

Rheologische Untersuchungen fester Stoffe mit Dehnungsratenwechselversuchen

Peter Grau, Gunnar Berg, E.-Joachim Gießmann

1. Einleitung

Die analytische Beschreibung des zeitabhängigen Spannungs-Dehnungs-Verhaltens fester Stoffe bei Verformungsversuchen erfolgt vorteilhaft mittels rheologischer Methoden [1] bis [3]. Die Rheologie simuliert das zeitabhängige Verformungsverhalten realer Festkörper durch die Kombination von drei Grundelementen, die jedes für sich ideales elastisches, viskoses bzw. plastisches Materialverhalten repräsentieren. Das wesentliche Kriterium für ein richtig gewähltes rheologisches Modell ist die Unabhängigkeit der Modellparameter von den für den Verformungsversuch vorgegebenen Beanspruchungsbedingungen [4]. Wegen der Einfachheit der Versuchsführung werden als Beanspruchungsbedingungen für rheologische Untersuchungen bevorzugt Spannungsrelaxations- und Dehnungsretardationsuntersuchungen (Kriechen) eingesetzt. In der vorliegenden Arbeit soll für den in der Literatur am häufigsten beschriebenen Spannungsrelaxationsversuch gezeigt werden, daß dieser schon bei einfachen Dreielementkörpern keine vollständige Bestimmung der drei unabhängigen Modellparameter erlaubt. Dieser Nachteil kann durch den Einsatz des Geschwindigkeitswechselversuches vermieden werden. Dieser gehört wie der Spannungsrelaxationsversuch zur Klasse der Dehnungsratenwechselversuche.

Der Unterschied beider ist durch die Art der Änderung der Verformungsgeschwindigkeit gegeben, die beim Spannungsrelaxationsversuch kontinuierlich abnimmt, während sie beim Geschwindigkeitswechselversuch sprunghaft geändert wird.

2. Grundlagen des Aufbaus rheologischer Modellkörper

Für die Formulierung der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen wird gewöhnlich von den technischen Definitionen der Spannung $\sigma = F/A_0$ und Dehnung $\epsilon = \Delta l/l_0$ ausgegangen, indem die an eine Probe angreifende Kraft F auf die Querschnittsfläche A_0 der unbelasteten Probe und die Verlängerung Δl auf deren Ausgangslänge l_0 bezogen wird. Desweiteren sei ohne Einschränkung der Allgemeinheit vorausgesetzt, daß die Kraft senkrecht zur Probenoberfläche angreift, daß es sich also um Normalbeanspruchungen handelt.

Zur Darstellung des elastischen Verhaltens wird der Hookesche Körper H eingeführt, der durch eine Feder repräsentiert wird (Bild 1, oben links), deren Spannungs-Dehnungs-Beziehung durch das Hookesche Gesetz als linear und zeitunabhängig vorausgesetzt wird:

$$\sigma = E \epsilon \quad (1)$$

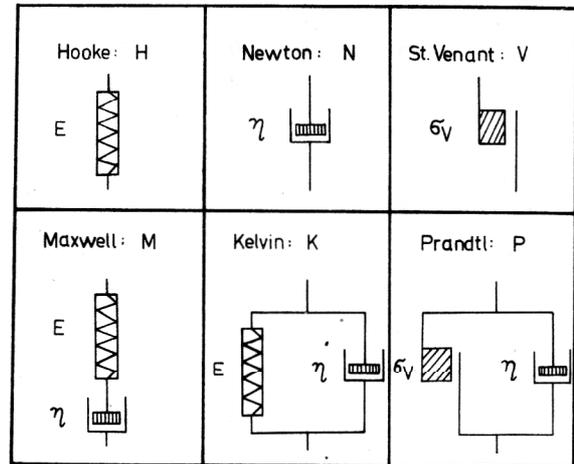


Bild 1

Der Gültigkeitsbereich des Hookeschen Gesetzes beschränkt sich auf kleine Dehnungen.

Die Zeitabhängigkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen wird in der Rheologie durch das viskose Grundelement, den Newtonschen Körper N , eingeführt (Bild 1, oben Mitte), dessen Dehnungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}$ proportional zur Spannung σ ist:

$$\sigma = \eta \dot{\epsilon} \quad (2)$$

Proportionalitätsfaktor ist der Viskositätskoeffizient η .

