

Spannungsverteilung in gekrümmten Rohren von ovalem Querschnitt

Gh. Buzdugan, M. Blumenfeld, Lucia Fetcu

1. Einleitung

Richtungsänderungen von großen Rohrleitungen werden durch gekrümmte Rohre herbeigeführt. Diese sind aus geradlinigen Rohren durch Warmverformungen gefertigt. Bei diesem technologischen Prozeß wird die gerade Rohrachse in eine kreisförmige umgeformt. Eine erste Folge dieses technologischen Prozesses ist eine Ovalisierung des kreisförmigen Querschnitts; die Wanddicke des Rohres auf dem ganzen Kreis wird nicht mehr konstant sein.

Es ist bekannt, daß unter dem Einfluß des inneren Druckes die ovale Querschnittsmittellinie die Tendenz hat, wieder kreisförmig zu werden. Die radialen Verschiebungen dieser Mittellinie – auf einer Ellipsenachse positiv und auf der anderen negativ – haben eine starke Biegebeanspruchung zur Folge, die die aus der Membrantheorie berechneten Spannungen stark beeinflusst. Eine experimentelle Spannungsanalyse in unserem Laboratorium hat gezeigt, daß die tatsächlichen Spannungen mehr als 100 % größer als die aus der Membrantheorie berechneten sind. Daraus entsteht die Notwendigkeit, diese Ovalisierung in unseren Berechnungen zu betrachten.

2. Geometrische Parameter der Ovalisierung

Man kann das gekrümmte Rohr als ein Torussegment betrachten (Bild 1). Dieser Torus entsteht durch die Rotation des Kreises vom Radius r (Mittellinie des Rohrquerschnitts) um die Achse $O'O''$, deren Entfernung vom Kreiszentrum R ist. Die Rohrachse ist ein Kreisbogen, vom Radius R und Innenwinkel γ . In der Querschnitts-

ebene (Bild 1a) befinden sich die Längsfasern mit extremen Dehnungen: die äußerste, die durch den Punkt 3 geht, hat die größte Dehnung, die innere durch Punkt 1 die kleinste. Bild 1b zeigt die ursprüngliche Form des Querschnitts (kreisförmig) und Bild 1c die deformierte (ovale). Durch den technologischen Prozeß wird $d_2 < d$ und $d_1 > d$. Als Folge der Querdehnung wird die Wanddicke $h_3 < h$ und $h_1 > h$. Für das von uns untersuchte Rohr waren die geometrischen Parameter:

$$\frac{d}{h} = 73,7 ; R = 5 d ; \frac{d_1}{d} = 1,025 ; \frac{d_2}{d} = 0,985 ;$$

$$\frac{h_1}{h} = 1,092 ; \frac{h_2}{h} = 0,966 ; \frac{h_3}{h} = 0,935 .$$

Man kann die Ovalisierung durch den Quotienten

$$k = \frac{d_2}{d_1} = 0,96$$

messen. Die Messungen haben gezeigt, daß längs des Kreisbogens vom Winkel γ die Ovalisierung k praktisch konstant bleibt.

3. Gemessene Werte der Spannungen

Für das oben gezeigte Rohr wurden die Dehnungen in Folge des inneren Druckes durch Dehnungsmessstreifen gemessen. Die Ergebnisse zeigen, daß die größten Spannungen in tangentialer Richtung σ_θ in den äußeren Fasern (Bild 1a) auftreten; sie sind beim höchsten Druck 2,3fach größer als die aus der Membrantheorie berechneten Spannungen.

