

Berechnung von Wärmeübergangskoeffizienten einer verdampfenden Zweiphasen-Kanalströmung

Klaus Bauerfeind

1. Einleitung

Hochbelastete Feuerungen und Kernreaktoren sind einer Wärmebelastung ausgesetzt, deren Beherrschung es erfordert, bessere Kühlverfahren zu entwickeln. Von mehreren Experimentatoren (vgl. [1] bis [8]) wurde gefunden, daß sich die Wärmeübergangskoeffizienten einer Zweiphasenströmung, d. h. einer Gasströmung mit Flüssigkeitströpfchen, um den Faktor 2 bis 20 erhöhen gegenüber einer Einphasenströmung mit dem gleichen Massenstrom. Die Erhöhung kommt zustande durch die gute Durchmischung beider Phasen infolge der Turbulenz, durch die Erhöhung der turbulenten Austauschbewegungen in der Wandgrenzschicht infolge von Gasblasen bzw. Flüssigkeitströpfchen, sowie durch die optimale Ausnutzung der Verdampfungswärme der Flüssigkeit.

Gegenstand der vorliegenden Arbeit¹⁾ ist die theoretische Berechnung lokaler stationärer Wärmeübergangskoeffizienten nach einem Differenzenverfahren. Besonderer Wert wurde auf die Auswertung der Rechnungen, d. h. auf die Untersuchung des Einflusses der verschiedenen Parameter auf den Wärmeübergang, gelegt. Gleichzeitig sollten die Möglichkeiten und Grenzen der Wärmeübergangsberechnung, der das Diffusionsmodell zugrunde liegt, dargestellt werden. Ein Vergleich der berechneten mit gemessenen Werten konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt werden, weshalb die Ergebnisse auch nur qualitativ verallgemeinerungsfähig sind.

2. Physikalisches Modell

In einem senkrechten Kanal, dessen eine Wand beheizt und dessen andere Wand wärmeisoliert ist (letztere entspricht der Symmetrielinie in einem beidwändig gleichmäßig beheizten Kanal), strömt ein Wasserdampf-Wassertröpfchen-Gemisch als Pseudo-Einphasenfluid nach oben. Die Eigenschaften des Zweiphasenfluids kommen einzig in den Stoffeigenschaften des Ersatzfluids zum Ausdruck. Der Vorteil des hier zugrundeliegenden Diffusionsmodells gegenüber dem Zweifluidmodell besteht darin, daß die Anzahl der als System zu lösenden Differentialgleichungen nur halb so groß ist. Dafür muß mit variablen Stoffwerten gerechnet werden, was zu komplizierteren Gleichungen führt. Der Nachteil ist, daß mit einer Reihe von Pseudoparametern gerechnet wird, die in der Regel rein mathematische Größen ohne physika-

lische Entsprechung sind; die daher auch nicht direkt gemessen werden können. Eine Beschreibung beider Modelle gibt Ishii [10].

Die Berechnung der lokal veränderlichen Gemischstoffwerte erfolgte unter den Annahmen, daß sich die Strömungselemente aus Phasenschichten zusammensetzen, deren Lage zur Hauptströmungsrichtung beliebig ist, die sich im thermischen und mechanischen Gleichgewicht befinden und zwischen denen keine Relativbewegung bestehen soll. Es wurde unterschieden zwischen der mathematischen Größe „Temperatur des Ersatzfluids“ und der „Stofftemperatur“, die meßbar ist und zur Berechnung der Gemischstoffwerte eines Strömungselementes herangezogen wurde. Thermisches Gleichgewicht soll bedeuten: Die Stofftemperaturen beider Phasen eines Strömungselementes sind gleich. Mechanisches Gleichgewicht besagt, daß die statischen Drücke beider Phasen eines Strömungselementes gleich sind. Der Hauptteil der Ergebnisse ist mit der Annahme berechnet worden, daß der einem Strömungselement zugeführte Wärmestrom zur Verdampfung der Flüssigkeit dient (stoffliches Gleichgewicht zwischen den Phasen eines Strömungselementes). Dabei bleibt die Stofftemperatur konstant und entspricht der Verdampfungstemperatur; die Temperatur des Ersatzfluids erhöht sich. Ist in einem Strömungselement alle Flüssigkeit verdampft, dann erhöht sich bei weiterer Wärmezufuhr auch die Stofftemperatur und ist der Temperatur des Ersatzfluids gleich.

