

Kritik an der Theorie von Corten-Dolan und Schlußfolgerungen für den Betriebsfestigkeitsnachweis

Werner Warkenthin

Alle bisher vorliegenden Berechnungsvorschriften des Stahlbaus gehen beim Betriebsfestigkeitsnachweis direkt oder indirekt von der Schadensakkumulationstheorie von Corten-Dolan aus. Entgegen früheren Darstellungen in der Fachliteratur bildet diese Theorie jedoch keine allgemein sichere Bemessungsgrundlage [1].

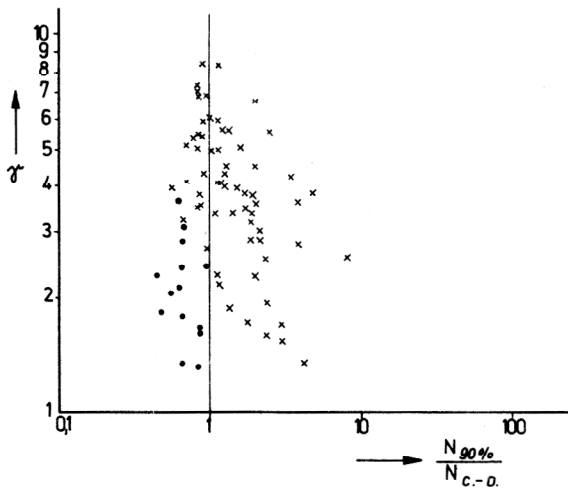


Bild 1
Vergleich der aus Versuchswerten für $p_{\bar{u}} = 90\%$ Überlebenswahrscheinlichkeit ermittelten ertragbaren Spannungswechselzahl $N_{90\%}$ mit der nach der Theorie von Corten-Dolan berechneten Spannungswechselzahl $N_{C.-D.}$.

- x Versuche mit geordneter Belastungsfolge
- Versuche mit zufälliger Belastungsfolge

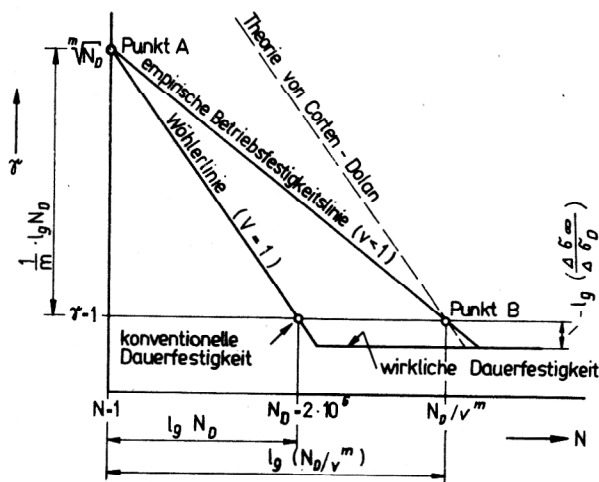


Bild 2
Gewählte empirische Betriebsfestigkeitslinie im Zusammenhang mit Wöhlerlinie und Betriebsfestigkeitslinie nach Corten-Dolan

Als Beweis Bild 1. Dieses zeigt für 77 Versuchsreihen, 63 mit geordneter Belastungsfolge (Mehrstufen-Block-

programm-Versuche), 14 mit zufälliger Belastungsfolge (Random-Versuche), eine Gegenüberstellung der nach Corten-Dolan berechneten theoretisch ertragbaren Spannungswechselzahl mit der 90%-Fraktile der im Versuch ertragenen Spannungswechsel. Als Ordinate wurde das Verhältnis

$$\gamma = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\sigma_D} \quad (1)$$

aufgetragen, das nach E-TGL 13500 [2] als Betriebsfestigkeitsfaktor bezeichnet wird.

$\Delta\sigma$ größte im Spannungskollektiv enthaltene Spannungsdifferenz zwischen Ober- und Unterspannung

$\Delta\sigma_D$ Spannungsdifferenz, die beim Wöhlerversuch bei $N_D = 2 \cdot 10^6$ Spannungswechseln definitionsgemäß ertragen wird.