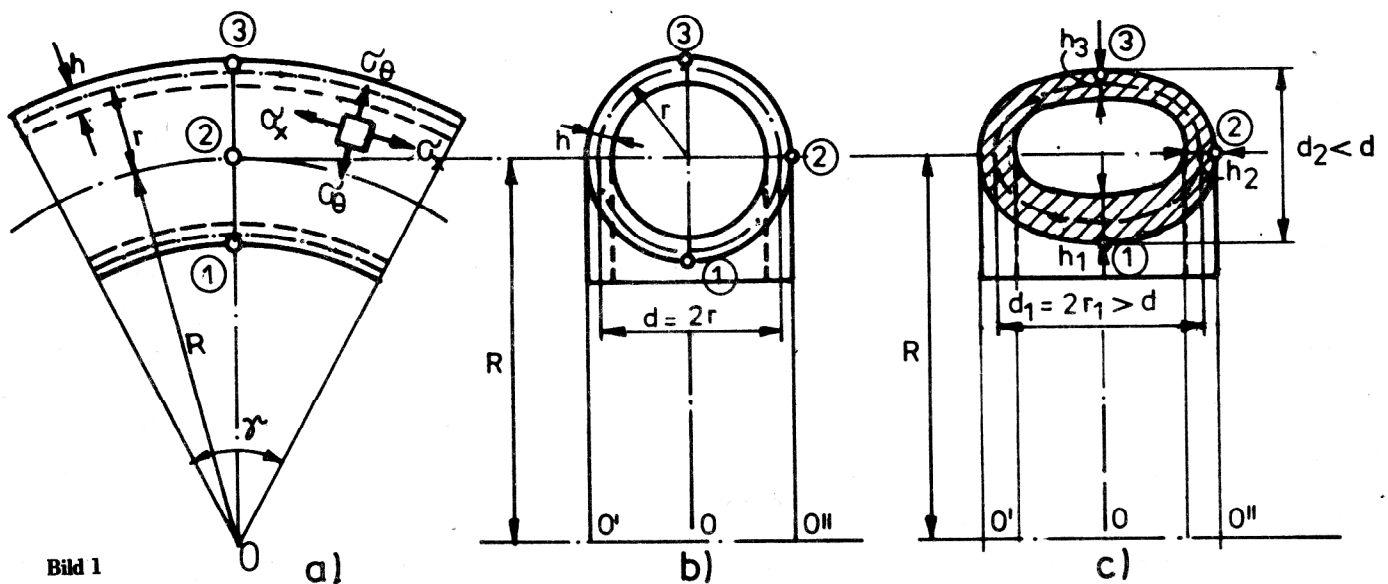


Bild 1

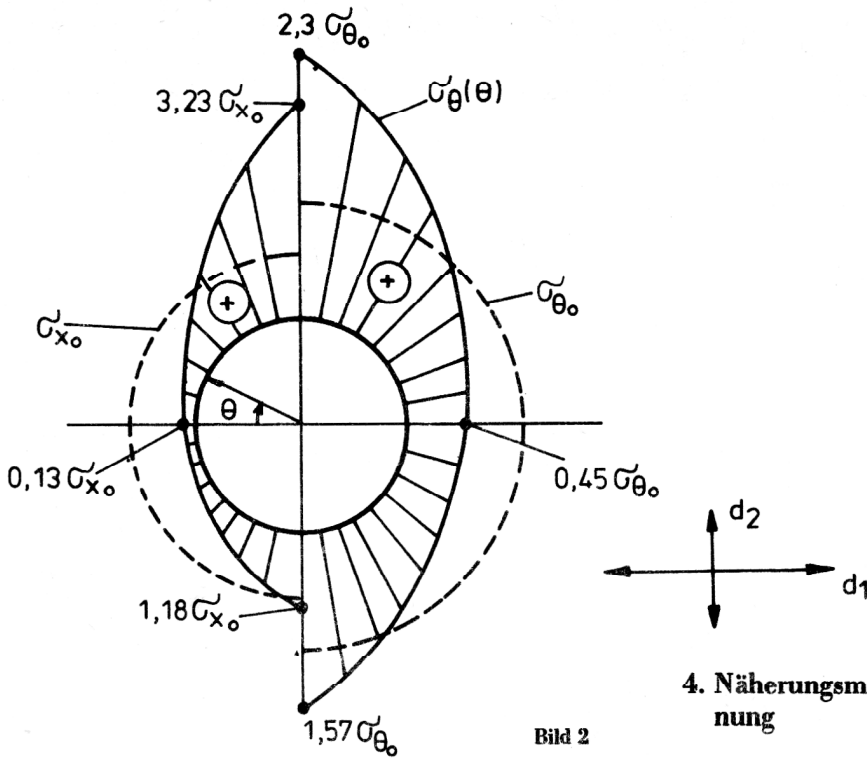


Bild 2

4. Näherungsmodell für die Spannungsberechnung

Das aus den gemessenen Spannungen bestimmte Biegemoment M_θ hat eine Verteilung, ähnlich der, die für Bourdon-Manometer bekannt ist. Bei solchen Rohren läuft die Spannung-Druck-Funktion linear; die Ausdrücke dieser Spannungen enthalten Glieder, die Funktionen des Quotienten der Halbachsen der Ellipse sind. Während der Deformation bleibt dieser Quotient konstant. Wenn die Differenz der zwei Halbachsen groß ist, haben die Radialverschiebungen w fast keinen Einfluß auf den k -Wert von Formel (2). Im anderen Fall, wenn die Differenz klein ist, haben die Radialverschiebungen einen Effekt auf die Ovalität und der Einfluß des Biegemoments sinkt, wie aus Bild 3 sichtbar ist. Daraus folgt, daß man eine lineare Iterationsmethode benutzen kann. Man berechnet die Radialverschiebungen für eine Druckeinheit. Mit diesen Werten berechnet man die neuen Halbachsen und den neuen Wert des k -Parameters. Dann folgt wieder eine Berechnung für eine neue Druckeinheit. So kommt man zu einer neuen Berechnungsmethode, einfacher als die des Bourdon-Manometers, und zwar: Für den ovalen Querschnitt liefert ein Schnitt durch eine Ebene, die den Durchmesser d_1 enthält, die tangentielle