Das plastische Verhalten repräsentiert der St.-Venant-Körper V (Bild 1, oben rechts), der durch einen Schwellenwert σ_V für die Spannung gekennzeichnet ist, bei dem die zeitabhängige Verformung des Stoffes einsetzt und mit konstanter Spannung aufrechterhalten wird. Unterhalb σ_V ist der St.-Venant-Körper unverformbar

$$\epsilon = \begin{cases} 0 & , \sigma < \sigma_V \\ \epsilon(t) & , \sigma \geq \sigma_V \end{cases} \quad (3)$$

Durch Kopplung der Grundkörper kann das Materialverhalten von Stoffen dargestellt werden, deren Spannungs-Dehnungs-Beziehung nicht idealisiert durch eine der Materialgleichungen (1) bis (3) einzeln beschrieben werden kann. Die Kopplung erfolgt entweder durch Anordnung in Serie oder durch Parallelschaltung. Im ersten Fall stehen alle Grundkörper unter der gleichen Teilspannung σ_i , die identisch mit der Gesamtspannung σ ist, während sich die Teildehnungen ϵ_i zur Gesamtdehnung ϵ addieren:

$$\epsilon = \sum \epsilon_i \quad , \quad \sigma = \sigma_i \quad (4)$$

Parallele Anordnung der Einzelkörper erzwingt für jeden die gleiche Teildehnung ϵ_i , wobei sich aber die Teilspannungen σ_i zur Gesamtspannung σ addieren:

$$\sigma = \sum \sigma_i, \quad \epsilon = \epsilon_i \quad (5)$$

Unter der Voraussetzung der Stetigkeit der Materialgesetze gelten die Additionsvorschriften auch für deren zeitliche Ableitungen:

$$\dot{\epsilon} = \sum \dot{\epsilon}_i, \quad \dot{\sigma} = \sum \dot{\sigma}_i \quad (6)$$

Im folgenden werden die Differentialgleichungen für das Spannungs-Dehnungs-Zeitverhalten einfacher Mehrelementkörper abgeleitet.

3. Zwei- und Dreielementkörper

Zweielementkörper repräsentieren bei alleiniger Verwendung des Hookeschen und Newtonschen Grundkörpers das rein viskoelastische Materialverhalten. Darauf soll hier zunächst eingegangen werden, ehe auch der St.-Venant-Körper für die Beschreibung des plastischen Materialverhaltens berücksichtigt wird.

Bei Kopplung eines Hookeschen und eines Newtonschen Grundkörpers in Serie entsteht der Maxwell-Körper M (Bild 1, unten links), für den nach Addition der Dehnungsgeschwindigkeiten gilt

$$\dot{\epsilon} = \dot{\sigma}/E + \sigma/\eta \quad (7)$$

Der Kelvin-Körper K wird durch Parallelschaltung der beiden Grundkörper erhalten (Bild 1, unten Mitte), wobei in diesem Fall die Teilspannungen zu addieren sind:

$$\sigma = E \epsilon + \eta \dot{\epsilon} \quad (8)$$

Aus den viskoelastischen Zweielementkörpern werden durch Hinzufügen eines zweiten viskosen Grundkörpers die verschiedenen Dreielementkörper für das viskoelastische Materialverhalten gebildet. Bei Verwendung eines zweiten Newtonschen Körpers führt dies zur Darstellung der viskoelastischen Eigenschaften von Flüssigkeiten durch den Jeffreys- und Lethersich-Körper (Bild 2, unten), die in [4] behandelt werden. Viskoelastische Feststoffe erfordern die Verwendung eines zweiten Hookeschen Federelementes, wodurch der viskoelastische Standardkörper erhalten wird, der in der Literatur allgemein als Poynting-Thompson-Modell oder Zener-Modell bezeichnet wird. Beim Maxwell-Typ Z_M des Zener-Modells wird die Hookesche Feder H_2 parallel zum Maxwell-Körper angeordnet (Bild 2, oben links). Die Feder nimmt die Teilspannung $\sigma_H = E_2 \epsilon$ auf, wodurch von der Gesamtspannung σ am Maxwell-Körper nur die Teilspannung $\sigma_M = \sigma - E_2 \epsilon$ wirksam wird.