3. Grundgleichungen

Die Grundgleichungen beschreiben den Massen-, Impuls- und Energieaustausch des Ersatzfluids. Ausführliche Darstellungen darüber geben Schlichting [11], Walz [12], Rohsenow und Choi [13]. Sie lauten für die stationäre zweidimensionale Strömung bei Berücksichtigung der Prandtl'schen Grenzschichtvereinfachungen:

Kontinuität

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (1)$$

Impuls

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\rho g - \frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y}(\mu \frac{\partial u}{\partial y}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

1) Der Bericht ist ein Auszug aus der Dissertation des Verfassers [9].

Energie

$$\rho u c_p \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v c_p \frac{\partial T}{\partial y} = \rho u g + (1 - \rho c_T) u \frac{dp}{dx} + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (4)$$

Die Differentialgleichungen entsprechen den Bilanzgleichungen für ein kompressibles Einphasenfluid. Geschwindigkeit und statischer Druck sind physikalische Größen, da kein Schlupf und mechanisches Gleichgewicht zwischen den Phasen vorausgesetzt wurde. Die Temperatur und alle Stoffwerte sind mathematische Größen. Die Dichte, die Enthalpie und die spezifischen Wärmekapazitäten des Gemisches wurden durch phasenanteilige Addition (Volumen- bzw. Massenanteile) der Phasenstoffwerte berechnet, die als reale Stoffwertfunktionen der Stofftemperatur und des statischen Druckes sind.

$$\rho = \alpha' \rho' + (1 - \alpha') \rho'' \quad (5)$$

$$h = \xi' h' + (1 - \xi') h'' \quad (6)$$

$$c_p = \xi' c_p' + (1 - \xi') c_p'' \quad (7)$$

$$c_T = \xi' c_T' + (1 - \xi') c_T'' \quad (8)$$

Die Transporteigenschaften sind Effektivwerte, die auch den turbulenten Wärme- und Impulsaustausch enthalten. Für die den molaren Austausch beschreibenden Zweiphasen-Transporteigenschaften werden in der Literatur (eine Übersicht ist in [9] gegeben) die verschiedensten Formeln angegeben. Gewählt wurde ein Modell, das von der Reihen- bzw. Parallelschaltung von Strömungs- bzw. Wärmeleitungswiderständen als zwei Grenzfällen ausgeht und das geometrische Mittel beider darstellt.

$$\mu = \sqrt{\frac{\alpha' \mu' + (1 - \alpha') \mu''}{\frac{\alpha'}{\mu'} + \frac{1 - \alpha'}{\mu''}}} \quad (9)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{\alpha' \lambda' + (1 - \alpha') \lambda''}{\frac{\alpha'}{\lambda'} + \frac{1 - \alpha'}{\lambda''}}} \quad (10)$$

Zwischen Massen- und Volumenanteilen besteht der Zusammenhang

$$\alpha' = \frac{\rho}{\rho'} \xi' \quad (11)$$

Die Einphasen-Transporteigenschaften sind als reale Stoffwertfunktionen der Stofftemperatur und des statischen Druckes.

Zur Berechnung der Koeffizienten für den turbulenten Austausch wurden Näherungsansätze von Szablewski [14] verwendet, die den turbulenten Austausch bei Einphasenströmungen mit dünner Unterschicht in Rohren bzw. Kanälen beschreiben und hierfür recht gut mit Meßwerten übereinstimmen.

$$A_\tau = \frac{\mu_t}{\rho} = (A_1 y)^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{y\mu}{A_2 \mu_1} \sqrt{\frac{\rho}{\mu} \cdot \frac{\partial u}{\partial y}}\right) \right]^2 \exp\left(-\frac{2y}{A_3 \delta_\tau}\right) \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad (12)$$

$$A_q = \frac{\lambda_t}{\rho c_p} = A_4 (A_1 y)^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{y\mu}{A_5 A_2 \mu_1} \sqrt{\frac{\rho}{\mu} \cdot \frac{\partial u}{\partial y}}\right) \right]^2 \exp\left(-\frac{2y}{A_6 \delta_T}\right) \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad (13)$$

Die Dichte des Wassers im flüssigen und gasförmigen Gebiet wurde in Form einer erweiterten Benedict-Webb-Rubin-Gleichung [15] als Zustandsfunktion bereitgestellt; die Dampfdruckgleichung wurde als Wertetabelle [16] erfaßt. Eine Zustandsgleichung in analytischer Form gewährleistet ausreichende Glattheit der partiellen Differentiale zur Berechnung der kalorischen Zustandsgrößen nach den Gesetzen der Thermodynamik realer Gase. Viskosität und Wärmeleitfähigkeit des Wassers wurden getrennt für siedende Flüssigkeit und gesamtes Dampfgebiet als analytische Funktionen bereitgestellt.