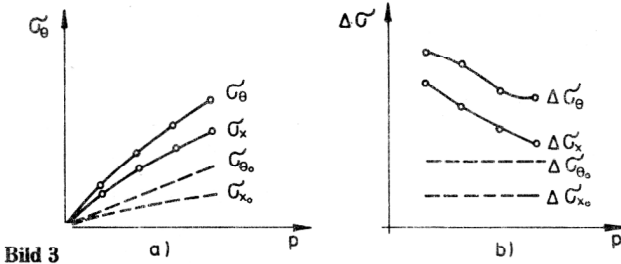


Bild 3

Die Änderung der tatsächlichen Spannungen σ_θ und σ_x (σ_θ in der Querschnittsebene, tangential; σ_x senkrecht zu dieser Ebene) ist in Bild 2 durch volle Linien gezeigt; die theoretischen, für einen kreisförmigen Querschnitt, sind durch die Trennlinien wiedergegeben.

Die Änderung der Spannungen mit dem Druck ist nicht-linear: die Linien σ_θ , σ_x für den Punkt 3 in Bild 3a im Vergleich mit den theoretischen σ_{θ_0} , σ_{x_0} in Bild 3b sind die Differenzen $\Delta \sigma = \sigma(p) - \sigma(p - \Delta p)$ als Funktion des Druckes, wobei die Nichtlinearität gut zu erkennen ist.

Nach der Messung der Längen beider Ellipsenachsen d_1 , d_2 beim größten Druck kann man die Radialverschiebungen in beiden Richtungen berechnen. Wenn w_0 die gleichförmige Verschiebung für ein kreisförmiges Rohr ist, sind die tatsächlichen Verschiebungen

$$w_1 = 23 w_0 ; \quad w_2 = -19,6 w_0 . \quad (3)$$

Das Experiment hat gezeigt, daß die Membrantheorie der zylindrischen Rohre nicht als Methode für die Berechnung der Rohre mit ovalem Querschnitt benutzt werden kann. Die Änderung der Spannungen und Verschiebungen längs der Ellipse zeigt, daß außer der gleichförmigen Zugbeanspruchung auch Biegemomente $M(\theta)$, die zusätzliche Spannungen in tangentialer Richtung erzeugen, entstehen.