N Spannungswechselzahl

In Weiterentwicklung früherer Berechnungsvorschläge von Hofmann [3] wurde als Alternative zu Corten-Dolan die im doppellogarithmischen γ - N -Diagramm des Bildes 2 dargestellte Verbindungsgerade AB gewählt. Diese liegt zwischen dem Schnittpunkt der Wöhlerlinie mit der Ordinate bei $N = 1$ (Punkt A) und dem Schnittpunkt der zur Wöhlerlinie parallelen Betriebsfestigkeitslinie von Corten-Dolan mit der Niveaulinie $\gamma = 1$ (Punkt B). Mit

$$c = \frac{\lg N_D}{\lg(N_D/v^m)} \leq 1 \quad (2)$$

und dem nach der Theorie von Corten-Dolan berechneten Völligkeitsmaß

$$v = \sqrt{\frac{\sum_i [n_i \cdot (\Delta\sigma_i/\Delta\sigma)^m]}{\sum_i n_i}} \quad (3)$$

ergibt sie den Betriebsfestigkeitsfaktor

$$\gamma = \sqrt{\frac{N_D}{Nc}} \quad (4)$$

bzw. die theoretisch ertragbare Spannungswechselzahl

$$N = (N_D/\gamma^m)^{1/c} \quad (5)$$

Nach der Theorie von Corten-Dolan erhält man hingegen

$$\gamma_{C.-D.} = \frac{1}{v} \cdot \sqrt{\frac{N_D}{N}} \quad (6)$$

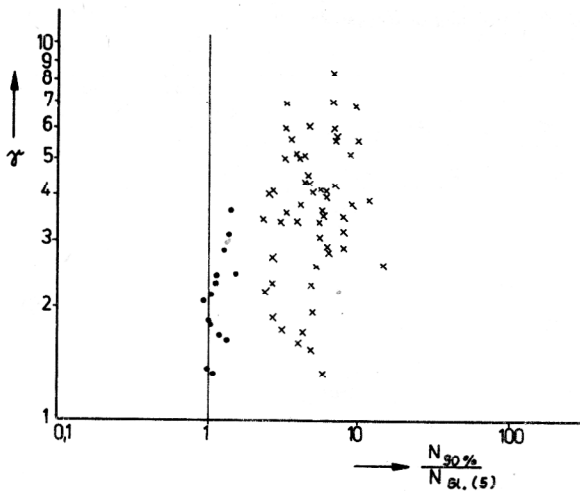


Bild 3
 Vergleich der aus Versuchswerten für $p_{ii} = 90\%$ Überlebenswahrscheinlichkeit ermittelten ertragbaren Spannungswechselzahl $N_{90\%}$ mit der nach Gl. (5) berechneten Spannungswechselzahl
 x Versuche mit geordneter Belastungsfolge
 • Versuche mit zufälliger Belastungsfolge

$$N_{C.D.} = N_D / (v \cdot \gamma)^m \quad (7)$$

Dabei bedeutet:

m Wöhlerlinienexponent. Für geschweißte Stahlkonstruktionen ist näherungsweise $m = 4$.

$\Delta\sigma_i$ Spannungsdifferenz $\leq \Delta\sigma$, die im Spannungskollektiv n_i -mal auftritt.

Bild 3 zeigt die Gegenüberstellung der für die 77 Versuchsreihen nach Gl. (5) berechneten N -Werte mit den 90%-Fraktile der im Versuch ertragenen Spannungswechsel. Die Übereinstimmung ist sehr gut; nur bei drei Random-Versuchen ergeben sich geringfügige Abweichungen zur unsicheren Seite hin. Diese werden jedoch durch die allgemein üblichen Sicherheitsfaktoren abgedeckt.

Für Stahltragwerke mit zufälliger Belastungsfolge wurde deshalb von uns das im Bild 4 gezeigte fächerförmige

