Hysteresisschleifen proportional ist [3]. Die Schädigungen werden aber nur durch einen geringen Teil der gesamten irreversiblen Arbeit erzeugt, während der größte Teil sich im Laufe der wechselnden Verzerrung in Wärme umwandelt. Der „effektive“ Anteil der bleibenden Arbeit kann nur auf experimentellem Wege abgeschätzt werden.

Die Verzerrungsarbeit ist eine skalare und invariante Größe, die sich unter Voraussetzung eines bestimmten Stoffgesetzes bei einer beliebigen Beanspruchung eindeutig definieren läßt. Letzterer Umstand gibt dem Energiekonzept einen wichtigen Vorzug im Vergleich zu dem Spannungs- und Verzerrungskonzept.

Im folgenden wird auf der Grundlage des Energiekonzepts eine Schadensakkumulationsgleichung entwickelt, die im einachsigen Spannungszustand ohne jede Vorbedingung hinsichtlich der Schwingbelastung verwendet werden kann. Bei mehrachsigem Spannungszustand werden lediglich stufenartige Beanspruchungen für jede Spannungs-komponente betrachtet, wobei die Anfangsphasen der Schwingungen verschiedener Spannungs-komponenten übereinstimmen und ihre Perioden (oder Frequenzen) sich wie ganze Zahlen verhalten. Der oben erwähnte allgemeinste Fall wird somit nicht betrachtet, aber der Anwendungsbereich der vorgeschlagenen kinetischen Schadensgleichung ist im Vergleich zu anderen bekannten Gleichungen [2], [3] doch bedeutend erweitert.

^{*} Der Verfasser dankt herzlich den Herren Prof. Dr. Ing. habil. H. Göldner und Dr. sc. techn. S. Sähn für zahlreiche Hinweise, vor allem bei der Abfassung des deutschen Textes.

2. Die Schadensakkumulationsgleichung im Falle des einachsigen Schwingspannungszustandes

Die mechanischen Eigenschaften des Werkstoffes unterhalb der Fließgrenze werden in einem Modell nach Bild 1 schematisiert.

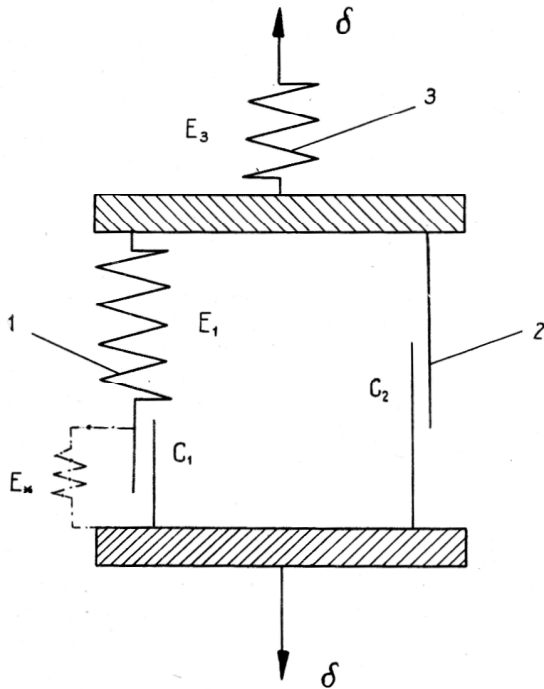


Bild 1
Modell zur Beschreibung der hypothetischen Eigenschaften des Stoffes

Dieses Modell soll eine hypothetische Beschreibung der elastischen Unvollkommenheit geben, bzw. der Abweichungen vom Hookeschen Gesetz, die in Wirklichkeit nur auf Grund präziser Messungen festgestellt werden können. Eine Notwendigkeit solcher Messungen besteht hier aber nicht. Das Modell ist durch folgende Konstanten gekennzeichnet:

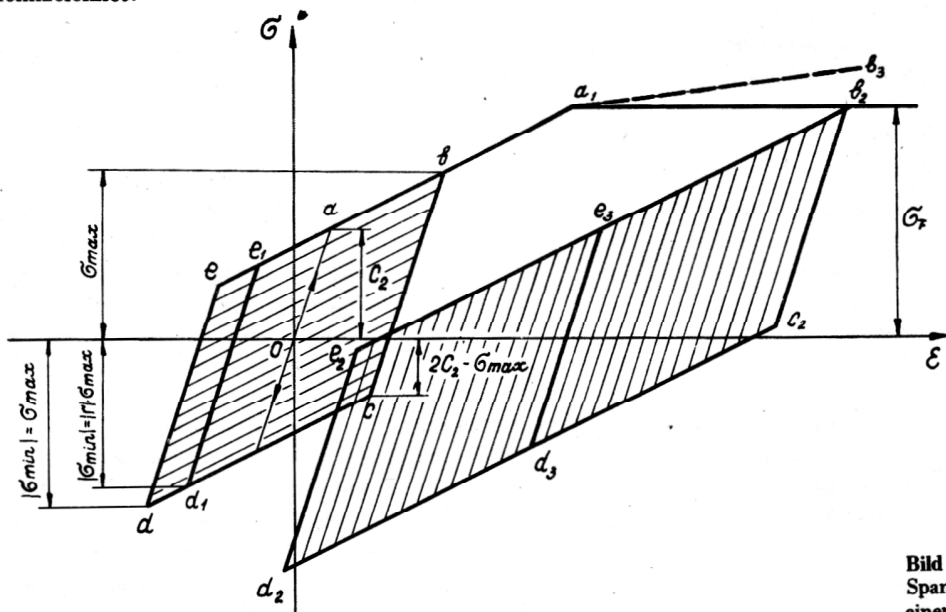


Bild 2
Spannungs-Dehnungsverlauf in einem Belastungszyklus.
Linearer Spannungszustand

E_1, E_2 die Steifigkeitskoeffizienten der Glieder 1 und 3, C_1 und C_2 die Fließgrenzen der Glieder 1 und 2. Der Grenzwert $\sigma_F = C_1 + C_2$ der Spannung σ kann als technische („makroskopische“) Fließspannung betrachtet werden, während die Spannung $\sigma = C_2$ als „präzise“ Fließspannung bezeichnet werden kann, weil im Bereich $\sigma \leq C_2$ sich nur das idealelastische Glied 3 verformt und daher keine Abweichungen vom Hookeschen Gesetz auftreten können. Da sich in diesem Bereich auch keine Hysteresisschleifen bilden können, so ist $\sigma = C_2$ gleichzeitig die absolute Dauerschwingfestigkeit des hypothetischen Stoffes.