Einsetzen von σ_M für σ in Gl. (7) ergibt die Differentialgleichung für den Z_M -Körper:

$$\sigma + \frac{\eta}{E_1} \dot{\sigma} = E_2 \epsilon + \frac{E_1 + E_2}{E_1} \eta \dot{\epsilon} \quad (9)$$

Der Kelvin-Typ Z_K des Zener-Modells wird durch Hintereinanderschaltung der zweiten Hookeschen Feder H_2 mit dem Kelvin-Körper gewonnen (Bild 2, oben rechts).

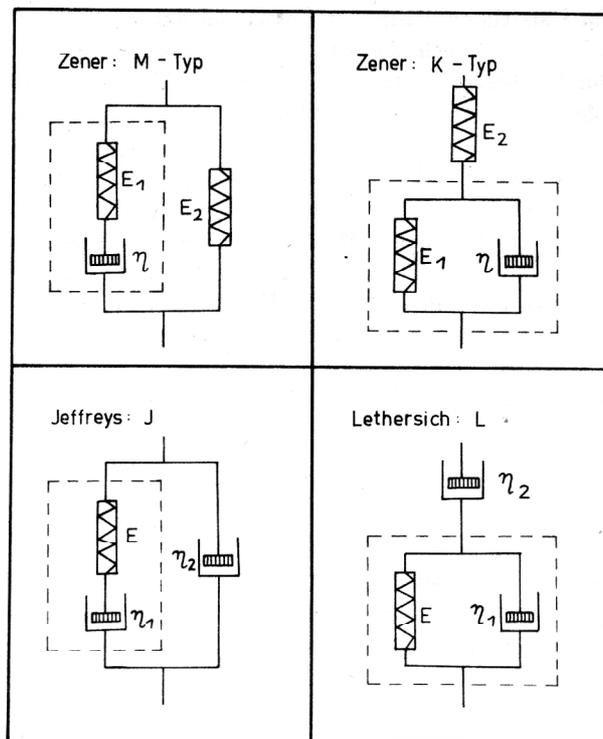


Bild 2

Da die Feder H_2 um $\epsilon_H = \sigma/E_2$ gedehnt ist, bleibt für den Kelvin-Körper als Anteil von der Gesamtdehnung ϵ die Teildehnung $\epsilon_K = \epsilon - \sigma/E_2$.

Die Differentialgleichung des Z_K -Körpers folgt aus Gl. (8) durch Einsetzen von ϵ_K für ϵ :

$$\sigma + \frac{\eta}{E_1 + E_2} \dot{\sigma} = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \epsilon + \frac{E_2}{E_1 + E_2} \eta \dot{\epsilon} \quad (10)$$

Die Differentialgleichung für das Spannungs-Dehnungs-Zeitverhalten der viskoelastischen Modellkörper hat die allgemeine Form

$$\sigma + A_1 \dot{\sigma} = B_0 \epsilon + B_1 \dot{\epsilon} \quad (11)$$

Die drei Koeffizienten A_1 , B_0 und B_1 sind Kombinationen aus den Materialparametern E_i und η_i . Durch Koeffizientenvergleich folgt für die behandelten Körper Tabelle 1. Aus ihr ist auch ersichtlich, daß die jeweiligen Typen der viskoelastischen Standardkörper den Maxwell-Körper für $E_2 = 0$ bzw. den Kelvin-Körper für $E_2 = \infty$ als Spezialfall enthalten.

Tabelle 1
Bedeutung der in Gl. (11) enthaltenen Koeffizienten für einige wichtige viskoelastische Modellkörper

Modellkörper	A_1	B_0	B_1
Zener M-Typ Z_M	η/E_1	E_2	$(E_1 + E_2)\eta/E_1$
Zener K-Typ Z_K	$\eta/(E_1 + E_2)$	$E_1 E_2/(E_1 + E_2)$	$E_2 \eta/(E_1 + E_2)$
Maxwell M	η/E	0	η
Kelvin K	0	E	η