Der statische Druck ist infolge der Grenzschichtvereinfachungen nur eine Funktion von x . Er wurde mit Hilfe des Anfangsdruckes und des Druckgradienten berechnet. Der Druckgradient ergibt sich durch Integration der Impulsbilanzgleichung in y -Richtung.

$$\frac{dp}{dx} = \frac{2}{H} \int_0^{H/2} \left[-\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \int_0^y \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) dy - \rho g + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] dy \quad (14)$$

Die partiellen Differentialgleichungen 2. Ordnung vom parabolischen Typ, d. h. die Impuls- und die Energiebilanzgleichung, wurden mit der Kontinuitätsgleichung zusammengefaßt und unter der Annahme folgender Anfangs- und Randbedingungen gelöst: Vorgegeben wurden im Anfangsquerschnitt der Geschwindigkeitsverlauf (turbulentes Profil für u ; $v = 0$), der Druckverlauf und die Phasenverteilung, sowie an der beheizten Wand der Temperaturverlauf des Ersatzfluids ($T_W = \text{konst.}$). Der Temperaturverlauf im Anfangsquerschnitt wurde gleich dem Verlauf der Stofftemperatur gewählt und entspricht damit der Verdampfungstemperatur bei dem vorgegebenen statischen Druck. An den Wänden sind die Geschwindigkeitskomponenten infolge der Haftbedingung Null. An der wärmeisolierten Wand ist der Temperaturgradient gleich Null.

Die Berechnung der Phasenverteilung in Hauptströmungsrichtung erfolgte nach drei verschiedenen Varianten, die auch unterschiedliche Ergebnisse zur Folge hatten. Die geeignetste Variante müßte durch Vergleich mit Meßwerten herausgefunden werden. Bei den in diesem Bericht vorgestellten Ergebnissen ergibt sich der Phasenanteil aus der Energiebilanz am Strömungselement unter Zugrundelegung des stofflichen Gleichgewichtes zwischen den Phasen.

$$\xi'_{x+\Delta x} = \xi'_x - \frac{\Delta x}{\rho u (h'' - h')} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (15)$$

Kennzeichnender Parameter der Kühleigenschaften des Fluids ist der Wärmeübergangskoeffizient.

$$\alpha = \frac{-\lambda_W (\partial T / \partial y)_W}{T_W - T_{St_{min}}} \quad (16)$$

4. Ergebnisse

Im Bild 1 sind für ein Fluid (mit den Anfangsparametern Druck $p = 5 \text{ bar}$, durchschnittlicher Flüssigkeits-Massenanteil $\bar{\xi} = 30 \%$, Flüssigkeits-Massenanteil an der beheizten Wand $\xi'_W = 50 \%$) unten die Wärmestromdichte an der beheizten Wand \dot{q}_W für konstante Wandtemperaturen T_W aufgetragen; der gesamte Massenstrom beträgt $\dot{m} = 0,031 \text{ kg/s}$ (Kanalquerschnitt $H \cdot B = 3,1 \cdot 59,3 \text{ mm}^2$). Es zeigt sich: Höhere Wandtemperaturen haben höhere Wärmestromdichten zur Folge. Bei erhöhtem Wärmeübergang wird die Kühlkapazität des Fluids schneller verbraucht, was durch einen steileren

Abfall der Kurven zum Ausdruck kommt. — Für viele technische Belange ist es wichtiger, Ergebnisse für konstante Wärmestromdichten zu bekommen; die Verläufe sind im Bild 1 oben aufgetragen. Sie sind durch Interpolation der unteren Kurvenschar gefunden worden. Wollte man die Verläufe direkt berechnen, dann müßte zur Berechnung der Energiegleichung statt der Temperatur an der beheizten Wand die Wärmestromdichte als Randbedingung vorgegeben werden. Die gesamte Rechnung müßte dann in eine weitere Iterationsschleife eingebettet werden, und die Rechenzeit würde sich um die Zahl der notwendigen Iterationen vervielfachen. Zugunsten einer geringeren Rechenzeit wurde darauf verzichtet, obwohl die interpolierten Ergebnisse nur eine Näherung sein können.