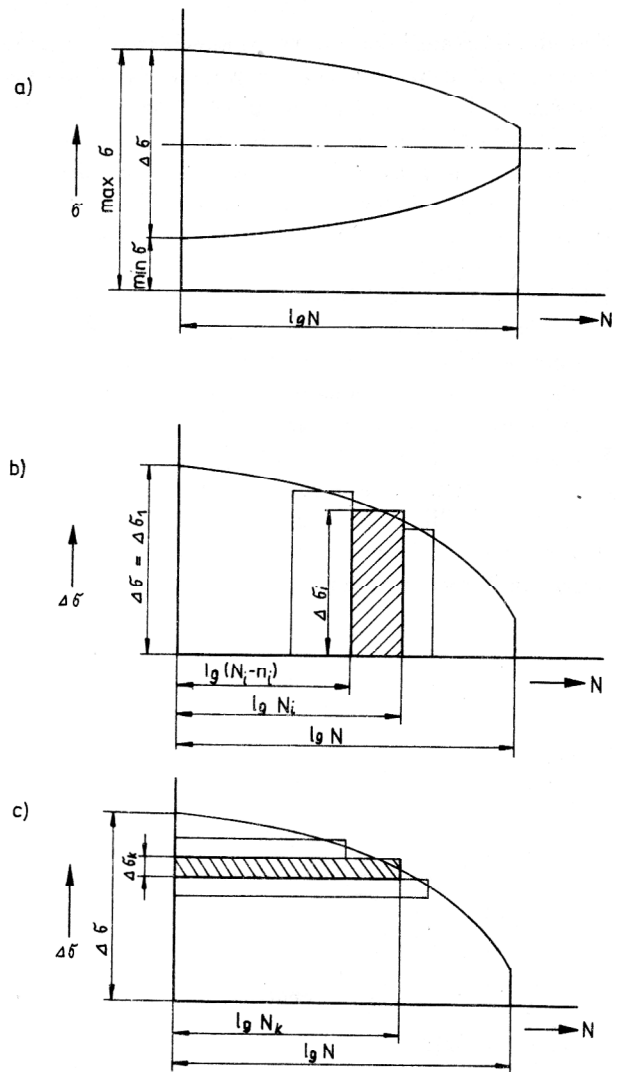
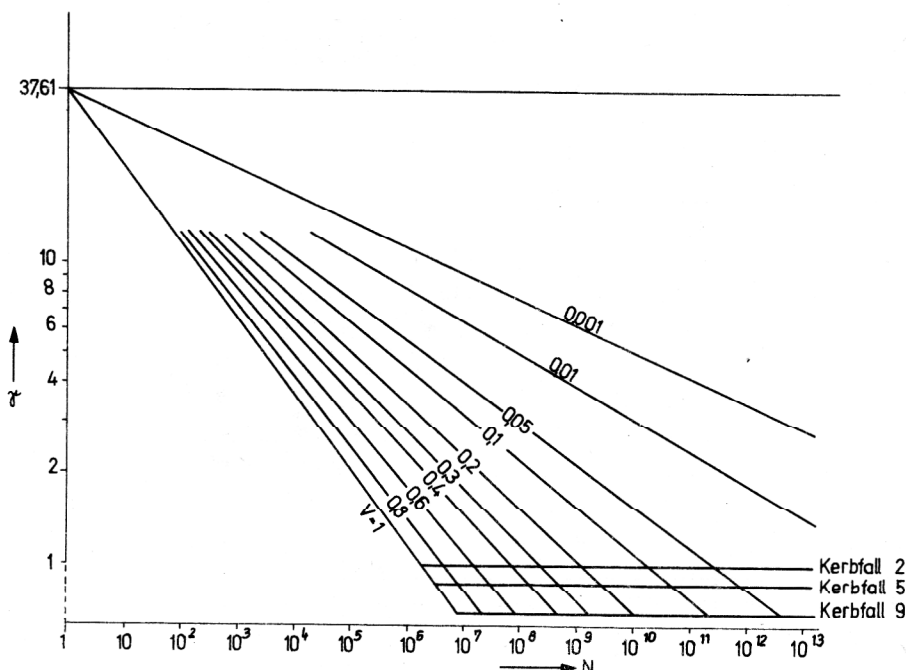


Bild 5
 (a) Spannungskollektiv, b) Aufteilung zur Anwendung der klassischen Theorien von Palmgren-Miner und Corten-Dolan, (c) Aufteilung zur Anwendung des Verfahrens von Dunkerley

Bild 4
 Für geschweißte Stahlkonstruktionen vorgeschlagenes empirisches Betriebsfestigkeitsliniensystem ($m = 4$)



Betriebsfestigkeitsliniensystem vorgeschlagen [1]. Es handelt sich dabei um rein empirische Betriebsfestigkeitslinien. Eine Ausdeutung dieser Linien als neue Schadensakkumulationstheorie ist unzulässig. Eine weiterführende theoretische Begründung dieser empirischen Betriebsfestigkeitslinien mit interessanten Schlussfolgerungen für den praktischen Betriebsfestigkeitsnachweis ist aber in folgender Form möglich:

Bild 5a zeigt ein beliebiges symmetriertes Spannungskollektiv. Aufgetragen ist in gewohnter Darstellung die Spannungsdifferenz über $\lg N$. Bei Anwendung der klassischen Schadensakkumulationstheorien von Palmgren-Miner und Corten-Dolan wird dieses Kollektiv gemäß Bild 5b in senkrecht stehende Elemente ($\Delta\sigma_i, n_i$) aufgeteilt. Man kann dieses Kollektiv aber ebenso gut auch entsprechend Bild 5c in waagerechte Elemente ($\Delta\sigma_k, N_k$) aufteilen und nach dem Verfahren von Dunkerley folgenden Ansatz machen:

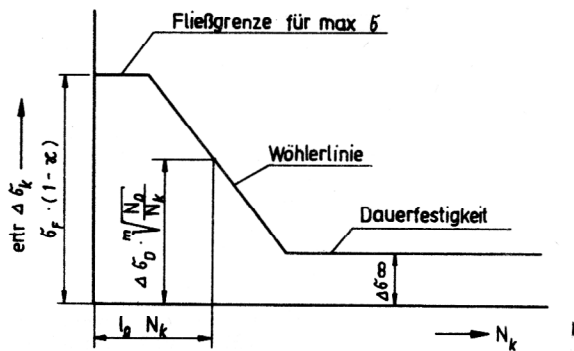


Bild 6
Ertragbare Spannungsdifferenz $\text{ertr } \Delta\sigma_k(N_k)$ im Allgemeinenfall

Tabelle 1
Kleinstkollektive der untersuchten Spannungskollektive

i, k	Gauß - Normalverteilung				log. Normalverteilung				praktisches Beispiel mit Mischverteilung							
	Spannungskollektiv 1		Spannungskollektiv 2		Spannungskollektiv 3		Spannungskollektiv 4		Spannungskollektiv 3		Spannungskollektiv 4					
	$\frac{\Delta\sigma_i}{\Delta\sigma}$	n_i	$\frac{\Delta\sigma_k}{\Delta\sigma}$	$N_k = \sum_{i=1}^k n_i$	$\frac{\Delta\sigma_i}{\Delta\sigma}$	n_i	$\frac{\Delta\sigma_k}{\Delta\sigma}$	$N_k = \sum_{i=1}^k n_i$	$\frac{\Delta\sigma_i}{\Delta\sigma}$	n_i	$\frac{\Delta\sigma_k}{\Delta\sigma}$	$N_k = \sum_{i=1}^k n_i$	$\frac{\Delta\sigma_i}{\Delta\sigma}$	n_i	$\frac{\Delta\sigma_k}{\Delta\sigma}$	$N_k = \sum_{i=1}^k n_i$
1	1,000	1	0,118	1	1,000	1	0,05	1	1,00	1	0,13	1	1,00	1	0,10	1
2	0,882	4	0,117	5	0,990	8	0,10	9	0,87	2	0,13	3	0,90	2	0,10	3
3	0,765	15	0,118	20	0,850	140	0,125	149	0,74	8	0,13	11	0,80	3	0,10	6
4	0,647	50	0,118	70	0,725	1360	0,15	1509	0,61	33	0,14	44	0,70	5	0,10	11
5	0,529	130	0,117	200	0,575	10 ⁴	0,16	11509	0,47	156	0,13	200	0,60	8	0,10	19
6	0,412	260	0,118	460	0,425	4,6 · 10 ⁴	0,15	57509	0,34	800	0,12	1000	0,50	11	0,10	30
7	0,294	490	0,117	950	0,275	1,4 · 10 ⁵	0,15	197509	0,22	5389	0,12	6389	0,40	15	0,10	45
8	0,177	750	0,110	1700	0,125	3,025 · 10 ⁶	0,125	500009	0,10	50166	0,10	55555	0,30	20	0,10	65
9	0,059	800	0,059	2500									0,20	4935	0,05	5 · 10 ³
10													0,15	4,5 · 10 ⁴	0,05	5 · 10 ⁴
11													0,10	1,5 · 10 ⁵	0,05	2 · 10 ⁵
12													0,05	8 · 10 ⁵	0,05	10 ⁶
	$v = 0,354$	$v' = 0,522$	$v = 0,298$	$v' = 0,450$	$v = 0,169$	$v' = 0,304$	$v = 0,087$	$v' = 0,170$								

Tabelle 2 Untersuchte Werkstoffe

Werkstoff	σ_D	σ_F	für Stumpfnahse II B, $\alpha = 0$	
	[N/mm ²]	[N/mm ²]	$\Delta\sigma_D$	$\Delta\sigma_\infty$
			[N/mm ²]	[N/mm ²]
St 38	380	240	44	38
H 100	1000	800	44	38

$$\sum_k \frac{\Delta\sigma_k}{\text{ertr } \Delta\sigma_k(N_k)} (\geq) 1 \quad (8)$$

Daraus folgt nach Umformung:

$$\gamma (\geq) \frac{1}{\sum_k \frac{\Delta\sigma_k}{\Delta\sigma} \cdot \frac{\Delta\sigma_D}{\text{ertr } \Delta\sigma_k(N_k)}} \quad (9)$$