Zur Darstellung plastischer Anteile am Verformungsprozeß ist zusätzlich der St.-Venant-Körper einzusetzen. Durch Parallelschaltung mit einer Hookeschen Feder folgt der Prandtl-Körper (Bild 1, unten rechts), für den die Spannungen zu addieren sind. Die Kopplung des Prandtl-Körpers mit einem Newtonschen Element in Serienanordnung liefert jedoch nur ein dem Maxwell-Körper sehr ähnliches Materialverhalten. Sinnvoller ist die Einführung des N-Typs des Prandtl-Körpers durch Parallelanordnung des St.-Venant-Körpers mit einem Newton-Element und dessen Serienkopplung mit einer Hookeschen Feder, was als linearer Bingham-Körper bezeichnet wird. Für den N-Typ des Prandtl-Körpers gilt nach Addition der Spannungen:

$$\sigma = \sigma_V + \eta \dot{\epsilon} \quad , \quad \sigma \geq \sigma_V \quad (12)$$

Die Dehnung der Feder des Bingham-Körpers beträgt $\epsilon_H = \sigma/E$, so daß in Gl. (12) für ϵ die Teildehnung $\epsilon_p = \epsilon - \sigma/E$ einzusetzen ist und damit für den linearen Bingham-Körper folgt

$$\sigma + \frac{\eta}{E} \dot{\sigma} = \sigma_V + \eta \dot{\epsilon} \quad , \quad \sigma \geq \sigma_V \quad (13)$$

Bis auf die additive Konstante σ_V , die nur einer Transformation des Zeitnullpunktes nach $\sigma = \sigma_V$ entspricht, ist auch diese Differentialgleichung für viskoelastisch plastisches Materialverhalten in der allgemeinen Gl. (11) mit enthalten.

Für den Bingham-Körper wird neben der linearen Form eine nichtlineare Variante verwendet, indem vom linearen Ansatz Gl. (2) für das Newtonsche Element auf den Arrhenius-Ansatz übergegangen wird

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_c \exp(V\sigma/kT) \quad (14)$$

Dieser Ansatz enthält neben der Boltzmannkonstante k und der Temperatur T mit $\dot{\epsilon}_c$ und V zwei Materialkonstanten statt nur einer wie im linearen Fall. Bereits diese Tatsache läßt eine bessere Anpassung an experimentelle Ergebnisse erwarten. Die Bedeutung der Konstanten folgt aus der Ralentheorie der thermisch aktivierten Bewegung von mikroskopischen Strukturelementen im Gradienten eines mechanischen Spannungsfeldes [5]. Der Vorfaktor $\dot{\epsilon}_c$ ist wesentlich durch die Zahl der beweglichen Struktureinheiten bestimmt, während das Aktivierungsvolumen V ein Maß für die geometrische Ausdehnung derjenigen mikroskopischen Objekte darstellt, die die Bewegung der Struktureinheiten kontrollieren.

Die Differentialgleichung des nichtlinearen Bingham-Körpers lautet:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_c \exp[V(\sigma - \sigma_V)/kT] - \dot{\sigma}/E, \quad \sigma \geq \sigma_V \quad (15)$$

4. Spannungsrelaxation

Der Spannungsrelaxationsversuch ist definiert durch die Vorgabe eines Dehnungswertes ϵ_0 als Sprungfunktion zur Zeit $t = 0$, der von einem Spannungssprung auf den Wert σ_0 begleitet ist. Für $t > 0$ wird die Abnahme der Spannung $\sigma(t)$ auf den Wert σ_∞ bei festgehaltener Deh-

nung $\epsilon_0 = \text{const.}$ verfolgt. Das liefert die Dehnungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon} = 0$ und führt zu einer Reduktion der allgemeinen Differentialgleichung (11) auf drei Terme, so daß z. B. für viskoelastische Stoffe die Materialkonstante B_1 im Relaxationsversuch prinzipiell nicht bestimmt werden kann. Dies ist ein grundsätzlicher Nachteil des Relaxationsversuches, der in der Literatur vielfach übersehen wird. In der für Relaxationsversuche typischen Schreibweise lautet die Differentialgleichung für die hier behandelten viskoelastischen plastischen Modellkörper mit Ausnahme des nichtlinearen Bingham-Körpers

$$\sigma + \tau_R \dot{\sigma} = \sigma_\infty \quad (16)$$

Dabei ist die Relaxationszeit τ_R identisch mit der Materialkonstante A_1 und der Spannungswert σ_∞ nimmt für die verschiedenen Modellkörper folgende Werte an:

$$\tau_R = A_1; \quad \sigma_\infty = \begin{cases} \sigma_0 & \text{für K-Körper} \\ B_0 \epsilon_0 & \text{für } Z_M\text{- und } Z_K\text{-Körper} \\ \sigma_V & \text{für B-Körper, } \sigma \geq \sigma_V \end{cases} \quad (16a)$$