Zugkraft $N_1 = p \frac{d_1}{2}$ (Bild 4a); eine Ebene die den

Durchmesser d_2 enthält gibt die Kraft

$$N_2 = p \frac{d_2}{2} = pk \frac{d_1}{2} \quad (\text{Bild 4b}).$$

Man kommt zur selben Schlussfolgerung, wenn man statt eines ovalen Querschnitts einen kreisförmigen Querschnitt vom Durchmesser d_1 unter einem nichtgleichförmigen Druck p_1 mit den Komponenten $p \sin \theta$ parallel zur kleinen Achse und $pk \cos \theta$ parallel zur großen Achse (Bild 4c) betrachtet, so daß gilt

$$p_1 = p \sqrt{\sin^2 \theta + k^2 \cos^2 \theta} .$$

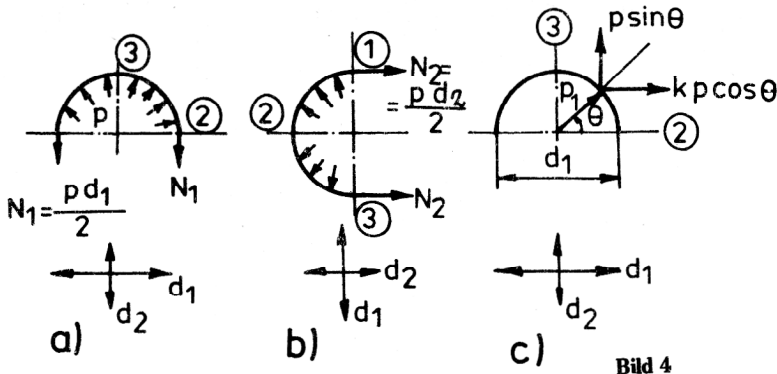


Bild 4

Zur Bestimmung der Biegemomente und der Verschiebungen unter dem Druck p_1 löst man als statisch unbestimmtes System einen Ring von der Länge l und von konstanter Dicke h . Es ergibt sich:

das Biegemoment im Schnitt 2, für $\theta = 0$

$$M_2 = \frac{1-k}{4} p r_1^2; \quad (4)$$

das Biegemoment in den Schnitten 1 und 3, für $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$

$$M_1 = M_3 = -\frac{1-k}{4} p r_1^2 = -M_2; \quad (5)$$

die Radialverschiebungen in Richtung d_1

$$w_1 = -\frac{1-k}{12} \cdot \frac{p r_1^2}{E I}; \quad (6)$$

in Richtung d_2

$$w_2 = \frac{1-k}{12} \cdot \frac{p r_1^2}{E I} = -w_1. \quad (7)$$

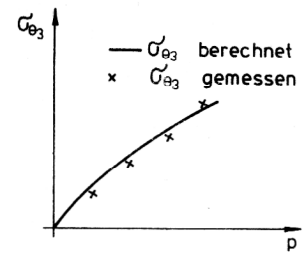


Bild 5

Diese Formeln gestatten ein Iterations-Berechnungsverfahren. Bei jeder Stufe berechnet man aus den neuen Werten d_1, d_2 den neuen Wert k . Man berechnet die Spannungen im Inneren des Rohres auf Grund der tatsächlichen Wanddicken

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{3}{2} (1-k) \frac{p r_1^2}{h_1^2} \\ \sigma_2 &= -\frac{3}{2} (1-k) \frac{p r_1^2}{h_2^2} \\ \sigma_3 &= \frac{3}{2} (1-k) \frac{p r_1^2}{h_3^2} \end{aligned} \quad (8)$$

Die Summe der Spannungen aus Gl. (8) und aus der Membrantheorie gibt die reellen Spannungen σ_θ . Es wurde festgestellt, daß dieses Berechnungsmodell genügend gute Werte für die Maximalspannungen $\sigma_{\theta 3}$ (Bild 5) und eine gute Approximation der Spannungsverteilung in gekrümmten Röhren von ovalem Querschnitt ergibt. (Die Experimente wurden vom Kollektiv V. Cosac, E. Dumitrescu, C. Voicu, H. Gheorghiu und K. Schuller im Laboratorium für Festigkeitslehre der Technischen Hochschule Bukarest durchgeführt).

Anschrift der Verfasser:
 Institutul Politehnic Bucuresti
 Catedra de Rezistenta materialelor
 77206 – Splaiul Independentei 313
 Bukarest