Im Bild 2 sind weitere Parameter des gleichen Beispiels dargestellt: Die Wärmeleitfähigkeit an der beheizten Wand λ_W , die bei kleinen Flüssigkeits-Volumenanteilen etwa gleich der Dampfwärmeleitfähigkeit ist, steigt mit der Wandtemperatur an. Der Flüssigkeits-Volumenanteil

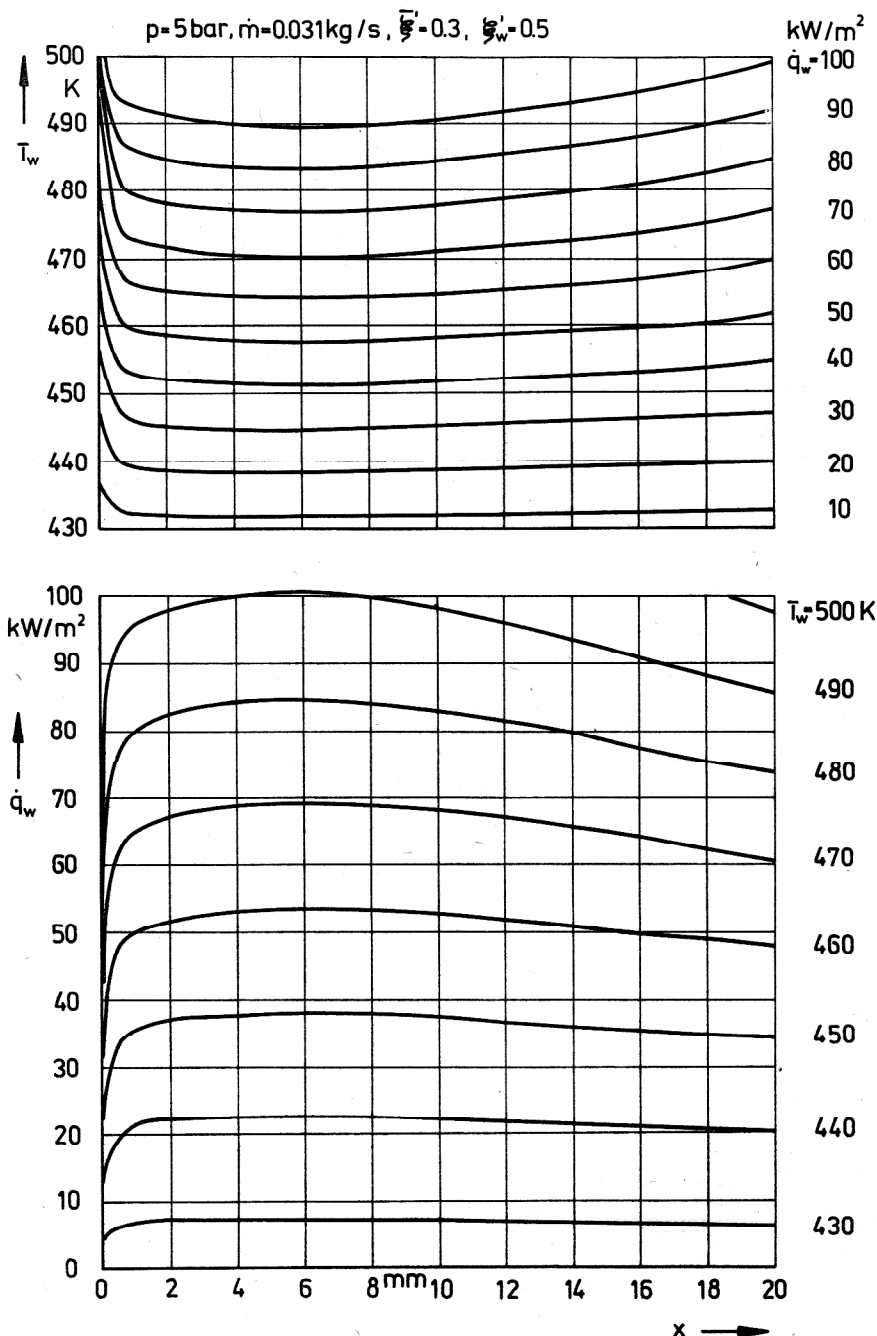


Bild 1
Wandtemperatur- und
Wärmestromdichteverlauf

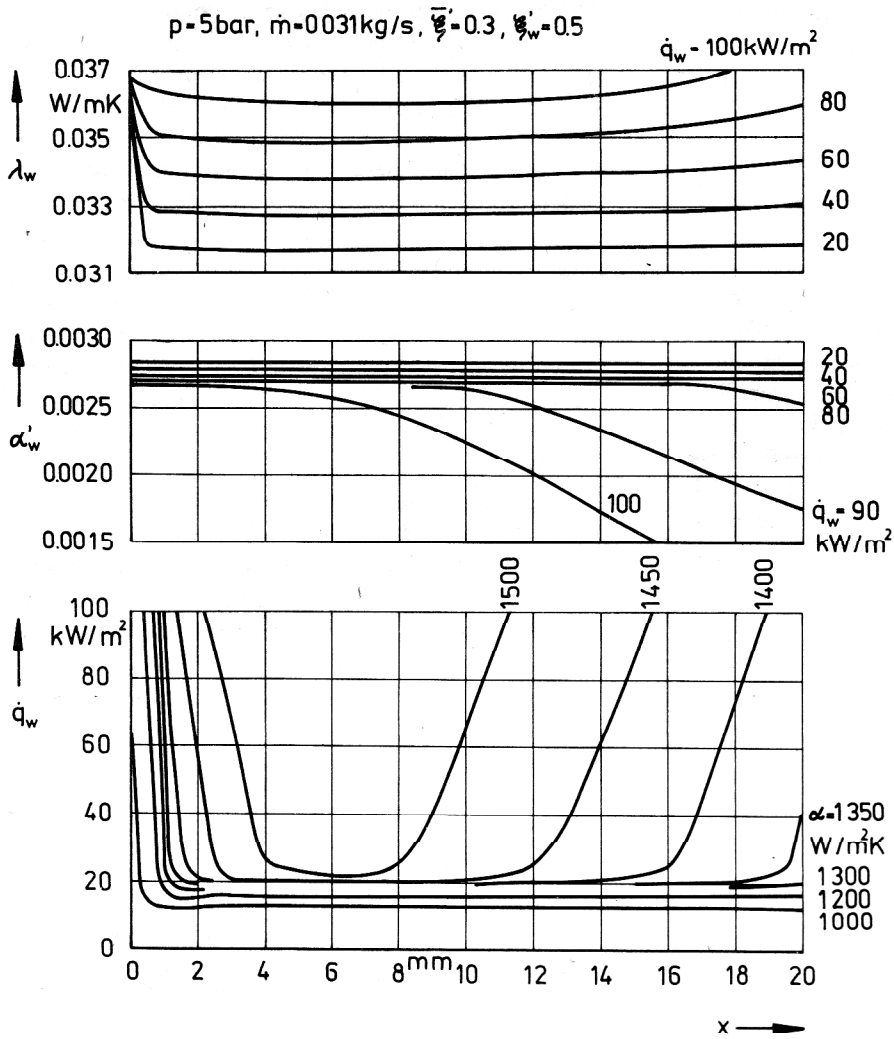
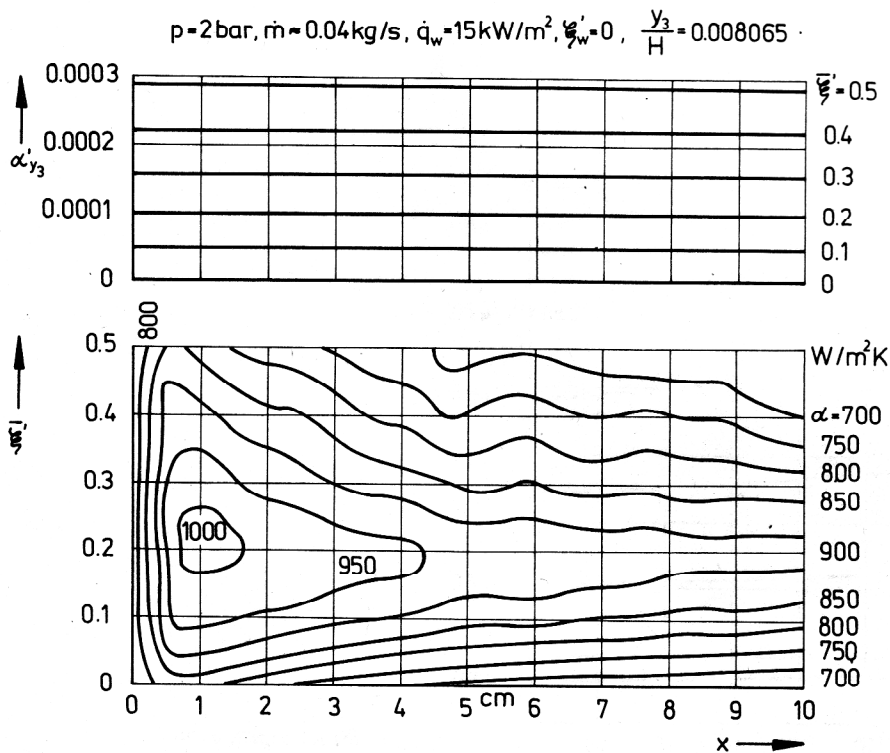


Bild 2
Zusammenhang zwischen Wärmeübergangskoeffizient, Wärmestromdichte, Phasenvolumenanteil und Wärmeleitfähigkeit über der Lauflänge

Bild 3
 $\alpha = f(\xi', x)$ bei konstantem Gesamtmassenstrom und kleiner Wärmestromdichte



an der beheizten Wand α'_w , der bei großen Wärmestromdichten infolge der Verdampfung rasch abfällt. Der Wärmeübergangskoeffizient α , der um so größer ist, je größer die Wärmestromdichte ist, der aber bei erhöhtem Wärmeübergang nach kurzer Lauflänge x bald wieder abfällt, denn die Kühlkapazität des Fluids verbraucht sich schneller.