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (16) lautet:

$$\sigma(t) = (\sigma_0 - \sigma_\infty) \exp(-t/\tau_R) + \sigma_\infty \quad (17)$$

Für den nichtlinearen Bingham-Körper ergibt sich als Lösung für die relaxierende Spannung

$$\sigma(t) = \sigma_0 - \frac{kT}{V} \ln\left(1 + \frac{t}{c}\right) \quad (18)$$

$$\text{mit } c = \left\{ E \dot{\epsilon}_0 \frac{V}{kT} \exp\left[\frac{V}{kT} (\sigma_0 - \sigma_V)\right] \right\}^{-1}$$

Die weitgehende Übereinstimmung der durch die Gln. (17) und (18) gegebenen funktionalen Verläufe der relaxierenden Spannung ist aus einer Potenzreihenentwicklung der exp- und ln-Funktion zu erkennen. In [4] wurde explizit an einem numerischen Beispiel gezeigt, daß der durch Gl. (17) gegebene Spannungs-Zeit-Verlauf bis zu einer Abnahme der relaxierenden Spannung auf 0,1 σ_0 im Rahmen der Meßgenauigkeit durch Gl. (18) dargestellt werden kann. Es ergibt sich somit für rheologische Untersuchungen mit dem Spannungsrelaxationsversuch die schwerwiegende Problematik, daß keine Entscheidung darüber getroffen werden kann, durch welchen der hier behandelten Zwei- bzw. Dreielementkörper das Materialverhalten fester Stoffe darzustellen ist. Einzig der Kelvin-Körper zeigt ein spezifisches Verhalten, da dessen Relaxationsvermögen entsprechend Gl. (16a) wegen $\sigma_\infty = \sigma_0$ Null ist. Alle anderen Modellkörper haben ein endliches Relaxationsvermögen $(\sigma_0 - \sigma_\infty) > 0$. Diese Gleichwertigkeit der Modellkörper im Relaxationsversuch (und auch im Kriechversuch [4]) ist ursächlich damit verbunden, daß durch die Versuchsbedingungen der Spannungsrelaxation ein Materialparameter unbestimmt bleibt. Dieser Nachteil kann bei der Durchführung von Geschwindigkeitswechsellversuchen vermieden werden, die im folgenden behandelt werden sollen.

5. Geschwindigkeitswechselversuche

Geschwindigkeitswechselversuche werden bisher bevorzugt für die Untersuchung der Dehnungsratenempfindlichkeit kristalliner plastischer Werkstoffe eingesetzt, weil sie in diesem Fall im Gegensatz zum Relaxationsversuch zu praktisch auswertbaren Ergebnissen führen. Dies soll hier zunächst am Beispiel des linearen und nichtlinearen Bingham-Körpers verdeutlicht werden.

Geschwindigkeitswechselversuche basieren auf Verformungsversuchen mit konstanter Dehnungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_i$ für die Probe, wodurch folgende Versuchsparameter festgelegt sind:

$$\epsilon = \dot{\epsilon}_i t; \quad \dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_i = \text{const.}, \quad \ddot{\epsilon} = 0 \quad (19)$$

Damit lautet die Differentialgleichung (13) für den linearen Bingham-Körper:

$$\dot{\sigma} + \frac{\sigma - \sigma_V}{\tau_R} = E \dot{\epsilon}_i \quad (20)$$

wobei die Relaxationszeit $\tau_R = \eta/E$ analog zum Relaxationsexperiment eingeführt wurde. Durch Integration und mit der Anfangsbedingung $\sigma(t=0) = \sigma_V$ folgt für die Zeitabhängigkeit der Gesamtspannung $\sigma(t)$:

$$\sigma(t) = \sigma_V + E \tau_R \dot{\epsilon}_i (1 - e^{-t/\tau_R}) \quad (21)$$