Es muß noch unterstrichen werden, daß die „äußere“ Spannung σ hier als eine gegebene Größe betrachtet wird, die auf Grund der üblichen Berechnung des Konstruktionsteils bestimmt werden kann und in keiner Weise vom Modell (Bild 1) beeinflusst wird.

Zwei Beispiele des Spannungs-Dehnungsverlaufes in einem Belastungszyklus zeigt Bild 2. Im Falle $C_2 < \sigma_{max} < \sigma_F$ ist 0ab die Linie der ursprünglichen Belastung und die Hysteresisschleife im symmetrischen Zyklus $M = \sigma_{min}/\sigma_{max} = -1$. Im asymmetrischen Zyklus $r > -1$ bildet sich die Schleife bcd₁e₁b. Im Falle $\sigma_{max} = \sigma_F$ ist die Linie der ursprünglichen Belastung 0aa₂b₂ und die Hysteresisschleife b₂c₂d₂e₂b₂ ($r = -1$) oder b₂c₂d₃e₃b₂ ($r > -1$).

Der Flächeninhalt einer Schleife ist

$$\omega = A \kappa (\sigma_{max}, r)$$

mit

$$A = \frac{2 C_2^2}{E_1}, \quad \kappa = \frac{\sigma_{max}}{C_2} (1-r) - 2 = 2 \left(\frac{\sigma_{max}}{C_2} - 1 \right). \quad (2.1)$$

Das Modell Bild 1 kann auch auf den Fall einer „makroskopischen“ Verfestigung des Stoffes erweitert werden, indem man eine zusätzliche Feder mit einem im Vergleich zu E_1 und E_3 sehr kleinen Steifekoeffizienten E_4 einführt (Bild 1). Anstatt der Horizontalen a₁b₂ (Bild 2) erscheint eine geneigte Gerade a, b₃.

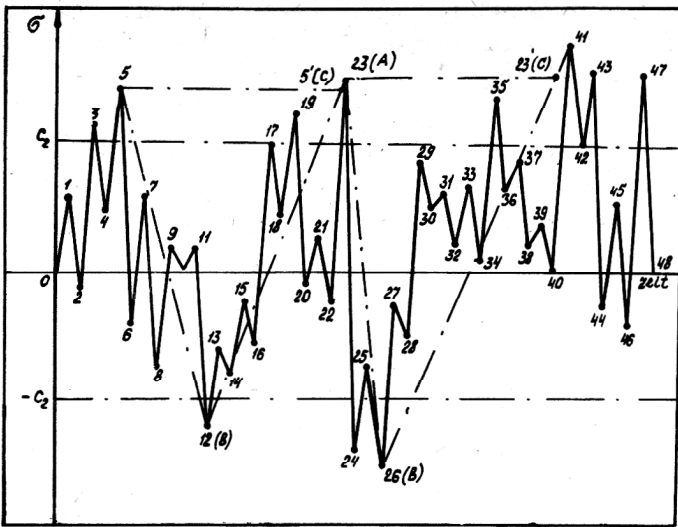


Bild 3
Beispiel eines unregelmäßigen Belastungsregimes

Die einfachste kinetische Schädigungsgleichung mit ω als unabhängige Variable ist die folgende [4]:

$$\frac{\Delta \Pi}{\Delta N} = f_1(\omega) = f(\kappa) \quad (2.2)$$

Hier ist $0 \leq \Pi \leq 1$ der Schädigungsgrad, ΔN der Zuwachs der laufenden Schwingungszahl N . Aus Gleichung (2.2) folgert man bei Beachtung von (2.1), daß die Grenzlinie der Spannungsamplituden im Haigh-Diagramm (bei gegebener Bruchschwingungszahl) eine horizontale Gerade sein muß, während in Wirklichkeit diese Amplituden mit dem Zuwachs der Mittelwerte σ_m abnehmen. Deshalb muß die Beziehung (2.2) erweitert werden, indem man annimmt, daß $\Delta \Pi / \Delta N$ nicht nur von κ , sondern auch direkt von r abhängt. Eine bequeme integrale Form der entsprechenden Schädigungsgleichung ist die folgende:

$$\Pi = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_B} + \sum_{k=1}^{N_e} \varphi(\kappa_k, r_k) \quad (\text{mit } \sigma_{\max} > 0) \quad (2.3)$$

Hier sind N_e die Anzahl der zustande gekommenen Hysteresisschleifen, κ_k und r_k die Kenngrößen desjenigen Zyklus, indem sich die k -te Schleife bildet, σ_B die „wirkliche“ (auf den vorhandenen Querschnitt im statischen Zugversuch bezogene Bruchspannung), σ_{\max} die maximale Zugspannung im N_e -ten Zyklus. Folgende Umstellung dieser Gleichung erklärt ihren mechanischen Sinn.