Die ertragbare Spannungsdifferenz $\text{ertr } \Delta\sigma_k(N_k)$ ist entweder in der Form

$$\text{ertr } \Delta\sigma_k(N_k)_{\text{Fließen}} = \sigma_F \cdot (1 - \kappa) \quad (10)$$

durch die die Oberspannung begrenzende Fließgrenze σ_F bestimmt oder durch die Wöhlerlinie in der Form

$$\text{ertr } \Delta\sigma_k(N_k)_{\text{Wöhler}} = \Delta\sigma_D \cdot \sqrt[m]{\frac{N_D}{N_k}} \quad (11)$$

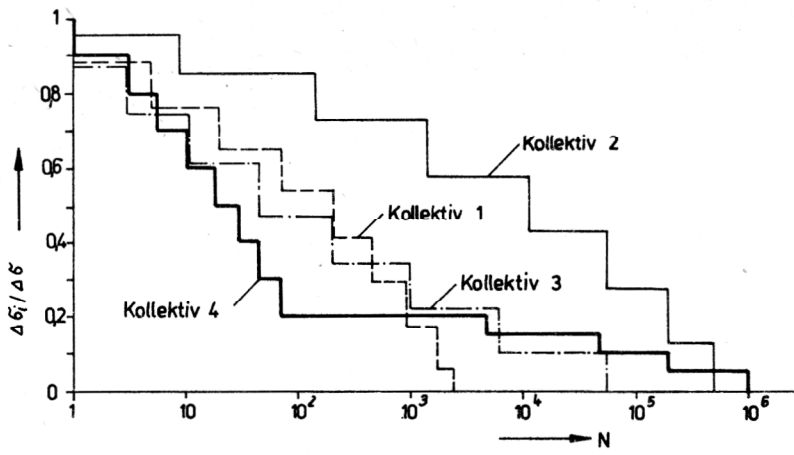
oder durch die für $N_k \rightarrow \infty$ geltende Dauerfestigkeit $\Delta\sigma_\infty$ (Bild 6). In Gl. (10) bedeutet

$$\kappa = \frac{\min \sigma}{\max \sigma} \quad (12)$$

mit $\min \sigma$ als Unterspannung, das ist der zahlenmäßig kleinste Spannungswert des Spannungskollektivs, und $\max \sigma$ als Oberspannung, das ist der zahlenmäßig größte Spannungswert des Spannungskollektivs. Beide Spannungswerte sind auf den Nennquerschnitt bezogen.

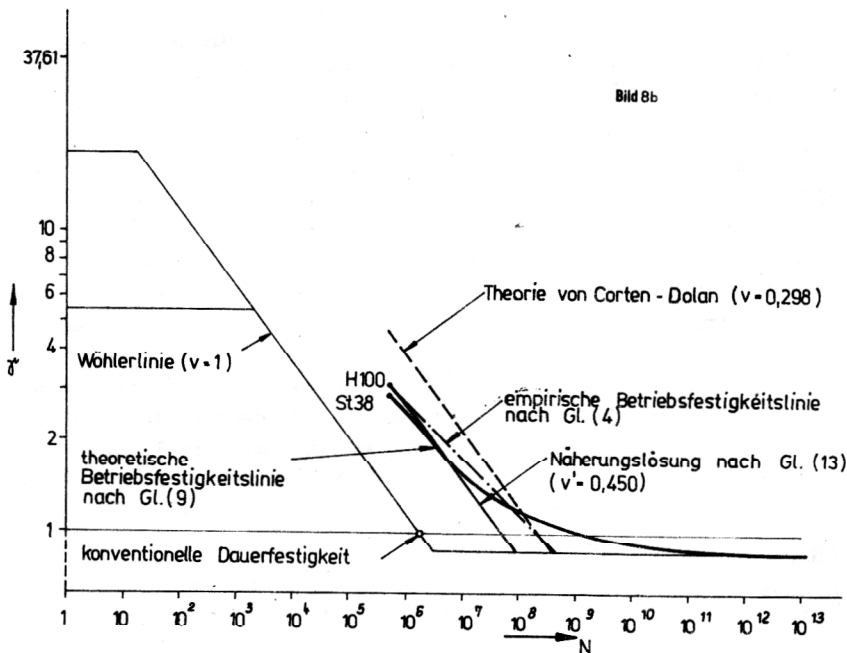
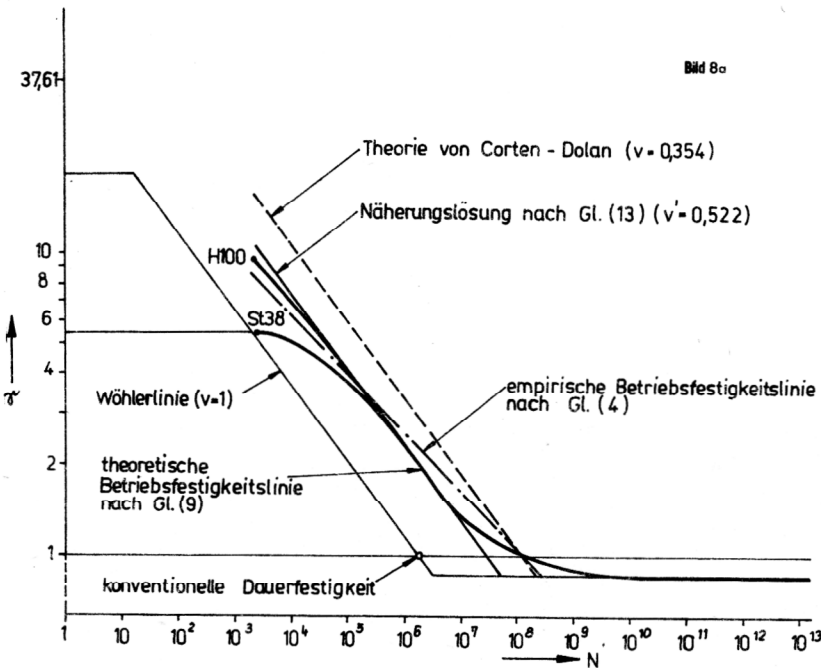
In dieser allgemeinen Form der ertragbaren Spannungsdifferenz gemäß Bild 6 wurden nach Gl. (9) für die in Tabelle 1 angegebenen und im Bild 7 grafisch dargestell-