Wegen der Fließbedingung $\sigma \geq \sigma_V$ setzt die Fließspannung ($\sigma - \sigma_V$) notwendigerweise bei $\sigma(t=0) = \sigma_V$ ein. Desweiteren ist bei $t=0$ die Zunahme von σ allein durch die elastischen Eigenschaften des Bingham-Körpers bestimmt

$$\dot{\sigma}_0 = E \dot{\epsilon}_i \quad (22a)$$

während bei $t = \infty$ die Fließspannung den konstanten Endwert σ_∞ erreicht

$$\sigma_\infty = E \tau_R \dot{\epsilon}_i = \dot{\sigma}_0 \tau_R \quad (22b)$$

Durch die drei experimentell bestimmbaren Kenngrößen σ_V , $\dot{\sigma}_0$ und σ_∞ sind die drei Materialparameter σ_V , E und τ_R des linearen Bingham-Körpers aus einem Versuch mit konstanter Verformungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_i$ vollständig bestimmt.

Wie aus den Gl. (22 a) und (22 b) abzulesen ist, nehmen die Kenngrößen $\dot{\sigma}_0$ und σ_∞ linear mit $\dot{\epsilon}_i$ zu. Dies führt zu dem in Bild 3 (oben) schematisch dargestellten Kurvenverlauf für die beiden Geschwindigkeiten $\dot{\epsilon}_1$ und $\dot{\epsilon}_2 > \dot{\epsilon}_1$. Ein Wechsel der Verformungsgeschwindigkeit von $\dot{\epsilon}_1$ auf $\dot{\epsilon}_2$ (im Bild 3 Punkt A) ist nur eine Möglichkeit, die Modellparameter zu bestimmen, weil der Anfangsanstieg wieder durch Gl. (22 a) gegeben ist und die Spannungszunahme $\Delta\sigma$ proportional zur Geschwindigkeitsdifferenz erfolgt, wenn der Wechsel nach Erreichen von $\sigma = \sigma_\infty$ bei der Geschwindigkeit $\dot{\epsilon}_1$ erfolgte

$$\Delta\sigma_\infty = E \tau_R (\dot{\epsilon}_2 - \dot{\epsilon}_1) \quad (23)$$

Der Wechsel der Verformungsgeschwindigkeit kann mehrmals hintereinander durchgeführt werden, sollte dabei aber immer erst nach Erreichen des Sättigungswertes

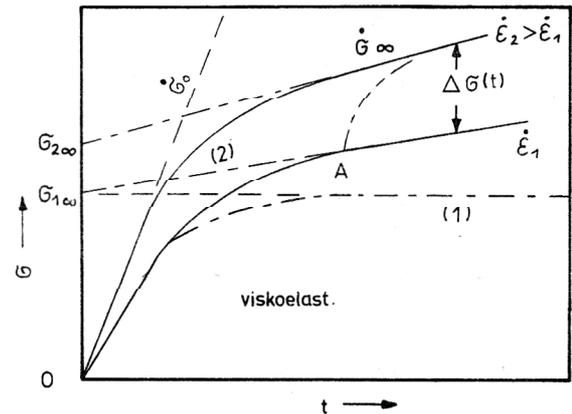
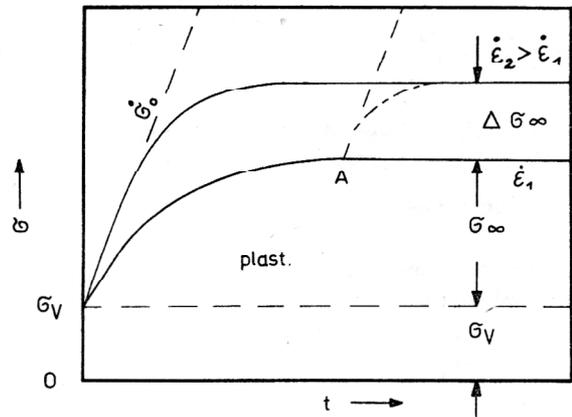


Bild 3

tes σ_∞ vorgenommen werden, d. h. unter Einhaltung der Bedingung

$$\Delta t \geq \tau_R \text{ bzw. } \Delta \epsilon \geq \tau_R \dot{\epsilon}_i$$