Bild 3 veranschaulicht den Einfluß des anfänglichen durchschnittlichen Flüssigkeitsanteiles auf den Wärmeübergangskoeffizienten. Je größer $\bar{\xi}'$ ist, desto größer ist auch das Dichteniveau und desto kleiner ist das Geschwindigkeitsniveau bei gleichem Massenstrom. Größere Geschwindigkeiten bedingen auch größere Turbulenz und in der Regel verbesserten Wärmeübergang. Der maximale Wärmeübergangskoeffizient liegt jedoch nicht bei $\bar{\xi}' = 0$ mit höchstem Geschwindigkeitsniveau, sondern bei etwa 20 % Flüssigkeitsanteil. Hier zeigt sich der Vorteil der Zweiphasenkühlung, der durch höhere Wärmeleitfähigkeiten, höhere spezifische Wärmekapazitäten und durch die Ausnutzung der Verdampfungswärme bedingt ist. Bei größeren Flüssigkeitsanteilen ist der Wärmeübergang wieder schlechter, weil die Wandtemperatur

sehr schnell abfällt und die Kühlkapazität zu rasch verbraucht wird. Das Maximum des Wärmeübergangskoeffizienten kennzeichnet den optimalen Einsatz des Kühlfuids. Im Bild 3 oben ist der Verlauf des Flüssigkeitsvolumenanteils dargestellt. Man sieht, daß sich die Verdampfung im Beispiel nur ganz allmählich bemerkbar macht. Bei größerer Wärmestromdichte und sonst gleichen Parametern ist der Wärmeübergangskoeffizient größer. Sein Maximum liegt bei nur 10 % Flüssigkeitsanteil, weil sich die Kühlkapazität des Zweiphasenfluids noch schneller verbraucht (vgl. Bild 4).

Häufig bezieht man in der Literatur die eingespritzte Flüssigkeitsmenge auf den gleichen Dampfmassenstrom \dot{m}'' . Dann ändert sich die Strömungsgeschwindigkeit mit $\bar{\xi}'$ nur wenig. Optimale Kühlwirkung wird im dargestellten Beispiel erst bei $\bar{\xi}' = 45\%$ erreicht, weil das Geschwindigkeitsniveau mit $\bar{\xi}'$ leicht ansteigt. Bei großen Flüssigkeitsanteilen ist der Wärmeübergang aus den o. g. Gründen wieder schlechter (vgl. Bild 5). Bei größerer Wärmestromdichte (vgl. Bild 6) und sonst gleichen Parametern ist der Wärmeübergangskoeffizient wie schon bei konstantem Gesamtmassenstrom (Bilder 3 und

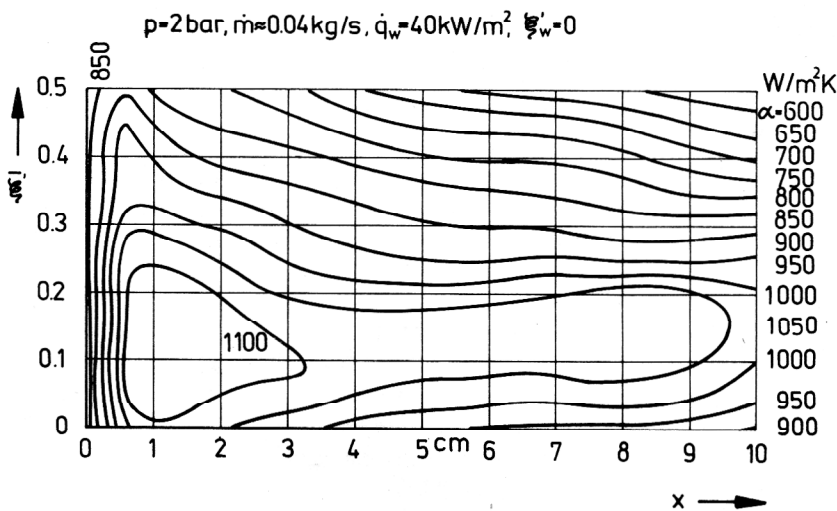
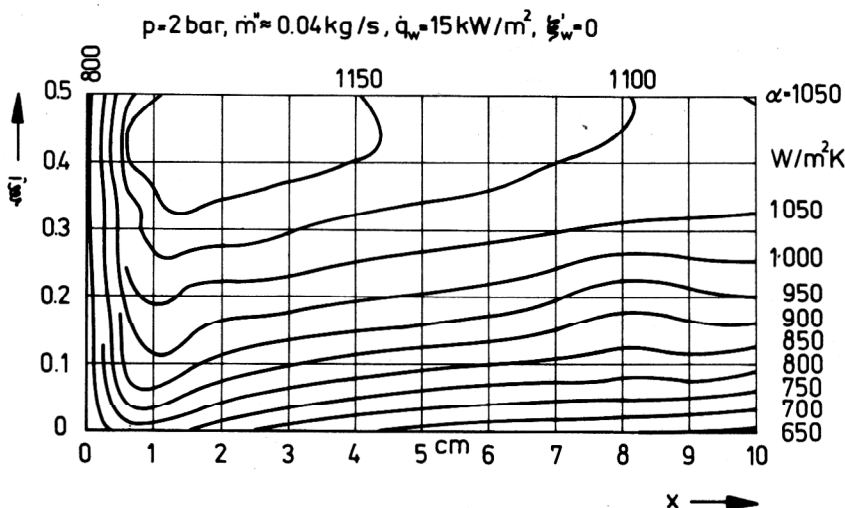