Bild 7
Untersuchte Spannungskollektive



ten vier Spannungskollektive die Betriebsfestigkeitslinien $\gamma(N)$ für gewöhnlichen Baustahl St 38 und extrem hochfesten Baustahl H 100 bei Annahme einer Stumpfnah II B und schwellerer Beanspruchung, d. h. $\kappa = 0$, berechnet. Die zugrunde gelegten Festigkeitswerte enthält

Bild 8
Nach Gl. (9) berechnete Betriebsfestigkeitslinien für ertr $\Delta\sigma_k(N_k)$ entsprechend Bild 6: (a) Spannungskollektiv 1, (b) Spannungskollektiv 2, (c) Spannungskollektiv 3, (d) Spannungskollektiv 4.



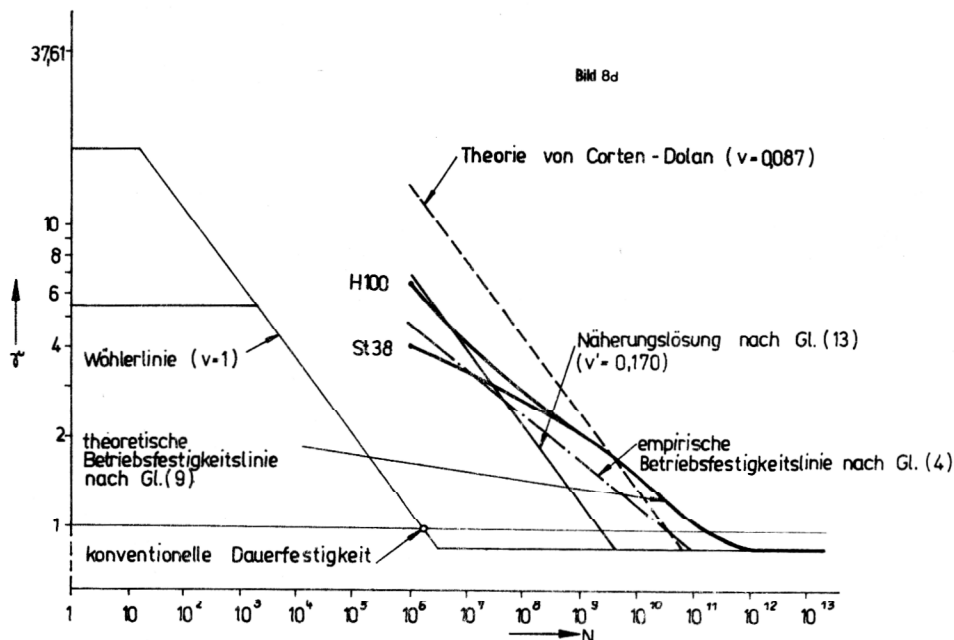
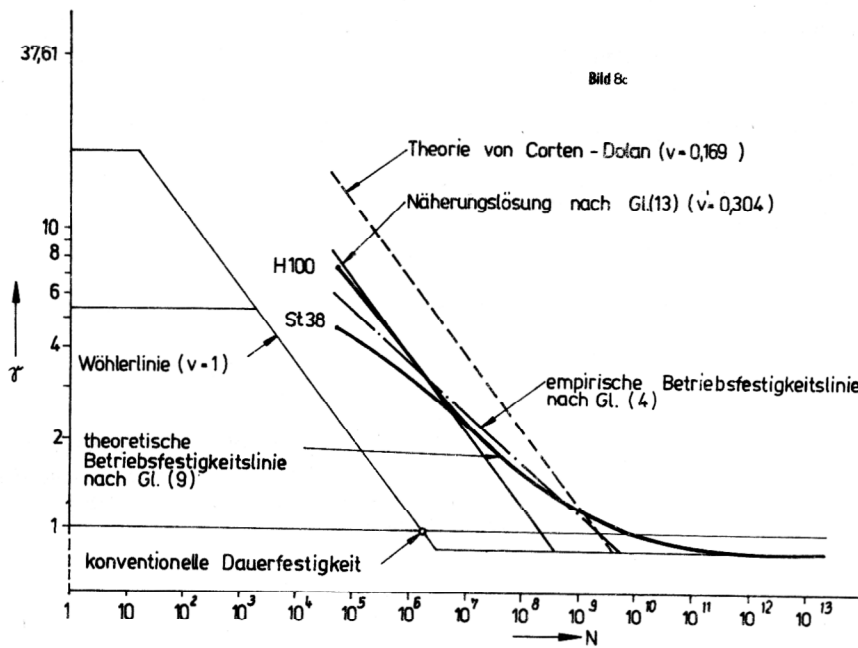