Für den Moment des Bruches wird $\Pi = 1$ gesetzt und aus (2.3) ergibt sich

$$\sigma_{\max} = \bar{\sigma}_B \left[1 - \sum_{k=1}^{N_e} \varphi(\kappa_k, r_k) \right] \quad (2.4)$$

Der rechte Teil dieser Gleichung kann als eine reduzierte Bruchspannung betrachtet werden, die infolge der Schadensakkumulation allmählich abnimmt, bis sie im N_e -ten Zyklus gleich σ_{\max} wird, was den Bruch verursacht. Mit Rücksicht auf Bild 2 können die notwendigen Bedingungen festgestellt werden, unter denen sich bei einer beliebigen unregelmäßigen Wechselbeanspruchung eine Hysteresisschleife bildet. Es müssen drei (nicht unbedingt benachbarte) Extremwerte σ_A , σ_B und σ_C erscheinen, mit der Bedingung 1) $|\sigma_A| > C_2$, 2) $|\sigma_A - \sigma_B| > 2C_2$, wobei es im Abstand AB keinen weiteren Extremwert geben darf, der über $|\sigma_A|$ oder $|\sigma_B|$ liegt. 3) $|\sigma_C| \geq \sigma_A$, wobei es im Abstand BC keinen anderen Extremwert geben darf, der größer wäre, als $|\sigma_A|$ oder $|\sigma_C|$. Ein unregelmäßiges Belastungsregime ist als Beispiel auf Bild 3 gezeigt. Es ist leicht zu erkennen, daß die erwähnten Bedingungen auf den Strecken 5 – 12 – 23 und 23 – 26 – 41 verwirklicht sind. In diesem Regime bilden sich folglich zwei Hysteresisschleifen. Die Kennwerte der schädigenden Zyklen (Strichlinien) sind $\sigma_{\max} = \sigma_5$, $\sigma_{\min} = \sigma_{12}$ (Strecke 5 – 12 – 23) und $\sigma_{\max} = \sigma_{23}$, $\sigma_{\min} = \sigma_{26}$

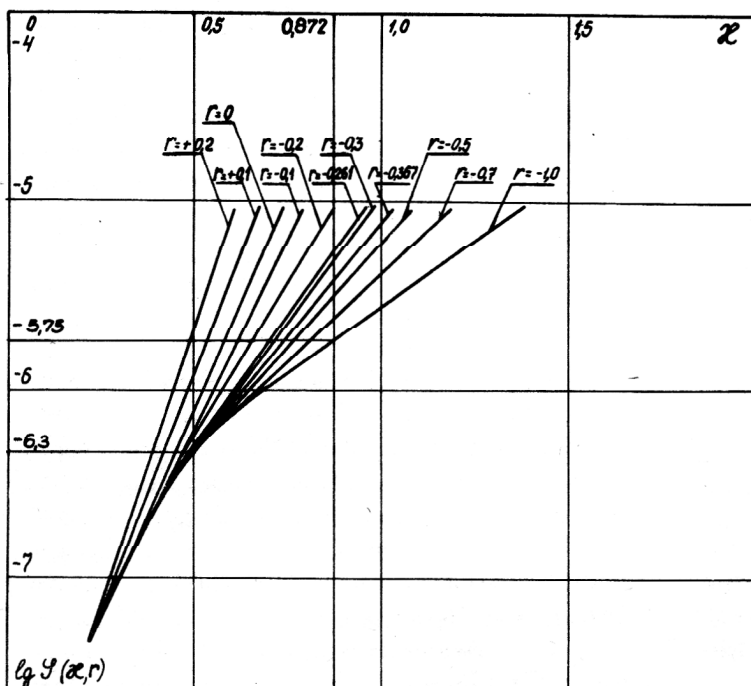


Bild 4
Das Verhältnis $\varphi - \kappa$ bei verschiedenen r -Werten

(Strecke 23–26–41).

Im Falle einer Reihe von Belastungsstufen mit konstanten Werten σ_{\max} und r nimmt (2.3) die Form:

$$\Pi = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_B} + \sum_{k=1}^n \varphi(\kappa_k, r_k) N_k. \quad (2.5)$$

Hier ist n die Zahl der Stufen und N_k die Zahl der Schwingspiele auf der k -ten Stufe. Im Falle der einstufigen Belastung führt (2.5) zusammen mit der Bruchbedingung $\Pi = 1$ zur theoretischen Gleichung der Wöhlerkurve:

$$\varphi(\kappa, r) = \frac{\bar{\sigma}_B - \sigma_{\max}}{\sigma_B N}. \quad (2.6)$$

Auf Grund dieser Beziehung kann die Funktion φ für einen realen Werkstoff auf experimentellem Wege bestimmt werden. Dazu muß eine Reihe (für verschiedene $r = \text{const.}$ Werte bestimmter) Wöhlerkurven vorliegen, wobei die entsprechenden Größen σ_{\max} und N in (2.6) eingeführt werden. Natürlich hängt das Ergebnis in gewissem Grade von solchen Versuchsfaktoren ab, wie den Dimensionen der Prüfkörper, ihrer Oberflächenrauigkeit u. a. Bild 4 zeigt eine Reihe von φ - κ -Kurven für verschiedene r -Werte für den Kohlenstoffstahl ST-45. Der Aufbau der Wöhlerkurven wurde auf Grund von Zug-Druck-Versuchen (Frequenz ~ 35 Hz) ausgeführt. Der statische Zugversuch ergab $\sigma_B = 1350$ MPa. Die Konstante C_2 wurde mit 135 MPa angenommen, was ungefähr 80 % der technischen Dauerschwingfestigkeit σ_{-1} beträgt und eine genäherte Abschätzung der absoluten Dauerschwingfestigkeit des Werkstoffes darstellt. Grundsätzlich können beim Aufbau der Schädigungsgleichung auch kleinere Werte von C_2 verwendet werden, aber das führt zu einer Unterschätzung der Lebensdauer in der Nähe der Grenze des Dauerschwingfestigkeitsgebietes.

3. Die Verallgemeinerung der Schadensakkumulationsgleichung auf dem mehrachsigen Spannungszustand

Wie schon gesagt wird der mehrachsige Spannungszustand nur im Falle einer stufenartigen Beanspruchung behandelt. Jede Stufe ist durch die maximalen und minimalen Werte der einzelnen Spannungskomponenten sowie durch die Perioden (oder Frequenzen) ihrer Schwingungen gekennzeichnet. Zusätzlich wird angenommen, daß diese Perioden sich wie ganze Zahlen verhalten und die Anfangsphasen der Schwingungen übereinstimmen. Die Schadensgleichung behält die Form (2.5), wobei σ_{\max} als der maximale positive Wert der größten Hauptspannung betrachtet wird. Unverändert bleibt auch die Funktion $\varphi(\kappa, r)$, aber die Bestimmung des Parameters κ ist bedeutend komplizierter. Nach (2.1) ist $\kappa = \omega/A$, wo im gegebenen Falle ω die Summe der irreversiblen Verformungsarbeiten aller Spannungskomponenten bedeutet. Die Berechnung von ω muß auf Grund eines verallgemeinerten Modellstoffgesetzes ausgeführt werden. Dieses Gesetz soll jetzt betrachtet werden.