Bild 4
 $\alpha = f(\bar{\xi}', x)$ bei konstantem Gesamtmassenstrom und großer Wärmestromdichte

Bild 5
 $\alpha = f(\bar{\xi}', x)$ bei konstantem Dampfmassenstrom und kleiner Wärmestromdichte



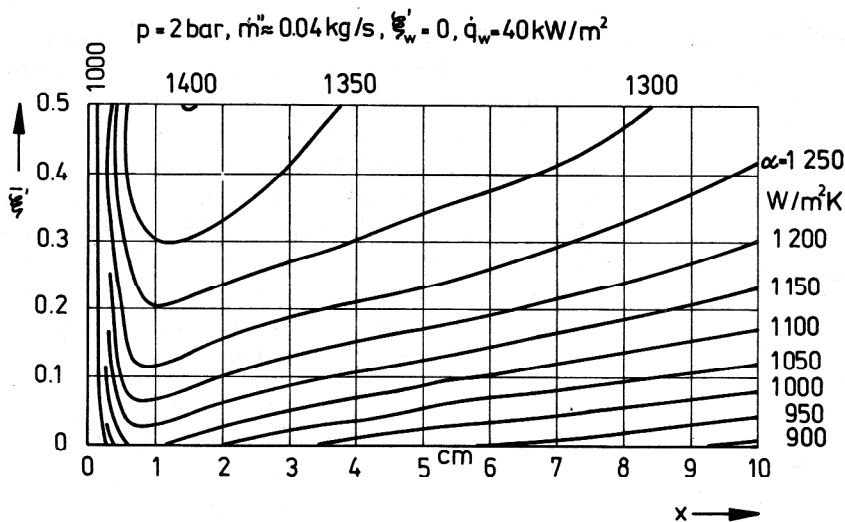


Bild 6
 $\alpha = f(\xi', x)$ bei konstantem Dampfmassenstrom und großer Wärmestromdichte

4) größer. Sein Maximum hat sich jedoch zu noch größeren ξ' -Werten (50 %) verschoben. Während bei konstantem Gesamtmassenstrom Geschwindigkeits- und Temperaturniveau gleichläufig mit kleiner werdenden ξ' -Werten ansteigen und somit den Wärmeübergang erhöhen, hat der u - und T -Verlauf bei konstantem Dampfmassenstrom gegenläufige Tendenz bei Änderung der ξ' -Werte. Das Geschwindigkeitsniveau fällt mit kleiner werdendem ξ' leicht ab; das Temperaturniveau erhöht sich wie oben bei geringerer Flüssigkeitseinspritzung. Die Verschiebung des maximalen Wärmeübergangs zu größeren ξ' -Werten zeigt den dominierenden Einfluß der Geschwindigkeit.

5. Zusammenfassung

Die wichtigste Einflußgröße bezüglich des Wärmeübergangs in einem Zweiphasenfluid ist die Phasenverteilung, vor allem in der Nähe der beheizten Wand. Die Verbesserung der Kühlwirkung eines Gases durch Flüssigkeitseinspritzung bestätigt sich auch in der theoretischen Rechnung. Das Maximum des Wärmeübergangs zeigt sich bei mittleren Werten des anfänglichen durchschnittlichen Flüssigkeitsanteils, weil hier die Kühlkapazität des Fluids durch optimales Geschwindigkeits- und Temperaturniveau am besten ausgenutzt wird.