Tabelle 2. Die Spannungskollektive 1 und 2 sind Näherungen für Gauß-normalverteilte Spannungskollektive; bei Kollektiv 1 hat das Kleinstkollektiv jedoch nur einen Umfang von 2500 Spannungswechseln, bei Kollektiv 2 dagegen den üblicherweise angenommenen Umfang von ca. 500 000 Spannungswechseln. Das Spannungskollektiv 3 ist eine Näherung für logarithmisch normalverteilte Spannungskollektive mit einem Umfang des Kleinstkollektivs von ca. 55 000 Spannungswechseln. Das Spannungskollektiv 4 mit einem Umfang des Kleinstkollektivs von 10^6 Spannungswechseln ist hingegen eine typische Form des Spannungskollektivs von Kranen mit Schwerlaststufe beim Einsatz in mechanischen Werkstätten für Kleinteilfertigung, wenn die Nennt Tragfähigkeit des Krans nach der Masse der schwersten gelegentlich umzusetzenden Werkzeugmaschine festgelegt wird.

Das Ergebnis dieser Berechnung zeigt Bild 8. Zum Vergleich wurden auch die zu diesen vier Spannungskollek-

tiven gehörenden empirischen Betriebsfestigkeitslinien nach Gl. (4) mit eingezeichnet. Man erkennt, daß diese empirischen Betriebsfestigkeitslinien gute ingenieurmäßige Näherungslösungen sind, solange der Umfang des Kleinstkollektivs nicht wesentlich kleiner als 10^5 Spannungswechsel beträgt. Das ist aber bei den uns interessierenden praktischen Spannungskollektiven der Fall.

Die nach Gl. (9) für die beiden Spannungskollektive 1 und 2 berechneten Betriebsfestigkeitslinien bestätigen die im Bild 3 bei γ im Bereich zwischen 1,3 und 2 ausgewiesene geringfügige Unterschreitung der empirischen Betriebsfestigkeitslinien durch drei Random-Versuche. Ebenso ist im Bild 3 zu erkennen, daß die im Bereich höherer γ -Werte ausschließlich mit hochfesten Werkstoffen durchgeführten Random-Versuche eindeutig wieder etwas von der empirischen Betriebsfestigkeitslinie weg zu größeren ertragbaren Spannungswechselzahlen hin tendieren und damit genau dem Verlauf der

für den extrem hochfesten Baustahl nach Gl. (9) berechneten Betriebsfestigkeitslinien folgen. Demzufolge kann man Gl. (9) durch die vorliegenden Ergebnisse der Random-Versuche als bestätigt ansehen. Weitere Random-Versuche, insbesondere mit extrem mageren Spannungskollektiven, sind wünschenswert und sollten in absehbarer Zeit von den entsprechenden Forschungseinrichtungen durchgeführt werden.