Es wird vorausgesetzt, daß die irreversible Arbeit nur mit dem Verzerrungsdeviator zusammenhängt, während die Volumenänderung reversibel ist. Die Komponenten des Deviators seien $e_{ij} = e_{ij} + e_{ij}^{(3)} = e_{ij}^{(2)} + e_{ij}^{(3)}$, wo die Kennziffern 1, 2, 3 den drei Gliedern des Modells Bild 1 entsprechen. Die Komponenten des Spannungsdeviators seien $S_{ij}^2 = S_{ij}^{(3)} = S_{ij}^{(1)} + S_{ij}^{(2)}$, die Spannungsintensivität

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{\sum_{i,j} S_{ij}^2}. \quad (3.1)$$

Dementsprechend können die Spannungsintensitäten $\sigma_i^{(1)}$ und $\sigma_i^{(2)}$ in den Gliedern 1 und 2 ausgedrückt werden, wobei erstere den Grenzwert C_1 und die zweite den Grenzwert C_2 hat. Die irreversible Arbeit erscheint unter der Bedingung $\sigma_i > C_2$, $\sigma_i^{(2)} = C_2$ im Zusammenhang mit den plastischen Verzerrungen des Gliedes 2.

Das verlangte Stoffgesetz läßt sich im Falle der aktiven Belastung $d\sigma_i > 0$ aus folgenden Beziehungen ableiten. Die Ähnlichkeitsverhältnisse der Spannungs- und Verzerrungsdeviatoren

$$\frac{e_{k1}^{(2)}}{e_{rs}^{(2)}} = \frac{S_{k1}^{(2)}}{S_{rs}^{(2)}} = \frac{S_{k1}}{S_{rs}}$$

führen mit Rücksicht auf (3.1) zum Verhältnis

$$S_{ij}^{(2)} = \frac{S_{ij}}{\sigma_i} \sigma_i^{(2)} = \frac{S_{ij}}{\sigma_i} C_2$$

oder

$$S_{ij}^{(1)} = \frac{S_{ij}}{\sigma_i} (\sigma_i - C_2).$$

Die Verzerrung ist

$$e_{ij} = e_{ij}^{(3)} + e_{ij}^{(1)} = \frac{1 + \nu_3}{E_3} S_{ij} + \frac{3}{2} \frac{\sigma_i - C_2}{E_1} \frac{S_{ij}}{\sigma_i}, \quad (3.2)$$

wo durch ν_3 die Poisson-Zahl für Glied 3 bezeichnet ist. Für Glied 1 wird sie mit 0,5 angenommen, weil die elastische Verzerrung dieses Gliedes mit der plastischen Verzerrung des Gliedes 2 übereinstimmen muß. Der erste Summand in (3.2) spielt bei der Bestimmung der irreversiblen Verzerrungsarbeit keine Rolle und der Spannungs-Dehnungsverlauf kann deshalb in den Koordinaten $S_{ij} - e_{ij}^{(2)}$ beschrieben werden.

Im Laufe der Schwingungen erreicht σ_i einen maximalen Wert und nimmt danach wieder ab, wobei sich das Glied 2 mit Beginn der Entlastung in einen starren Körper verwandelt. Somit bleiben auch die Verzerrungen des Gliedes 1 unverändert. Die Komponenten $S_{ij}^{(1)}$ bleiben ebenfalls unverändert, während die Größen $S_{ij}^{(2)}$ mit σ_i sinken. Im Laufe der weiteren Entlastung kann die Intensität σ_i den Wert Null erreichen und dann bei veränderten Verhältnissen und Vorzeichen der Komponenten $S_{ij}^{(2)}$ wieder anwachsen, wodurch die Möglichkeit der Bildung einer Hysteresisschleife entsteht. Die Berechnung der Verzerrungskomponenten in diesen komplizierten Verhältnissen stößt auf gewisse rechnerische

Schwierigkeiten, die aber mit Hilfe des folgenden Rechenverfahrens beseitigt werden können.

Im Moment, in dem σ_i das Maximum erreicht, wird eine gedankliche, sprunghafte Entlastung des Stoffelementes ausgeführt, und zwar auf die Größe der Spannungsintensität $\sigma_i = C_2$, so daß alle Komponenten $S_{ij}^{(2)}$ Null werden. Zu diesem Zweck muß aus jeder Komponente S_{ij} der Wert $S_{ij} \frac{C_2}{\sigma_i}$ abgezogen werden. In den Gliedern 1 und 3 bleiben die Spannungskomponenten

$$\tilde{S}_{ij}^{(1)} = \frac{\sigma_i - C_2}{\sigma_i} S_{ij} \quad (3.3)$$

Im weiteren Spannungsverlauf bis zum nächsten Maxima der Spannungsintensität σ_i werden die Zuwüchse der Verzerrungen:

$$\Delta e_{ij}^{(2)} = \Delta e_{ij}^{(1)} = \frac{3}{2} \frac{\Delta \sigma_i - C_2}{E_1} \frac{\Delta S_{ij}}{\Delta \sigma_i} \quad (3.4)$$

vom beschriebenen Entlastungszustand abgezogen (vgl. 3.2). Das Symbol Δ vor σ_i und S_{ij} bedeutet, daß es sich um die Spannungen handelt, die zusätzlich zu den Spannungen (3.3) angelegt werden, wobei letztere keinen Einfluß auf die Verzerrungen $\Delta e_{ij}^{(2)}$ haben. Beim nächsten Maximum σ_i wird wiederum eine Entlastung auf die Größe $\sigma_i = C_2$ ausgeführt und die Rechnung geht in der beschriebenen Weise weiter. Im Ergebnis werden die $S_{ij} - e_{ij}^{(2)}$ Kurven mit den Hysteresisschleifen ermittelt. Der Flächeninhalt der Schleifen in der Zeitspanne eines vollen Belastungszyklus kann durch numerische Integration oder grafisch bestimmt werden.