Bezeichnungen

A	Koeffizient des turbulenten Austauschs [m^2/s]
B	Kanalbreite in z -Richtung [m]
c_p	spez. Wärmekapazität b. konst. Druck [kJ/kgK]
c_T	spez. Wärmekapazität b. konst. Temp. [m^3/kg]
g	Gravitationsbeschleunigung [m/s^2]
H	Kanalbreite in y -Richtung [m]
h	Enthalpie [kJ/kg]
\dot{m}	Massenstrom [kg/s]
p	Druck [bar]
\dot{q}	Wärmestromdichte [W/m^2]
T	Temperatur [K]
u	Geschwindigkeitskomp. in x -Richtung [m/s]
v	Geschwindigkeitskomp. in y -Richtung [m/s]
x	Koordinate [m]
y	Koordinate [m]
z	Koordinate [m]
α	Volumenanteil [-]
α	Wärmeübergangskoeffizient [$\text{W}/\text{m}^2 \text{K}$]
δ	Grenzschichtdicke [m]
λ	Wärmeleitfähigkeit [W/mK]
μ	dynamische Viskosität [kg/ms]
ξ	Massenanteil [-]
ρ	Dichte [kg/m^3]

Indizes

l	laminar
min	minimal
p	isobar
q	Wärme-
St	Stoff-
T	isotherm
t	turbulent
W	beheizte Wand
τ	Impuls-
'	Flüssigkeit
"	Dampf
-	durchschnittlich

LITERATUR

- [1] Pratt, H. R. C., Thornton, J. D.: in Proceedings of the Second United Nations. – International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva, United Nations 7 (1958). Idem. British Patent Application 15130/57.
- [2] Silvestri, M., Finzi, S., Roseo, L., Schiavon, M., Zavattarelli, Z.: in Proceedings of the Second United Nations. – International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva, United Nations 7 (1958). Idem. British Patent Application 151 30/57.
- [3] Perroud, P., Harpe, A. de la: Comptes Rendus des Seances de L'Academie des Sciences, 249 (1959), 2503, 2728.
- [4] Bennett, J. A. R., Collier, J. G., Pratt, H. R. C., Thornton, J. D.: Heat Transfer to Two-phase Gas-liquid Systems. – Part I: Steam-water Mixtures in the Liquid-dispersed Region in an Annulus, Trans. Inst. Chem. Engin. 39 (1961) No. 2, p. 113 – 126.
- [5] Miropolskij, Z. L.: Teplootdaca pri plenocnom kipenii parovodjanoj smesi v parogenerirujuscich trubach, Teploenergetika 10 (1963) 5, S. 49 – 52.
- [6] Kudirka, A. A.: Two-phase Convective Heat Transfer, Chem. and Process Eng. 47 (1966) No. 11, p. 43 – 45. 64.
- [7] Huhn, J., Wolf, J.: Zweiphasenströmung gasförmig/flüssig, VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1975.
- [8] Walczyk, H.: Enhancement of Heat Transfer in Finned Tube Heat Exchangers by Water Injection to Air Stream. – Fourth International Summer School Modelling Heat and Mass Transfer Processes and Chemical Reactors, Varna/Bulgaria May 1982.
- [9] Bauerfeind, K.: Berechnung von Wärmeübergangskoeffizienten einer verdampfenden Zweiphasen-Kanalströmung, Diss. TU Dresden 1980.
- [10] Ishii, M.: Thermo-fluid Dynamic Theory of Two-phase Flow, Eyrolles, Paris 1975.
- [11] Schlichting, H.: Grenzschicht-Theorie, Verlag G. Braun, Karlsruhe 1965.
- [12] Walz, A.: Strömungs- und Temperaturgrenzschichten, Verlag G. Braun, Karlsruhe 1965.
- [13] Rohacsnó, W. M., Choi, H. Y.: Heat-, Mass- and Momentumtransfer, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs / N. J. 1961.
- [14] Szablowski, W.: Turbulente Scherströmungen, Akademie-Verlag, Berlin 1976.
- [15] Morsy, T. E.: Eine neue Zustandsgleichung für Trifluormethan (R 23), Kältetechnik 17 (1965), S. 272 – 275.
- [16] Landolt-Börnstein: Zahlenwerte und Funktionen, Bd. 4, 4. Teil, 6. Aufl., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1967.

Anschrift des Verfassers:

Dr.-Ing. K. Bauerfeind
Akademie der Wissenschaften der DDR
Institut für Mechanik
1199 Berlin
Rudower Chaussee 5