Setzt man unbegrenzt elastische Verformungsfähigkeit des Werkstoffs voraus, d. h. $\sigma_F = \infty$, so liefert Gl. (9) ein Analogon zur Schadensakkumulationstheorie von Palmgren-Miner. Nimmt man außerdem auch noch das Nichtvorhandensein einer ausgeprägten Dauerfestigkeit an, d. h. $\Delta\sigma_\infty = 0$, so liefert Gl. (9) nach entsprechender Umformung mit

$$\gamma = \frac{1}{v'} \cdot \sqrt[m]{\frac{N_D}{N}} \quad (13)$$

und dem an Stelle der früheren Gl. (3) tretenden korrigierten Völligkeitsmaß

$$v' = \sum_k \frac{\Delta\sigma_k}{\Delta\sigma} \cdot \sqrt[m]{\frac{N_k}{N}} \geq v. \quad (14)$$

ein Analogon zur Schadensakkumulationstheorie von Corten-Dolan. An Stelle von v ist lediglich v' getreten. Die durch Gl. (13) gegebene Näherung für die Betriebsfestigkeitslinie ist besonders für hochfeste Stähle im Bereich großer γ -Werte geeignet.

Schlussfolgerungen

1. Um die Ergebnisse der vorliegenden Random-Versuche in jedem Falle sicher erfassen zu können, muß man den Betriebsfestigkeitsnachweis vereinfacht als Zeit- bzw. Dauerfestigkeitsnachweis nicht mit dem nach der Theorie von Corten-Dolan gebildeten Rechenwert $v \cdot \Delta\sigma$ führen, sondern mit dem vergrößerten Wert $v' \cdot \Delta\sigma$. In guter Näherung kann dabei $v' \approx v^{2/3}$ gesetzt werden. Außerdem ist in gewohnter Form die Oberspannung gegen die Fließgrenze abzusichern.
2. Die in Gl. (8) enthaltenen $\Delta\sigma_k$ können im Allgemeinfall die von verschiedenen Lastursachen „k“ hervorgerufenen maximalen Spannungsdifferenzen sein, die

sich bei ungünstigster Beanspruchung zu dem Kollektivendwert $\Delta\sigma$ überlagern. Die zu $\Delta\sigma_k$ zugehörige ertragbare oder zulässige Spannungsdifferenz kann dann den Umfang und die Völligkeit des allein von dieser Lastursache erzeugten Teilspannungskollektivs erfassen.

Weiterführend lassen sich auf diese Weise auch die Mittelspannung und die ggf. vorhandene Unsymmetrie der einzelnen Teilspannungskollektive berücksichtigen. Damit eröffnet Gl. (8) neue Wege für den praktischen Betriebsfestigkeitsnachweis.

3. Die mit den Gln. (13) und (14) näherungsweise berechneten Betriebsfestigkeitsfaktoren γ kommen den im Entwurf der zukünftigen Berechnungsvorschrift TGL 13500 /2/ angegebenen γ -Werten recht nahe und bestätigen diese. Da jedoch, wie aus den Bildern 8c und 8d ersichtlich, diese Näherung für γ wegen ihrer Parallelität zur Wöhlerlinie besonders für die uns ebenfalls mit interessierenden extrem mageren Spannungskollektive bei sehr großen Spannungswechselzahlen bedeutende Betriebsfestigkeitsreserven außer acht läßt, wird in Zukunft der VEB Schwermaschinenbaukombinat TAKRAF für seine Stahltragwerke ergänzend zu E-TGL 13500 das in Bild 4 dargestellte fächerförmige Betriebsfestigkeitsliniensystem nach Gl. (4) verwenden.

LITERATUR

- [1] Warkenthin, W.: Betriebsfestigkeitslinien für extrem magere Spannungskollektive bei zufälliger Belastungsfolge. Hebezeuge und Fördermittel, Berlin 22 (1982) 1, S. 4 – 9.
- [2] E-TGL 13500: Stahlbau – Stahltragwerke, Berechnung und bauliche Durchbildung, Entwurf April 1981.
- [3] Hofmann, G.: Vorschlag eines Wöhlerlinien-Betriebsdauerlinien-Systems als Grundlage für Betriebsfestigkeitsnachweise bei dynamisch beanspruchten Stahlkonstruktionen. ZIS-Mitteilung, Halle 12 (1970) 12, S. 1962 – 1972.

Anschafft des Verfassers:

Dr. sc. techn. Werner Warkenthin
VEB Schwermaschinenbaukombinat
TAKRAF
7010 Leipzig
Barfußgäßchen 12