Der mehrachsige Spannungszustand im Vergleich zum einachsigen bringt eine weitere Komplikation im Zusammenhang mit der Definition eines einheitlichen Parameters \bar{r} für den Fall ungleicher $r_{ij} = \frac{\sigma_{ij\min}}{\sigma_{ij\max}}$, wo σ_{ij}

die Komponenten der vollen Spannung sind. Eine zusätzliche Hypothese ist hier unumgänglich.

Als akzeptable Variante kann folgende Beziehung dienen:

$$\bar{r} = \frac{\sum_{ij} \tilde{\omega}_{ij} r_{ij}}{\omega}, \quad (r_{ij} = r_{ji}) \quad (3.5)$$

Hier sind $\tilde{\omega}_{ij}$ die irreversiblen Verzerrungsarbeiten der einzelnen Spannungskomponenten σ_{ij} , so daß der Nenner (3.5) grundsätzlich aus neun Summanden besteht.

4. Ein Beispiel der Schadensberechnung im Falle eines zweiachsigen Schwingungszustandes

Die zyklische Beanspruchung ist aus Bild 5 a zu ersehen, wo σ_0 ein beliebiger Parameter ist. Die Konstante C_2 sei $0,8 \sigma_0$. Bilder 5 b bis d zeigen den Verlauf der drei Komponenten des Spannungsdeviators

$$S_{xx} = \frac{1}{3} (2 \sigma_{xx} - \sigma_{yy}), \quad S_{yy} = \frac{1}{3} (2 \sigma_{yy} - \sigma_{xx}),$$

$$S_{zz} = -\frac{1}{3} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$$

und Bild 5 e den Verlauf der Zuwüchse der Spannungsintensität $\Delta \sigma_i^{(2)}$. Die horizontalen Strecken $\Delta \sigma_i^{(2)} = 0,8 \sigma_0$ kennzeichnen die Bereiche der plastischen Verzerrung. Zum Vergleich sind mit einer Strichlinie die entsprechenden Zuwüchse $\Delta \sigma_i$ der vollen Spannungsintensität angegeben. Die Zeitspanne $2T$ ist in 32 Teile zerlegt, die durch Buchstaben bezeichnet sind. Dieselben Buchstaben markieren im weiteren die entsprechenden Strecken der $S_{ij} - e_{ij}^{(2)}$ Kurven (Bilder 6 a bis c). Die Ausgangspunkte des Koordinatensystems zur Abzählung der Größen ΔS_{ij} , $\Delta e_{ij}^{(2)}$, $\Delta \sigma_i$ und $\Delta \sigma_i^{(2)}$ sind überall durch $0_1, 0_2, 0_3$ bezeichnet. Die Koordinaten jedes neuen Ausgangspunktes (im alten Koordinatensystem) sind durch Formel (3.3) gegeben. So sind z. B. die Koordinaten des Ausgangspunktes 0_1 auf den Bildern 5 b bis 5 e die folgenden:

$$S_{ij} = \tilde{S}_{ij}^{(1)} = \left(1 - \frac{C_2}{\sigma_i^{(F)}}\right) \cdot S_{ij}^{(F)} = \left(1 - \frac{0,800 \sigma_0}{1,143 \sigma_0}\right) S_{ij}^{(F)},$$

wo $S_{ij}^{(F)}, \sigma_i^{(F)}$ die Ordinaten des Punktes „F“ auf den entsprechenden Bildern sind. Die Ordinaten des Ausgangspunktes 0_2 (im Koordinatensystem mit Ausgangspunkt 0_1) werden mit der Formel berechnet:

$$\Delta S_{ij} = \left(1 - \frac{C_2}{\sigma_i^{(F^*)}}\right) \cdot S_{ij}^{(F^*)} = \left(1 - \frac{0,800 \sigma_0}{1,485 \sigma_0}\right) S_{ij}^{(F^*)},$$

wo $S_{ij}^{(F^*)}, \sigma_i^{(F^*)}$ die Ordinaten des Punktes „F*“ sind, usw.

Im mehrachsigen sowie im einachsigen Spannungszustand ist der Parameter κ vom Steifigkeitskoeffizienten $E_{1,2}$ unabhängig, aber zum Zwecke der grafischen Darstellung der $S_{ij} - e_{ij}$ Kurven muß ein beliebiger Wert E_1 eingeführt werden. Im gegebenen Fall wurde das Verhältnis E_1/σ_0 gleich $2 \cdot 10^5$ gesetzt. Der gesamte Flächeninhalt aller drei Hysteresisschleifen (Bilder 6 a bis c) wird dabei $\omega = 0,558 \sigma_0 \cdot 10^{-5}$ und

$$\kappa = \frac{\omega}{A} = \frac{\omega E_1}{2 C_2^2} = \frac{0,558 \sigma_0^2 \cdot 2 \cdot 10^5}{2 \cdot (0,8)^2 \sigma_0^2 \cdot 10^5} = 0,872.$$

Der entsprechende Wert φ nach der $r = -1$ Kurve (Bild 4) ist $1,78 \cdot 10^{-6}$. Die Schädigung (2.6):

$$\Pi = \frac{\sigma_0}{\sigma_B} + 1,78 \cdot 10^{-6} N.$$

Zum Vergleich wird der Parameter κ für einen einachsigen Schwingungszustand σ_{yy} (Bild 5 a), $\sigma_{xx} = 0$ berechnet. Aus (2.1) ergibt sich:

$$\kappa = 2 \left(\frac{\sigma_0}{0,8 \sigma_0} - 1 \right) = 0,5$$

Der Wert φ ist nach der $r = -1$ Kurve (Bild 4) $0,5 \cdot 10^{-6}$ und die Schädigung