Für den nichtlinearen Bingham-Körper ist bei konstanter Dehnungsgeschwindigkeit die folgende Differentialgleichung zu integrieren:

$$\dot{\sigma} + \dot{\epsilon}_c E \exp \left[\frac{V}{kT} (\sigma - \sigma_V) \right] = E \dot{\epsilon}_i \quad (24)$$

Mit der Anfangsbedingung $\sigma(t=0) = \sigma_V$ wird für die Fließspannung $\sigma(t)$ erhalten [6]

$$\sigma(t) = \sigma_V - \frac{kT}{V} \ln \left\{ \left(1 - \frac{\dot{\epsilon}_c}{\dot{\epsilon}_i} \right) \exp \frac{-V}{kT} E \dot{\epsilon}_i t + \frac{\dot{\epsilon}_c}{\dot{\epsilon}_i} \right\} \quad (25)$$

Auch hierbei ist eine Ermittlung der Materialparameter aus dem Anfangsanstieg $\dot{\sigma}_0$

$$\dot{\sigma}_0 = E (\dot{\epsilon}_i - \dot{\epsilon}_c) \quad (26a)$$

und dem Sättigungswert σ_∞ der Fließspannung ($\sigma - \sigma_V$) möglich:

$$\sigma_\infty = \frac{kT}{V} \ln \frac{\dot{\epsilon}_i}{\dot{\epsilon}_c} \quad (26b)$$

Diese Kenngrößen enthalten aber im Unterschied zum linearen Bingham-Körper noch den unbekanntem Materialparameter $\dot{\epsilon}_c$, der als Vorfaktor in den Ansatz für die nichtlineare Viskosität eingeht. Hier ist der Geschwindigkeitswechselversuch eine hilfreiche zusätzliche Versuchsvariante, um aus dem Spannungszuwachs

$$\Delta \sigma_{\infty} = \frac{kT}{V} \ln \frac{\dot{\epsilon}_2}{\dot{\epsilon}_1} \quad (27)$$

den Materialparameter Aktivierungsvolumen V auch ohne Kenntnis des Vorfaktors $\dot{\epsilon}_0$ zu erhalten.

Für den nichtlinearen Bingham-Körper hängen σ_{∞} und $\Delta \sigma_{\infty}$ logarithmisch von der Geschwindigkeit ab. Dies ist ursächlich mit dem Exponentialansatz für die Verformungsgeschwindigkeit verbunden und gibt die Möglichkeit zur eindeutigen Unterscheidung des Materialverhaltens nach dem linearen oder nichtlinearen Bingham-Körper.

Zur Untersuchung des Verhaltens von viskoelastischen Feststoffen bei Geschwindigkeitswechselversuchen wird von der allgemeinen Differentialgleichung (11) ausgegangen. Unter den Bedingungen konstanter Verformungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_i = \text{const.}$ lautet die Differentialgleichung

$$\dot{\sigma} + \frac{\sigma}{A_1} = \frac{B_0}{A_1} \dot{\epsilon}_i t + \frac{B_1}{A_1} \dot{\epsilon}_i \quad (28)$$

Die Integration liefert hier mit der Anfangsbedingung $\sigma(t=0) = 0$ für die Fließspannung $\sigma(t)$:

$$\sigma(t) = (B_1 - B_0 A_1) \dot{\epsilon}_i (1 - e^{-t/A_1}) + B_0 \dot{\epsilon}_i t \quad (29)$$

Die Lösung besteht aus einem exponentiellen und einem linearen Term. Durch den linearen Term ist für viskoelastische Modellkörper ein grundsätzlicher Unterschied zu den plastischen Modellkörpern gegeben, indem kein konstanter Sättigungswert σ_{∞} bei $t = \infty$ erreicht wird.