$$\Pi = \frac{\sigma_0}{\sigma_B} + 0,50 \cdot 10^{-6} N.$$

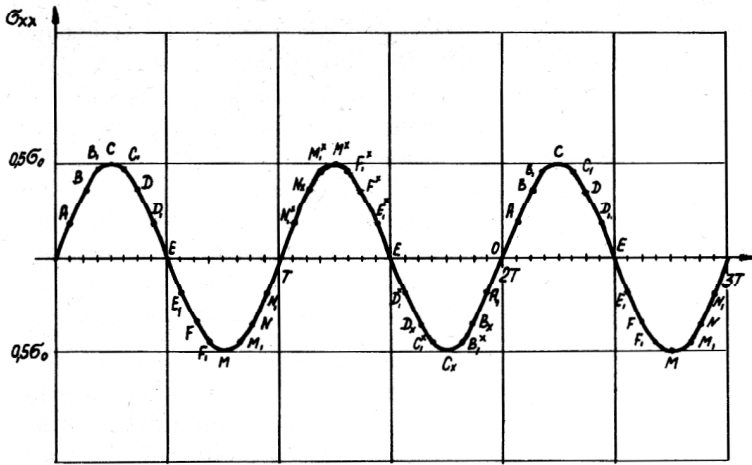


Bild 5
 Zum Beispiel einer zyklischen Beanspruchung im
 zweiachsigen Spannungszustand
 a Verlauf der Spannungen
 b, c, d Verlauf der Spannungsdeviatorokomponenten
 e Zuwächse der Spannungsintensivität

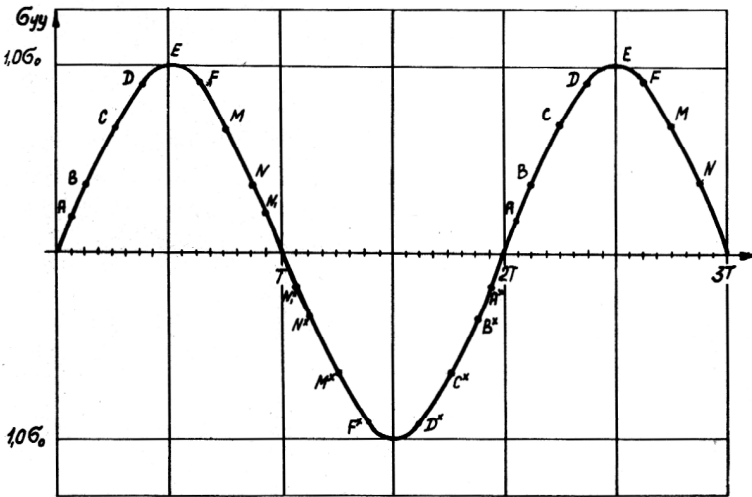


Bild 5 a

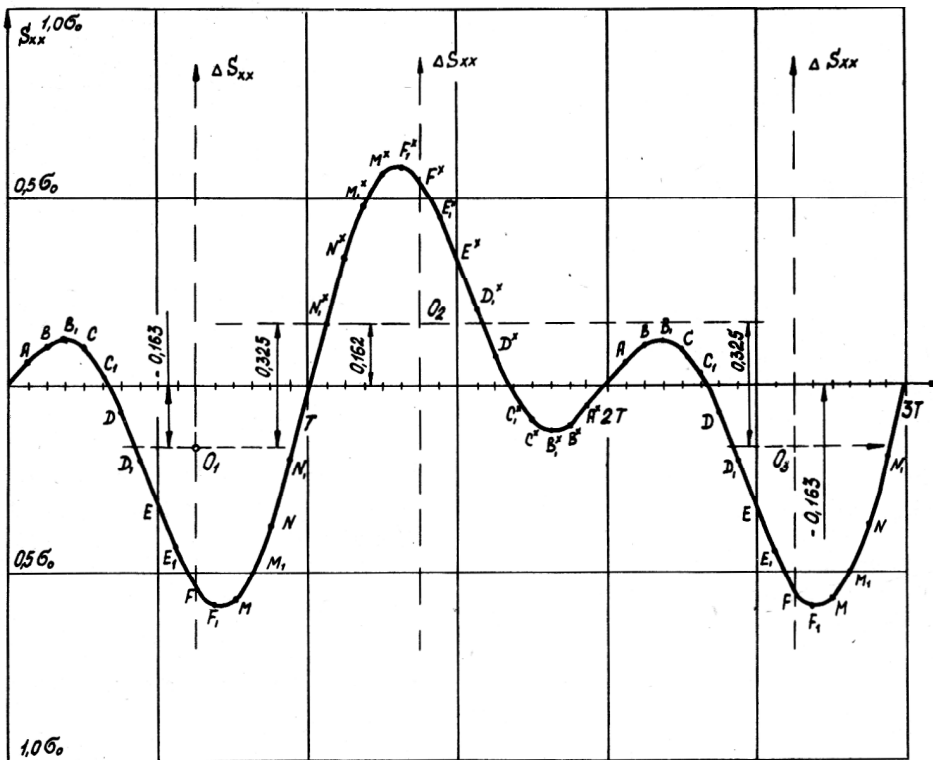


Bild 5 b

Bild 5 c

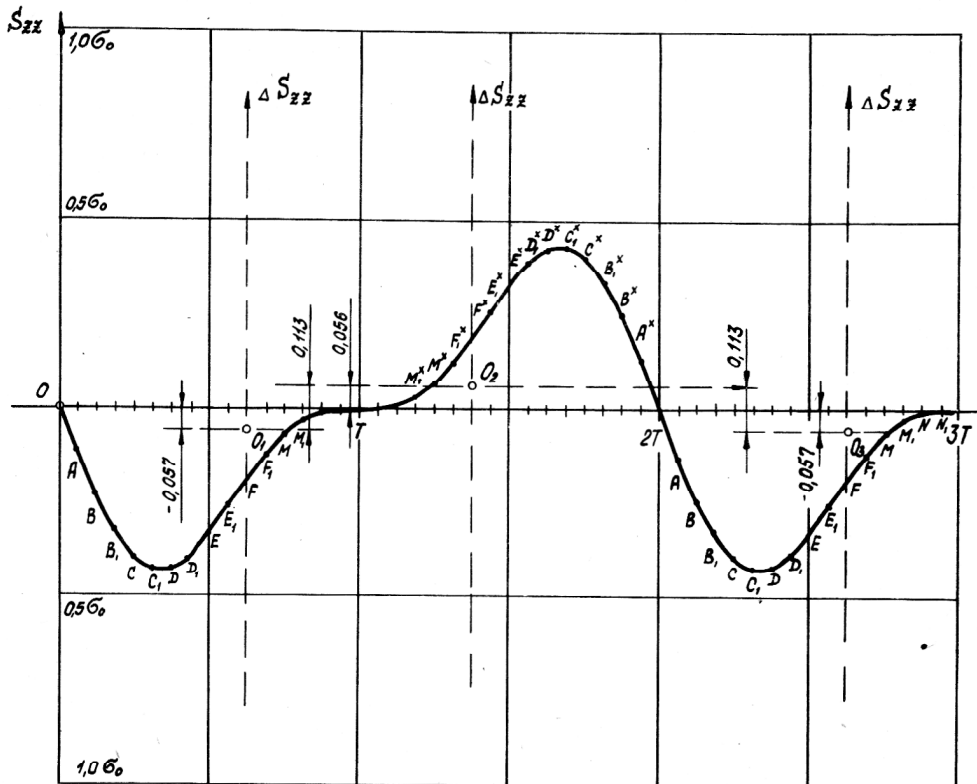
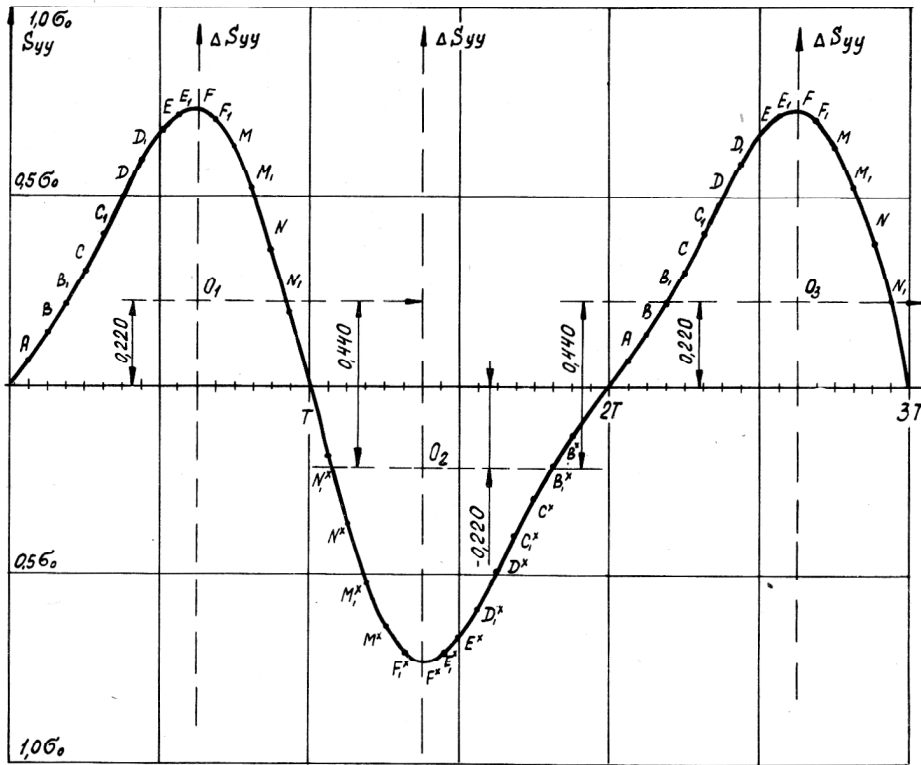


Bild 5 d

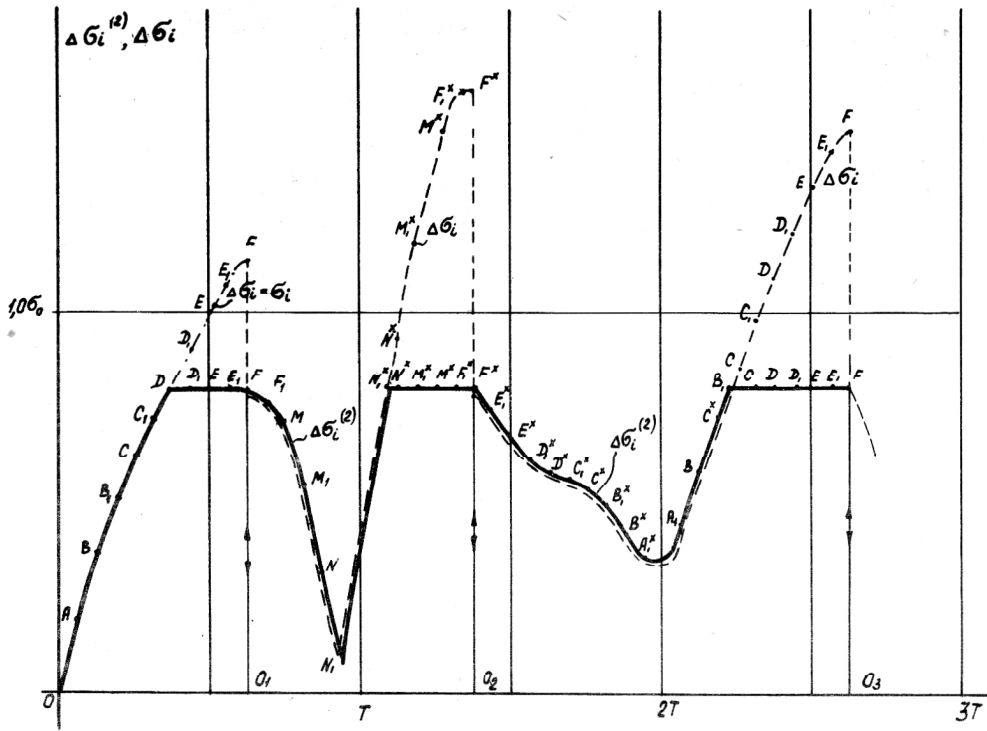


Bild 6
Die Hysteresisschleifen in einem Belastungszyklus nach den Bildern 5 a bis d