Es kann aber ein dem Sättigungswert analoger Wert $\sigma_{1\infty}$ bestimmt werden, der durch Elimination des linearen Terms für $t \gg \tau_R = A_1$ berechnet wird

$$\sigma_{1\infty} = (B_1 - B_0 A_1) \dot{\epsilon}_i \quad (30a)$$

Er kann, wie in der schematischen Darstellung Bild 3 (unten) gezeigt ist, durch Extrapolation des linearen Anteils auf $t = 0$ gewonnen werden. Die weiteren Bestimmungsgrößen zur Ermittlung der Modellparameter A_1 , B_0 und B_1 sind der Anfangsanstieg $\dot{\sigma}_0$:

$$\dot{\sigma}_0 = \frac{B_1}{A_1} \dot{\epsilon}_i \quad (30b)$$

und der lineare Anstieg $\dot{\sigma}_{\infty}$ nach Abklingen des exponentiellen Anteiles ($t \gg \tau_R$):

$$\dot{\sigma}_{\infty} = B_0 \dot{\epsilon}_i \quad (30c)$$

Für den M-Typ des viskoelastischen Standardkörpers ist die Bedeutung der Bestimmungsgrößen in der Tabelle 2 erfaßt. Diese sind bei Registrierung der Spannung gegen die Zeit von der Verformungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_i$ der Probe jeweils linear abhängig, wie dies für lineare Modellkörper zu erwarten ist. Bei Registrierung gegen die wahre Probendehnung ($\sigma = f(\epsilon)$) sind die Anstiege $d\sigma/d\epsilon$ bei $t = 0$ bzw. $t = \infty$ den elastischen Konstanten direkt proportional.

Geschwindigkeitswechselversuche an viskoelastischen Stoffen sind nicht so einfach auswertbar, wie bei plasti-

Tabelle 2

Bestimmungsgrößen für viskoelastische Stoffe bei Versuchen mit konstanter Verformungsgeschwindigkeit

	$\dot{\sigma}_0$	$\dot{\sigma}_{\infty}$	$\sigma_{1\infty}$
Allgemein	$\frac{B_1}{A_1} \dot{\epsilon}_i$	$B_0 \dot{\epsilon}_i$	$(B_1 - B_0 A_1) \dot{\epsilon}_i$
Zener M-Typ	$(E_1 + E_2) \dot{\epsilon}_i$	$E_2 \dot{\epsilon}_i$	$E_1 \tau_R \dot{\epsilon}_i$

schen Stoffen. Wegen des linearen Termes, dessen Anstieg $\dot{\sigma}_{\infty}$ selbst von der Geschwindigkeit abhängig ist, ist auch die Spannungsdifferenz eine Funktion der Zeit und damit von der Wahl des Wechsellpunktes A abhängig:

$$\Delta \sigma(t) = (\sigma_{2\infty} + B_0 \dot{\epsilon}_2 t) - (\sigma_{1\infty} + B_0 \dot{\epsilon}_1 t) \quad (31a)$$

Hier bietet sich wieder eine Extrapolation auf $t = 0$ an

$$\Delta \sigma_0 = \sigma_{2\infty} - \sigma_{1\infty} = (B_1 - B_0 A_1) (\dot{\epsilon}_2 - \dot{\epsilon}_1) \quad (31b)$$

der aber keine über den Versuch mit konstanter Verformungsgeschwindigkeit hinausgehende Information liefert.

LITERATUR

- [1] Freudenthal, A. M.: Inelastisches Verhalten von Werkstoffen. VEB Verlag Technik Berlin 1955.
- [2] Reiner, M.: Handbuch der Physik, Bd. VI Springer-Verlag Berlin 1958, S. 434 ff.
- [3] Reiner, M.: Rheologie. VEB Fachbuchverlag Leipzig 1967.
- [4] Grau, P.; Berg, G.; Gießmann, E.-J.: Rheologische Untersuchungen fester landwirtschaftlicher Stoffe. Tagungsband der AdL (erscheint demnächst).
- [5] Eyring, H.; Eyring, E. M.: Modern Chemical Kinetics. Wiley, New York, 1965.
- [6] Fröhlich, E.; Grau, P.: A method of strain Rate Change Experiments without Yield Drops, phys. stat. sol. (a) 14 (1972), 115 bis 121.

Anschrift der Verfasser:

Dr. sc. nat. Peter Grau
Dr. rer. nat. Dr. Ing. Gunnar Berg
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Sektion Physik

4020 Halle (Saale)
Friedemann-Bach-Platz 6

Prof. Dr. sc. nat. E. Joachim Gießmann
Ingenieurhochschule Berlin-Wartenberg

1127 Berlin
Dorfstraße