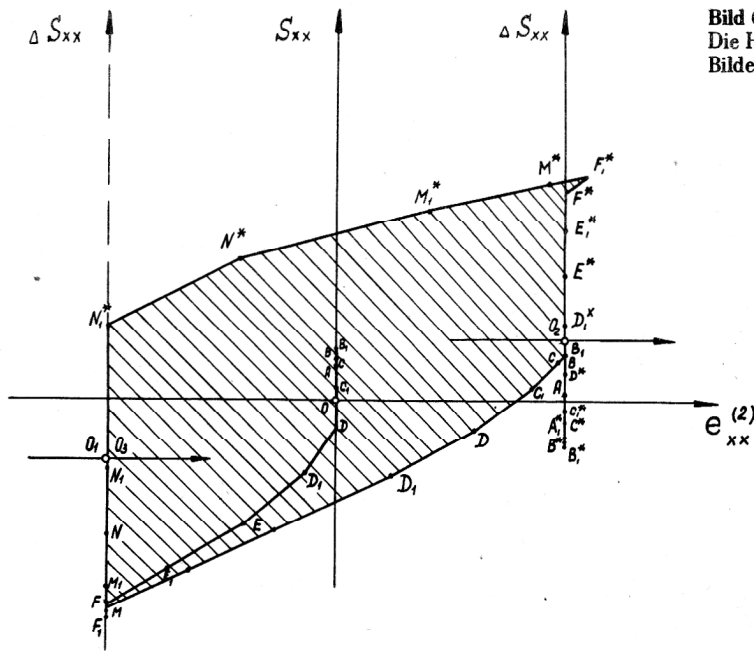


Bild 6 a

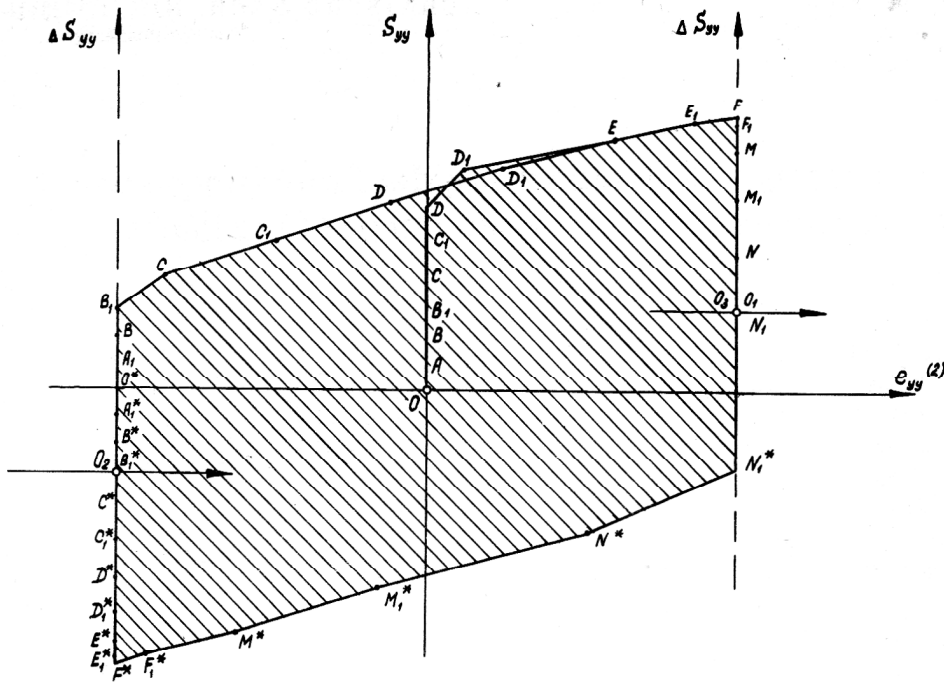


Bild 6b

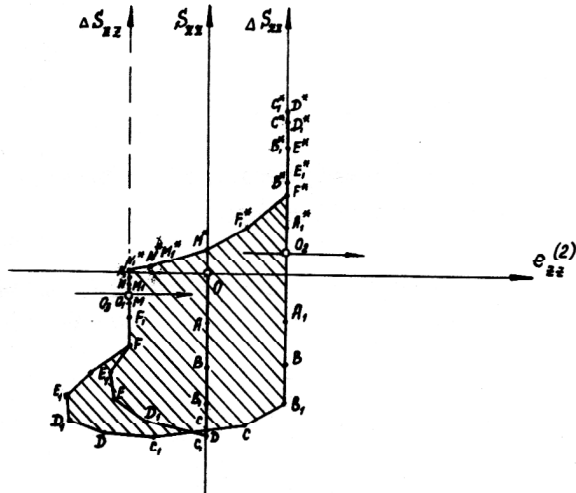


Bild 6c

LITERATUR

- [1] Iljuschin, A. A., Pobjedrja, B. E.: Osnowji matematicheskoj teorii termowjasko-uprugosti, Moskwa, „Nauka“, 1970. (Die Grundlagen der mathematischen Theorie der Thermoviskoelastizität, Moskau, Wissenschaft).
- [2] Birger, I. A.: Determinirowannije i statisticheskie modeli summirowanija powrechenij, Problemy prochnosti, 1978, N 6, S. 2 – 8. (Die determinierten und statistischen Modelle der Schadensakkumulation, Probleme der Festigkeit).
- [3] Troschchenko, W. T.: Deformirowanije i rasruschenie metallov pri peremennich nagruskach, Kiew, Naukowa dumka, 1981. (Verformung und Bruch der Metalle unter hochzyklischer Belastung).
- [4] Feltner, C. E., Morrow, I. D.: Microplastic strain hysteresis energy as a criterion for fatigue fracture, Transactions ASME, Ser. D, Journ. for Basic Eng., 1961, 83, n1, S. 15 – 21.

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. sc. techn. P. A. Palmow
 Polytechnisches Institut Leningrad
 Hydrotechnische Fakultät
 Lehrstuhl für Festigkeitslehre
 Leningrad, ul. Politechnitscheskaja 29